

PROYECTO DE GRADO
Ingeniería Ambiental
Ingeniería Industrial

**EVALUACIÓN DE ÍNDICES DE CONFIABILIDAD EN MODELO DE
OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO PARA EL DISEÑO DE REDES DE DRENAJE
URBANO**

Presentado por:
Juana María Herrán Murcia

Asesor de Ingeniería Ambiental:
Juan G. Saldarriaga Valderrama

Asesor de Ingeniería Industrial:
Andrés L. Medaglia González



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

BOGOTÁ D.C.

2020

AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien lo hace todo posible,

A mis papás, por su apoyo y amor incondicional,

A mis asesores, Juan Saldarriaga y Andrés Medaglia, por compartir sus conocimientos conmigo y por orientarme en el desarrollo de este proyecto,

A las demás personas que me acompañaron y me apoyaron a lo largo de este proyecto, en especial a Andrés Aguilar por su tiempo y recomendaciones.



TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivo General.....	2
1.1.2	Objetivos Específicos	2
2	Antecedentes	3
3	Marco teórico	4
3.1	Redes de drenaje urbano	4
3.2	Metodología para el diseño optimizado de redes de alcantarillado	5
3.2.1	Selección del trazado	6
3.2.2	Diseño hidráulico.....	7
3.3	Optimización multiobjetivo	9
4	Metodología	11
4.1	Índices de confiabilidad	11
4.1.1	Índice propuesto por Haghghi y Bakhshipour (2016).....	11
4.1.2	Índice propuesto por Aguilar (2019)	12
4.1.3	Índices propuestos en este trabajo de investigación	12
4.2	Función de costo	15
4.3	Implementación de optimización multiobjetivo	16
4.4	Evaluación de índices	18
4.4.1	Transformación de índices.....	18
4.4.2	Criterios para evaluar índices	20
5	Resultados	23
5.1	Red de Tumaco	26
5.1.1	Fronteras de Pareto	26
5.1.2	Análisis por pares	30
5.2	Red de Cedritos.....	35



5.2.1	Fronteras de Pareto	36
5.2.2	Análisis por pares	39
5.3	Red de Esmeralda	45
5.3.1	Fronteras de Pareto	45
5.3.2	Análisis por pares	49
6	Análisis de resultados.....	55
6.1	Red de Tumaco	55
6.2	Red de Cedritos.....	57
6.3	Red de Esmeralda	57
7	Conclusiones	59
8	Recomendaciones.....	60
9	Referencias	61
10	Anexos.....	62
10.1	Anexos de la red de Tumaco.....	62
10.1.1	Resultados del caso 1.....	62
10.1.2	Resultados del caso 2.....	67
10.1.3	Resultados del caso 4.....	70
10.2	Anexos de la red de Cedritos	73
10.2.1	Resultados del caso 1.....	73
10.2.2	Resultados del caso 2.....	78
10.2.3	Resultados del caso 4.....	81
10.3	Anexos de la red de Esmeralda.....	84
10.3.1	Resultados del caso 1.....	84
10.3.2	Resultados del caso 2.....	89
10.3.3	Resultados del caso 4.....	92



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Datos de entrada y de salida en la metodología para el diseño optimizado de redes de alcantarillado	6
Figura 2. Tipos de tubería en el trazado de la red.....	7
Figura 3. Frontera de Pareto conformada por las soluciones óptimas	9
Figura 4. Frontera dominante y fronteras dominadas	10
Figura 5. Linealización de función de costo en modelo de selección de trazado.	16
Figura 6. Frontera de Pareto esperada	17
Figura 7. Índices de confiabilidad en diferentes rangos	18
Figura 8. Índices de confiabilidad antes de la transformación.....	19
Figura 9. Índices de confiabilidad después de la transformación	19
Figura 10. Escenarios a evaluar al comparar un par de índices	20
Figura 11. Distribución de soluciones en fronteras de Pareto	20
Figura 12. Ejemplo del cálculo de áreas dominadas.....	21
Figura 13. Ejemplo de la matriz de porcentajes de área	22
Figura 14. Ejemplo de la matriz de índices dominantes	22
Figura 15. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 1	23
Figura 16. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 2	24
Figura 17. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 3	24
Figura 18. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 4	25
Figura 19. Red de drenaje urbano Tumaco.....	26
Figura 20. Red de drenaje urbano Cedritos	36
Figura 21. Red de drenaje urbano Esmeralda.....	45



ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Tumaco	27
Gráfica 2. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghghi y Bakhshipour (2016) en red Tumaco	27
Gráfica 3. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Tumaco	28
Gráfica 4. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Tumaco	28
Gráfica 5. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Tumaco	29
Gráfica 6. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Tumaco	29
Gráfica 7. Par de índices <i>Haghghi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Tumaco	30
Gráfica 8. Par de índices <i>Haghghi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Distancia en Tumaco	31
Gráfica 9. Par de índices <i>Aguilar - Haghghi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco.	31
Gráfica 10. Par de índices <i>Aguilar - Haghghi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Tumaco	32
Gráfica 11. Par de índices <i>Aguilar – Inicios</i> en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco	32
Gráfica 12. Par de índices <i>Aguilar - Inicios</i> en la métrica del índice de Inicios en Tumaco	33
Gráfica 13. Par de índices <i>Inicios – Haghghi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Tumaco	33
Gráfica 14. Par de índices <i>Inicios – Haghghi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Inicios en Tumaco.	34
Gráfica 15. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Cedritos	36
Gráfica 16. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghghi y Bakhshipour (2016) en red Cedritos	37
Gráfica 17. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Cedritos.....	37
Gráfica 18. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Cedritos	38
Gráfica 19. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Cedritos.....	38
Gráfica 20. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Cedritos	39
Gráfica 21. Par de índices <i>Haghghi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Cedritos.....	40
Gráfica 22. Par de índices <i>Haghghi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Distancia en Cedritos.....	40
Gráfica 23. Par de índices <i>Aguilar - Haghghi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos	41



Gráfica 24. Par de índices <i>Aguilar - Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Cedritos.....	41
Gráfica 25. Par de índices <i>Aguilar - Inicios</i> en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos	42
Gráfica 26. Par de índices <i>Aguilar - Inicios</i> en la métrica del índice de Inicios en Cedritos.....	42
Gráfica 27. Par de índices <i>Inicios – Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Cedritos.....	43
Gráfica 28. Par de índices <i>Inicios – Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Inicios en Cedritos	43
Gráfica 29. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Esmeralda.....	46
Gráfica 30. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghighi y Bakhshipour (2016) en red Esmeralda	46
Gráfica 31. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Esmeralda	47
Gráfica 32. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Esmeralda	47
Gráfica 33. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Esmeralda	48
Gráfica 34. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Esmeralda	49
Gráfica 35. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Esmeralda	50
Gráfica 36. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Distancia</i> en la métrica del índice de Distancia en Esmeralda	50
Gráfica 37. Par de índices <i>Aguilar - Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda	51
Gráfica 38. Par de índices <i>Aguilar - Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Esmeralda	51
Gráfica 39. Par de índices <i>Aguilar - Inicios</i> en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda	52
Gráfica 40. Par de índices <i>Aguilar - Inicios</i> en la métrica del índice de Inicios en Esmeralda	52
Gráfica 41. Par de índices <i>Inicios – Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Esmeralda	53
Gráfica 42. Par de índices <i>Inicios – Haghighi y Bakhshipour</i> en la métrica del índice de Inicios en Esmeralda	53
Gráfica 43. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de Distancia en Tumaco ...	56
Gráfica 44. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de Distancia y altura en Tumaco	56
Gráfica 45. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Altura</i> en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Tumaco	62
Gráfica 46. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Altura</i> en la métrica del índice Altura en Tumaco	62



Gráfica 47. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> en Tumaco	63
Gráfica 48. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Tumaco	63
Gráfica 49. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Tumaco	64
Gráfica 50. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Tumaco	64
Gráfica 51. Par de índices <i>Distancia</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Tumaco ..	65
Gráfica 52. Par de índices <i>Distancia</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Tumaco	65
Gráfica 53. Par de índices <i>Altura</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Tumaco	66
Gráfica 54. Par de índices <i>Altura</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Tumaco	66
Gráfica 55. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Tumaco	67
Gráfica 56. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Tumaco	67
Gráfica 57. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Tumaco	68
Gráfica 58. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Tumaco	68
Gráfica 59. Par de índices <i>Aguilar</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Tumaco	69
Gráfica 60. Par de índices <i>Aguilar</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Tumaco	69
Gráfica 61. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Tumaco	70
Gráfica 62. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Tumaco	70
Gráfica 63. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Tumaco	71
Gráfica 64. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Tumaco	71
Gráfica 65. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Tumaco	72
Gráfica 66. Par de índices <i>Inicios</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Tumaco.....	72
Gráfica 67. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> - <i>Altura</i> en la métrica del índice de <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> en Cedritos.....	73
Gráfica 68. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> - <i>Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Cedritos ..	73
Gráfica 69. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> en Cedritos.....	74
Gráfica 70. Par de índices <i>Haghighi</i> y <i>Bakhshipour</i> – <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Cedritos.....	74
Gráfica 71. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Cedritos	75



Gráfica 72. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Cedritos.....	75
Gráfica 73. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Cedritos .	76
Gráfica 74. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Cedritos.....	76
Gráfica 75. Par de índices <i>Altura – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Cedritos.....	77
Gráfica 76. Par de índices <i>Altura – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Cedritos.....	77
Gráfica 77. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Cedritos.....	78
Gráfica 78. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Cedritos.....	78
Gráfica 79. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Cedritos	79
Gráfica 80. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Cedritos	79
Gráfica 81. Par de índices <i>Aguilar – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Cedritos.....	80
Gráfica 82. Par de índices <i>Aguilar – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Cedritos.....	80
Gráfica 83. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Cedritos.....	81
Gráfica 84. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Cedritos.....	81
Gráfica 85. Par de índices <i>Inicios – Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Cedritos.....	82
Gráfica 86. Par de índices <i>Inicios – Altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Cedritos	82
Gráfica 87. Par de índices <i>Inicios – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Cedritos.....	83
Gráfica 88. Par de índices <i>Inicios – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Cedritos	83
Gráfica 89. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Haghighi y Bakhshipour</i> en Esmeralda	84
Gráfica 90. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Esmeralda.....	84
Gráfica 91. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Haghighi y Bakhshipour</i> en Esmeralda	85
Gráfica 92. Par de índices <i>Haghighi y Bakhshipour – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Esmeralda.....	85
Gráfica 93. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Esmeralda.....	86
Gráfica 94. Par de índices <i>Distancia - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Esmeralda	86
Gráfica 95. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Esmeralda	87
Gráfica 96. Par de índices <i>Distancia – Distancia y altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia y altura</i> en Esmeralda	87



Gráfica 97. Par de índices <i>Altura – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Esmeralda	88
Gráfica 98. Par de índices <i>Altura – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Esmeralda	88
Gráfica 99. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Esmeralda	89
Gráfica 100. Par de índices <i>Aguilar - Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Esmeralda.....	89
Gráfica 101. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Esmeralda.....	90
Gráfica 102. Par de índices <i>Aguilar - Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Esmeralda.....	90
Gráfica 103. Par de índices <i>Aguilar – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Aguilar</i> en Esmeralda ..	91
Gráfica 104. Par de índices <i>Aguilar – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Esmeralda	91
Gráfica 105. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> en Esmeralda	92
Gráfica 106. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Esmeralda	92
Gráfica 107. Par de índices <i>Inicios – Altura</i> en la métrica del índice de <i>Altura</i> en Esmeralda	93
Gráfica 108. Par de índices <i>Inicios – Altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Esmeralda.....	93
Gráfica 109. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Distancia</i> y <i>altura</i> en Esmeralda	94
Gráfica 110. Par de índices <i>Inicios – Distancia</i> y <i>altura</i> en la métrica del índice de <i>Inicios</i> en Esmeralda	94



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Tumaco	34
Tabla 2. Matriz de índices dominantes en el grupo 1 de Tumaco	35
Tabla 3. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Tumaco	35
Tabla 4. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Cedritos	44
Tabla 5. Matriz de índices dominantes del grupo 1 en Cedritos.....	44
Tabla 6. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Cedritos	44
Tabla 7. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Esmeralda	54
Tabla 8. Matriz de índices dominantes del grupo 1 en Esmeralda	54
Tabla 9. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Esmeralda	54



ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Confiabilidad de una tubería con índice propuesto por Haghghi y Bakhshipour (2016).....	11
Ecuación 2. Confiabilidad de la red con índice propuesto por Haghghi y Bakhshipour (2016).....	12
Ecuación 3. Confiabilidad de la red con índice propuesto por Aguilar (2019).....	12
Ecuación 4. Peso asignado a cada tubería en el índice de Distancia	12
Ecuación 5. Distancia entre pozos	13
Ecuación 6. Confiabilidad de una tubería con el índice de Distancia.....	13
Ecuación 7. Confiabilidad de la red con el índice de Distancia.....	13
Ecuación 8. Peso asignado a cada tubería en el índice de Altura	13
Ecuación 9. Confiabilidad de una tubería con el índice de Altura.....	14
Ecuación 10. Confiabilidad de la red con el índice de Altura	14
Ecuación 11. Peso asignado a cada tubería en el índice de Distancia y altura	14
Ecuación 12. Distancia entre pozos en el índice de Distancia y altura.....	14
Ecuación 13. Confiabilidad de una tubería con el índice de Distancia y altura.....	15
Ecuación 14. Confiabilidad de la red con el índice de Distancia y altura.....	15
Ecuación 15. Confiabilidad de la red con índice de Inicios.....	15
Ecuación 18. Ecuación de costos de Maurer	16
Ecuación 16. Función objetivo en algoritmo NISE	17
Ecuación 17. Ponderador del algoritmo NISE.....	17



1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas de drenaje urbano se consideran un servicio básico debido a que previenen enfermedades, contaminación y malos olores al evacuar aguas residuales y pluviales. A pesar de su importancia, existen ciudades que no cuentan con este tipo de servicio, en especial en países en vías de desarrollo. La causa principal de la falta de sistemas de drenaje urbano son los altos costos de construcción. Sumado a esto, se sabe que la diferencia en costos entre dos posibles trazados de una red puede variar hasta en un 50% (Saldarriaga, Cuero, Montaña, Corrales, & Luna, 2014). Por esta razón, al diseñar una red de alcantarillado, se busca utilizar una metodología con la cual se obtenga el menor costo posible.

Por otro lado, al diseñar redes de alcantarillado con bajos costos, generalmente se obtienen redes con poca pendiente y bajas velocidades, esto hace que la obstrucción en el alcantarillado ocurra con mayor facilidad (Haghighi & Bakhshipour, 2016). Por lo tanto, no solo basta con diseñar redes económicas, sino que también se debe buscar que estas sean resilientes o confiables, es decir, que tengan el menor efecto posible aguas arriba en caso de una obstrucción en un tramo.

Además de minimizar el costo y maximizar la confiabilidad, al diseñar una red de drenaje se deben tener en cuenta dos etapas de diseño: la selección del trazado y el diseño hidráulico. Dada la complejidad del problema, varios autores han propuesto diferentes metodologías, entre las cuales se encuentra la desarrollada en el CIACUA¹ propuesta por Natalia Duque en el 2015. En esta se plantea resolver la selección del trazado como un modelo de optimización entero mixto y el diseño hidráulico como un problema de ruta más corta.

Posteriormente, para resolver el conflicto entre minimizar costos y maximizar la confiabilidad de la red, en el 2019, Andrés Aguilar propuso una metodología de optimización multiobjetivo para construir fronteras de Pareto que evalúan estas dos funciones objetivo. Adicionalmente, Aguilar propuso un índice de confiabilidad y lo comparó con el índice propuesto por Haghighi y Bakhshipour en el 2016. Sin embargo, una de las recomendaciones que da en su trabajo es que se deberían proponer nuevos índices de confiabilidad para tener un mejor criterio con el fin de seleccionar el trazado más adecuado.

Por esta razón, en el presente trabajo se busca plantear nuevos índices para medir la confiabilidad en una red de alcantarillado. Asimismo, se busca comparar estos índices con

¹ Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados - CIACUA. Universidad de los Andes.



los anteriormente propuestos por medio de la optimización multiobjetivo, con el fin de determinar con qué índice se pueden obtener redes con menores costos y mayor confiabilidad.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Evaluar diferentes índices de confiabilidad en redes de drenaje urbano, por medio de una metodología de optimización multiobjetivo, que busca minimizar el costo de construcción y maximizar la confiabilidad de la red.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar índices de confiabilidad existentes para redes de drenaje urbano.
- Proponer nuevos índices de confiabilidad para redes de alcantarillado.
- Implementar la metodología para la selección del trazado en redes de alcantarillado propuesta en el 2015 por Natalia Duque en su tesis de maestría.
- Implementar la metodología *Non-Inferior Set Estimation* (NISE) para la construcción de fronteras de Pareto, en las cuales se busque minimizar el costo de la red y maximizar su confiabilidad.
- Comparar los índices de confiabilidad teniendo en cuenta el número de soluciones obtenidas en las fronteras de Pareto y el área que domina cada frontera.
- Aplicar la metodología propuesta a diferentes redes de alcantarillado utilizadas en las investigaciones del CIACUA.



2 ANTECEDENTES

En el CIACUA se han realizado varios trabajos relacionados con el diseño optimizado de redes de alcantarillado. Entre estos, Natalia Duque en el 2013 desarrolló una metodología para minimizar costos en el diseño de redes teniendo en cuenta las restricciones hidráulicas que garantizan un buen funcionamiento según el Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS 2000) (Duque, 2013). Esta metodología consiste en modelar el diseño hidráulico como un problema de ruta más corta, en el cual se busca encontrar la combinación de diámetros y profundidades de excavación con menor costo.

Posteriormente, en el 2015, Duque desarrolló una metodología para la selección del trazado, en la cual se modeló el problema como uno de tipo entero mixto en donde las variables de decisión son el caudal de cada tramo, la dirección del caudal y el tipo de tubería. Además, en este mismo trabajo se desarrolló una metodología iterativa para conectar la selección del trazado con el diseño hidráulico de la red, sin embargo, esta empieza a partir de un trazado aleatorio, por lo tanto, no garantiza llegar a la solución óptima.

En el 2016, Andrés Aguilar planteó una nueva estrategia para conectar la selección del trazado con el diseño hidráulico de una manera más efectiva. Su metodología consiste en transformar las ecuaciones de costo utilizadas en el diseño hidráulico, de manera que estas queden en función del caudal y el tipo de tubería, ya que estas son variables del trazado. Para realizar esto, Aguilar utilizó la ecuación de Manning y la de Darcy-Weisbach para obtener ecuaciones que le permitieran expresar el diámetro en términos del caudal.

Por otro lado, en cuanto a la confiabilidad de una red de alcantarillado, en el 2016, Haghghi y Bakhshipour explican que esta debe ser calculada desde el trazado, por lo tanto, no puede depender del diámetro ni de la profundidad de excavación, ya que estas son variables hidráulicas, que en el momento de seleccionar el trazado, se desconocen. Haghghi y Bakhshipour también propusieron un índice de confiabilidad teniendo en cuenta el caudal que pasa por cada tramo y el caudal de descarga. Finalmente, estos autores concluyeron que las redes con mayor confiabilidad son también las más costosas.

Luego, en el 2019, Andrés Aguilar propuso otro índice de confiabilidad basado en un coeficiente que indica el porcentaje de caudal que podría encontrarse aguas arriba de un tramo con respecto al caudal de descarga. Además, en este mismo trabajo se propuso utilizar el algoritmo *Non-Inferior Set Estimation* (NISE) para construir fronteras de Pareto conformadas por los diseños que minimizan el costo de la red y maximizan su confiabilidad. Por medio de esta metodología, Aguilar comparó el índice que propuso en ese mismo trabajo y el propuesto por Haghghi y Bakhshipour en el 2016.



3 MARCO TEÓRICO

3.1 Redes de drenaje urbano

Las redes de drenaje urbano son sistemas de tuberías y estructuras que se encargan de recibir, transportar y evacuar aguas residuales que pueden ser provenientes de la actividad humana o de la lluvia. La importancia de estas redes radica en que evitan infecciones y enfermedades a la población, es por esto, que son consideradas un servicio básico y toda área urbana debería tener un sistema de drenaje. A pesar de lo anterior, aún existen varias poblaciones que no cuentan con este servicio. Por ejemplo, en Colombia, Vichada, El Archipiélago de San Andrés, Guainía y Chocó son departamentos que tienen menos del 30% de cobertura de alcantarillado (DANE, 2018).

Por otro lado, los sistemas de drenaje se pueden clasificar principalmente en dos tipos. El primero es el sistema combinado, este se caracteriza por transportar agua residual y agua pluvial. Las ventajas de este sistema es que ahorra espacio y costos de construcción debido a que solo se necesita una red, sin embargo, algunas de las desventajas del sistema combinado es que se requiere una planta de tratamiento con mayor capacidad, lo cual aumenta los costos de bombeo y almacenamiento (Butler & Davies, 2004).

El segundo tipo es el sistema separado, el cual transporta el agua residual y las aguas lluvias por tuberías separadas. La principal ventaja de este sistema es que requiere una planta de tratamiento más pequeña, sin embargo, las desventajas más importantes de este sistema es que los costos de construcción aumentan debido a que se requieren más tuberías y que no hay tratamiento de aguas lluvias (Butler & Davies, 2004).

Sin importar el tipo de sistema de drenaje, una red de alcantarillado necesita diferentes estructuras para su correcto funcionamiento. A continuación se describen las más importantes:

- Sumideros: son estructuras que se utilizan para recoger la escorrentía. Generalmente tienen forma de rejilla y se ubican en las zonas más bajas de la superficie vial.
- Canales y bajantes: Son estructuras complementarias utilizadas para recoger aguas lluvias de los techos.
- Acomedidas: Se encargan de recoger el agua residual directamente de las viviendas.



- Pozos de inspección: Son estructuras que se encargan de recibir el caudal de entrada asociado a un área aferente al pozo. También funcionan como conectores entre tuberías adyacentes.
- Tuberías: Se encargan de recibir el caudal de los pozos de inspección y transportarlo hasta el punto de descarga.
- Cámaras de caída: Estructuras utilizadas en pendientes pronunciadas con el fin de evitar velocidades superiores a las máximas permisibles (RAS, 2000).
- Aliviaderos: Se encargan de liberar parte del caudal a drenajes temporales o a almacenamientos temporales (RAS, 2000).
- Sumideros invertidos: Son estructuras que se utilizan para sobrepasar obstáculos inevitables (Aguilar, 2019).
- Estructuras de bombeo: Son necesarias cuando el transporte del agua por gravedad no es posible. Estas estructuras son costosas y por lo tanto, solo deben utilizarse luego de estudiar todas las alternativas posibles (RAS, 2000).

3.2 Metodología para el diseño optimizado de redes de alcantarillado

El diseño de redes de alcantarillado está compuesto de dos fases. La primera es la selección del trazado, en la cual se define el caudal que pasa por cada tramo, el sentido del flujo y el tipo de tubería, que puede ser de inicio o continua. Como datos de entrada, la selección del trazado recibe información de la topografía de la red, los caudales de entrada a cada pozo y la conexión entre pozos (Aguilar, 2019).

Después de seleccionar el trazado se debe realizar la segunda fase del diseño, la cual corresponde al diseño hidráulico. En esta, se determinan los diámetros, profundidades de excavación y pendientes de cada tramo. Para realizar el diseño se busca minimizar el costo respetando las restricciones hidráulicas, que en el caso de Colombia, están definidas en el RAS 2000. Los parámetros de entrada de esta etapa son las variables definidas en el trazado. A continuación, se muestra cómo se conectan estas dos fases:

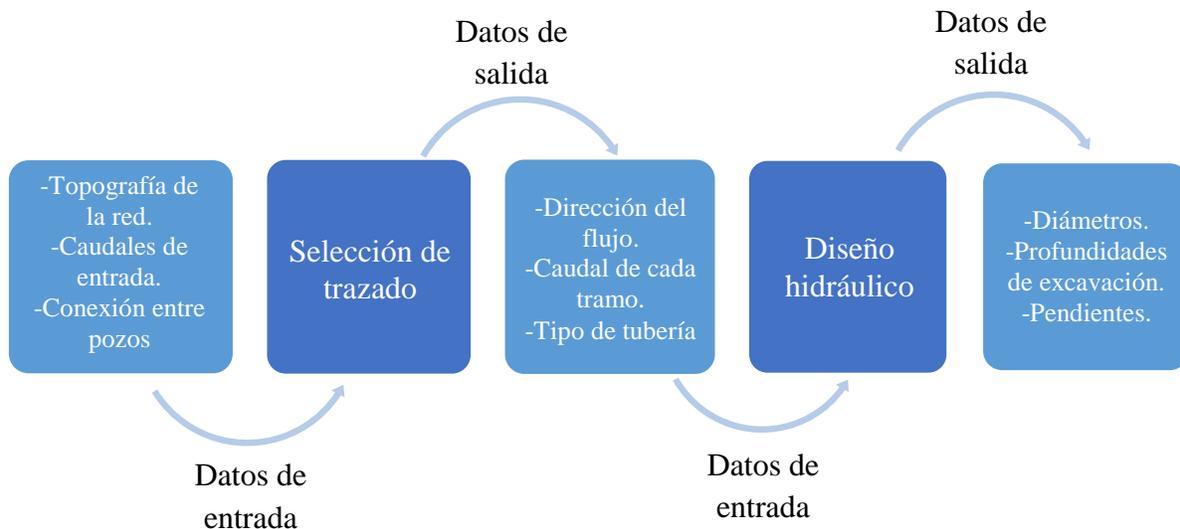


Figura 1. Datos de entrada y de salida en la metodología para el diseño optimizado de redes de alcantarillado

En el CIACUA se ha desarrollado una metodología secuencial para resolver ambas fases del diseño de una red de drenaje. Esta metodología se explica en las secciones 3.2.1 y 3.2.2.

3.2.1 Selección del trazado

En la selección de trazado se define en qué dirección debe fluir el agua, cuánto caudal se transporta en cada tubería y el tipo de tubería de cada tramo. Esto se determina teniendo en cuenta el caudal de entrada que reciben los pozos de inspección y las coordenadas de ubicación de estos. Según los supuestos planteados por Natalia Duque en el trabajo “Metodología para el Diseño Optimizado de Redes de Alcantarillado” realizado en el 2015, en cada calle del lugar donde se construirá la red de alcantarillado debe ir un tramo y por lo tanto, en cada intersección de calles debe haber un pozo de inspección. Además, la dirección del flujo puede ir en ambos sentidos en todos los tramos, menos en el que conecta con el punto de descarga, ya que este solo se puede dirigir hacia la descarga.

Por otro lado, la única entrada de caudal a la red se da por medio de los pozos de inspección, mientras que la única salida del caudal es la descarga. Por esta razón, la suma de caudales de entrada debe ser igual al caudal de descarga (Duque, 2015), ya que no puede haber almacenamiento del agua en la red.

Además, las redes de alcantarillado deben ser redes abiertas con el fin de que el agua residual no haga recirculación. Por esta razón, existen dos tipos de tuberías: las de tipo inicio, que se encargan de transportar únicamente el caudal que reciben del pozo de inspección; y las de tipo continuo, que transportan el caudal de entrada del pozo y el caudal proveniente de otras



tuberías ubicadas aguas arriba de esta. Los tipos de tubería y la estructura de tipo abierta se ilustran en la Figura 2. En esta figura se puede observar que de un pozo de inspección solo puede salir una tubería de tipo continuo, ya que estas tuberías deben transportar el caudal que reciben de las tuberías que ubicadas aguas arriba (Duque, 2015). También, se puede observar que la tubería que conecta con la descarga únicamente puede ser de tipo continuo.

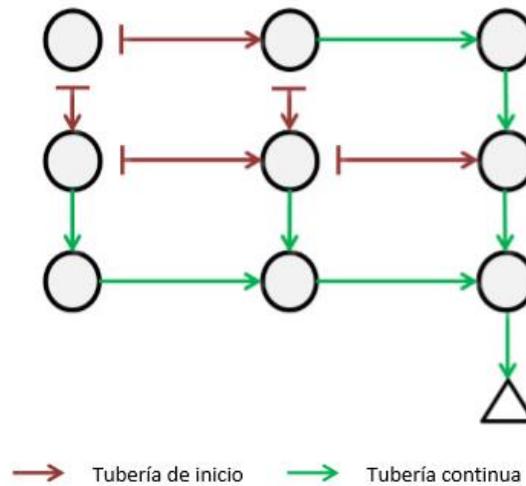


Figura 2. Tipos de tubería en el trazado de la red
 Tomado de: “Metodología para el Diseño Optimizado de Redes de Alcantarillado”, por N. Duque, 2015.

Natalia Duque, en el trabajo del 2015, propuso modelar la selección del trazado como un problema de Programación Entera Mixta (MIP por sus iniciales en inglés), llamado *Network Design Problem*. Duque, propuso resolver este problema como un grafo dirigido, en el cual, los pozos de inspección son los nodos y las tuberías entre pozos adyacentes son los arcos del grafo. Por medio de este problema se busca definir dos variables: una es la variable binaria x_{ijt} que define si la tubería, que va del pozo i al pozo j y que es de tipo t , hace parte del trazado. La otra variable es y_{ijt} que representa el caudal que debe transportar dicha tubería.

3.2.2 Diseño hidráulico

Después de definir el trazado de la red, se realiza el diseño hidráulico en donde se define el diámetro y la profundidad de excavación de cada tubería. Esto se realiza minimizando el costo de construcción de la red y cumpliendo las restricciones hidráulicas necesarias para el correcto funcionamiento de esta. A continuación se describen las restricciones hidráulicas²

² Todas las restricciones hidráulicas mencionadas fueron tomadas del Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS 2000), realizado por el entonces llamado Ministerio de Desarrollo Económico.



definidas en el RAS 2000 para alcantarillados sanitarios en niveles de complejidad altos, ya que estas restricciones fueron las que se utilizaron en el desarrollo de este trabajo:

- Coeficiente n de rugosidad de Manning: Según el RAS 2000, en tuberías de pared lisa este coeficiente debe estar entre 0.009 y 0.013.
- Diámetro interno real mínimo: Debe ser de 200 mm en alcantarillado sanitario convencional.
- Velocidad mínima: Con el fin de evitar que los sólidos se depositen en las tuberías, debe garantizarse una velocidad mínima de 0.45 m/s.
- Velocidad máxima: Según el RAS 2000, la velocidad máxima en las tuberías debe ser máximo 5 m/s, se debe justificar en caso de utilizar velocidades mayores.
- Pendiente mínima y máxima: Las pendientes de las tuberías deben permitir cumplir las restricciones de velocidad mínima y máxima anteriormente mencionadas.
- Profundidad hidráulica máxima: Con el fin de garantizar una adecuada aireación de las aguas residuales, la profundidad hidráulica máxima debe ser entre 70% y 85%.
- Profundidad mínima de instalación: En vías peatonales o zonas verdes, la profundidad mínima debe ser de 0.75 m, mientras que en vías vehiculares debe ser de 1.2 m.
- Profundidad máxima de instalación: En el RAS 2000 se establece que la profundidad máxima de instalación debe ser de 5 m, sin embargo, en caso de requerir mayor profundidad de excavación se debe garantizar que se cumplan los requerimientos geotécnicos y estructurales.

Por otro lado, para considerar un diseño como factible, además de cumplir las restricciones hidráulicas, se deben cumplir tres condiciones: el flujo debe estar a favor de la gravedad, el caudal que ingresa por las tuberías de inicio deben tener una ruta para llegar a la descarga y las tuberías deben estar conectadas a la altura de la cota de batea (Duque, 2015), el cual es el punto más bajo de la sección transversal de la tubería.

En el trabajo “Diseño optimizado de series de tuberías en sistemas de alcantarillado” realizado por Natalia Duque en el 2013, se modela el diseño hidráulico como un grafo, en el cual los nodos representan las combinaciones posibles de diámetros y profundidades y los



arcos son las tuberías que se podrían obtener con estos nodos. Cada arco tiene un costo total de construcción asociado, por lo tanto, Duque propone encontrar el diseño de menor costo utilizando un algoritmo de Ruta Más Corta llamado Bellman-Ford. De esta manera, es posible identificar que diámetros y profundidades se deberían seleccionar para cada tubería con el fin de obtener el menor costo de construcción posible.

3.3 Optimización multiobjetivo

En la optimización de un solo objetivo se busca encontrar una solución que maximice o minimice una función cumpliendo ciertas restricciones del problema que se va a resolver. En la optimización multiobjetivo, se requiere optimizar más de una función objetivo. En estos problemas generalmente no hay una única solución debido a que pueden existir conflictos entre las funciones que se quiere optimizar.

El problema presentado en este trabajo es un problema biobjetivo, ya que se requiere optimizar dos funciones que son, minimizar el costo y maximizar la confiabilidad de una red de alcantarillado. Estos objetivos tienen conflicto entre sí debido a que al diseñar una red muy económica se obtendrá una red poco confiable, y viceversa. Por esta razón, el problema planteado no tiene una única solución sino que tienen un conjunto de soluciones y la más adecuada depende de la importancia que se le dé a cada función objetivo.

Para solucionar un problema de optimización multiobjetivo se puede hacer uso de fronteras de Pareto, ya que con estas se identifica el conjunto de soluciones que son óptimas entre varias alternativas que se podrían obtener como se muestra en la Figura 3. Entre las soluciones que conforman una frontera de Pareto, todas son igualmente buenas debido a que si en una solución mejora el valor de una de las funciones objetivo, el valor de la otra función empeorará. Por esta razón, en una frontera de Pareto es preferible obtener una gran cantidad de soluciones que estén bien distribuidas, ya que de esta manera se tendrán más alternativas para escoger la solución más adecuada según las preferencias del decisor.

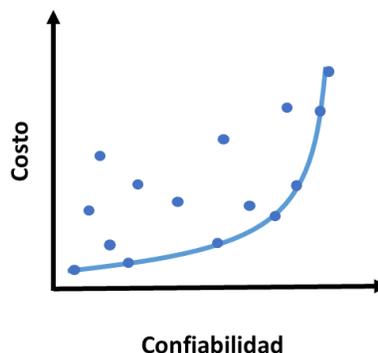


Figura 3. Frontera de Pareto conformada por las soluciones óptimas



En la figura anterior, las soluciones que conforman la frontera de Pareto se llaman soluciones dominantes y las demás soluciones se consideran dominadas. De igual manera, si se tuvieran varias fronteras de Pareto, la que cubra mayor cantidad de área será considerada como la dominante y las demás como las dominadas. En la siguiente figura se muestra un ejemplo de esto:

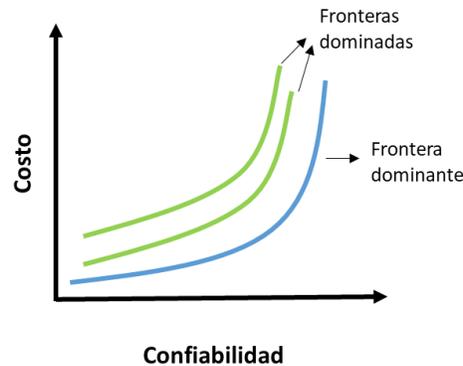


Figura 4. Frontera dominante y fronteras dominadas

Existen varios algoritmos para construir fronteras de Pareto. Algunos de estos consisten en establecer una de las funciones objetivo como una restricción mientras que la otra función se optimiza, luego se hace lo mismo pero intercambiando las funciones objetivo. Otros algoritmos proponen ponderar las funciones objetivo e ir cambiando el valor del ponderador con el fin de obtener varias soluciones. Un ejemplo de estos algoritmos es el que se utilizará en este trabajo que recibe el nombre de *Non-Inferior Set Estimation* (NISE), en la sección 4.3 se explica con más detalle en que consiste.



4 METODOLOGÍA

En el presente trabajo, se da continuidad al trabajo realizado por Aguilar en el 2019, en el cual se utilizó el algoritmo NISE para construir fronteras de Pareto que tienen como objetivo minimizar costo y maximizar la confiabilidad de la red.

Una de las recomendaciones que Aguilar da en su trabajo es plantear nuevas formas para medir la confiabilidad en redes de alcantarillado. Por esta razón, en este trabajo se proponen cuatro nuevos índices de confiabilidad. Además, se diseña una metodología que permite evaluar dichos índices y los utilizados en el trabajo de Aguilar para determinar con que índice se obtienen trazados con menor costo y mayor confiabilidad, es decir, con que índice se obtienen fronteras de Pareto dominantes.

4.1 Índices de confiabilidad

En las redes de alcantarillado, el trazado con mayor confiabilidad es aquel en el cual, cuando ocurre una obstrucción en una tubería, se afecta la menor cantidad de área de la red aguas arriba (Haghighi & Bakhshipour, 2016). Diferentes autores han propuesto formas para medir la confiabilidad o resiliencia de una red. En este trabajo se evalúa el índice propuesto por Haghighi y Bakhshipour en el 2016, el índice propuesto por Aguilar en el 2019 y cuatro índices propuestos en este proyecto de grado. En esta sección se explica en qué consiste y cómo se calcula cada uno de estos índices.

4.1.1 Índice propuesto por Haghighi y Bakhshipour (2016)

Haghighi y Bakhshipour propusieron medir la confiabilidad de una tubería de la siguiente forma:

$$R_{ij} = 1 - \frac{Q_{ij}}{Q_{out}}$$

Ecuación 1. Confiabilidad de una tubería con índice propuesto por Haghighi y Bakhshipour (2016)

Donde R_{ij} es la confiabilidad de la tubería que va del pozo i al j , Q_{ij} es el caudal que pasa por esta tubería y Q_{out} es el caudal de descarga de la red. Por lo tanto, se puede decir que, para estos autores la probabilidad de falla de una tubería se puede medir como el porcentaje del caudal de descarga que pasa por esa tubería, y la confiabilidad es el complemento de esta probabilidad de falla.



Para medir la confiabilidad de la red, los autores proponen hacer un promedio de la confiabilidad de todas las tuberías que componen la red como se puede observar en la siguiente ecuación:

$$R = 1 - \frac{\sum_{(i,j) \in A} Q_{ij}}{n * Q_{out}}$$

Ecuación 2. Confiabilidad de la red con índice propuesto por Haghghi y Bakhshipour (2016)

Donde n es el total de tramos que hay en la red.

4.1.2 Índice propuesto por Aguilar (2019)

En el 2019, Aguilar propuso medir la confiabilidad de la red con la siguiente ecuación:

$$R = 1 - \frac{\sum_{(i,j,t) \in A} e_{ijt} * x_{ijt}}{n}$$

Ecuación 3. Confiabilidad de la red con índice propuesto por Aguilar (2019)

En donde n es el total de tramos, x_{ijt} es una variable binaria que indica si la tubería, que va del pozo i al j y que es de tipo t , hace parte del trazado, y e_{ijt} es el cociente entre la suma de los caudales de entrada de los pozos que potencialmente se podrían afectar por la obstrucción de una tubería y el caudal de descarga.

Para calcular la suma de los caudales de entrada de los pozos que se podrían afectar con la obstrucción de una tubería, Aguilar propone trazar una recta perpendicular a la tubería en cuestión y sumar los caudales de entrada que se encuentren aguas arriba de esta recta.

4.1.3 Índices propuestos en este trabajo de investigación

4.1.3.1 Índice basado en la distancia entre pozos

Este índice se planteó pensando en que si hay una obstrucción en una tubería que se encuentra lejos del punto de descarga, no afectaría tanto a la red como si lo haría una tubería obstruida que se encuentra cercana a la descarga. Por lo tanto, para calcular este índice, se le asigna un peso w a cada tubería que se define de la siguiente forma:

$$w_{ij} = 1 - \frac{d_{iM}}{d_{0M}}$$

Ecuación 4. Peso asignado a cada tubería en el índice de Distancia



Donde:

$$d_{ij} = \sqrt{(Posx_i - Posx_j)^2 + (Posy_i - Posy_j)^2}$$

Ecuación 5. Distancia entre pozos

El parámetro d_{iM} es la distancia entre el pozo i (el pozo aguas arriba de una tubería) y M , que es el punto de descarga. Por otro lado, d_{oM} es la distancia entre la descarga y el pozo que se encuentra más alejado de esta.

Por lo tanto, la fracción $\frac{d_{iM}}{d_{oM}}$ representa qué tan lejos está una tubería de la descarga teniendo en cuenta lo más lejos que se podría estar en la red. El peso w se calcula como el complemento de esta fracción, es decir, el peso será mayor en las tuberías que están cerca a la descarga y menor en las tuberías que se encuentran distantes de este punto. Teniendo en cuenta esto, la confiabilidad de una tubería se calcula como:

$$R_{ij} = 1 - \frac{w_{ij} * Q_{ij}}{Q_{out}}$$

Ecuación 6. Confiabilidad de una tubería con el índice de Distancia

Según esta ecuación, la confiabilidad será mayor en las tuberías que están lejos de la descarga y será menor en las tuberías que están cercanas a este punto. Finalmente, la confiabilidad de la red se calcula como el promedio de la confiabilidad en las tuberías:

$$R = 1 - \frac{\sum_{(i,j) \in A} w_{ij} * Q_{ij}}{n * Q_{out}}$$

Ecuación 7. Confiabilidad de la red con el índice de Distancia

4.1.3.2 Índice basado en la diferencia de altura entre pozos

El índice basado en la diferencia de altura entre pozos se calcula de la misma manera que el índice de Distancia, solo que en este índice se utiliza la diferencia de elevación entre pozos en vez de la diferencia en las coordenadas x y y . Por lo tanto, el peso w se calcula como:

$$w_{ij} = 1 - \frac{|Posz_M - Posz_i|}{Posz_M - Posz_0}$$

Ecuación 8. Peso asignado a cada tubería en el índice de Altura



Donde $Posz_M$ es la elevación del pozo de descarga, $Posz_0$ es la elevación del pozo más lejano a la descarga con respecto a la altura, y $Posz_i$ es la elevación del pozo aguas arriba de la tubería en cuestión.

Al igual que el índice de Distancia, el índice de Altura se basa en el hecho de que se espera que las tuberías más alejadas de la descarga tengan un menor impacto en la red en caso de ser obstruidas, por lo tanto, estas tienen un peso w menor.

Por último, la confiabilidad se calcula de la misma manera que el índice anterior, lo único que cambia es la manera como se calcula w .

$$R_{ij} = 1 - \frac{w_{ij} * Q_{ij}}{Q_{out}}$$

Ecuación 9. Confiabilidad de una tubería con el índice de Altura

$$R = 1 - \frac{\sum_{(i,j) \in A} w_{ij} * Q_{ij}}{n * Q_{out}}$$

Ecuación 10. Confiabilidad de la red con el índice de Altura

4.1.3.3 Índice basado en la diferencia entre distancia y altura entre pozos

Este índice se calcula de la misma manera que el índice de Distancia y el de Altura, solo que en este se integran las coordenadas x , y y z en un solo índice. Por lo tanto, el peso w se calcula de la siguiente forma:

$$w_{ij} = 1 - \frac{d_{iM}}{d_{0M}}$$

Ecuación 11. Peso asignado a cada tubería en el índice de Distancia y altura

Donde:

$$d_{ij} = \frac{|Posx_i - Posx_j|}{|Posx_0 - Posx_M|} + \frac{|Posy_i - Posy_j|}{|Posy_0 - Posy_M|} + \frac{|Posz_i - Posz_j|}{|Posz_0 - Posz_M|}$$

Ecuación 12. Distancia entre pozos en el índice de Distancia y altura

Y la confiabilidad en una tubería y en toda la red se calcula igual que en los dos anteriores índices:



$$R_{ij} = 1 - \frac{w_{ij} * Q_{ij}}{Q_{out}}$$

Ecuación 13. Confiabilidad de una tubería con el índice de Distancia y altura

$$R = 1 - \frac{\sum_{(i,j) \in A} w_{ij} * Q_{ij}}{n * Q_{out}}$$

Ecuación 14. Confiabilidad de la red con el índice de Distancia y altura

4.1.3.4 Índice basado en el número de tuberías de tipo inicio

Con este índice se busca maximizar el número de tuberías de tipo inicio, y de esta manera, que la red sea lo más ramificada posible. Lo anterior, debido a que si una tubería de inicio se obstruye, no afecta ninguna tubería aguas arriba, y si una tubería de tipo continua se obstruye, se espera que esta no transporte un caudal muy grande porque debe tener varias tuberías de inicio cerca. Este índice se calcula de la siguiente manera:

$$R = \frac{\sum_{(i,j) \in A} x_{ijInicio}}{n}$$

Ecuación 15. Confiabilidad de la red con índice de Inicios

En donde la variable binaria $x_{ijInicio}$ indica si la tubería del pozo i al j existe y si es de tipo Inicio, y la n representa el número total de tuberías en la red.

4.2 Función de costo

En primer lugar, es importante mencionar que las fronteras de Pareto que serán analizadas en este trabajo están compuestas por soluciones del modelo de selección de trazado. Dado que este modelo se realiza antes del diseño hidráulico, al construir las fronteras de Pareto no se tiene conocimiento de los diámetros y de las profundidades de excavación de las tuberías, por lo tanto, no se puede calcular el costo real de la red. Debido a lo anterior, Aguilar en el 2016 desarrolló una metodología para calcular una aproximación de estos costos desde el modelo de selección de trazado.

Esta metodología consiste en implementar una ecuación de costo que se utiliza en el modelo de diseño hidráulico en el de selección de trazado. Para realizar esto, es necesario transformar la ecuación para que solo dependa de las variables del trazado, que son: el caudal en cada tramo, el sentido del flujo y el tipo de tuberías.



Por medio de ecuaciones como la de Darcy-Weisbach o la de Manning, se puede realizar dicha transformación, ya que se obtiene una relación entre el caudal y el diámetro. Esta relación es no lineal, lo cual no permite aplicar optimización lineal. Para solucionar esto, se dividió la función de costos en varios segmentos como se muestra en la Figura 5. Entre más segmentos se utilicen para linealizar la función, más precisa será la aproximación, pero también se requerirá mayor tiempo computacional.

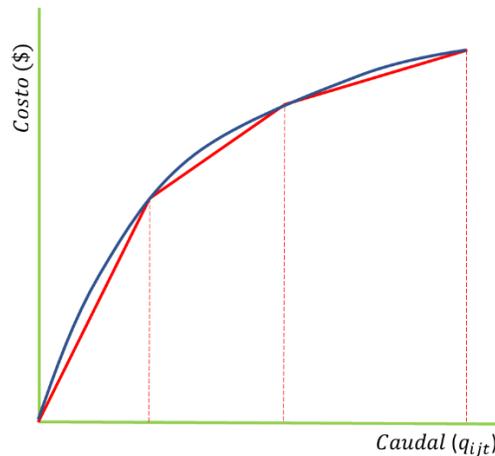


Figura 5. Linealización de función de costo en modelo de selección de trazado.

Tomado de: “Modelo de Optimización Multiobjetivo para el Diseño de Redes de Drenaje Urbano”, por A. Aguilar, 2019.

La ecuación de diseño hidráulico que se utilizará en el desarrollo de este trabajo es la ecuación de Maurer, la cual se encuentra a continuación:

$$C_{ij} = (m_{\alpha}d_{ij} + n_{\alpha})h_{ij} + m_{\beta}d_{ij} + n_{\beta}$$

Ecuación 16. Ecuación de costos de Maurer

En esta ecuación, m_{α} , n_{α} , m_{β} y n_{β} son constantes de regresiones, d_{ij} es el diámetro que queda en términos del caudal con la transformación mencionada anteriormente, y por último, h_{ij} es la profundidad de excavación. Esta última también es una variable que se desconoce en el modelo de selección de trazado, por lo tanto, Aguilar propone iterar entre el modelo de selección de trazado y el de diseño hidráulico con el fin de ir actualizando esta variable y poder acercarse más a los costos reales con la aproximación.

4.3 Implementación de optimización multiobjetivo

Como se ha mencionado anteriormente, las funciones objetivo que se buscan optimizar en este trabajo son: minimizar costos y maximizar la confiabilidad de la red. En la optimización



multiobjetivo no se obtiene una única solución óptima, sino que se obtienen un conjunto de soluciones que conforman la frontera de Pareto. Debido a que en el eje x se quiere maximizar y en el eje y minimizar, las fronteras de Pareto obtenidas en este trabajo deberán tener una forma similar a la siguiente:

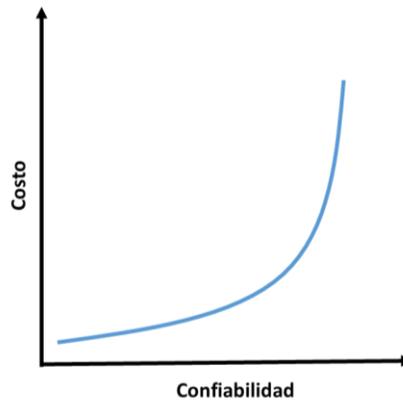


Figura 6. Frontera de Pareto esperada

Para construir estas fronteras de Pareto se utilizó el algoritmo NISE propuesto por Medrano y Church en el 2015. Este algoritmo consiste en construir una nueva función objetivo ponderando las dos funciones que se van a optimizar. Es decir, si minimizar costos es z_1 , maximizar la confiabilidad es z_2 y el ponderador utilizado es α , la nueva función objetivo sería:

$$z = \alpha * z_1 + (1 - \alpha) * z_2$$

Ecuación 17. Función objetivo en algoritmo NISE

El ponderador α debe ser un número entre 0 y 1 y debe cambiar de valor en cada iteración realizada para encontrar una nueva solución que haga parte de la frontera de Pareto. El algoritmo NISE comienza encontrando las soluciones óptimas si solo se tuviera un objetivo, es decir, si solo se estuviera minimizando costos y si solo se maximizara la confiabilidad, esto ocurre cuando el ponderador toma el valor de 0 y 1 (Medrano & Church, 2015).

Después, en cada iteración se calcula un nuevo α con la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{z_2(\sigma_i) - z_2(\sigma_j)}{(z_2(\sigma_i) - z_2(\sigma_j)) + (z_1(\sigma_j) - z_1(\sigma_i))}$$

Ecuación 18. Ponderador del algoritmo NISE

En la cual, σ_i y σ_j son soluciones obtenidas en iteraciones previas.



Este algoritmo no tienen un criterio de parada, por lo tanto, el algoritmo realizará iteraciones hasta encontrar todas las soluciones factibles que conforman la frontera de Pareto, lo cual puede requerir bastante tiempo computacional. Para mitigar esto, Aguilar propuso permitir un gap mayor al que se establece por default en el software que es 0.001% (Aguilar, 2019). El gap se define como la diferencia porcentual entre la solución más optimista y la mejor solución factible encontrada. De esta manera, se obtienen trazados muy cercanos al óptimo pero no necesariamente óptimos y se reduce el tiempo computacional requerido.

4.4 Evaluación de índices

Después de obtener las fronteras de Pareto con cada índice de confiabilidad, estas se deben comparar para identificar aquellas que sean dominantes. Sin embargo, debido a que cada índice se calcula de manera diferente, cada uno se expresa en un rango diferente. Por ejemplo, para una misma red, un índice podría estar entre el 50% y el 60% de confiabilidad y otro podría estar entre el 80% y el 90% de confiabilidad como se ilustra en la Figura 7. Esto no quiere decir que el segundo índice sea mejor, ya que cada índice se mueve en rangos diferentes. Por otro lado, es importante mencionar que el rango en los costos si debe ser el mismo, ya que la forma de medir los costos no cambia.

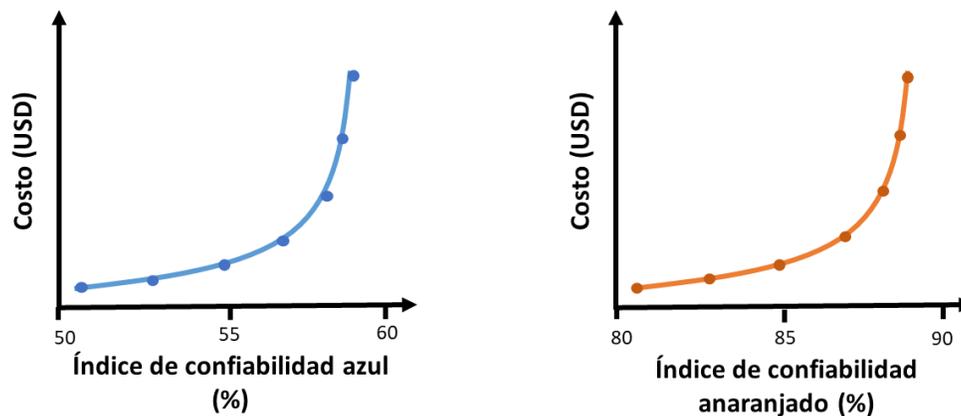


Figura 7. Índices de confiabilidad en diferentes rangos

Debido a lo anterior, no se pueden comparar los índices en métricas diferentes, es necesario transformarlos a una misma forma de medir la confiabilidad. En la sección 4.4.1 se describe como se realizó este procedimiento.

4.4.1 Transformación de índices

Al construir una frontera de Pareto con uno de los índices de confiabilidad, cada solución encontrada es una opción de trazado. Por lo tanto, se puede tomar las soluciones obtenidas



con un índice y calcularles la confiabilidad que tendrían con otro índice. De esta manera, las fronteras de Pareto estarían expresadas en una misma métrica. Esta transformación se ilustra en las siguientes dos figuras, en las cuales la frontera azul es transformada:

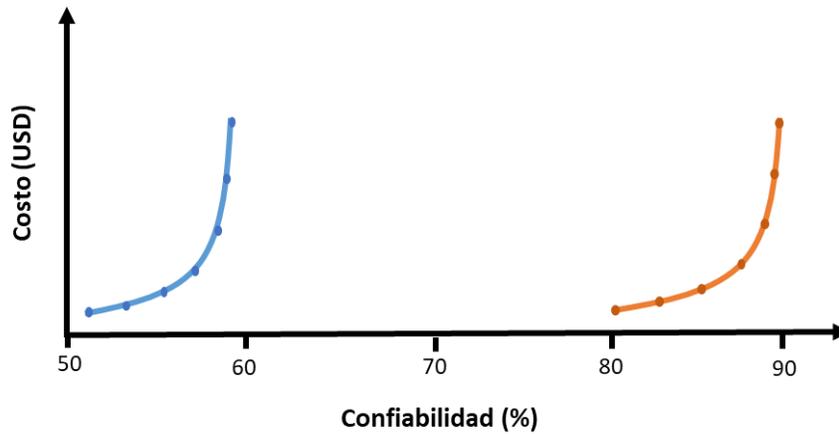


Figura 8. Índices de confiabilidad antes de la transformación

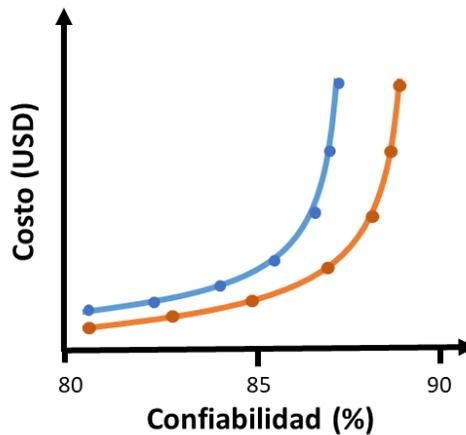


Figura 9. Índices de confiabilidad después de la transformación

No obstante, al realizar este procedimiento, se observó que siempre la frontera original era la dominante, y por lo tanto, la frontera trasformada siempre era dominada. Esto tiene sentido debido a que la frontera trasformada fue optimizada en otra métrica. Por esta razón, para realizar una comparación justa entre dos índices se deben evaluar dos escenarios y en cada escenario transformar un índice diferente.



Para ilustrar lo mencionado anteriormente, se presenta la siguiente imagen en la cual, en el escenario A se transformó la frontera azul y en el escenario B se transformó la frontera anaranjada:

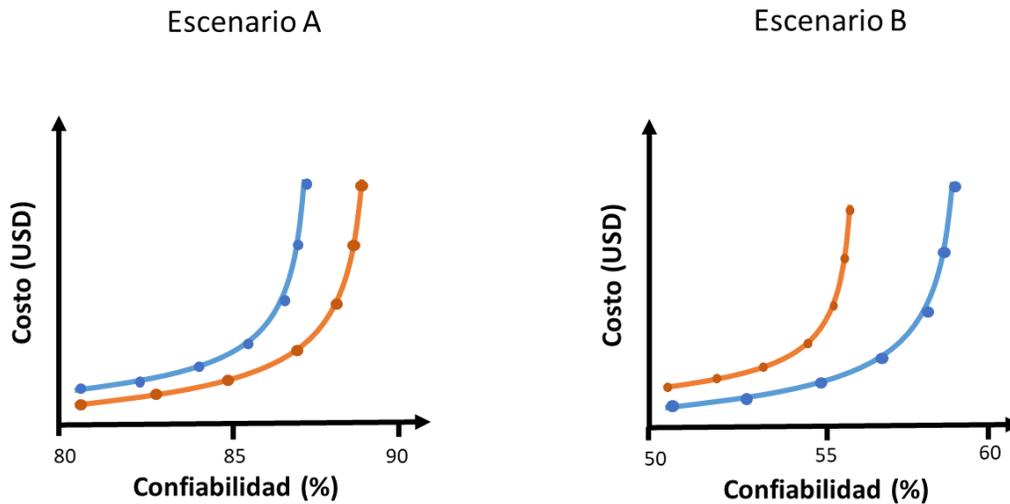


Figura 10. Escenarios a evaluar al comparar un par de índices

4.4.2 Criterios para evaluar índices

Para evaluar los índices de confiabilidad se utilizaron dos criterios. El primero es el número y distribución de las soluciones en la frontera de Pareto, ya que si las soluciones están agrupadas no habrá muchas alternativas para seleccionar la solución más adecuada.

En la siguiente figura se puede observar que la frontera de la izquierda tiene soluciones mejor distribuidas, por lo tanto, esta frontera es preferible a la de la derecha, donde las soluciones están agrupadas:

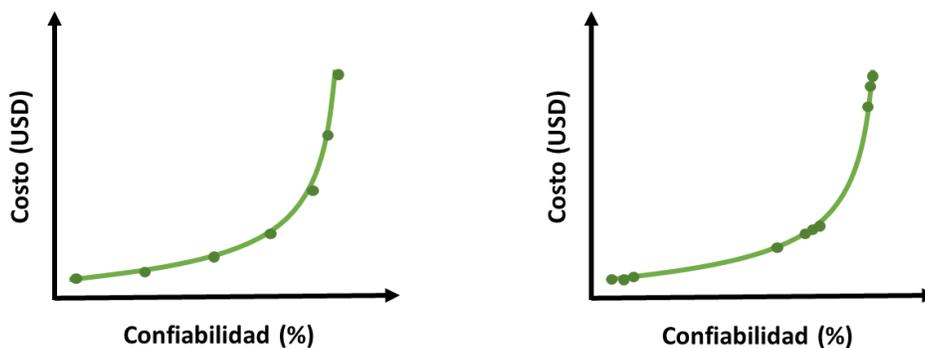


Figura 11. Distribución de soluciones en fronteras de Pareto



El segundo criterio para evaluar los índices de confiabilidad es el área que domina cada frontera, entre más área dominen mejor, ya que esto significa que se obtuvieron menores costos con mayores niveles de confiabilidad.

Para comparar dos fronteras obtenidas con índices diferentes, es necesario que ambas estén en la misma métrica. Sin embargo, la frontera que es transformada siempre dominará menor área, por lo tanto, se deben evaluar dos escenarios en los cuales se intercambie la frontera que es transformada, como se ilustró en la Figura 10.

Después, se debe calcular que porcentaje del área de la frontera dominante es capaz de dominar la frontera que fue transformada. Esto se debe realizar en ambos escenarios para comparar los porcentajes obtenidos. Finalmente, se concluye que la frontera transformada que logró cubrir mayor porcentaje de área es la dominante, y por lo tanto, el índice con que se obtuvo es preferible. A continuación se muestra un ejemplo de este procedimiento:

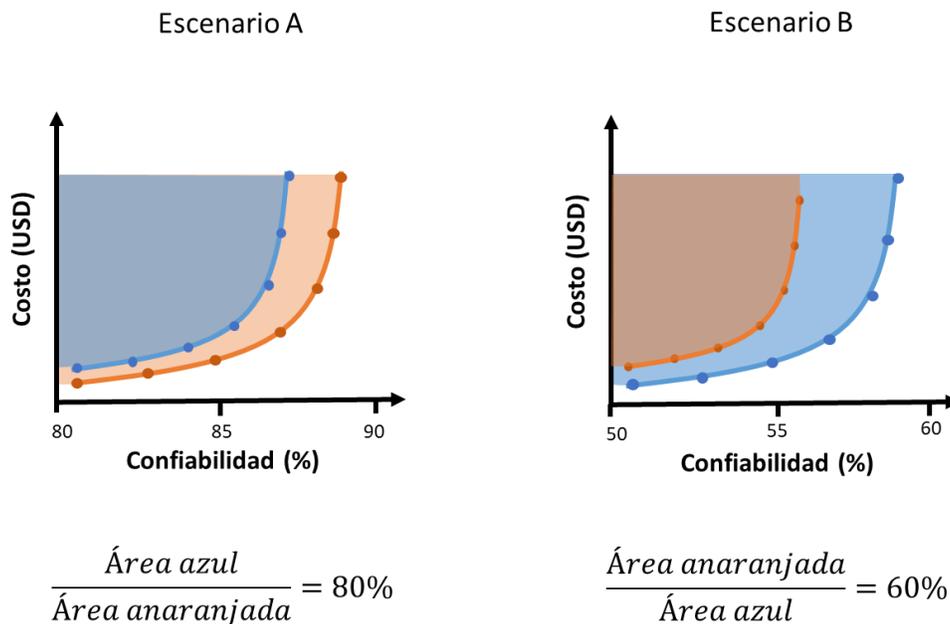


Figura 12. Ejemplo del cálculo de áreas dominadas

En el ejemplo anterior, dado que la frontera azul logró cubrir mayor porcentaje de área que la anaranjada, se concluye que la frontera azul es dominante y que el índice con el que se obtuvo esta frontera es preferible sobre el índice con el que se construyó la frontera anaranjada.

Para visualizar estos porcentajes de una mejor manera se propuso organizarlos en matrices por pares, en donde el índice de confiabilidad ubicado en la fila es el que fue optimizado y el



de la columna es el que fue transformado, a continuación se muestra como se ve esta matriz por pares y donde estarían ubicados los porcentajes del ejemplo:

		Índice transformado	
		Índice azul	Índice anaranjado
Índice optimizado	Índice azul		60%
	Índice anaranjado	80%	

Figura 13. Ejemplo de la matriz de porcentajes de área

Con el fin de observar con mayor facilidad el índice que es dominante entre cada par de índices, se realizó la matriz que se encuentra a continuación:

	Índice azul	Índice anaranjado
Índice azul		
Índice anaranjado	Índice azul	

Figura 14. Ejemplo de la matriz de índices dominantes

Finalmente, después de completar la matriz con los índices dominantes, se puede concluir en qué orden dominan los índices evaluados.



5 RESULTADOS

La metodología desarrollada fue aplicada a tres redes de drenaje urbano: Tumaco, Cedritos y Esmeralda. En esta sección se presentan los resultados obtenidos en cada una de estas.

En primer lugar, se presentan las fronteras de Pareto construidas con cada uno de los índices de confiabilidad. Después, se presentan algunas fronteras transformadas para hacer el análisis por pares. En esta sección no se muestran todas las gráficas con las combinaciones por pares debido a que son una gran cantidad. Sin embargo, al observar todas las combinaciones generadas se concluyó que estas se pueden clasificar en cuatro casos, de los cuales se mostrará un ejemplo en cada red. A continuación se explica el comportamiento de las fronteras en cada caso:

Caso 1:

El primer caso ocurre con los índices de Haghghi y Bakhshipour, Distancia, Altura y Distancia y altura. Al seleccionar dos de estos índices y compararlos con la metodología propuesta, se encontró que la frontera original y la frontera que fue transformada tenían un comportamiento similar, en general, ambas aumentan el costo a medida que va aumentando la confiabilidad. Por lo tanto, ambas se pueden seguir considerando fronteras de Pareto y se les puede calcular el área que domina cada una.

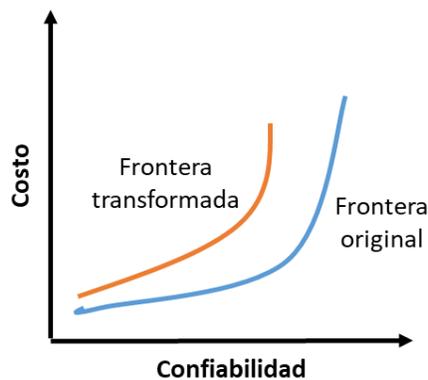


Figura 15. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 1

Caso 2:

El segundo caso ocurre al comparar el índice de Aguilar con cualquiera de los índices mencionados en el caso 1. Al aplicar la metodología, la frontera que es transformada no sigue



el comportamiento de una frontera de Pareto, por lo tanto, no es posible comparar estos índices calculando el área que domina cada frontera.

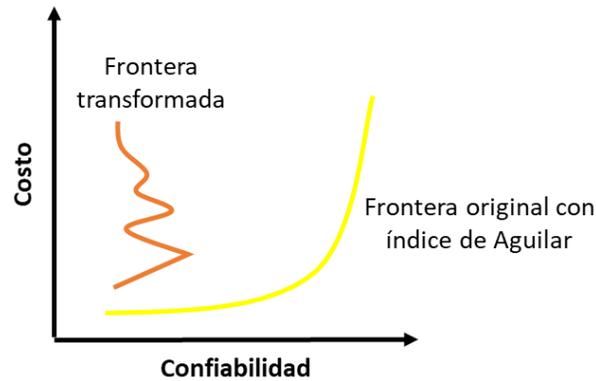


Figura 16. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 2

Caso 3:

El caso 3 es el comportamiento encontrado al comparar el índice de Aguilar y el de Inicios. A diferencia del caso 2, al aplicar la metodología a este par de índices se encontró que ambos tienen un comportamiento parecido y por lo tanto, se pueden comparar calculando el área que domina cada frontera.

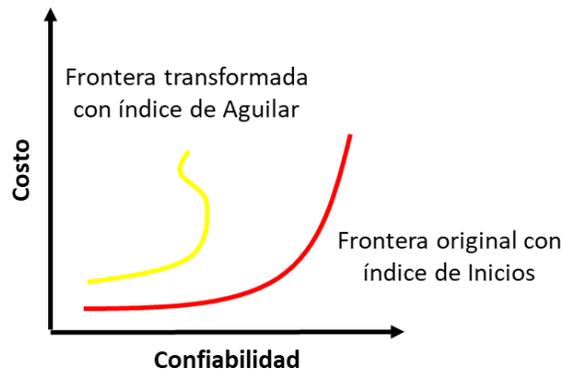


Figura 17. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 3

Caso 4:

El caso 4 es similar al caso 2, ya que en este, al aplicar la metodología a una combinación entre el índice de Inicios y alguno de los índices que conforman el caso 1, no se obtuvieron



fronteras de Pareto y por lo tanto, no fue posible analizar estas combinaciones de índices por medio del análisis de área dominada.

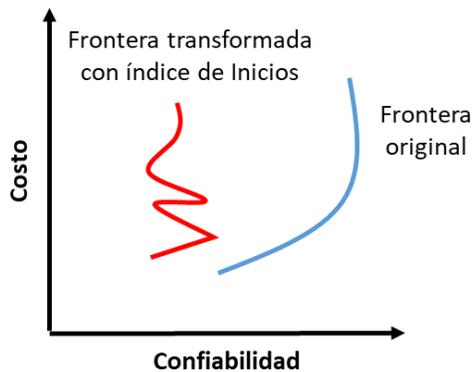


Figura 18. Ejemplo del comportamiento de las fronteras de Pareto en el caso 4

En cada red se presentará un ejemplo de los casos mencionados con un par de índices. Las demás gráficas se pueden observar en la sección de Anexos.

Por otro lado, de los anteriores casos se puede concluir que existen dos grupos de índices que se pueden comparar entre sí pero no se pueden comparar con los del otro grupo porque tienen comportamientos distintos. Estos grupos son:

- Grupo 1: Haghghi y Bakhshipour (H&B), Distancia, Altura, Distancia y altura
- Grupo 2: Aguilar, Inicios

Por lo anterior, se decidió realizar el análisis por pares con cada grupo por separado.

Por último, es importante mencionar que antes de aplicar la metodología NISE, se iteró varias veces entre el modelo de selección de trazado y el de diseño hidráulico con el fin de seleccionar el trazado con el que se obtuvo menor costo en las iteraciones, ya que a partir de este, se construyeron las fronteras de Pareto. Para el diseño hidráulico se tuvieron en cuenta las siguientes restricciones tomadas del RAS 2000:

- n Manning: 0.009 (PVC)
- Profundidad mínima de excavación: 1.2 m
- Profundidad máxima de excavación: 5 m para Tumaco y Cedritos y 10 m para Esmeralda.
- Relación de llenado máxima: 85%
- Velocidad mínima: 0.45 m/s
- Velocidad máxima: 5 m/s



- Diámetros comerciales (m)³:
 0.227,0.284,0.327,0.362,0.407,0.452,0.595,0.670,0.747,0.824,0.9,0.9776,1.054,1.127,1.203

5.1 Red de Tumaco

La red de Tumaco es una red Sanitaria con 67 pozos y 83 tramos. Está ubicada en municipio de Tumaco, como su nombre lo indica, en el departamento de Nariño. A continuación, se presenta una imagen de la estructura de esta, en la cual los arcos representan los tramos de la red y en negro se encuentra el punto de descarga:

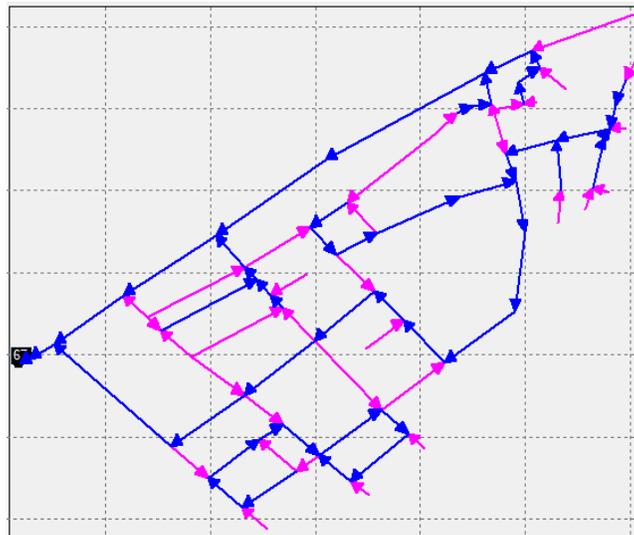
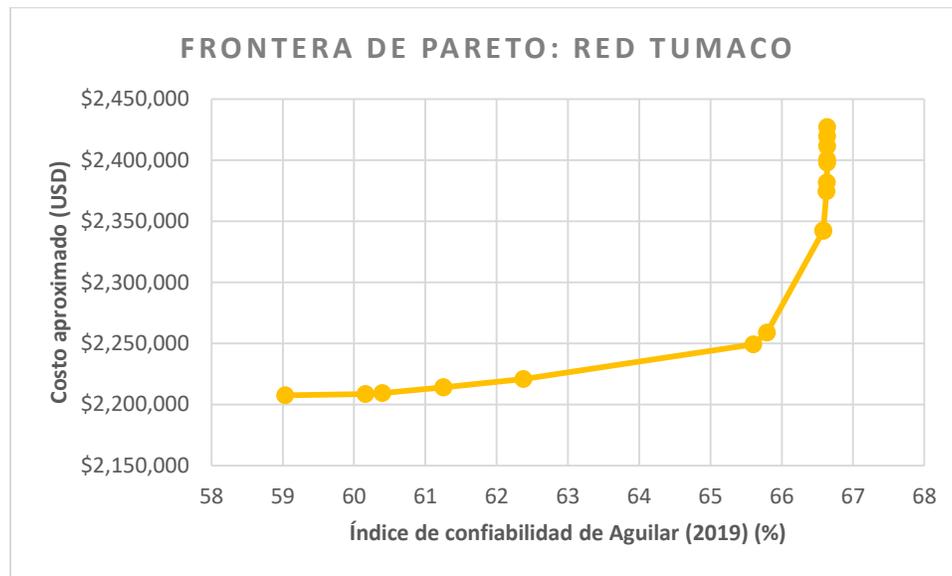


Figura 19. Red de drenaje urbano Tumaco

5.1.1 Fronteras de Pareto

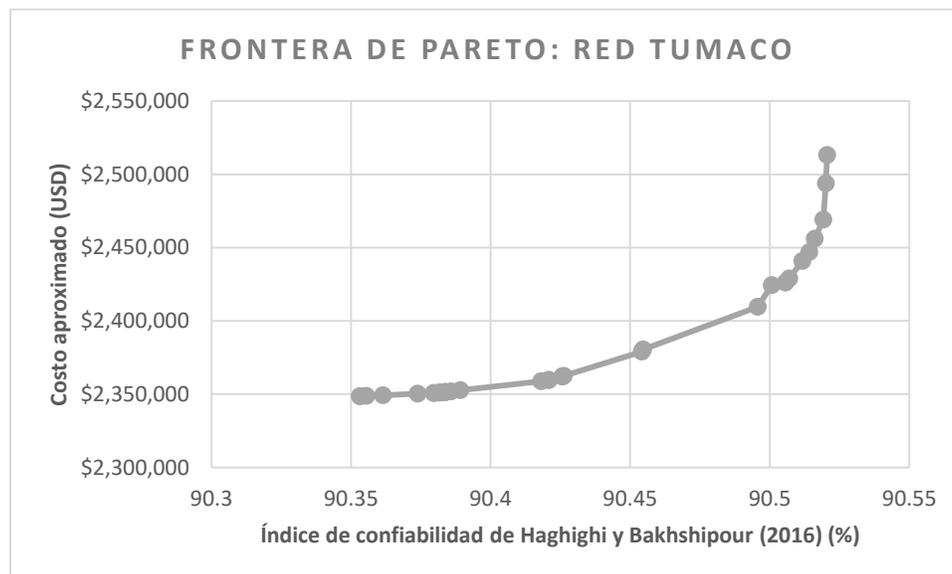
Para la construcción de fronteras se utilizó el algoritmo NISE con un gap del 0.01% y un número de segmentos para linealizar la función de costos igual a 10. A continuación, se presentan las seis fronteras obtenidas con los índices de confiabilidad para la red de Tumaco.

³ Diámetros tomados del Manual técnico Tubosistemas para alcantarillado NOVAFORT NOVALOC. PAVCO, 2020.



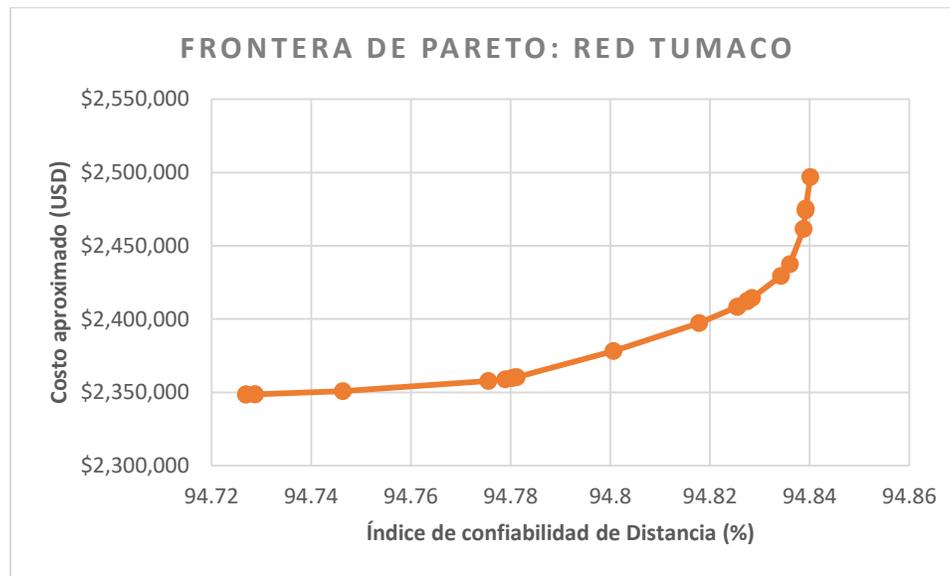
Gráfica 1. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Tumaco

Con el índice propuesto por Aguilar se obtuvieron 17 soluciones, de las cuales 7 se encuentran agrupadas en la parte superior de la frontera, es decir, en la zona con mayores costos.



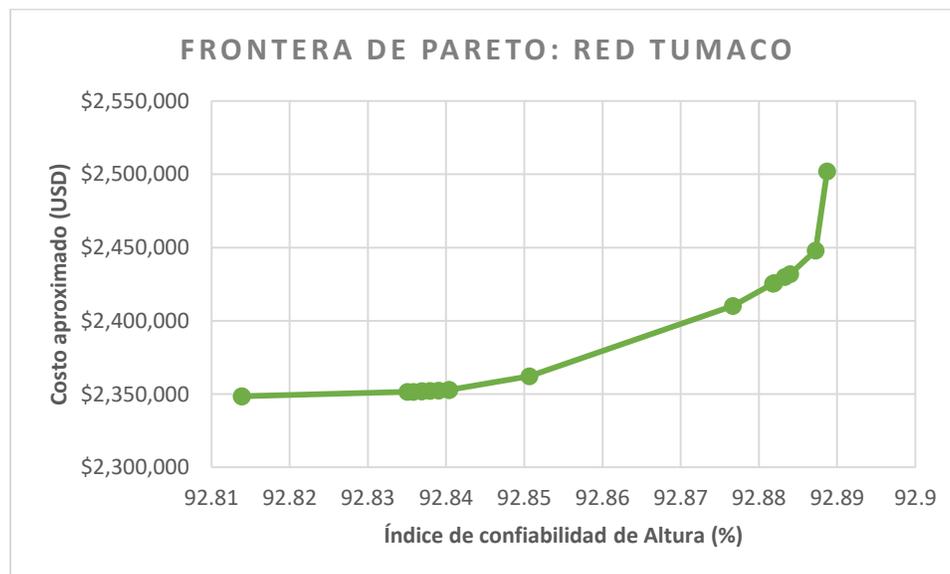
Gráfica 2. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghghi y Bakhshipour (2016) en red Tumaco

La frontera de Pareto obtenida con el índice de Haghghi y Bakhshipour está compuesta de 33 soluciones, de estas, varias están agrupadas en la parte baja y en la parte alta de la frontera.



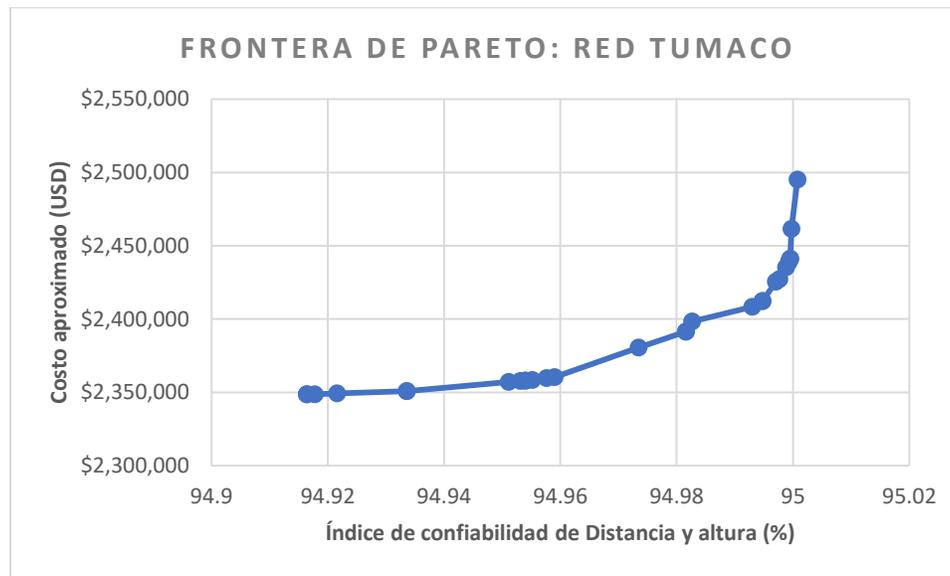
Gráfica 3. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Tumaco

Con el índice basado en la distancia entre pozos se obtuvieron 23 soluciones, que en gran parte se encuentran en la parte alta de la frontera donde están los costos más altos.



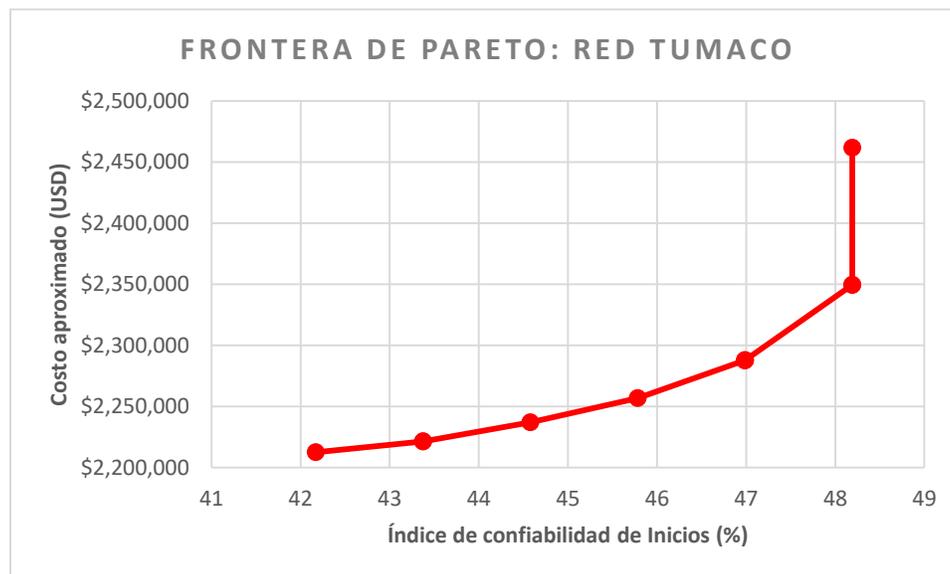
Gráfica 4. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Tumaco

En la frontera de Pareto construida con el índice basado en la diferencia de altura entre pozos se obtuvieron 18 soluciones, de las cuales 8 están agrupadas en la parte baja de la frontera.



Gráfica 5. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Tumaco

Con el índice de Distancia y altura se obtuvieron 28 soluciones que en general están distribuidas a lo largo de la frontera de Pareto, a excepción de un conjunto de soluciones agrupado entre una confiabilidad del 94.95% y 94.96%.



Gráfica 6. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Tumaco

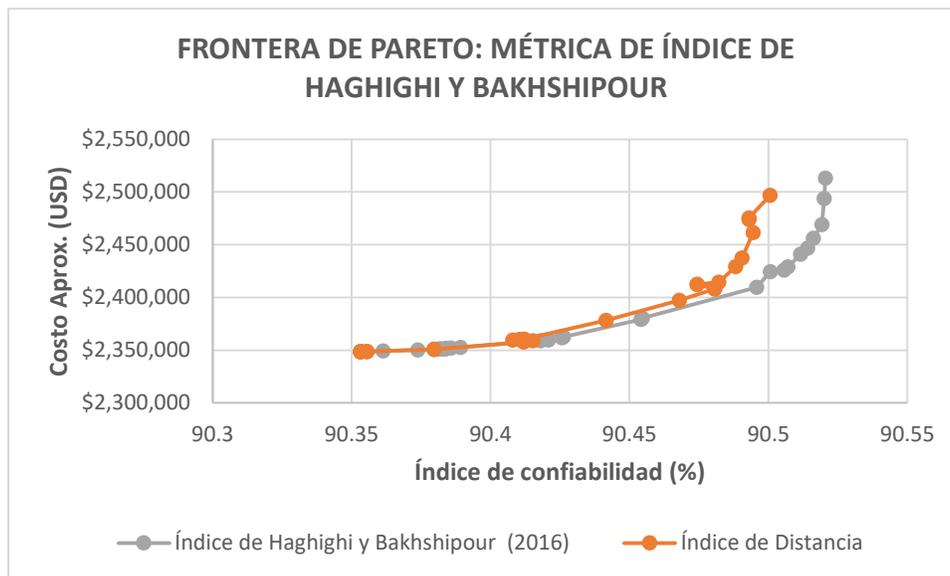


Al construir la frontera con el índice de Inicios se encontraron 7 soluciones, que a excepción de la última, todas están perfectamente distribuidas a lo largo de la frontera, ya que cada solución es 1.2048% mayor que la anterior en cuanto a la confiabilidad.

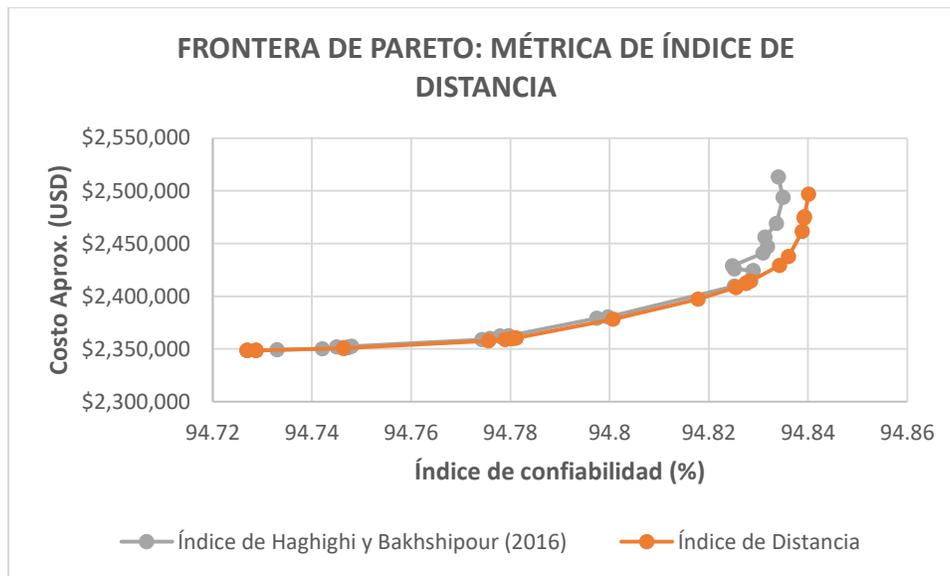
5.1.2 Análisis por pares

Caso 1:

A continuación se presenta como ejemplo las gráficas obtenidas con el par de índices *Haghighi y Bakhshipour – Distancia*, en las cuales se puede observar que en ambos casos la frontera transformada tiene un comportamiento similar a la frontera original.



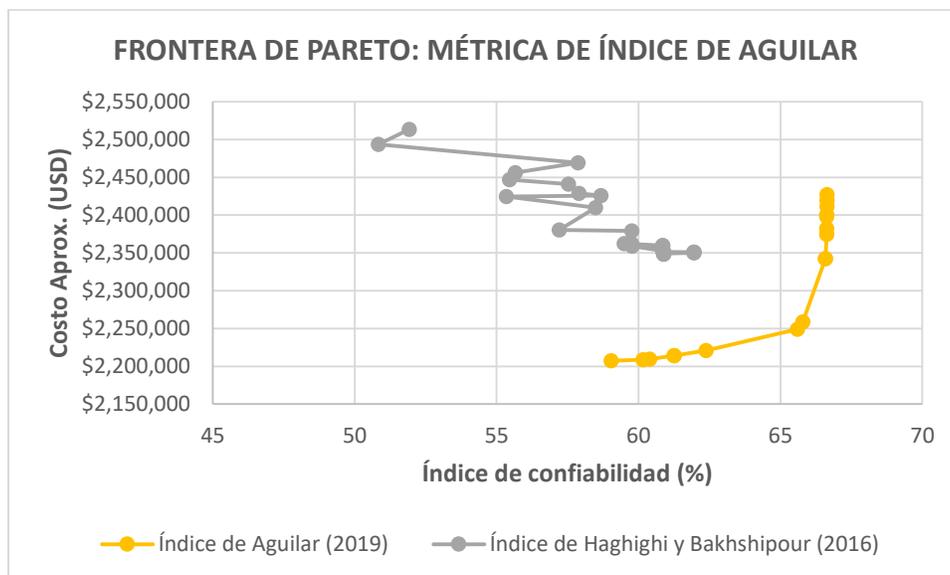
Gráfica 7. Par de índices *Haghighi y Bakhshipour - Distancia* en la métrica del índice de *Haghighi y Bakhshipour* en Tumaco



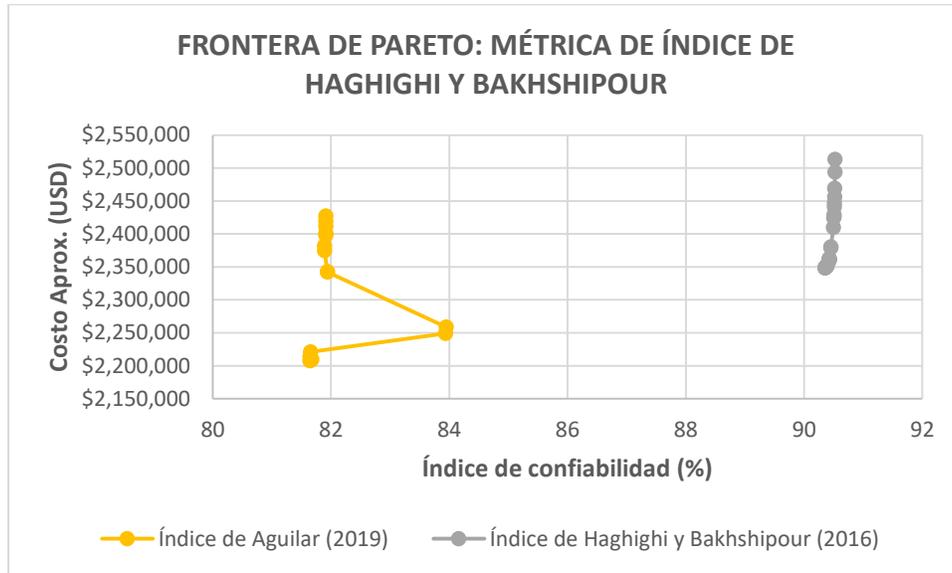
Gráfica 8. Par de índices *Haghghi y Bakhshipour* - *Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Tumaco

Caso 2:

Como ejemplo de este caso se presentan las gráficas del par de índices *Aguilar – Haghghi y Bakhshipour*, en estas se puede observar que el índice transformado no tiene un comportamiento parecido a la frontera original en ninguno de los dos escenarios.



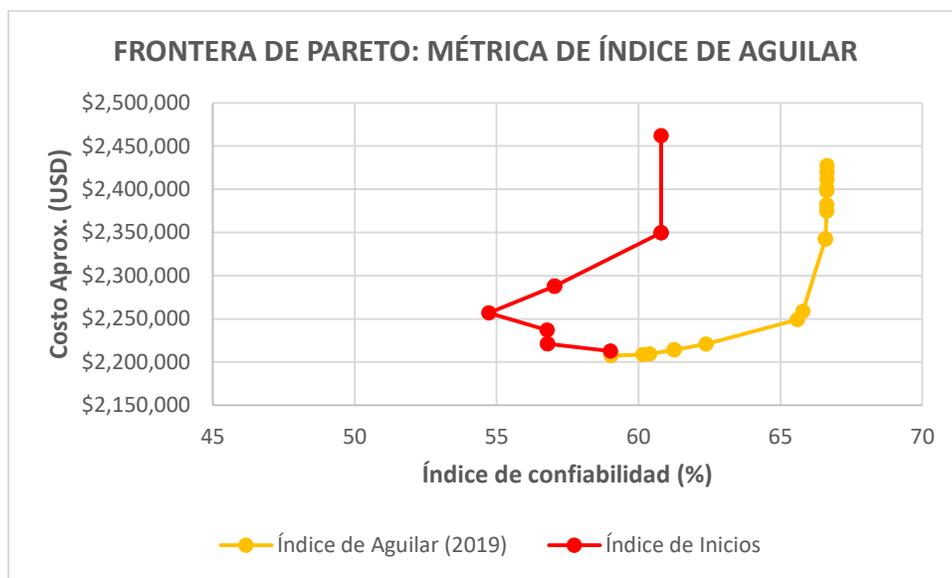
Gráfica 9. Par de índices *Aguilar - Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco



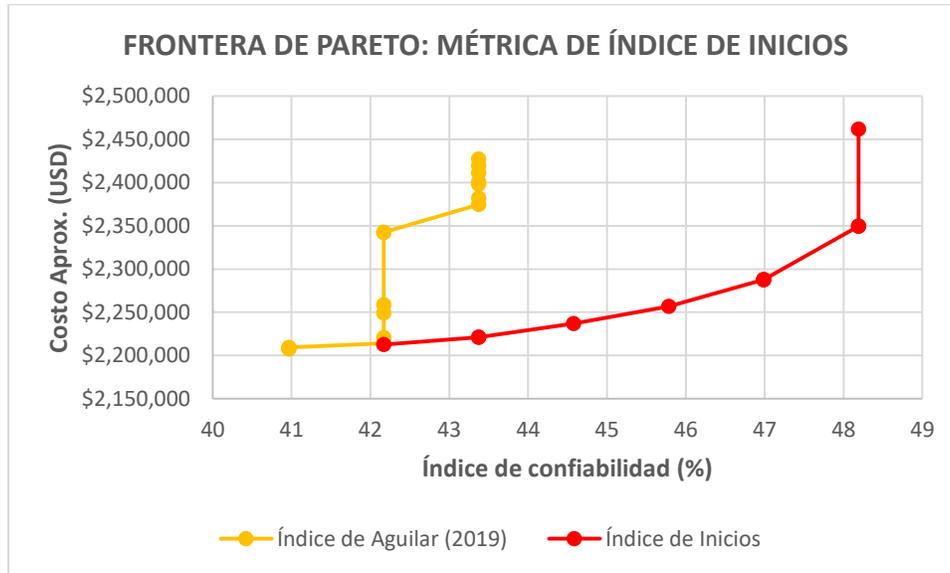
Gráfica 10. Par de índices Aguilar - Haghghi y Bakhshipour en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Tumaco

Caso 3:

El caso 3 es el comportamiento encontrado al comparar el índice de Aguilar y el de Inicios, los cuales si se parecen al ser transformados, esto se presenta en las siguientes gráficas:



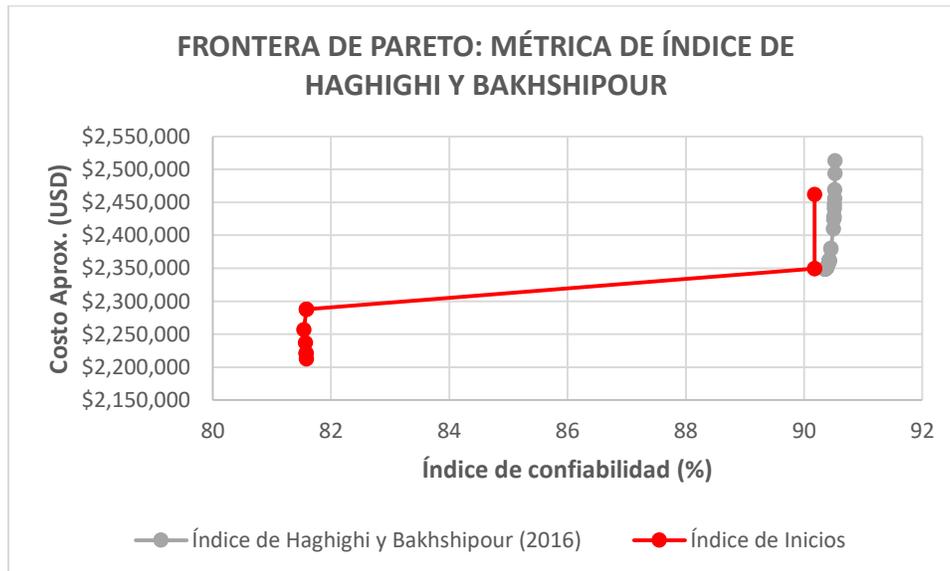
Gráfica 11. Par de índices Aguilar – Inicios en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco



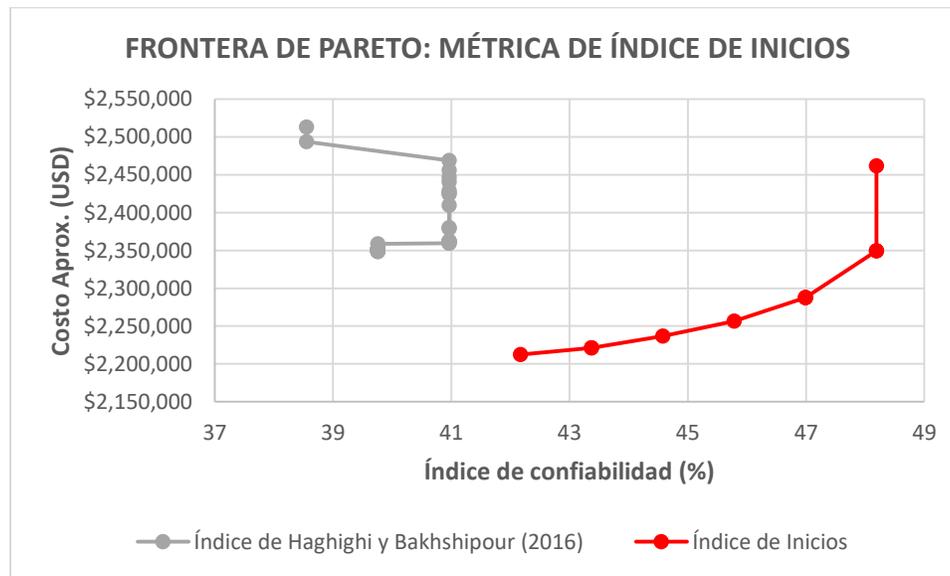
Gráfica 12. Par de índices *Aguilar - Inicios* en la métrica del índice de Inicios en Tumaco

Caso 4:

A continuación se muestra como ejemplo de este caso el par de índices *Inicios – Haghighi y Bakhshipour*:



Gráfica 13. Par de índices *Inicios – Haghighi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Tumaco



Gráfica 14. Par de índices *Inicios* – *Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de *Inicios* en Tumaco

Matriz por pares

Al realizar el análisis de área en el grupo 1 se obtuvo la matriz que se encuentra a continuación:

Tabla 1. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Tumaco

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B		88.45%	91.13%	83.47%
Distancia	95.44%		78.95%	98.13%
Altura	88.49%	73.35%		71.83%
Distancia y altura	94.40%	100.93%	82.92%	

Con el fin de observar con mayor facilidad los índices dominantes, se realizó la siguiente tabla, en la cual se muestra el índice dominante entre el índice ubicado en la fila y el ubicado en la columna. Además, se observó que la diferencia entre algunos índices era poco significativa, por esta razón, los índices que tienen una diferencia del porcentaje de área menor al 5% se muestran en amarillo:



Tabla 2. Matriz de índices dominantes en el grupo 1 de Tumaco

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B				
Distancia	H&B			
Altura	Altura	Altura		
Distancia y altura	H&B	Distancia	Altura	

De la anterior tabla se puede obtener el siguiente orden de índices de confiabilidad, en donde 1 es el más dominante y 4 el menos dominante:

1. Altura
2. Haghghi y Bakhshipour
3. Distancia
4. Distancia y altura

Por otro lado, al comparar el índice de Aguilar y el de Inicios se obtuvo la siguiente matriz de porcentaje de áreas:

Tabla 3. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Tumaco

	Aguilar	Inicios
Aguilar		17.58%
Inicios	32.75%	

Dado que al transformar el índice de Aguilar en el de Inicios este cubrió mayor porcentaje de área que en el caso contrario, se puede concluir el siguiente orden de dominancia de los índices es:

1. Aguilar
2. Inicios

5.2 Red de Cedritos

La red de Cedritos es una red sanitaria ubicada en el norte de Bogotá que tiene 147 pozos y 171 tramos. A continuación se presenta una imagen de la estructura de esta:

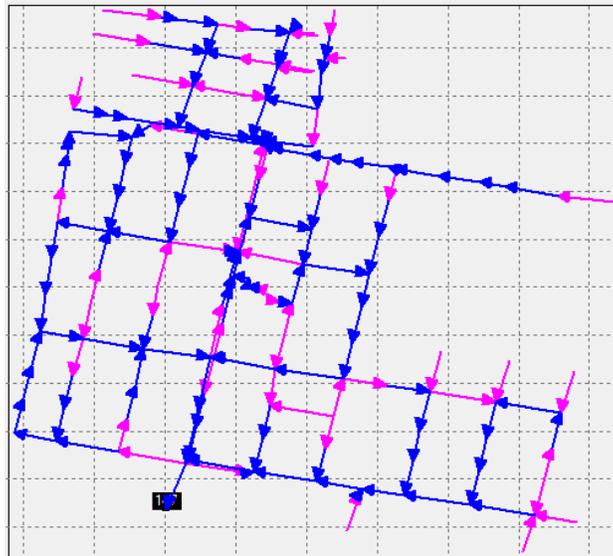
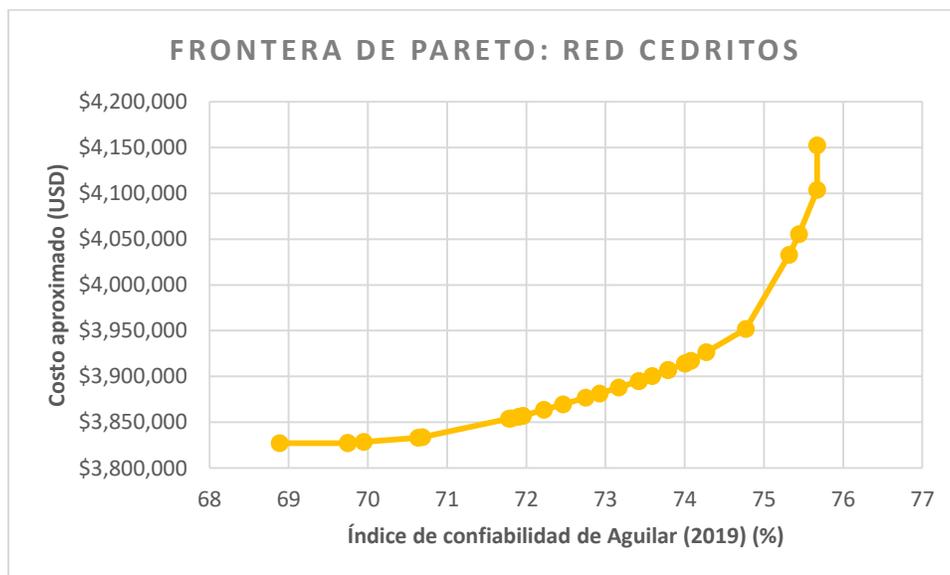


Figura 20. Red de drenaje urbano Cedritos

5.2.1 Fronteras de Pareto

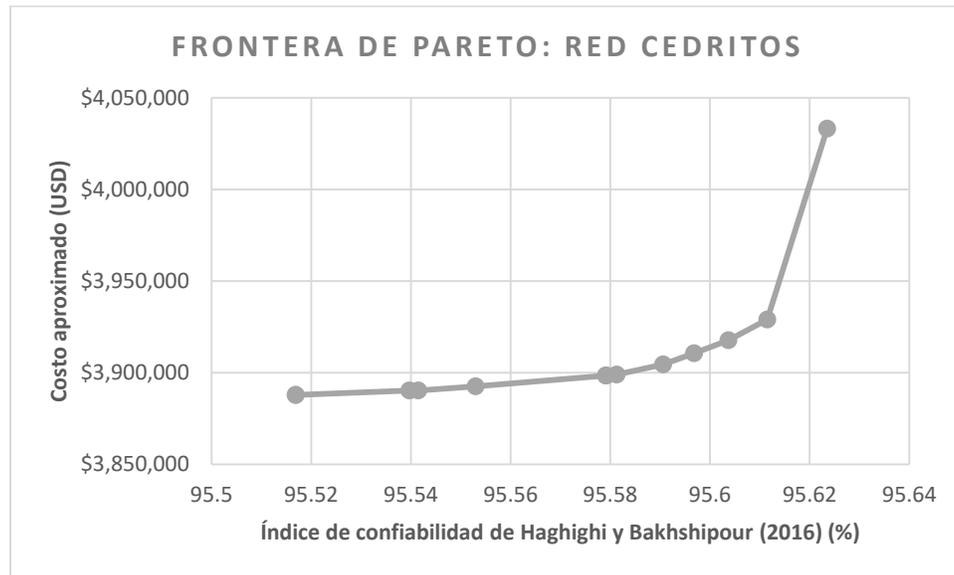
Para obtener las fronteras de Pareto se utilizó la metodología NISE con un gap de 1% y un número de segmentos para linealizar la función de costos igual a 7. A continuación, se presentan las fronteras de Pareto obtenidas con cada índice de confiabilidad:



Gráfica 15. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Cedritos

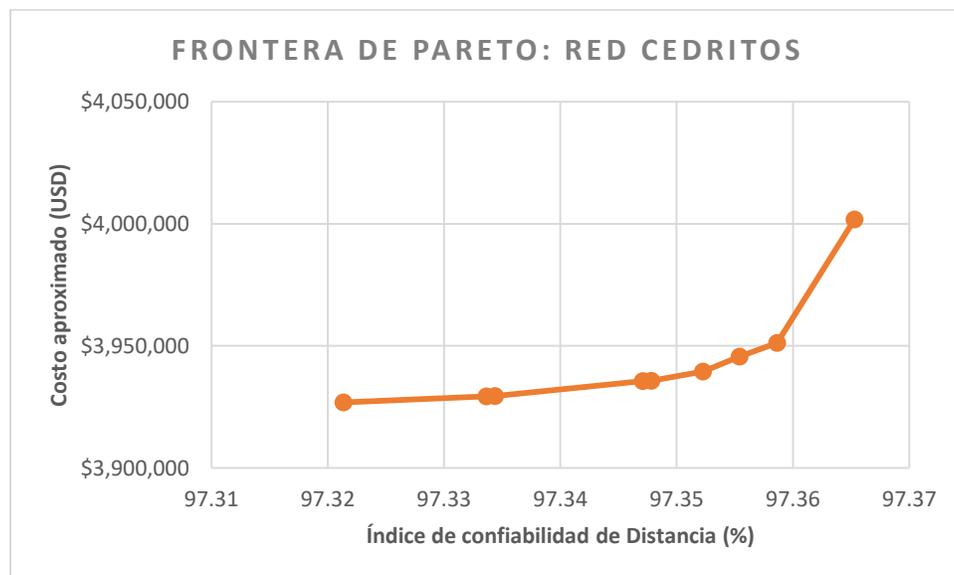


Con el índice de Aguilar se obtuvieron 29 soluciones, de las cuales la mayoría se encuentran en la mitad de la frontera.



Gráfica 16. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghghi y Bakhshipour (2016) en red Cedritos

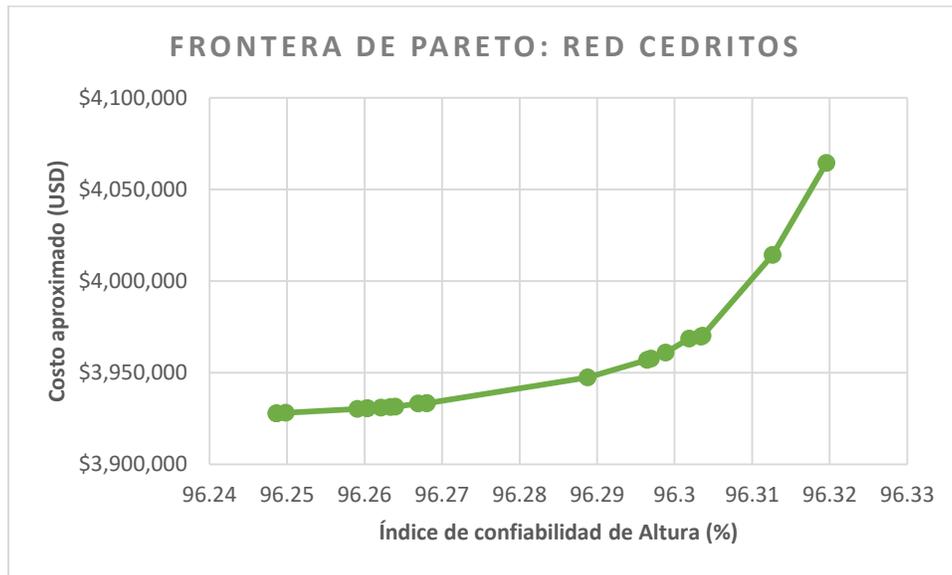
En la frontera de Pareto obtenida con el índice de Haghghi y Bakhshipour se encuentran 13 soluciones que están distribuidas a lo largo de toda la frontera.



Gráfica 17. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Cedritos

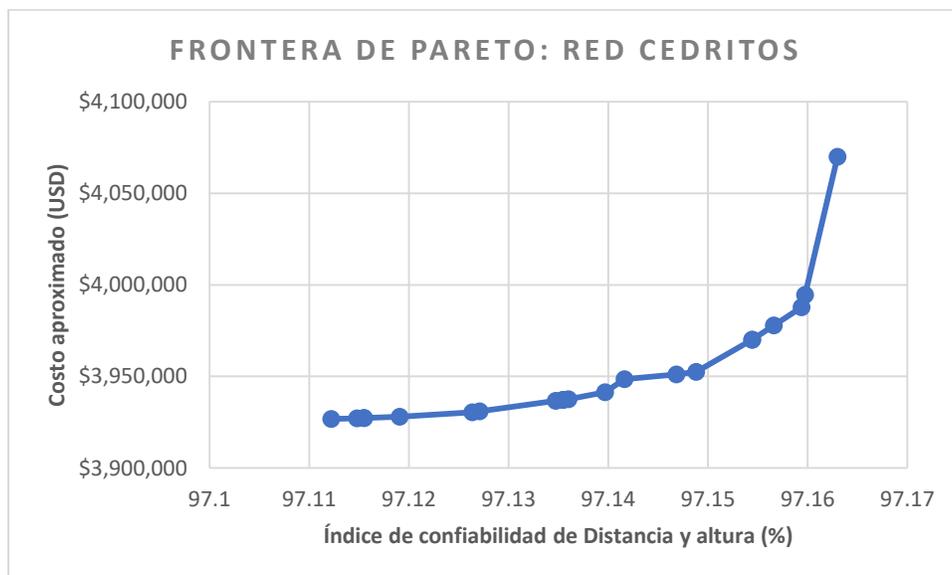


La frontera de Pareto obtenida con el índice de Distancia está conformada con 9 soluciones distribuidas a lo largo de esta.



Gráfica 18. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Cedritos

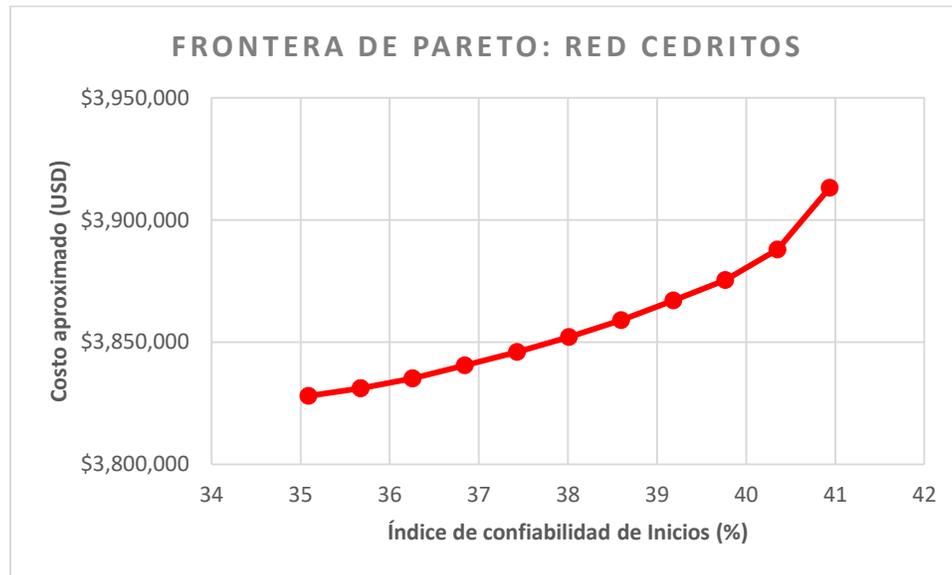
Con el índice de Altura se obtuvieron 21 soluciones y como se puede observar en la gráfica, algunas de estas se encuentran agrupadas en dos conjuntos de soluciones.



Gráfica 19. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Cedritos



La frontera de Pareto construida con el índice de Distancia y altura está conformada por 21 soluciones, que en general, se encuentran distribuidas por toda la frontera.



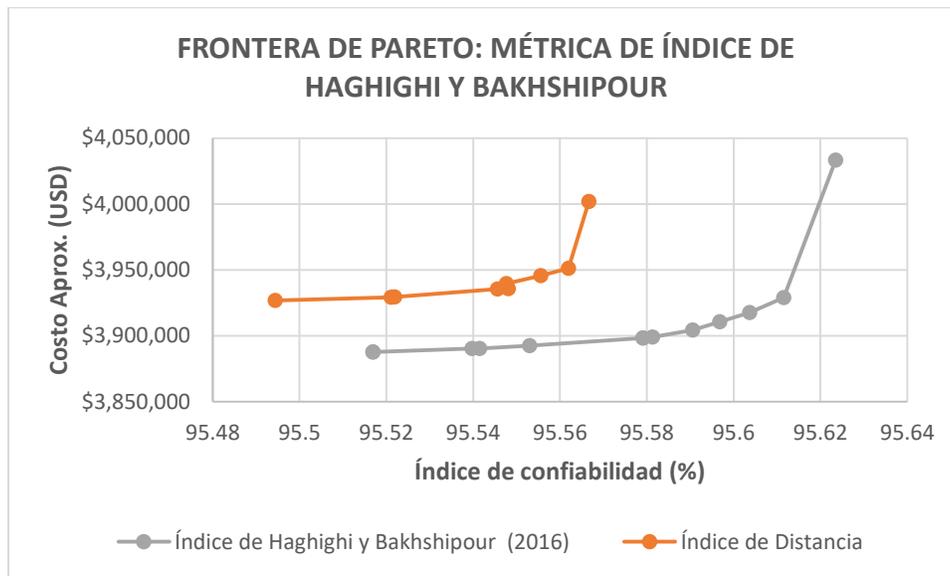
Gráfica 20. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Cedritos

En la frontera de Pareto con el índice Inicios se obtuvieron 11 soluciones cada una con una confiabilidad 0.6858% mejor que la anterior.

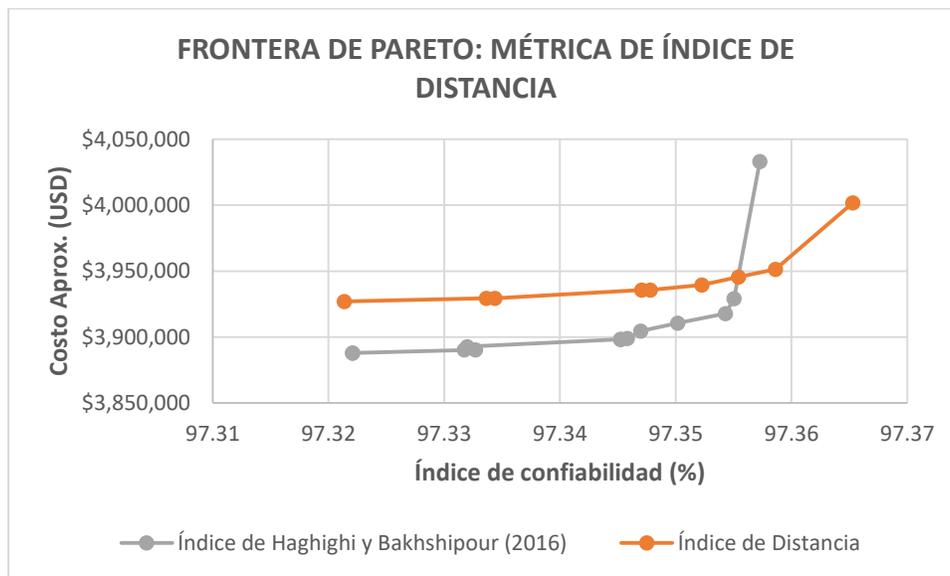
5.2.2 Análisis por pares

Caso 1:

En las siguientes graficas se muestra como ejemplo del comportamiento de este caso el par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour – Distancia*.



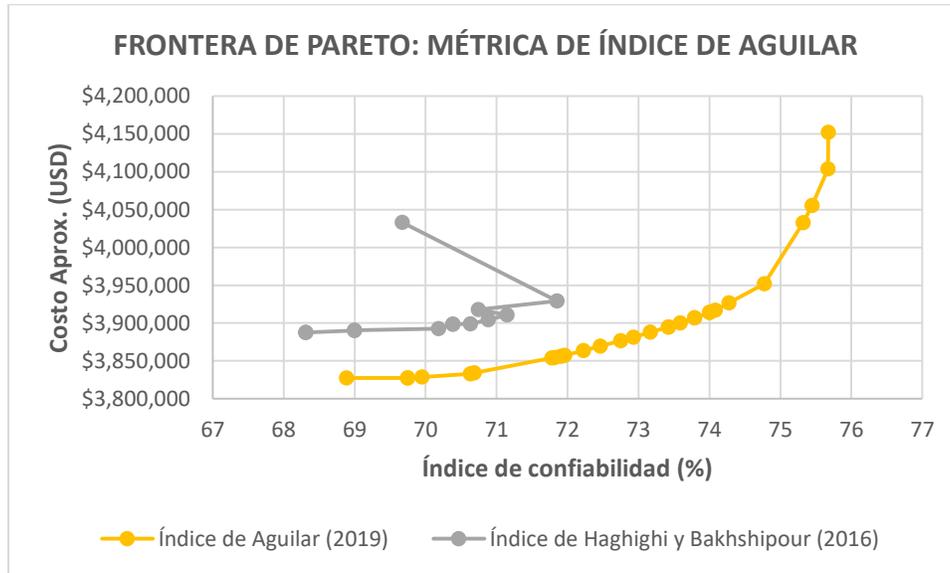
Gráfica 21. Par de índices *Haghghi y Bakhshipour - Distancia* en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Cedritos



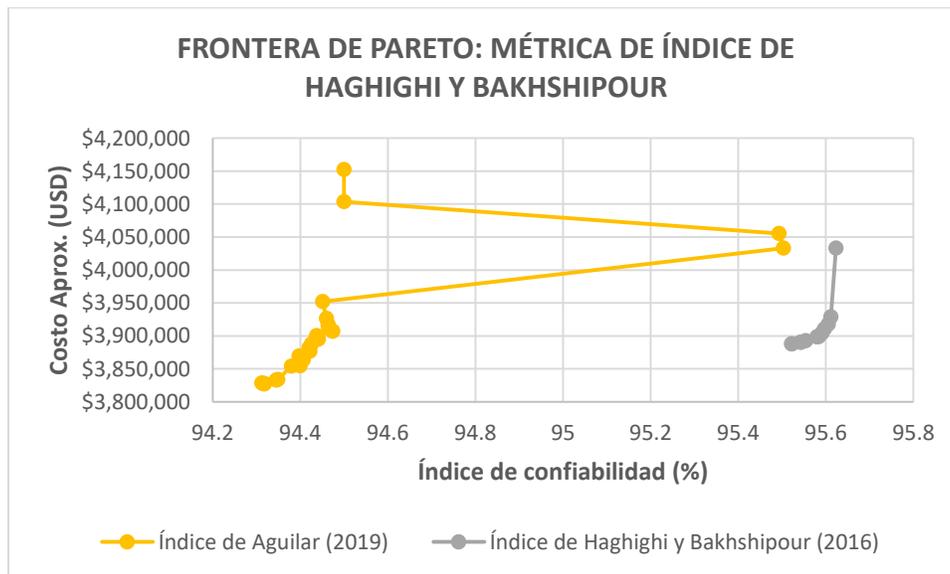
Gráfica 22. Par de índices *Haghghi y Bakhshipour - Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Cedritos

Caso 2:

A continuación se presenta el ejemplo del par de índices *Aguilar- Haghghi y Bakhshipour*.



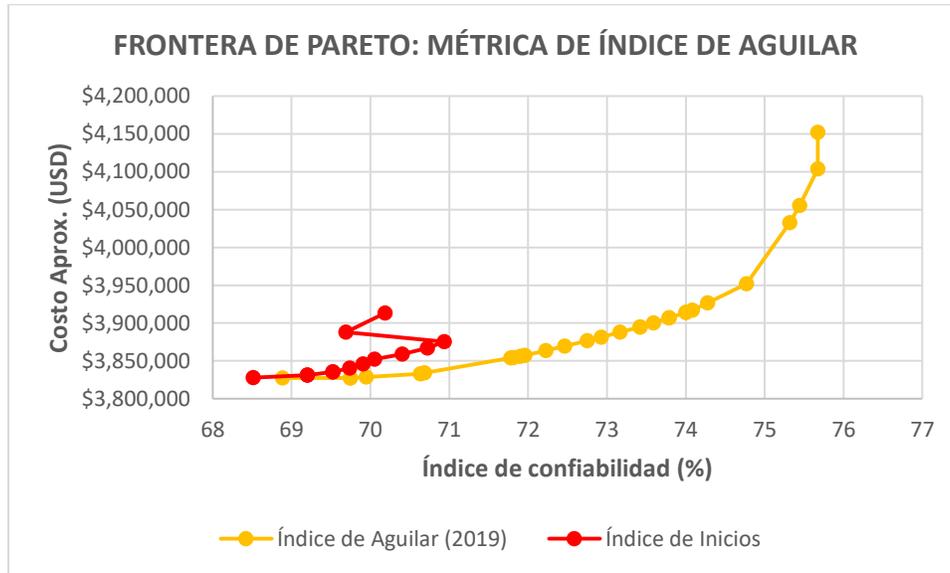
Gráfica 23. Par de índices Aguilar - Haghghi y Bakhshipour en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos



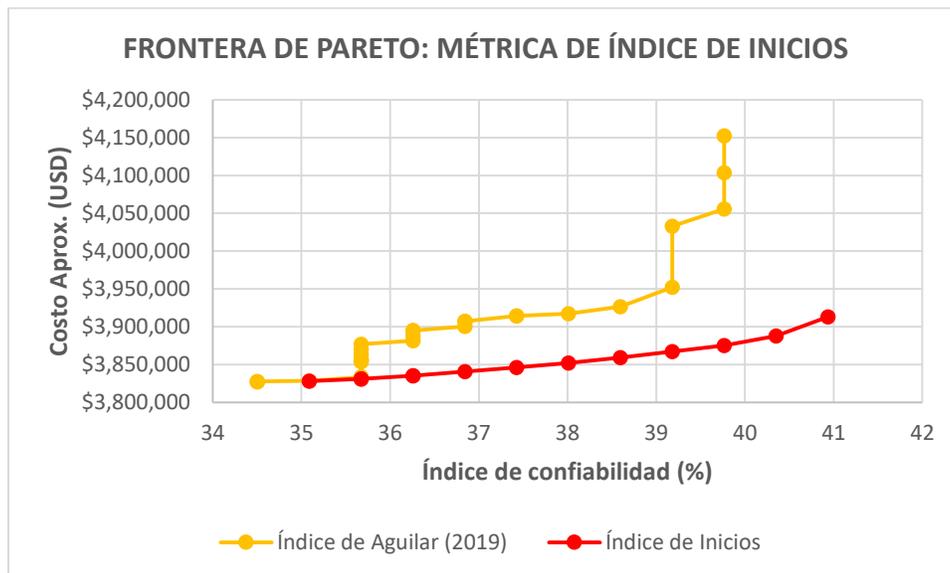
Gráfica 24. Par de índices Aguilar - Haghghi y Bakhshipour en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Cedritos

Caso 3:

En el caso 3 se muestra que el índice de Aguilar y el de Inicios tienen comportamientos similares al transformarse y por lo tanto, se pueden comparar con el análisis por pares:



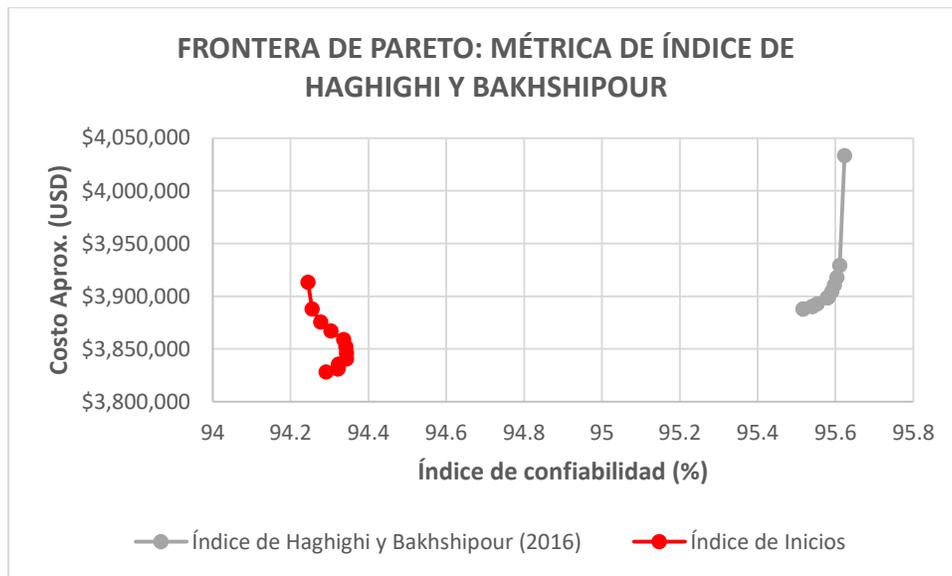
Gráfica 25. Par de índices *Aguilar - Inicios* en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos



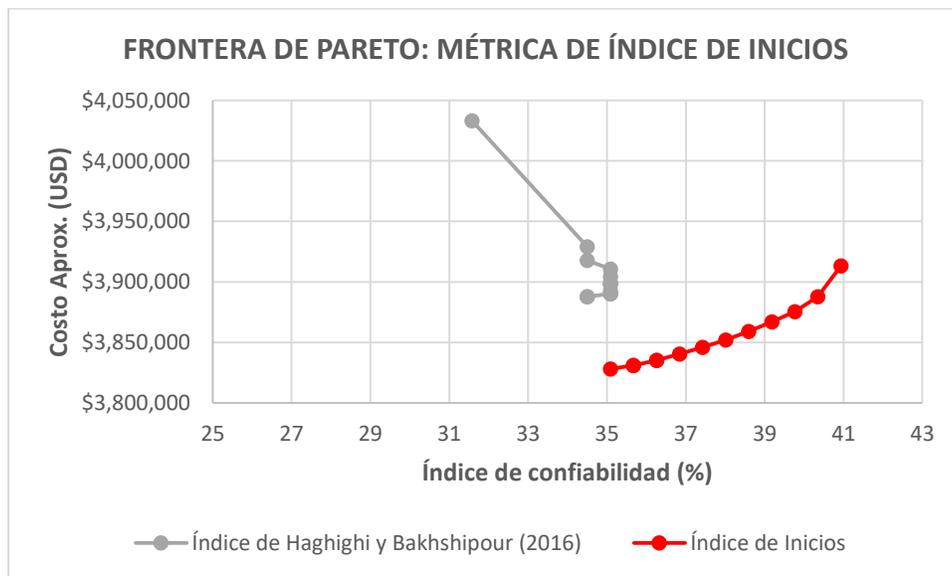
Gráfica 26. Par de índices *Aguilar - Inicios* en la métrica del índice de Inicios en Cedritos

Caso 4:

En la siguiente gráfica se presentan las gráficas del par de índices *Inicios – Haghighi y Bakhshipour* como ejemplo de este caso.



Gráfica 27. Par de índices *Inicios – Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Cedritos



Gráfica 28. Par de índices *Inicios – Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Inicios en Cedritos

Matriz por pares

A continuación se presentan las matrices obtenidas para el grupo 1 de índices:


Tabla 4. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Cedritos

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B		42.16%	42.61%	55.44%
Distancia	115.17%		45.72%	84.24%
Altura	60.98%	29.05%		93.76%
Distancia y altura	71.99%	58.60%	89.91%	

En la siguiente matriz se muestran los índices dominantes entre cada par de índices y en amarillo se muestran aquellos en los cuales la diferencia entre los porcentajes de área son menores al 5%:

Tabla 5. Matriz de índices dominantes del grupo 1 en Cedritos

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B				
Distancia	H&B			
Altura	H&B	Altura		
Distancia y altura	H&B	Distancia y altura	Distancia y altura	

De esta tabla se obtiene que el orden de índices del más dominante al menos dominante en la red de Cedritos es:

1. Haghighi y Bakhshipour
2. Distancia y altura
3. Altura
4. Distancia

Por otro lado, en los índices del grupo 2 se obtuvo la siguiente matriz y orden de índices:

Tabla 6. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Cedritos

	Aguilar	Inicios
Aguilar		38.62%
Inicios	63.34%	

1. Aguilar
2. Inicios



5.3 Red de Esmeralda

La red de Esmeralda es una red Sanitaria ubicada en Bogotá que tiene 385 pozos y 413 tramos. A continuación se presenta una imagen de la estructura de esta:

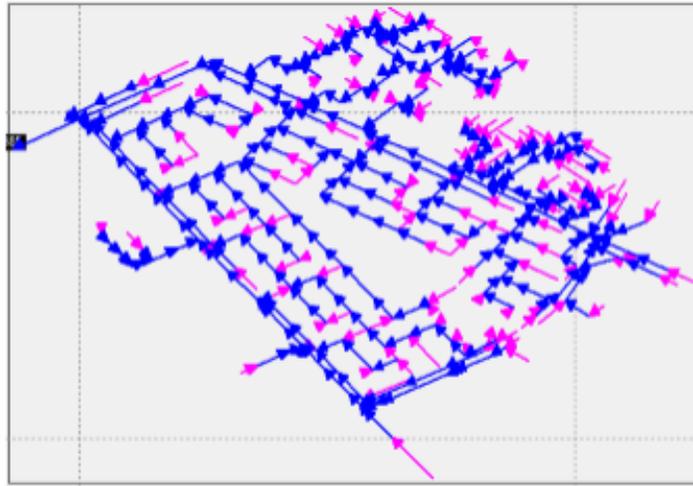
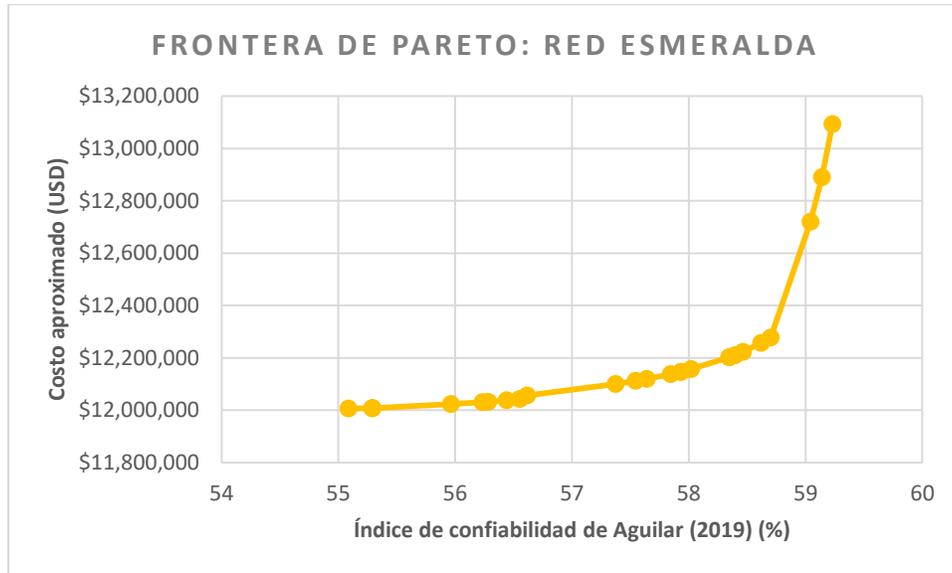


Figura 21. Red de drenaje urbano Esmeralda

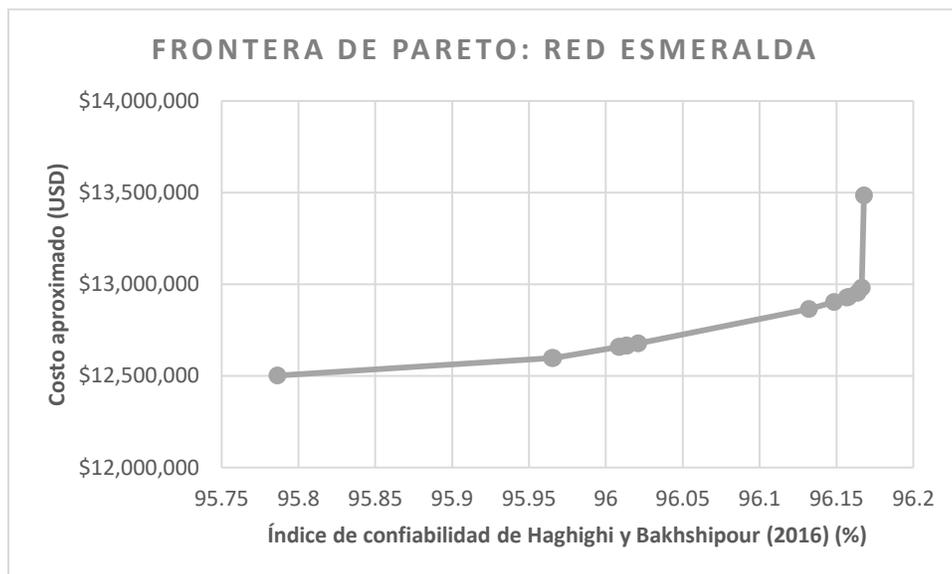
5.3.1 Fronteras de Pareto

Para construir las fronteras de Pareto con cada uno de los índices de confiabilidad, se implementó la metodología NISE con un gap de 3% y un número de segmentos para linealizar la función de costos igual a 5. A continuación se presentan las fronteras obtenidas para la red de Esmeralda:



Gráfica 29. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Aguilar (2019) en red Esmeralda

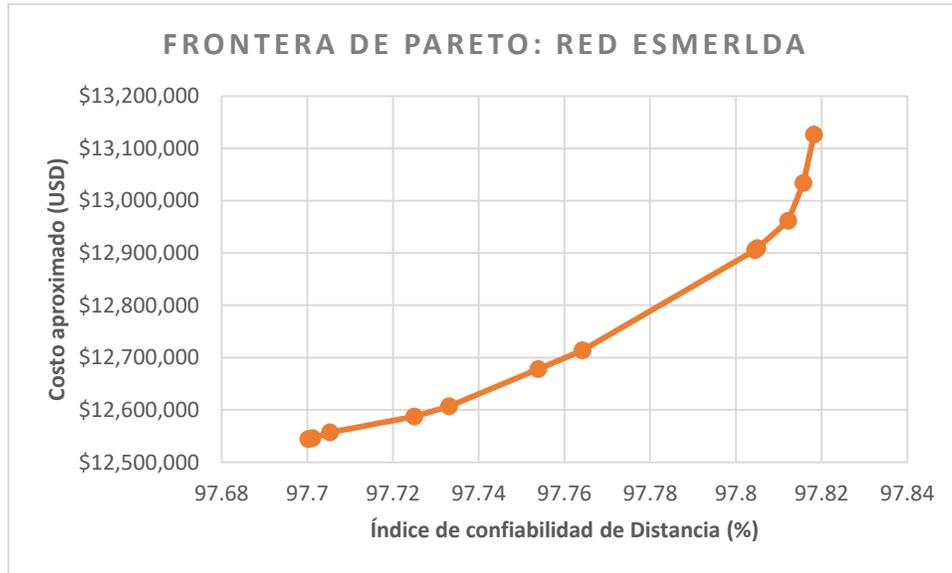
En la frontera de Pareto obtenida con el índice propuesto por Aguilar se obtuvieron 26 soluciones, de las cuales, la mayoría se encuentra en la parte baja de la frontera, donde los costos son menores.



Gráfica 30. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Haghghi y Bakhshipour (2016) en red Esmeralda

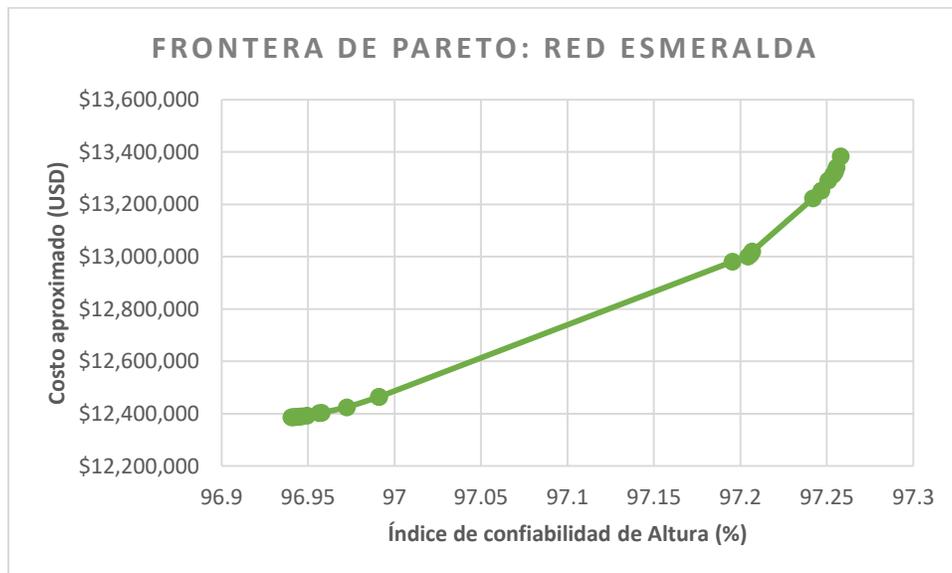


Con el índice propuesto por Haghghi y Bakhshipour se obtuvieron 15 soluciones, que no están distribuidas a lo largo de la frontera, ya que en la gráfica se pueden observar varias zonas donde no hay soluciones.



Gráfica 31. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia en red Esmeralda

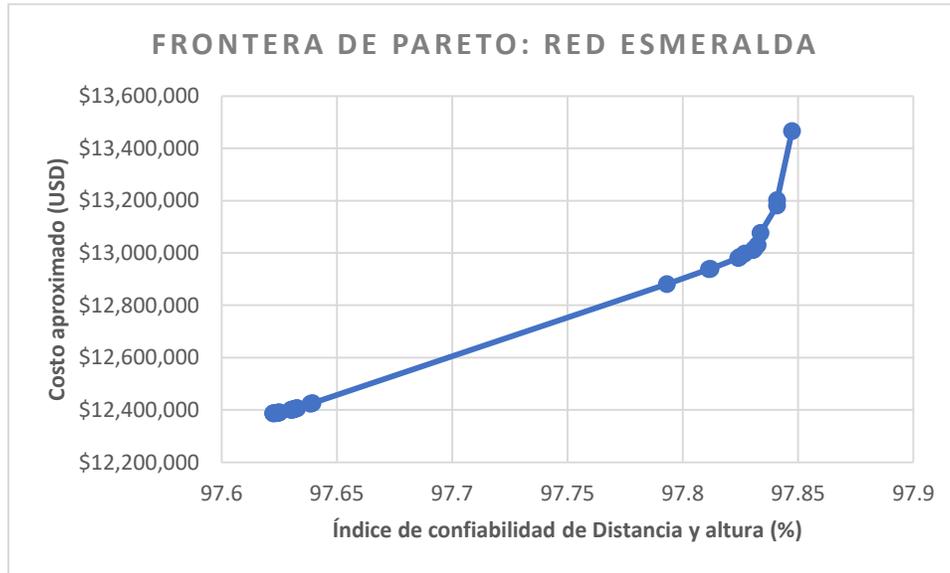
Con el índice de Distancia se encontraron 12 soluciones, que en general, no están agrupadas.



Gráfica 32. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Altura en red Esmeralda

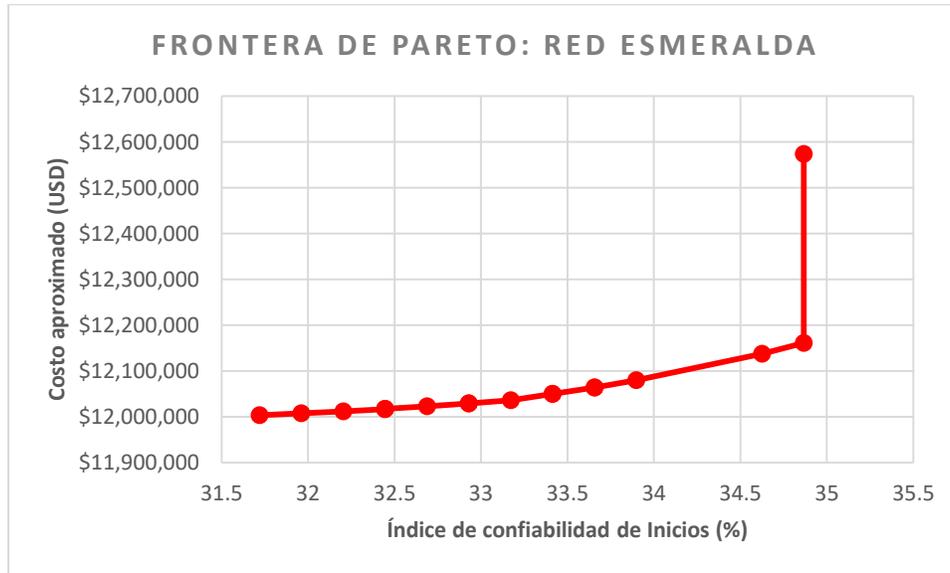


La frontera de Pareto obtenida con el índice de Altura está compuesta por 24 soluciones que se encuentran agrupadas en tres conjuntos de soluciones como se puede observar en la anterior gráfica.



Gráfica 33. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Distancia y altura en red Esmeralda

Al utilizar el índice de Distancia y altura para medir la confiabilidad de la red se obtuvieron 32 soluciones, las cuales están agrupadas en dos conjuntos grandes en la parte alta y baja de la frontera.



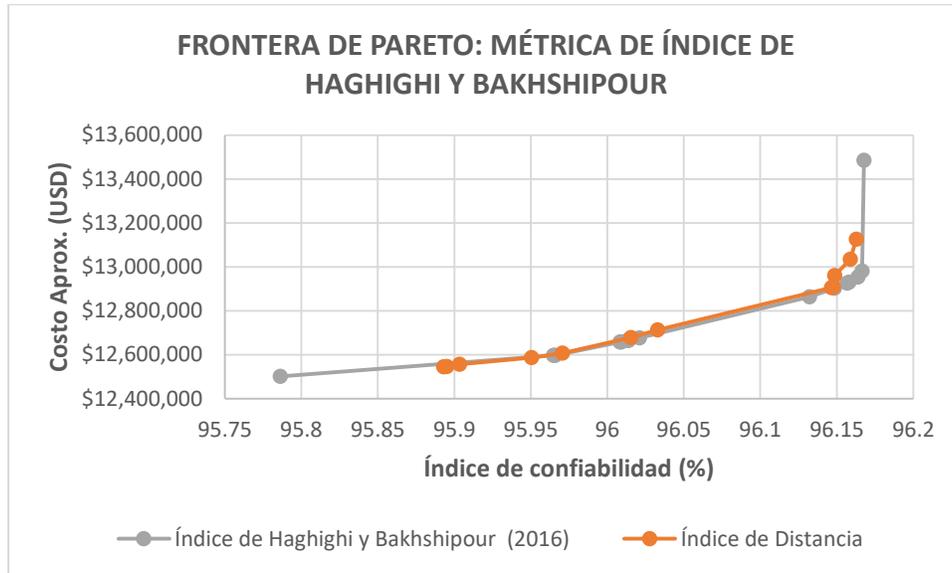
Gráfica 34. Frontera de Pareto con índice de confiabilidad de Inicios en red Esmeralda

La frontera de Pareto obtenida con el índice de Inicios está formada por 13 soluciones, de las cuales, las primeras 10 están separadas a 0.2421% en el eje x.

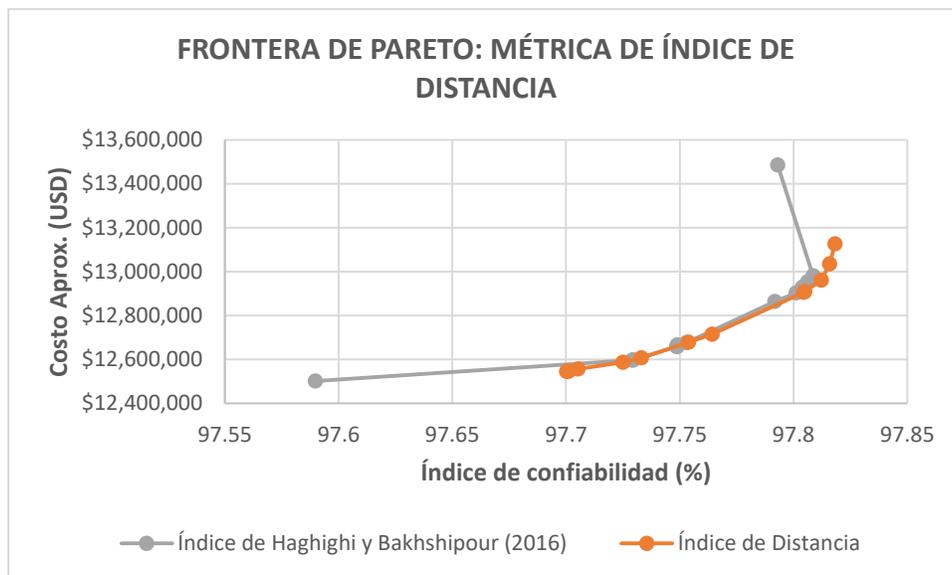
5.3.2 Análisis por pares

Caso 1:

Como ejemplo del comportamiento del caso 1 se presenta el par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour – Distancia*.



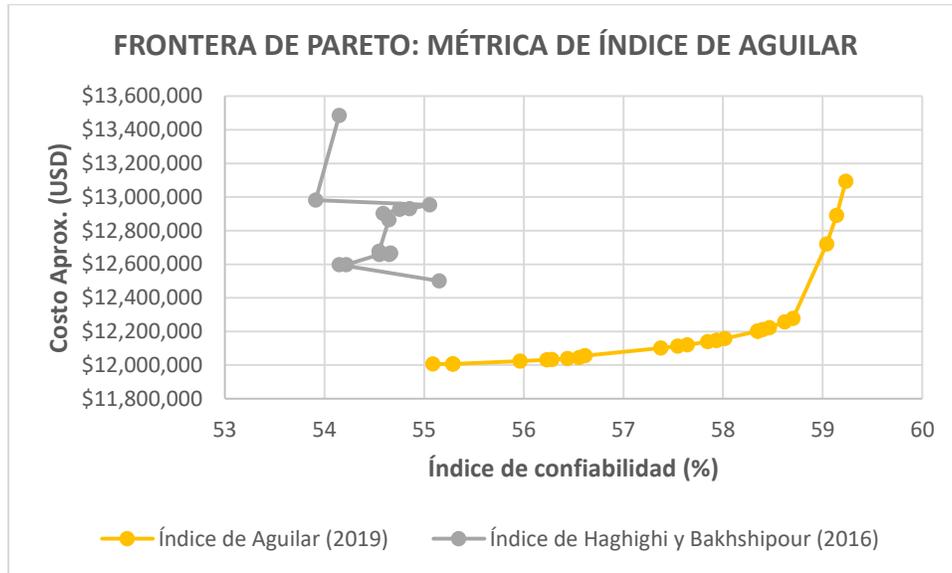
Gráfica 35. Par de índices *Haghghi y Bakhshipour - Distancia* en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Esmeralda



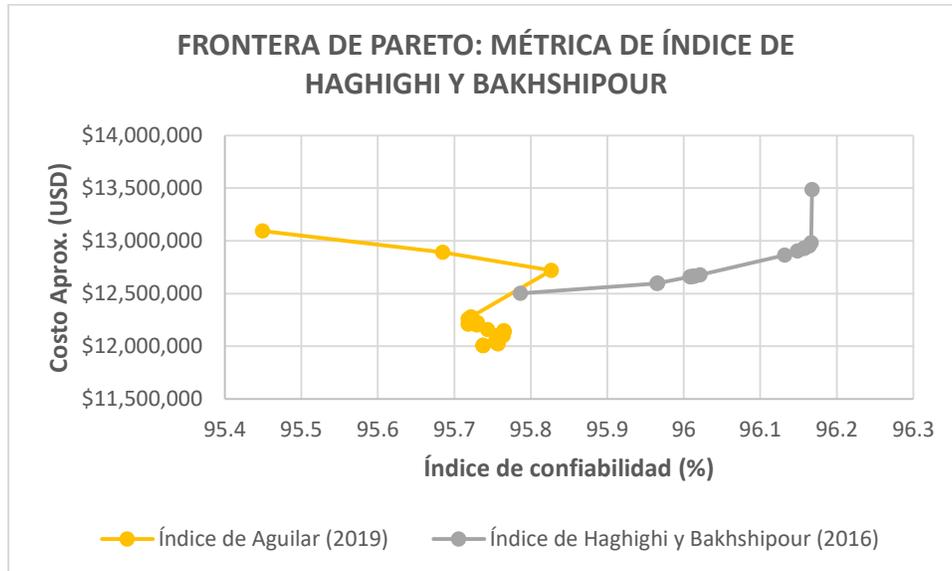
Gráfica 36. Par de índices *Haghghi y Bakhshipour - Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Esmeralda

Caso 2:

Para mostrar el caso 2 en la red de Esmeralda, se presenta el par de índices *Aguilar – Haghghi y Bakhshipour*:



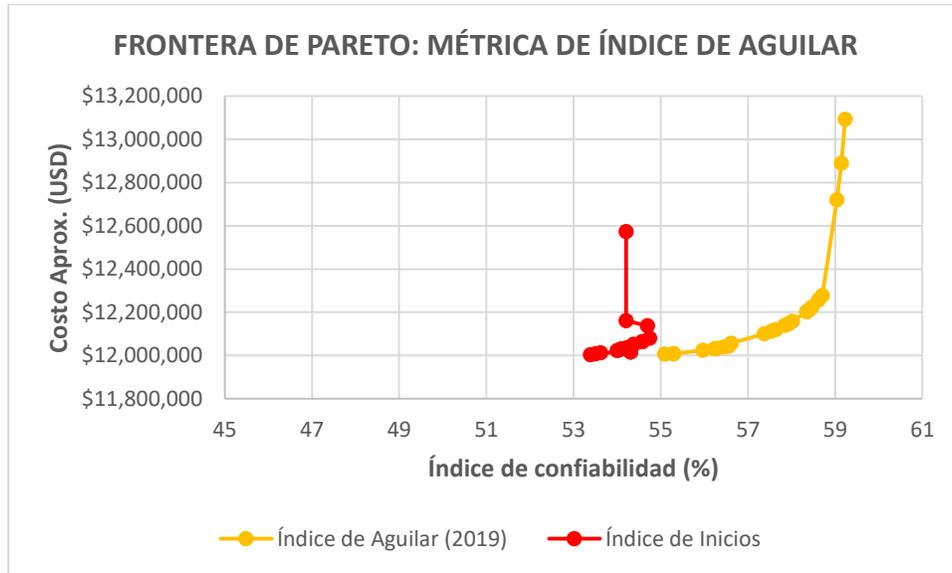
Gráfica 37. Par de índices *Aguilar - Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda



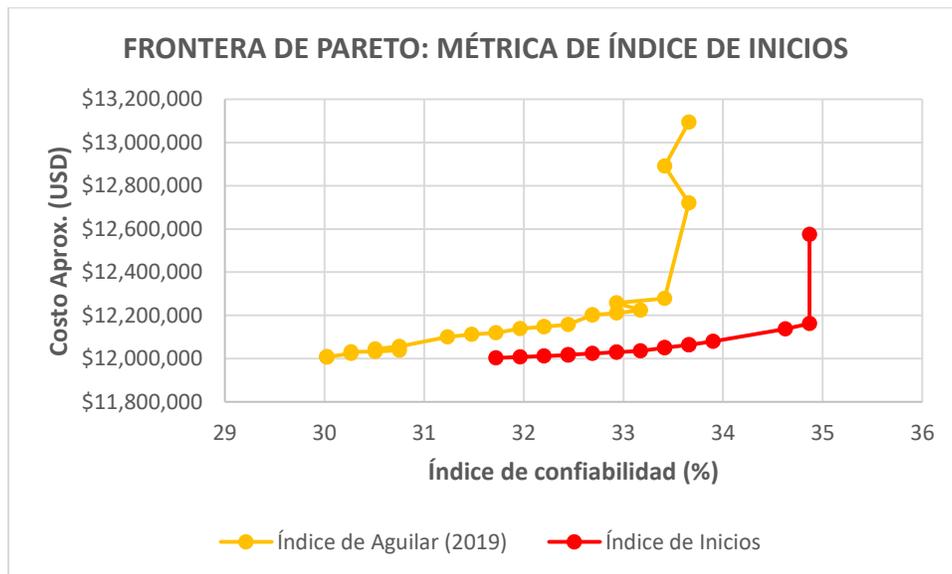
Gráfica 38. Par de índices *Aguilar - Haghghi y Bakhshipour* en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Esmeralda

Caso 3:

En el caso 3 se muestra que al aplicar la metodología al par de índices *Aguilar – Inicios*, ambos tienen un comportamiento similar como se muestran en las siguientes gráficas:



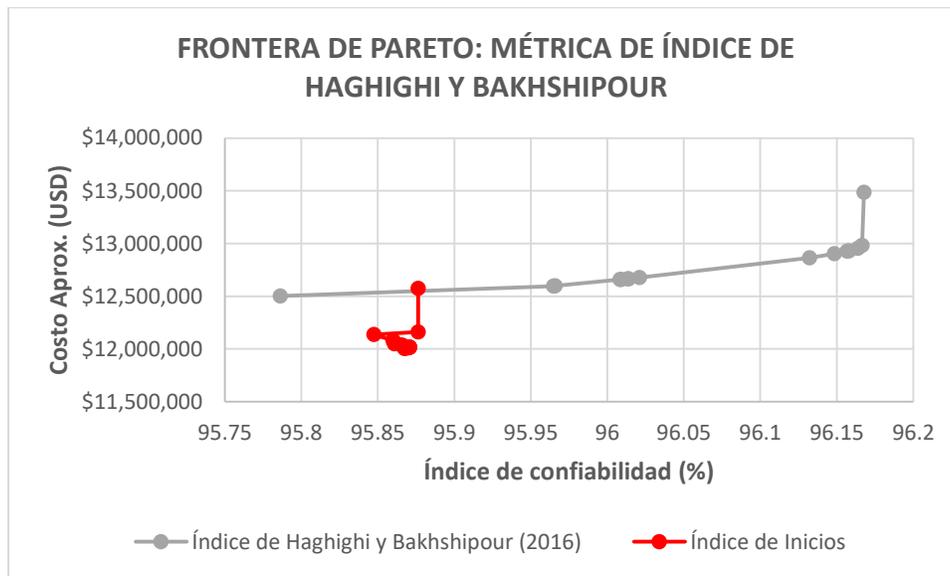
Gráfica 39. Par de índices Aguilar - Inicios en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda



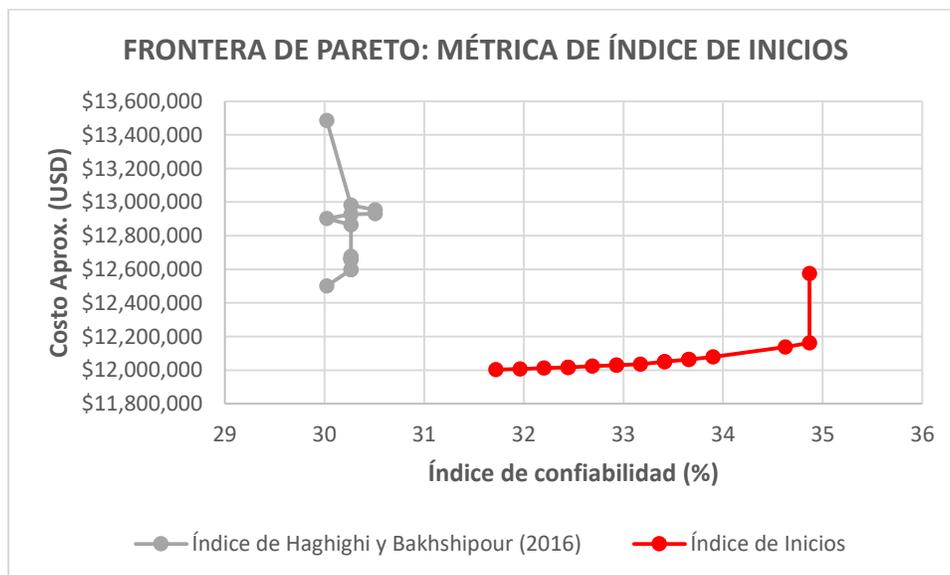
Gráfica 40. Par de índices Aguilar - Inicios en la métrica del índice de Inicios en Esmeralda

Caso 4:

Para ilustrar este caso se muestra las gráficas del par de índices *Inicios – Haghighi y Bakhshipour*.



Gráfica 41. Par de índices *Inicios* – *Haghghi* y *Bakhshipour* en la métrica del índice de Haghghi y Bakhshipour en Esmeralda



Gráfica 42. Par de índices *Inicios* – *Haghghi* y *Bakhshipour* en la métrica del índice de Inicios en Esmeralda

Matriz por pares:

Después de calcular las áreas que dominan cada frontera analizada se obtuvieron las siguientes matrices:


Tabla 7. Matriz de porcentajes de área del grupo 1 en Esmeralda

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B		97.67%	91.40%	94.03%
Distancia	98.15%		84.54%	90.17%
Altura	74.69%	71.80%		96.52%
Distancia y altura	83.52%	85.20%	96.24%	

Tabla 8. Matriz de índices dominantes del grupo 1 en Esmeralda

	H&B	Distancia	Altura	Distancia y altura
H&B				
Distancia	H&B			
Altura	Altura	Altura		
Distancia y altura	Distancia y altura	Distancia y altura	Distancia y altura	

Y el orden de los índices del más dominante al menos dominante es:

1. Distancia y altura
2. Altura
3. Haghghi y Bakhshipour
4. Distancia

En cuanto al grupo 2, se obtuvo la siguiente matriz y orden de índices:

Tabla 9. Matriz de porcentajes de área del grupo 2 en Esmeralda

	Aguilar	Inicios
Aguilar		25.34%
Inicios	63.02%	

1. Aguilar
2. Inicios



6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

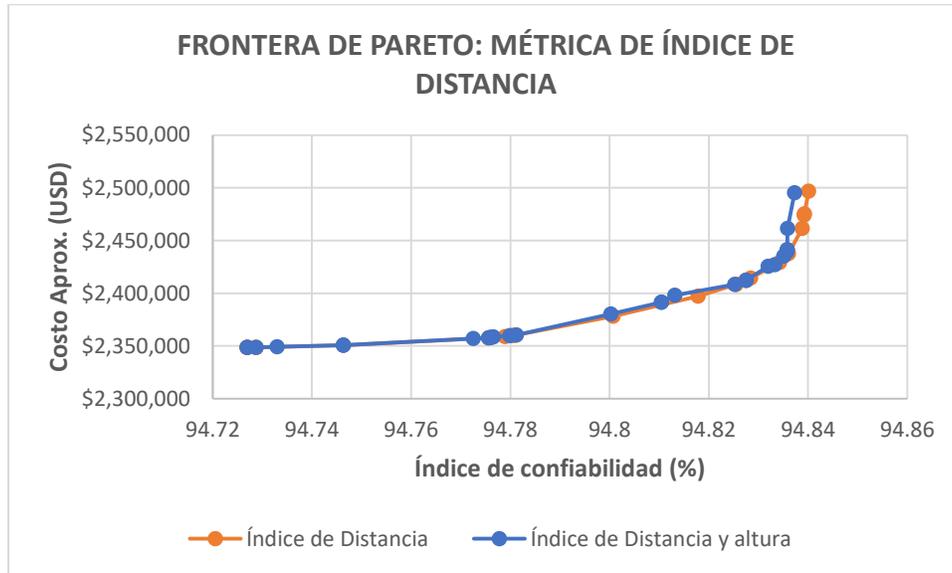
En primer lugar, en las tres redes se identificaron dos grupos de índices, los cuales se comportan de manera similar entre sí, pero diferente a los índices del otro grupo, debido a esto se puede inferir que cada grupo mide la confiabilidad de la red con criterios diferentes. Al observar las ecuaciones con las que son calculados los índices, se puede ver que los del grupo 1, es decir, el de Haghghi y Bakhshipour, Distancia, Altura y Distancia y altura, calculan la confiabilidad teniendo en cuenta el caudal que pasa por cada tubería. Por otro lado, se puede decir que, el índice de Aguilar y el de Inicios tienen en cuenta la estructura de la red para medir la confiabilidad, ya que el índice de Aguilar propone trazar líneas perpendiculares a las tuberías y el de Inicios busca que haya la mayor cantidad posible de tuberías de inicio.

Lo mencionado anteriormente se encontró en los resultados de las tres redes. A continuación, se realiza un análisis detallado de los resultados obtenidos en cada red.

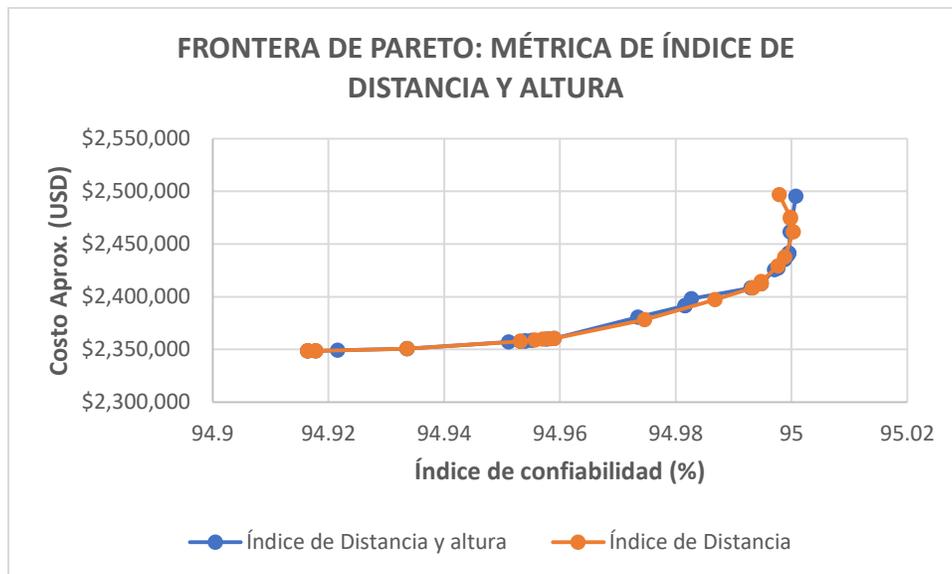
6.1 Red de Tumaco

En la red de Tumaco, el índice de Altura es el que domina a los demás índices del grupo 1 y en segundo lugar está el índice de Haghghi y Bakhshipour. Sin embargo, al observar la matriz de índices dominantes, se puede ver que al comparar estos dos índices la diferencia del área que domina cada frontera es menor al 5%, por lo tanto, se puede concluir que ambas fronteras son muy similares. Por otro lado, a pesar de que el índice de Altura domina, el índice de Haghghi y Bakhshipour tiene una ventaja frente al de Altura, ya que con este se obtiene un mayor número de soluciones que están mejor distribuidas a lo largo de la frontera de Pareto.

En cuanto a los dos índices que menos dominan en el grupo 1, se puede ver que Distancia domina a Distancia y altura. Sin embargo, al observar las gráficas correspondientes a esta combinación de índices se puede evidenciar que estas dos fronteras son prácticamente iguales. De hecho, en la matriz de porcentajes de área se puede observar que al optimizar la frontera de Distancia y altura y transformar la de Distancia, esta segunda frontera cubrió más área que la frontera optimizada, razón por la cual en este caso se obtiene un valor mayor al 100% en la matriz.



Gráfica 43. Par de índices Distancia – Distancia y altura en la métrica del índice de Distancia en Tumaco



Gráfica 44. Par de índices Distancia – Distancia y altura en la métrica del índice de Distancia y altura en Tumaco

Por otro lado, en cuanto a los índices del grupo 2, el índice propuesto por Aguilar es el dominante y también es el que tiene mayor cantidad de soluciones en su frontera. No obstante, el índice de Inicios tiene como ventaja que sus soluciones están perfectamente distribuidas.



6.2 Red de Cedritos

En el caso 2 se espera que al combinar el índice de Aguilar con un índice del grupo 1, la frontera que fue transformada no tenga el mismo comportamiento de la frontera original, en Tumaco y Esmeralda esto se cumple evidentemente. Sin embargo, en Cedritos, el índice de Aguilar se parece un poco más a los índices del grupo 1, esto se puede deber a que este índice se calcula por medio de líneas perpendiculares a las tuberías y la red de Cedritos está conformada por ángulos de aproximadamente 90° , en los cuales, las líneas perpendiculares pueden funcionar muy bien para identificar los pozos que se encuentran aguas arriba, mientras que en redes como la de Esmeralda y Tumaco que no son tan cuadriculadas, puede que el método de trazar líneas perpendiculares no funcione tan bien.

En cuanto a los índices del grupo 1, el de Haghghi y Bakhshipour fue el más dominante debido a que con este índice se obtuvieron soluciones con costos muy bajos en comparación a las fronteras obtenidas con los otros índices. Por otra parte, el índice de Distancia y altura domina en segundo lugar, este índice es muy similar al índice de Altura en esta red, ya que en la matriz de índices dominantes se muestra que el área cubierta por estas fronteras se diferencia en menos del 5%. Por último, el índice menos dominante en esta red fue el de Distancia.

Por otro lado, en el grupo 2, el índice de Aguilar domina al de Inicios y también es el índice con el que se obtuvo una mayor cantidad de soluciones.

6.3 Red de Esmeralda

En la red de Esmeralda, Distancia y altura es el índice que domina en el grupo 1, seguido del índice de Altura. Al observar la matriz de índices dominantes se puede concluir que las fronteras obtenidas con estos dos índices son similares, al igual que sucede en la red de Cedritos. Sin embargo, en Tumaco ocurre lo contrario, el índice de Distancia y altura se parece al de Distancia.

De lo anterior, se puede decir que en redes pequeñas, como la de Tumaco, el índice de Distancia y altura se comporta como el de Distancia, mientras que en redes grandes, como la de Cedritos y Esmeralda, este índice se parece al de Altura. Al observar la ecuación de este índice se puede entender la razón de esto, ya que el índice de Distancia y altura se divide entre la distancia más larga de la red en las coordenadas x , y y z . Por lo tanto, en redes pequeñas, el índice de Distancia y altura se divide por un número más pequeño en las coordenadas x y y , dándole más peso a estas coordenadas que son las que se tienen en cuenta en el índice de Distancia. Por otro lado, en las redes grandes, la distancia máxima en las coordenadas x y y es mayor y por lo tanto, al dividir entre un número más grande, se le da



menos peso a las coordenadas x y y , mientras que se le da más importancia a la coordenada z , la cual es la que se tiene en cuenta en el índice de Altura.

En los resultados de las tres redes se puede observar que el índice de Altura tiende a ser dominante, mientras que el de Distancia siempre está en los últimos lugares en el orden de dominancia. Por lo tanto, el índice de Distancia y altura también tiende a dominar en redes grandes y tiene como ventaja frente al índice de Altura, que al tener en cuenta la distancia, sus soluciones son un poco más dispersas.

Por último, en el grupo 2 el índice de Aguilar domina al de Inicios y también con este se obtuvieron más soluciones, como ocurre con las otras dos redes analizadas.



7 CONCLUSIONES

- Los índices evaluados utilizan dos criterios para medir la confiabilidad de la red. Por un lado, los índices de Haghghi y Bakhshipour, Distancia, Altura y Distancia y altura, utilizan el porcentaje de caudal que pasa por cada tubería con respecto al caudal de descarga como criterio. Por otro lado, el criterio que utiliza el índice de Inicios es la estructura de la red.
- El índice propuesto por Aguilar utiliza ambos criterios para evaluar la confiabilidad de la red, puesto que tiene en cuenta la suma de caudales aguas arriba de una tubería pero para calcular esto traza líneas perpendiculares a las tuberías, es decir, también tiene en cuenta la estructura de la red. Sin embargo, el criterio del caudal en cada tubería tiene mayor impacto en el comportamiento del índice en redes que tienen ángulos rectos, como la red de Cedritos.
- Entre los índices que tienen en cuenta el caudal que pasa por cada tubería, los índices de Altura y el de Haghghi y Bakhshipour suelen dominar a los otros índices. Sin embargo, entre estos dos índices puede ser mejor utilizar el de Haghghi y Bakhshipour porque con este se obtiene un mayor número de soluciones que están mejor distribuidas en la frontera de Pareto.
- El índice de Distancia en las tres redes analizadas siempre estuvo entre los índices menos dominantes, por lo tanto, de los índices del grupo 1, es el que menos se recomendaría utilizar. Sin embargo, tiene como ventaja, que con este índice se obtienen soluciones mejor distribuidas que en el índice de Altura y el de Distancia y Altura.
- El índice de Distancia y altura es similar al de Altura en redes grandes y al de Distancia en redes pequeñas. Por lo tanto, este índice está entre los más dominantes en redes grandes. Además, tiene una ventaja frente al índice de Altura, y es que sus soluciones están menos agrupadas, ya que tiene en cuenta la distancia.
- Entre los índices que tienen en cuenta la estructura de la red, el índice de Aguilar domina al de Inicios. No obstante, con el índice de Inicios se obtienen soluciones perfectamente distribuidas en la frontera de Pareto.



8 RECOMENDACIONES

- Plantear nuevos índices que midan la confiabilidad de la red teniendo en cuenta ambos criterios utilizados por los índices evaluados en este trabajo, es decir, el caudal que pasa por cada tubería y la estructura de la red.
- Utilizar las ventajas encontradas en los diferentes índices para construir unos nuevos que integren estas propiedades. Por ejemplo, se podría plantear un índice a partir del de Inicios y uno de los más dominantes, como el de Haghighi y Bakhshipour o el de Altura, con el fin de obtener un índice cuya frontera de Pareto sea dominante y con soluciones bien distribuidas.
- En este trabajo se analizaron las fronteras obtenidas con las soluciones del modelo de selección del trazado y los costos aproximados. Sin embargo, en trabajos futuros se debe intentar aplicar esta metodología a la solución final del diseño, es decir, la que incluye las restricciones hidráulicas, ya que con estas soluciones se podrían analizar los costos reales de la red y no los aproximados.
- Aplicar la metodología a más redes de drenaje urbano. En especial, redes con dos características. Por un lado, redes que sean inclinadas y evaluar el comportamiento del índice de Altura y Distancia y altura en estas, ya que las redes utilizadas en este proyecto tienen poca pendiente. Por otro lado, es importante analizar más redes que tengan ángulos cercanos a 90° . como la de Cedritos, con el fin de evaluar el comportamiento de las fronteras de Pareto obtenidas con el índice propuesto por Aguilar.
- Utilizar más criterios para evaluar fronteras de Pareto en optimización multiobjetivo, como el de Crowding Distance, el cual indica que tan distante está una solución de las soluciones adyacentes.



9 REFERENCIAS

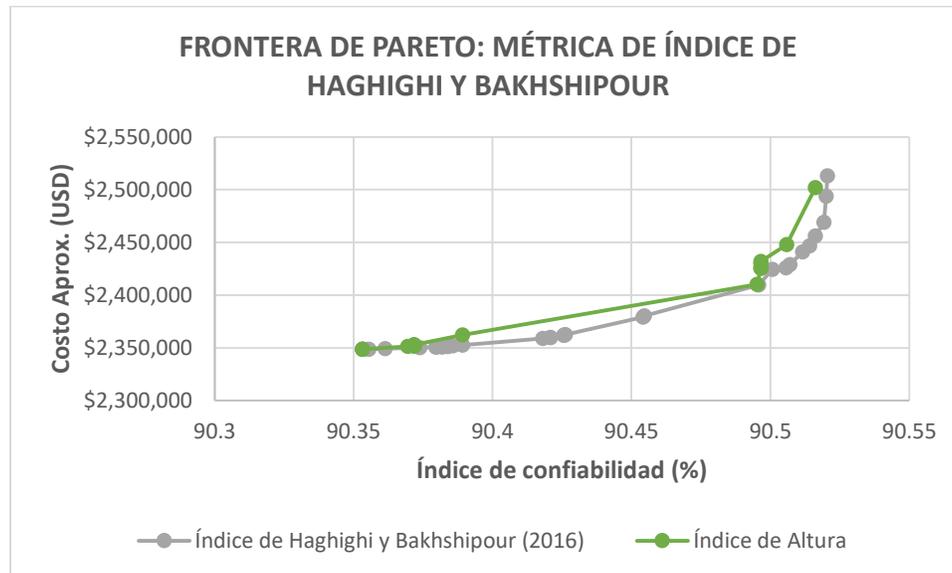
- Aguilar, A. (2019). *Modelo de Optimización Multiobjetivo para el Diseño de Redes de Drenaje Urbano* (Tesis de Maestría). Universidad de los Andes, Bogotá.
- Butler, D., & Davies, J. (2004). *Urban Drainage*.
- DANE. (2018). *Censo Nacional de Población y Vivienda - Cobertura de Servicios Públicos*.
- Duque, N. (2013). *Metodología para la optimización del diseño de tuberías en serie en sistemas de alcantarillado* (Tesis de Pregrado). Universidad de los Andes, Bogotá.
- Duque, N. (2015). *Metodología para el Diseño Optimizado de Redes de Alcantarillado* (Tesis de Maestría). Universidad de los Andes, Bogotá.
- Haghighi, A., & Bakhshipour, A. (2016). Reliability-based layout design of sewage collection systems in flat areas. *Urban Water Journal*, 790–802.
- Medrano, F. A., & Church, R. L. (2015). A Parallel Computing Framework for Finding the Supported Solutions to a Biobjective Network Optimization Problem. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*.
- RAS. (2000). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico RAS - 2000*. Ministerio de Desarrollo Económico. Bogotá, Colombia.
- Saldarriaga, J., Cuero, P., Montaña, L., Corrales, E., & Luna, D. (2014). Metodología de selección del trazado de una red de drenaje urbano optimizada, usando el concepto de mínima masa-longitud transportada.



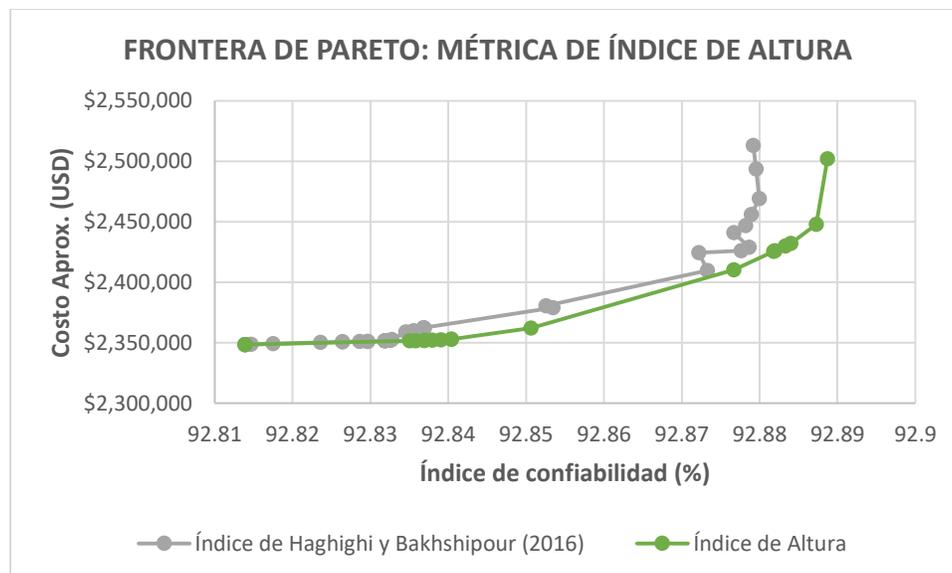
10 ANEXOS

10.1 Anexos de la red de Tumaco

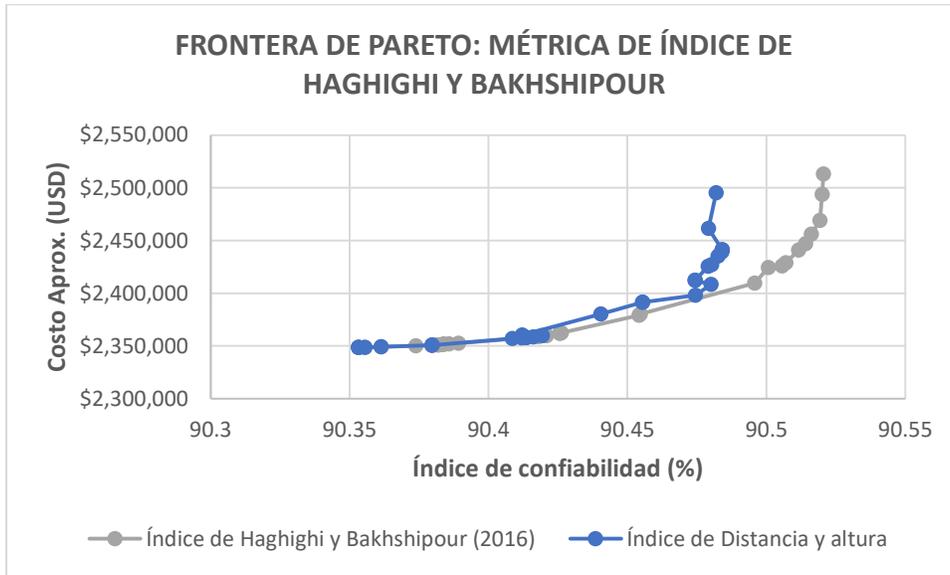
10.1.1 Resultados del caso 1



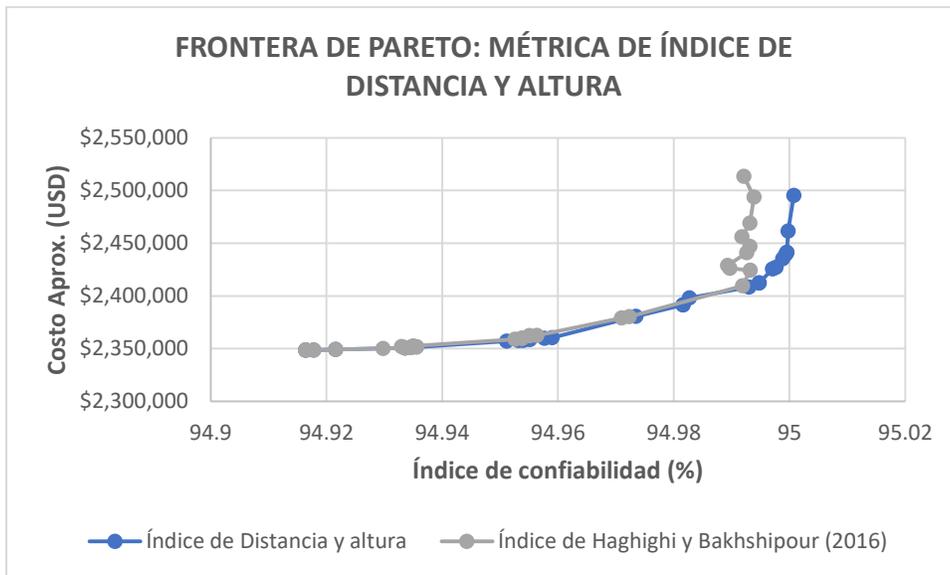
Gráfica 45. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* - *Altura* en la métrica del índice de *Haghghi* y *Bakhshipour* en Tumaco



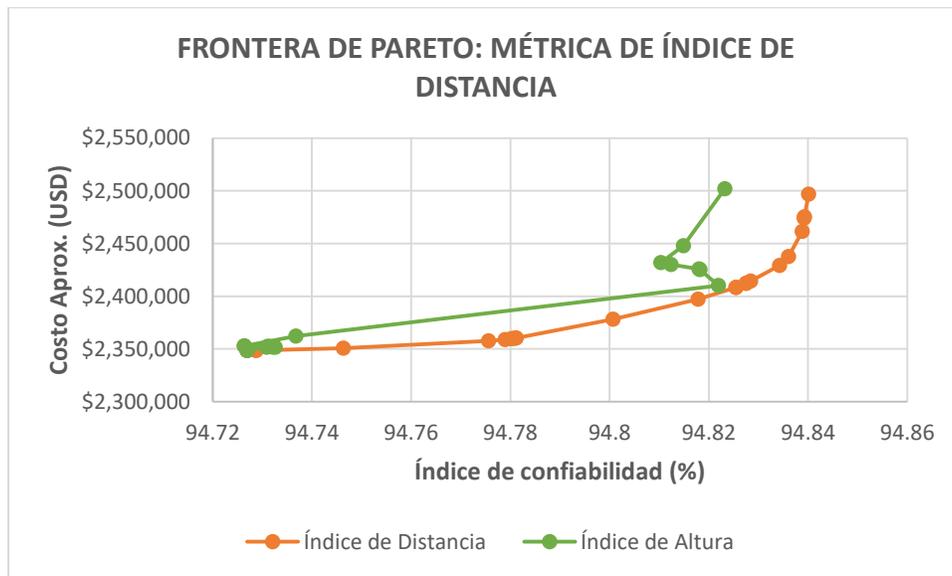
Gráfica 46. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* - *Altura* en la métrica del índice *Altura* en Tumaco



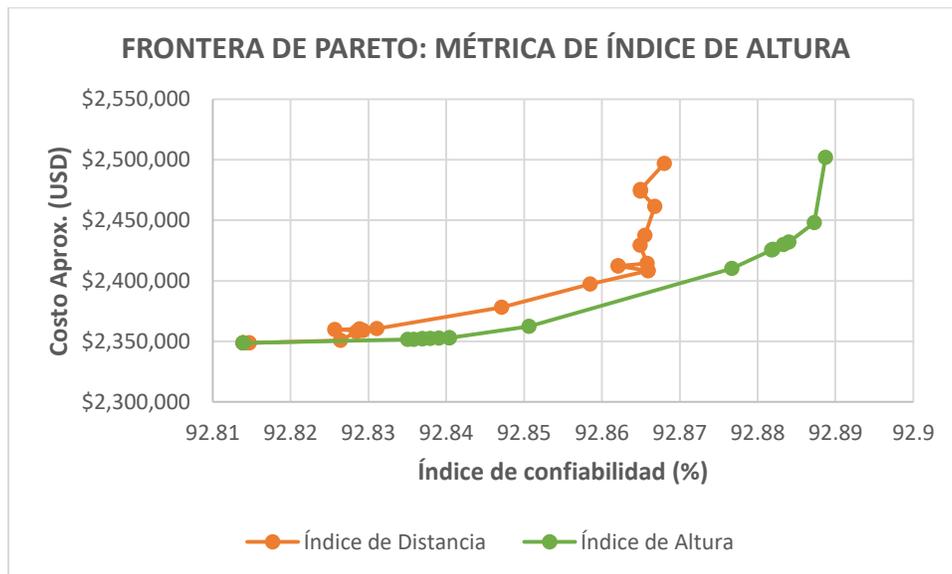
Gráfica 47. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Haghghi* y *Bakhshipour* en Tumaco



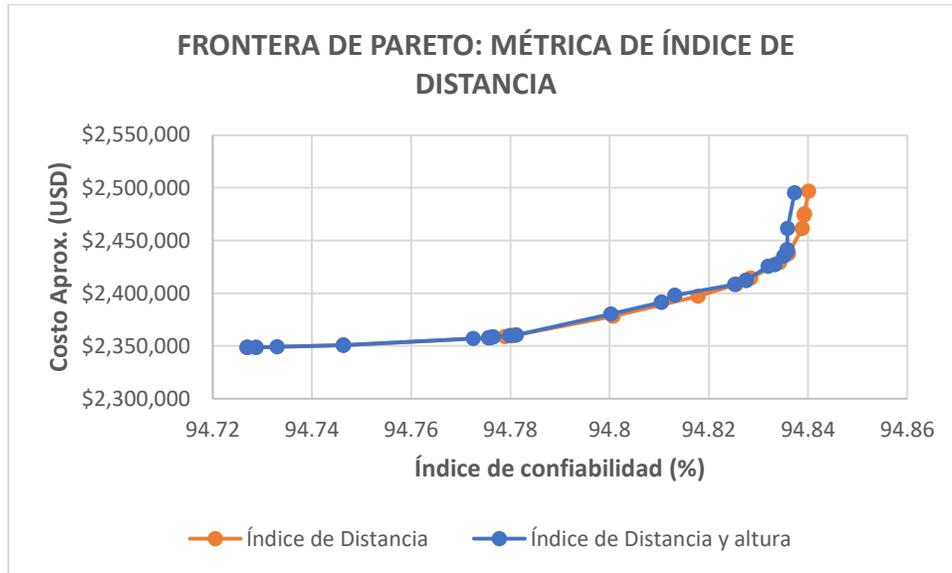
Gráfica 48. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Tumaco



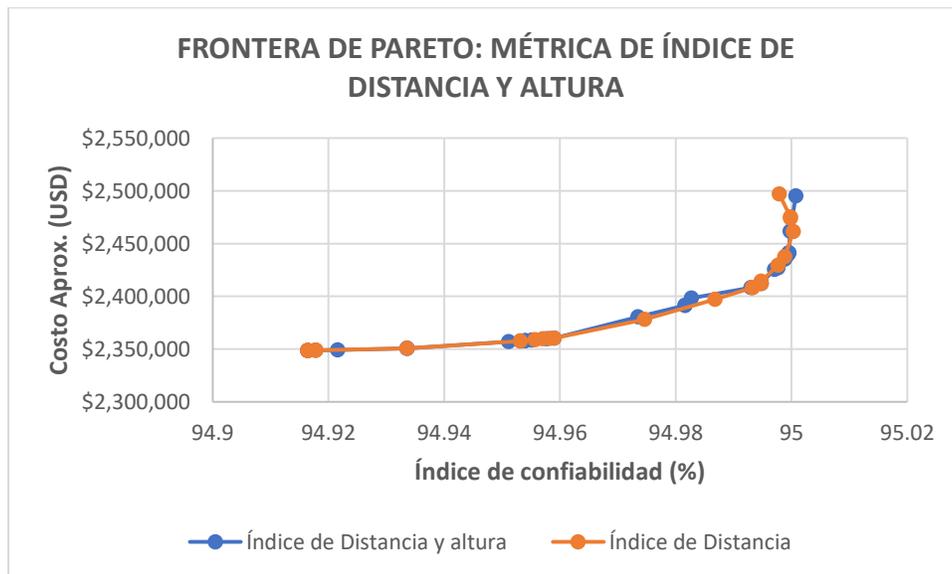
Gráfica 49. Par de índices *Distancia - Altura* en la métrica del índice de Distancia en Tumaco



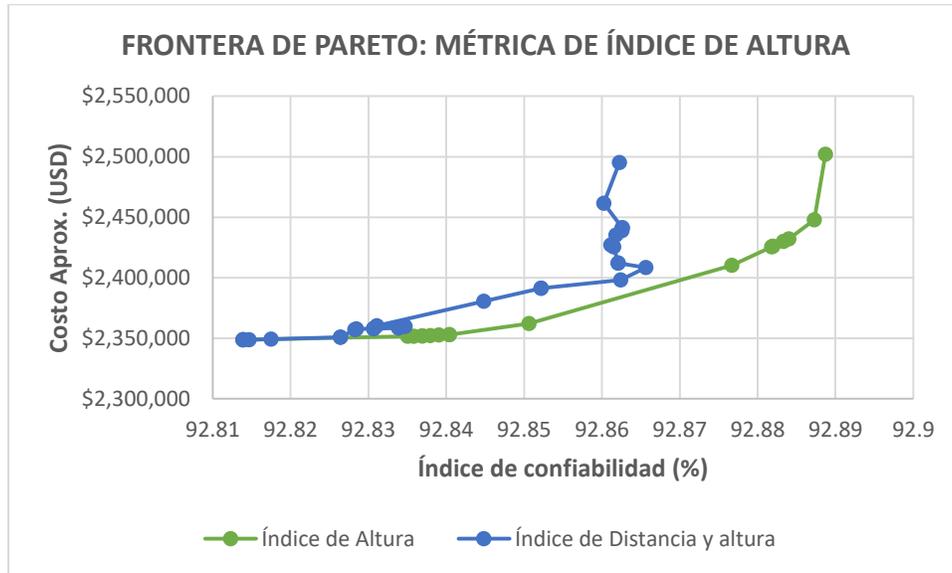
Gráfica 50. Par de índices *Distancia - Altura* en la métrica del índice de Altura en Tumaco



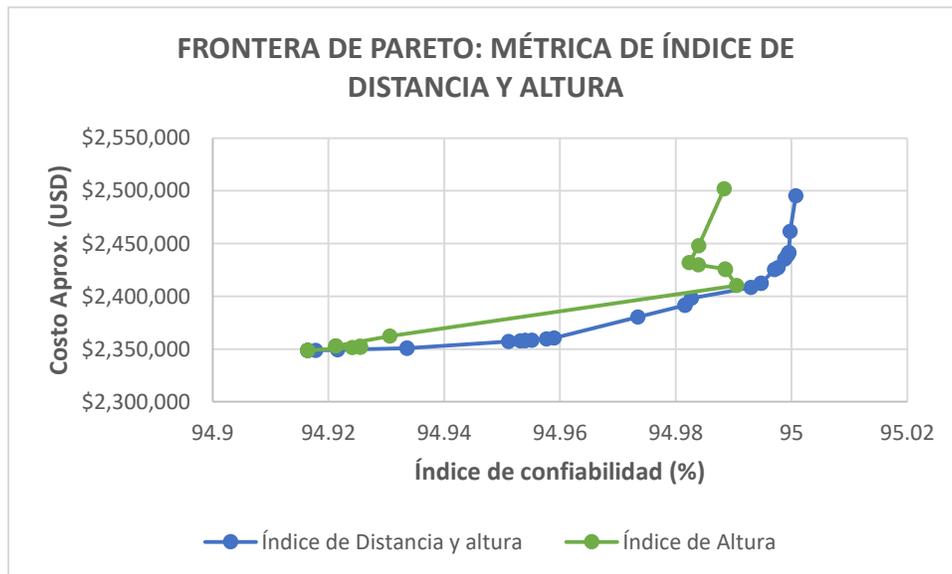
Gráfica 51. Par de índices *Distancia* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia* en Tumaco



Gráfica 52. Par de índices *Distancia* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Tumaco



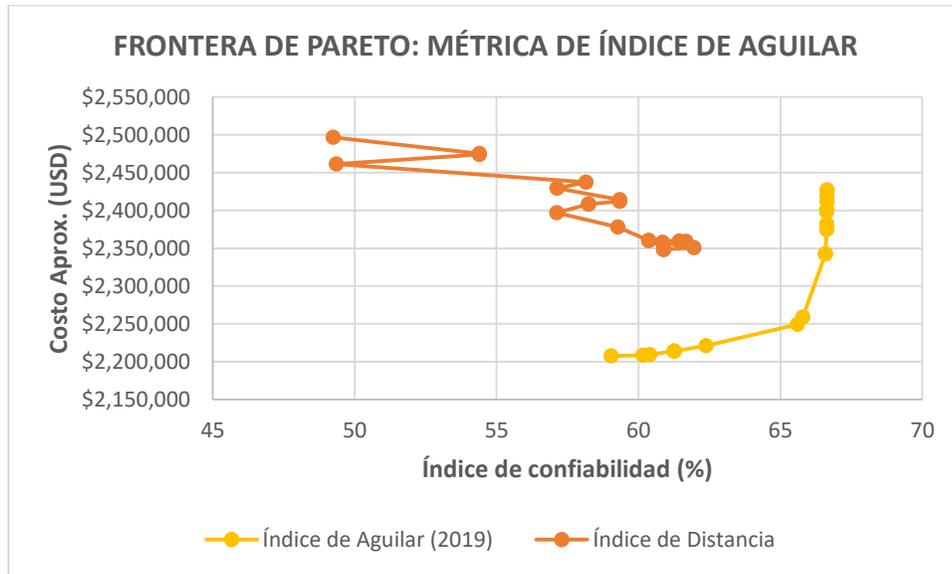
Gráfica 53. Par de índices *Altura – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Altura* en Tumaco



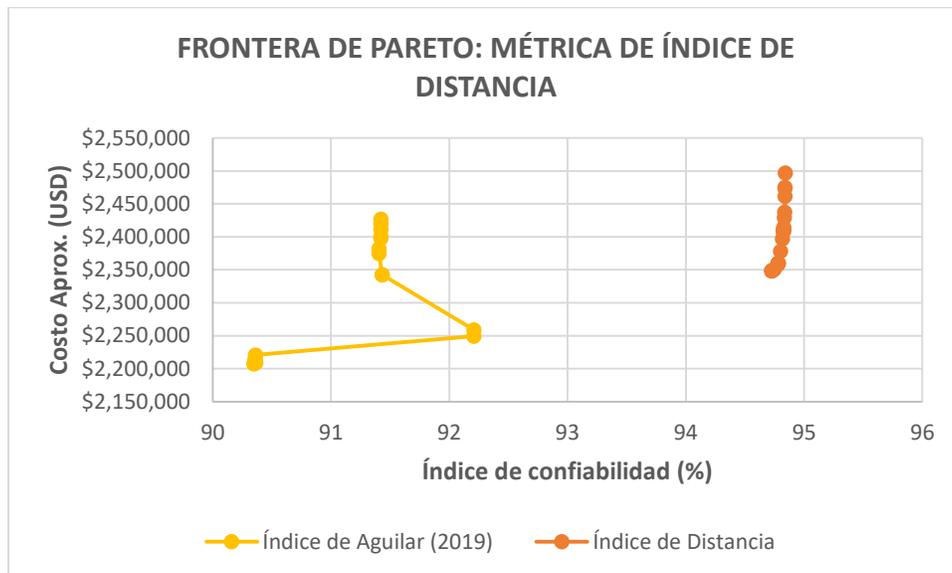
Gráfica 54. Par de índices *Altura – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Tumaco



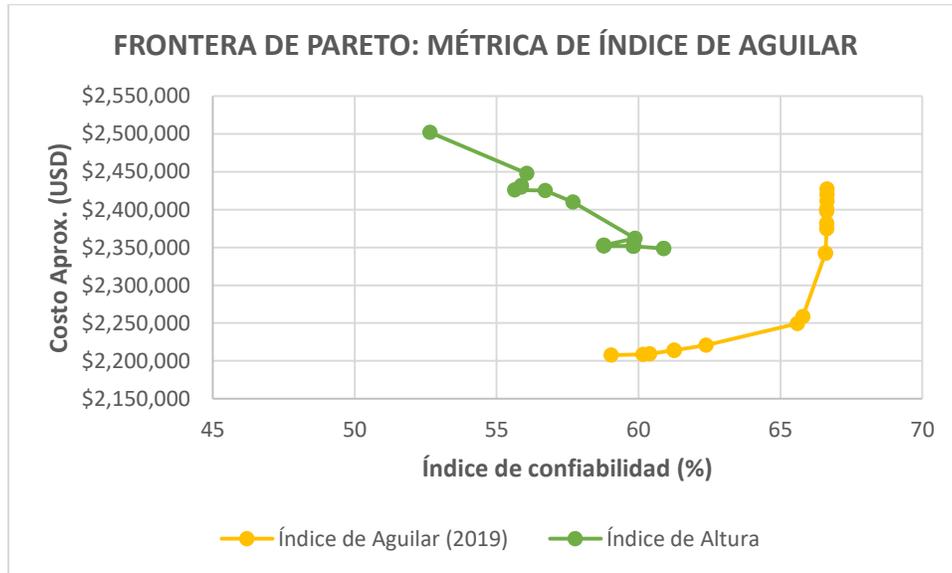
10.1.2 Resultados del caso 2



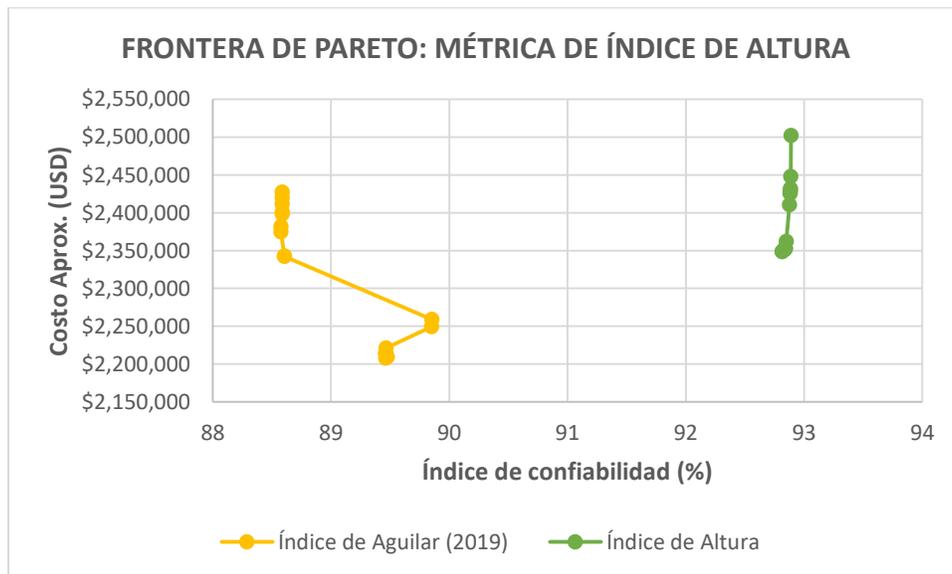
Gráfica 55. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco



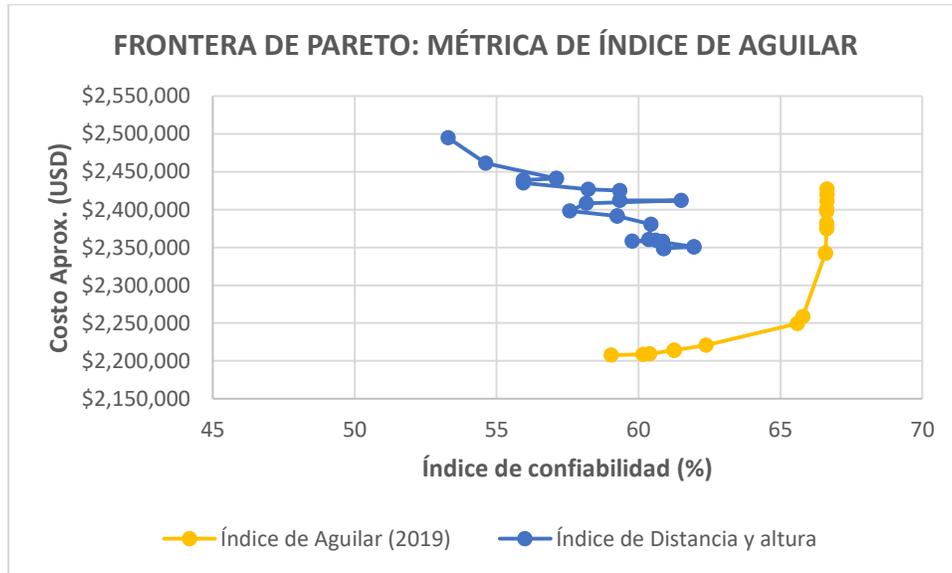
Gráfica 56. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Tumaco



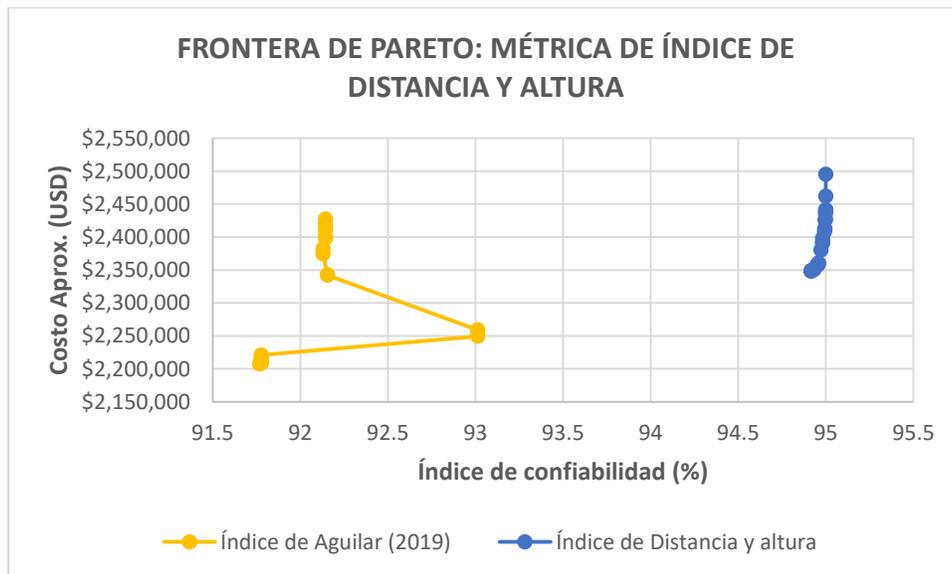
Gráfica 57. Par de índices Aguilar - Altura en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco



Gráfica 58. Par de índices Aguilar - Altura en la métrica del índice de Altura en Tumaco



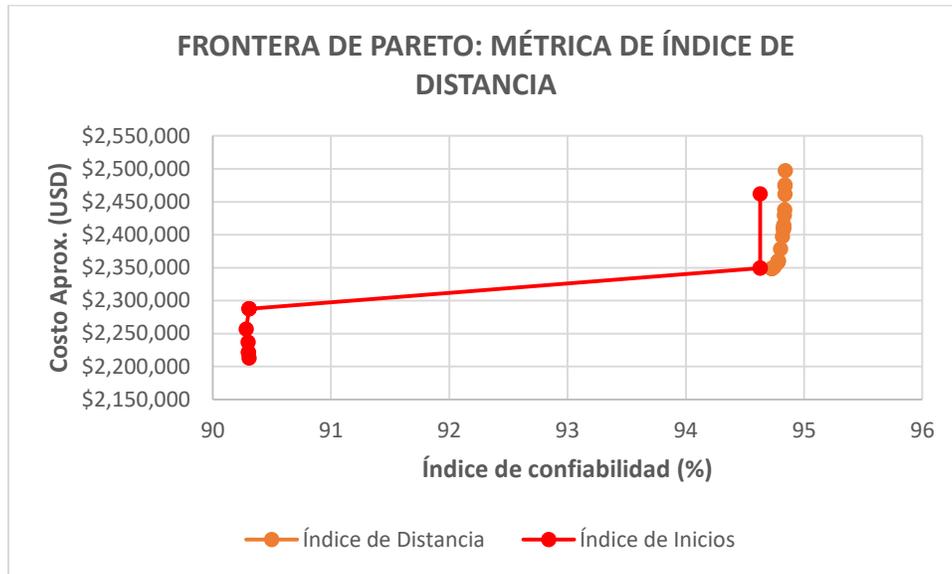
Gráfica 59. Par de índices *Aguilar – Distancia y altura* en la métrica del índice de Aguilar en Tumaco



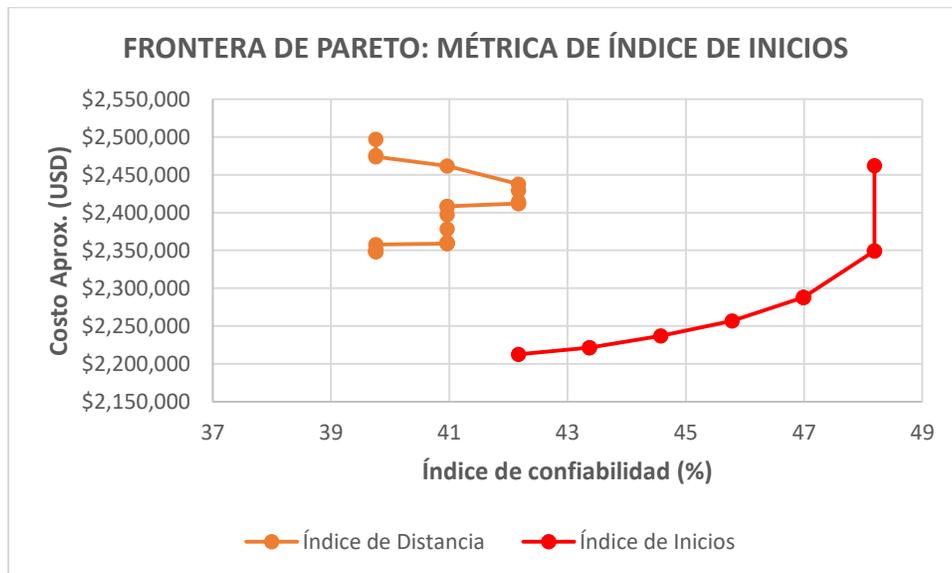
Gráfica 60. Par de índices *Aguilar – Distancia y altura* en la métrica del índice de Distancia y altura en Tumaco



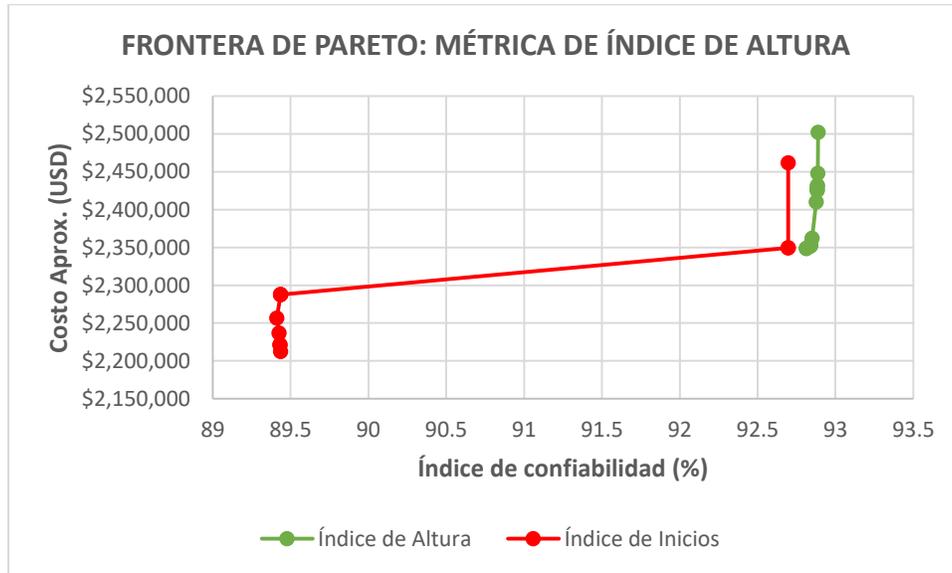
10.1.3 Resultados del caso 4



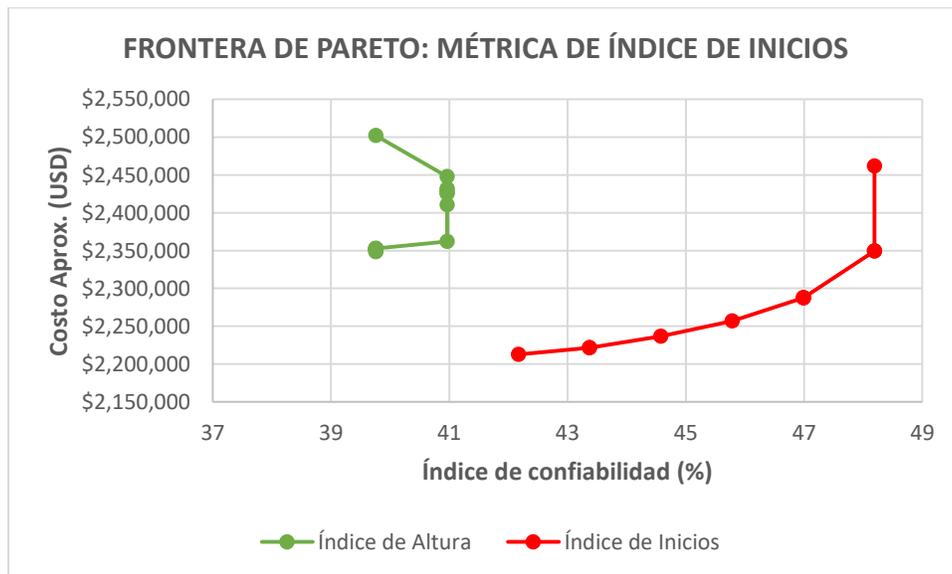
Gráfica 61. Par de índices *Inicios* – *Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Tumaco



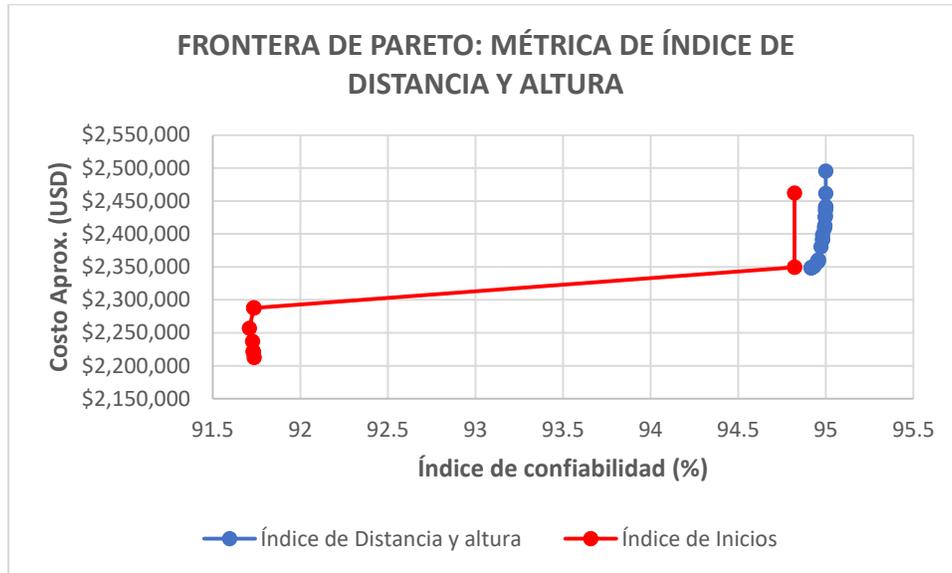
Gráfica 62. Par de índices *Inicios* – *Distancia* en la métrica del índice de Inicios en Tumaco



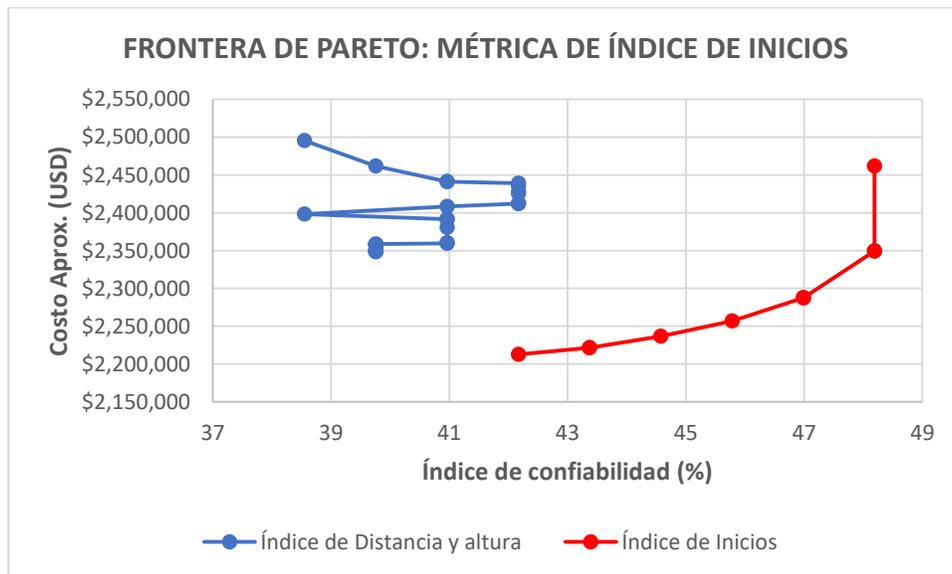
Gráfica 63. Par de índices *Inicios* – *Altura* en la métrica del índice de Altura en Tumaco



Gráfica 64. Par de índices *Inicios* – *Altura* en la métrica del índice de Inicios en Tumaco



Gráfica 65. Par de índices *Inicios* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Tumaco

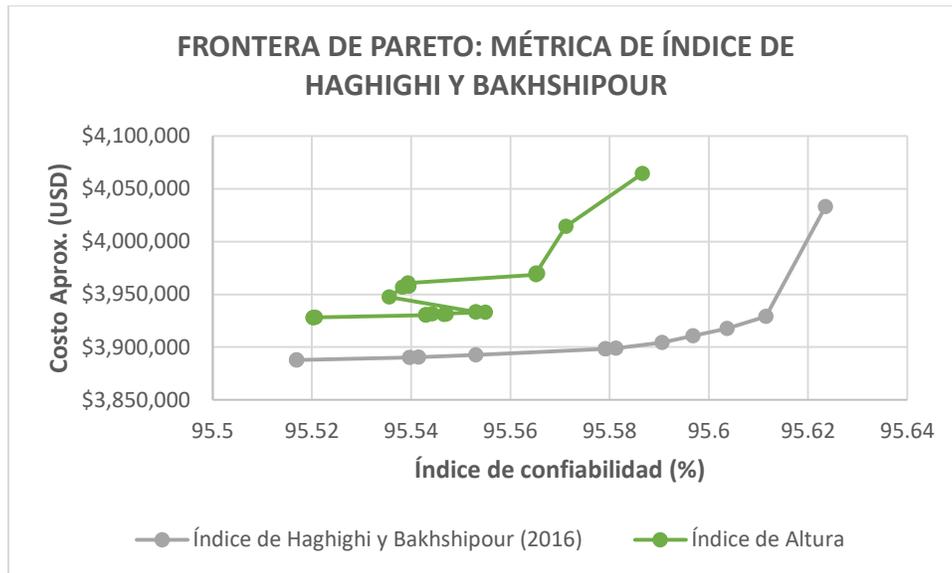


Gráfica 66. Par de índices *Inicios* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Inicios* en Tumaco

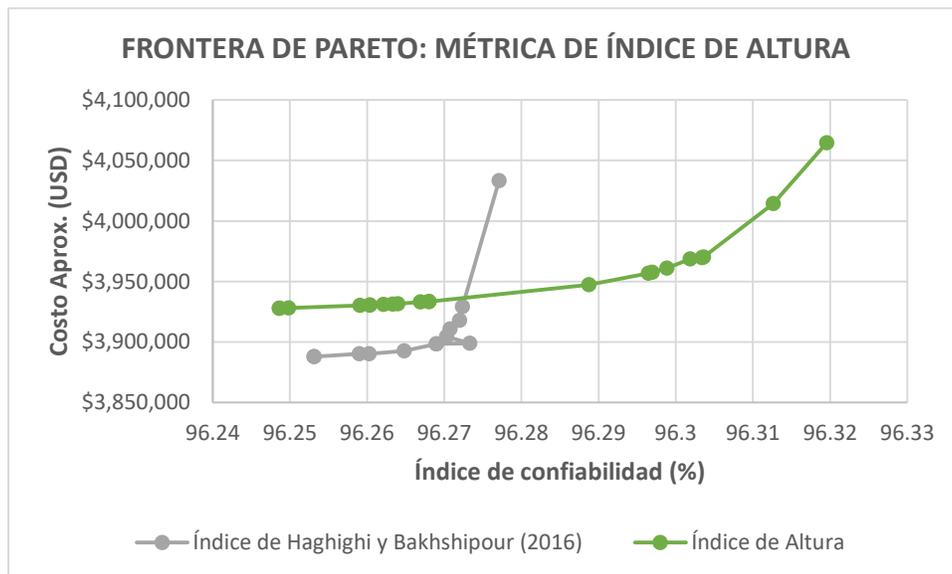


10.2 Anexos de la red de Cedritos

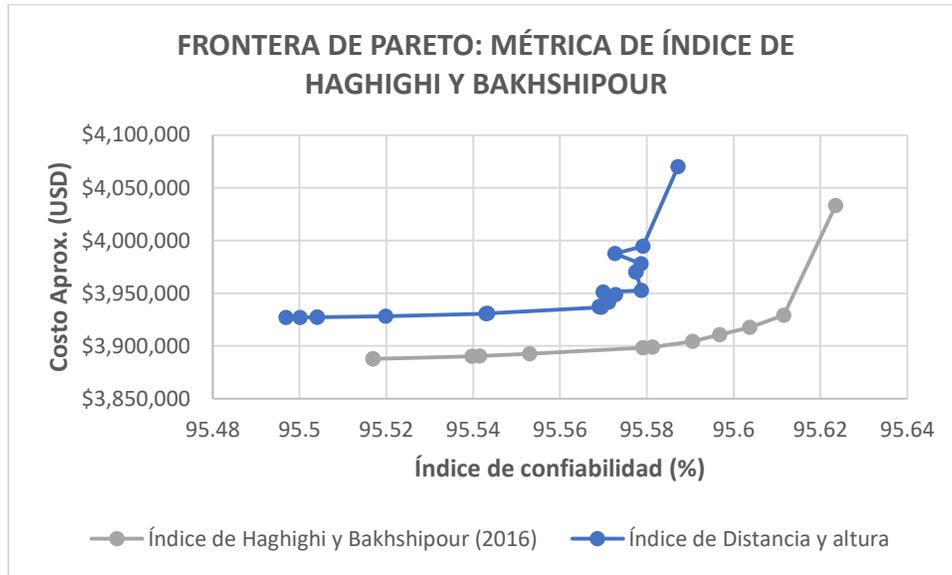
10.2.1 Resultados del caso 1



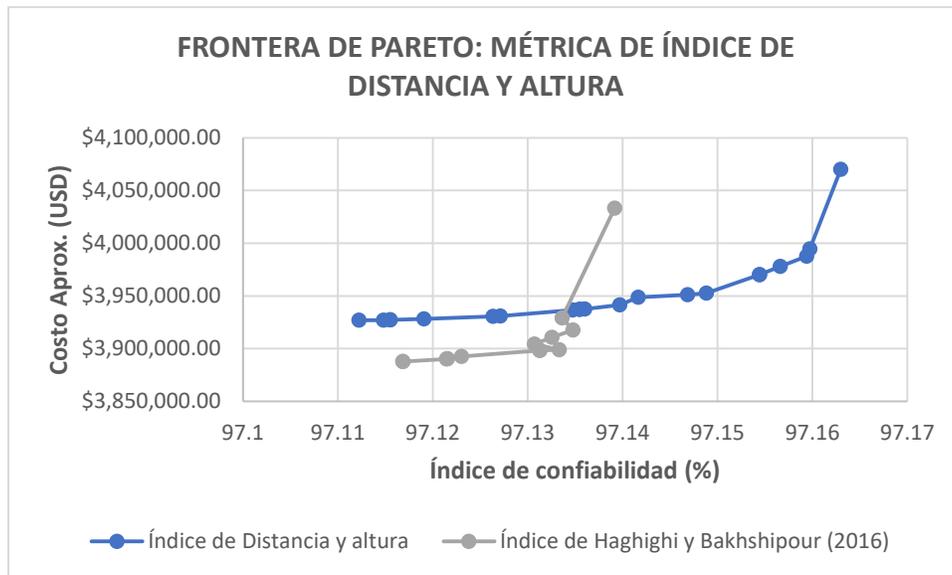
Gráfica 67. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* - *Altura* en la métrica del índice de *Haghghi* y *Bakhshipour* en Cedritos



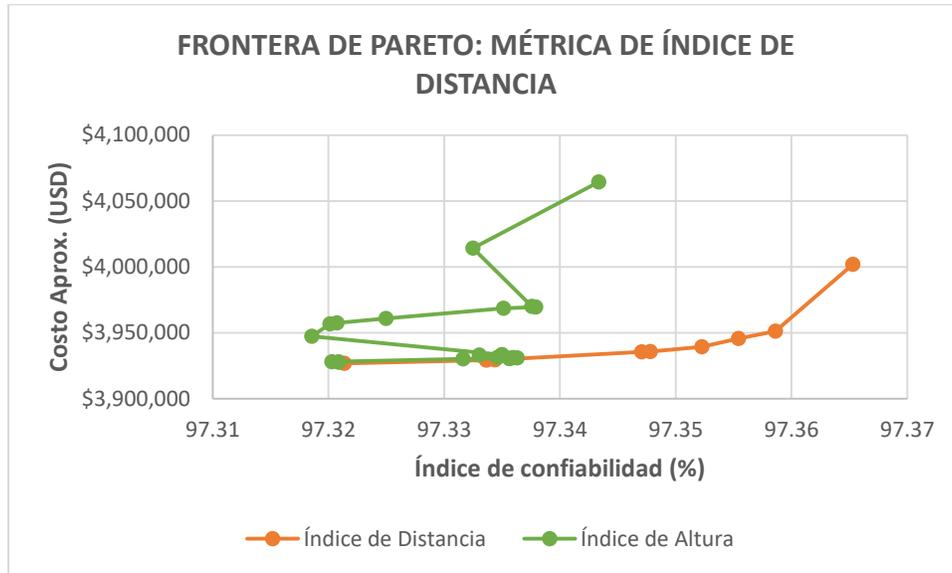
Gráfica 68. Par de índices *Haghghi* y *Bakhshipour* - *Altura* en la métrica del índice de *Altura* en Cedritos



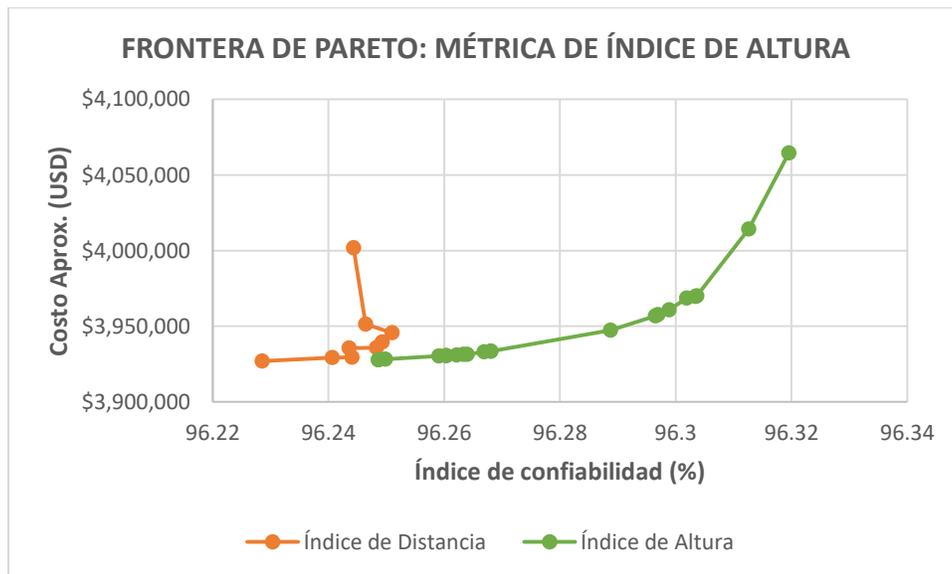
Gráfica 69. Par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Haghighi* y *Bakhshipour* en Cedritos



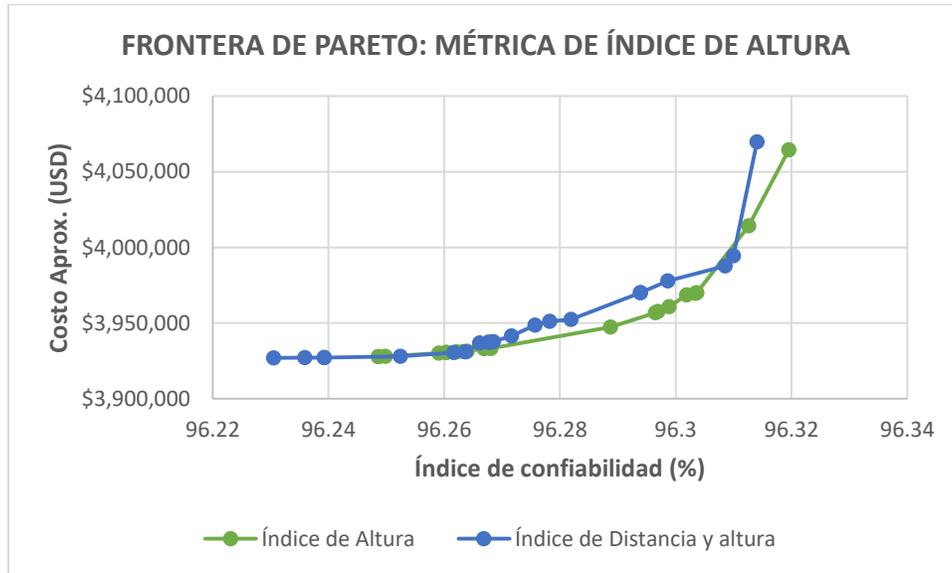
Gráfica 70. Par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Cedritos



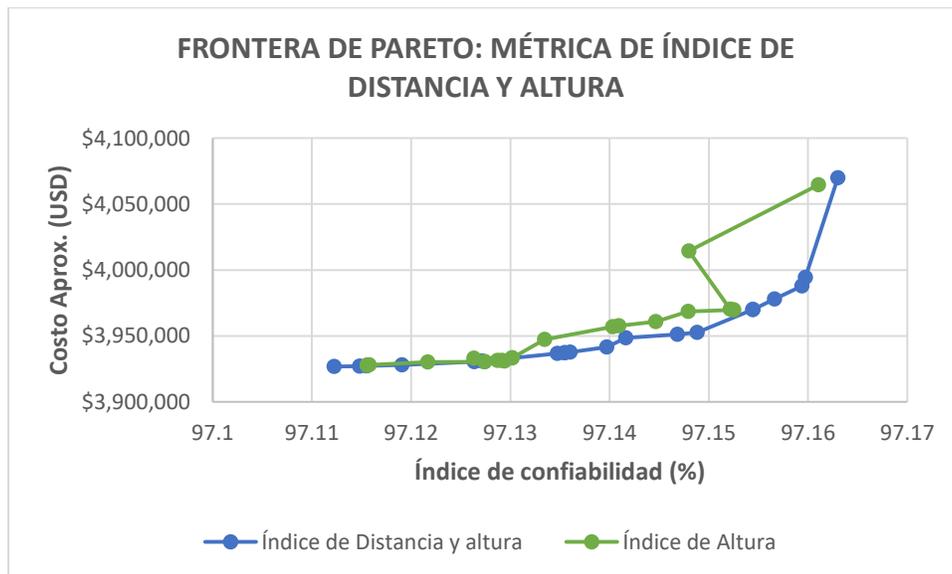
Gráfica 71. Par de índices *Distancia - Altura* en la métrica del índice de *Distancia* en Cedritos



Gráfica 72. Par de índices *Distancia - Altura* en la métrica del índice de *Altura* en Cedritos



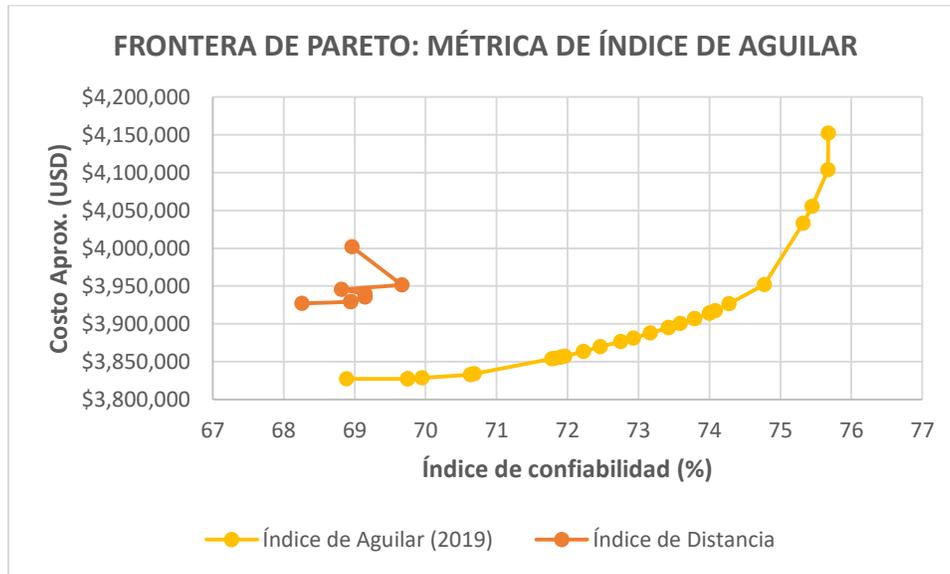
Gráfica 75. Par de índices *Altura – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Altura* en Cedritos



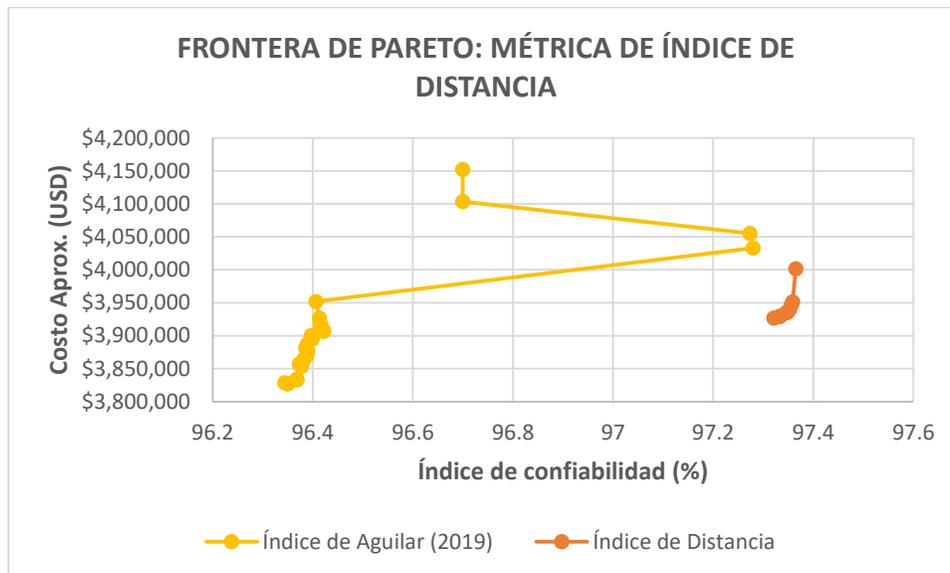
Gráfica 76. Par de índices *Altura – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Cedritos



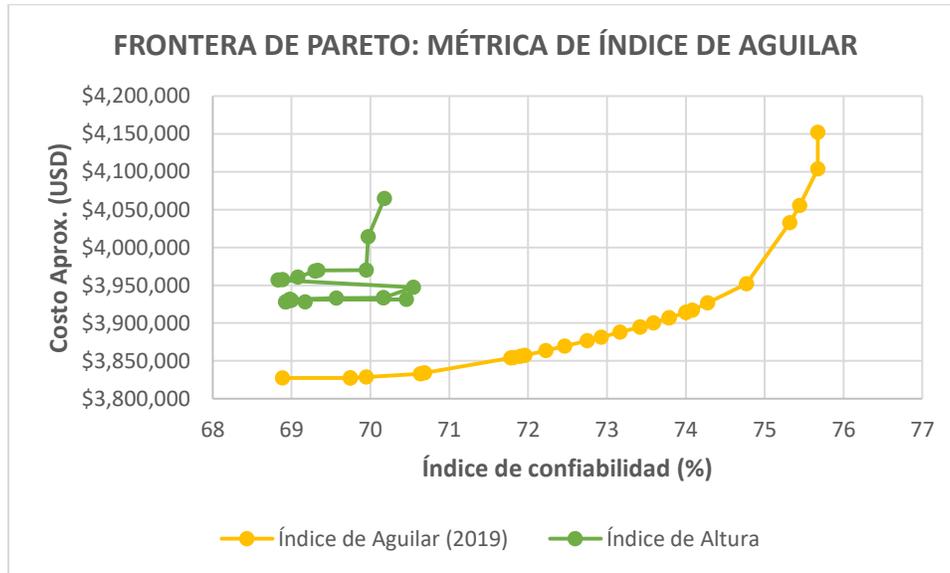
10.2.2 Resultados del caso 2



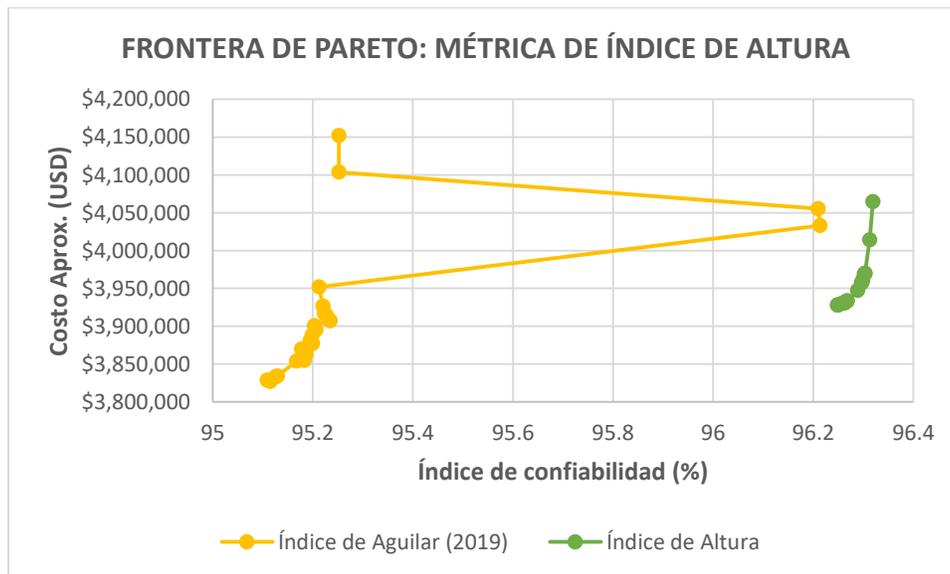
Gráfica 77. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos



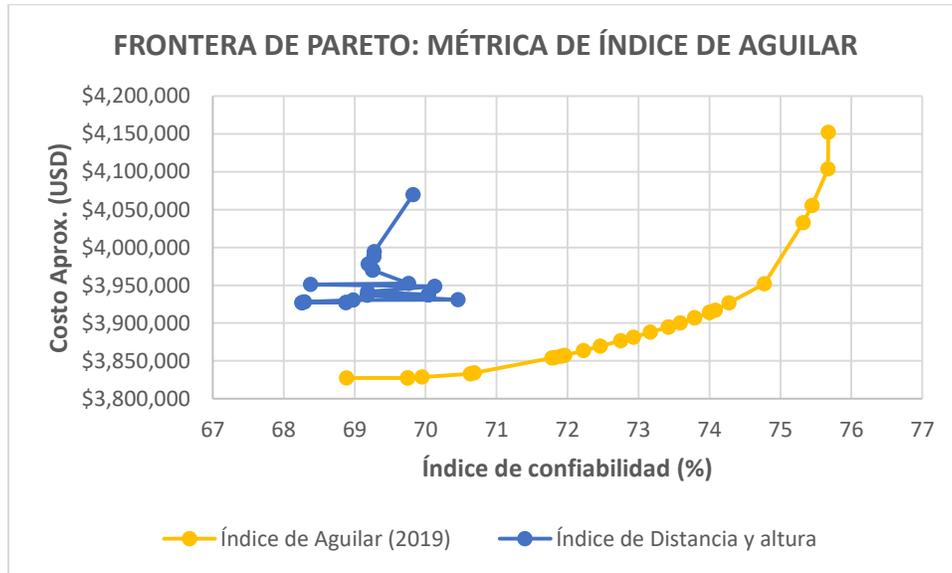
Gráfica 78. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Cedritos



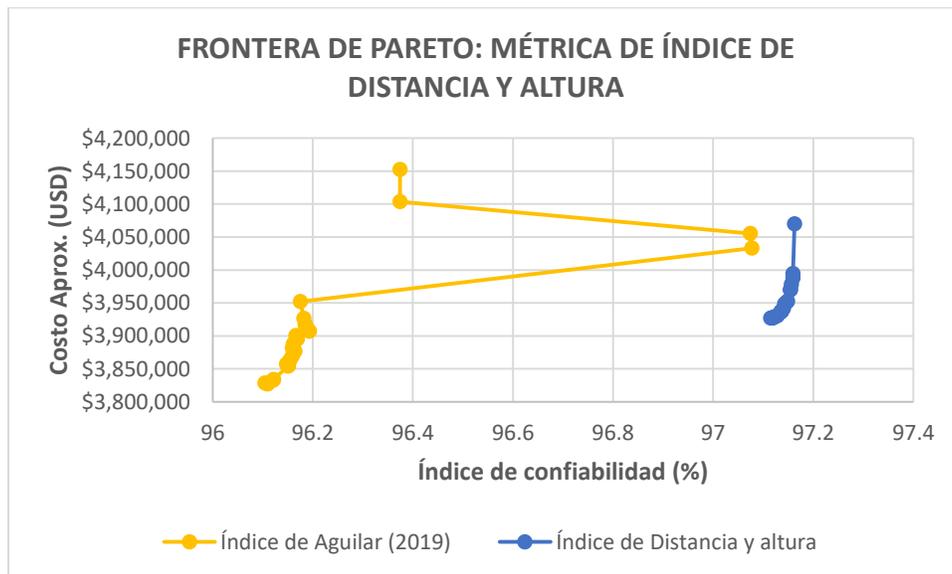
Gráfica 79. Par de índices *Aguilar - Altura* en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos



Gráfica 80. Par de índices *Aguilar - Altura* en la métrica del índice de Altura en Cedritos



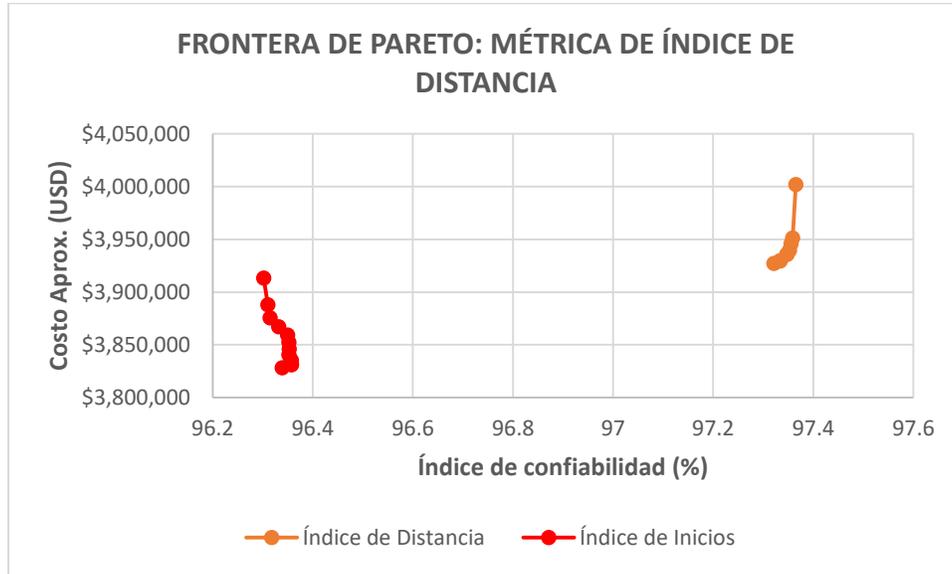
Gráfica 81. Par de índices Aguilar – Distancia y altura en la métrica del índice de Aguilar en Cedritos



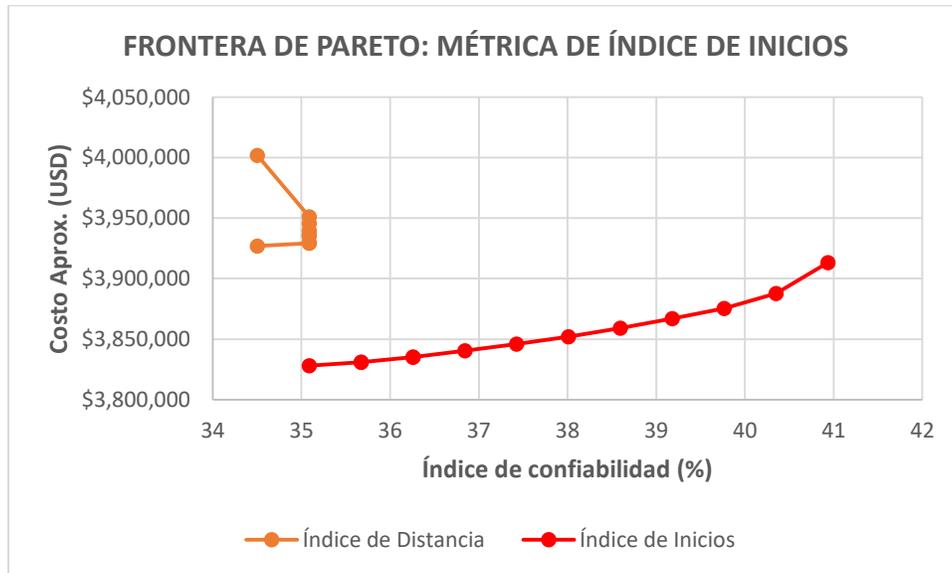
Gráfica 82. Par de índices Aguilar – Distancia y altura en la métrica del índice de Distancia y altura en Cedritos



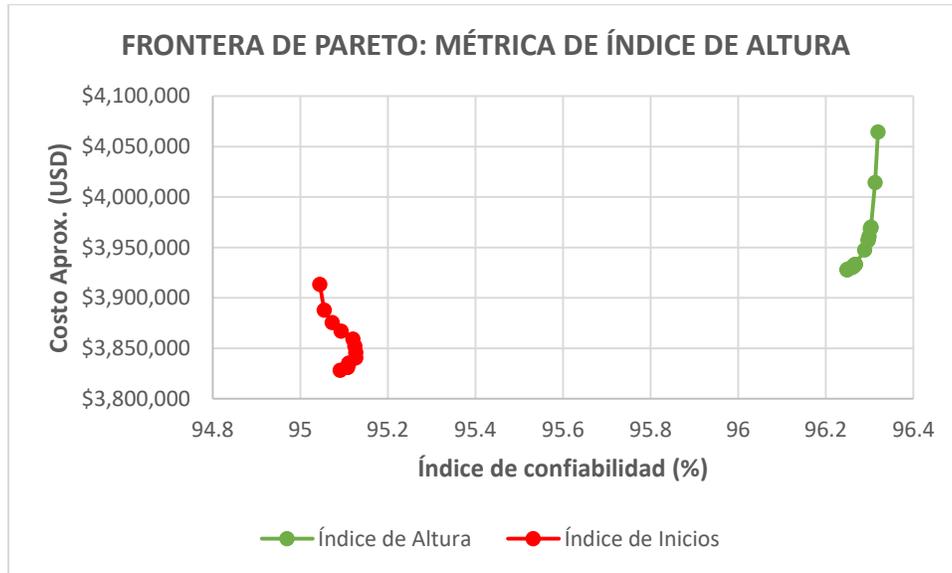
10.2.3 Resultados del caso 4



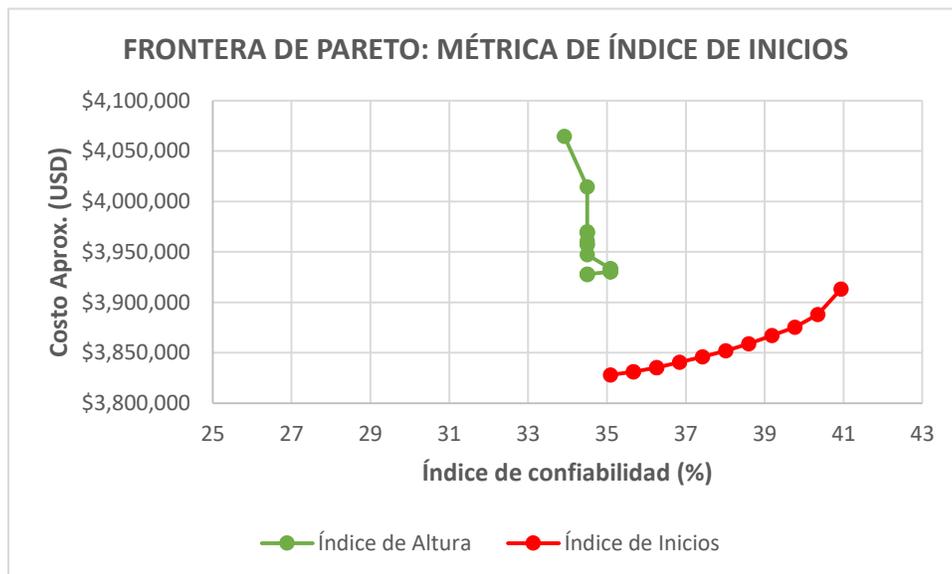
Gráfica 83. Par de índices *Inicios – Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Cedritos



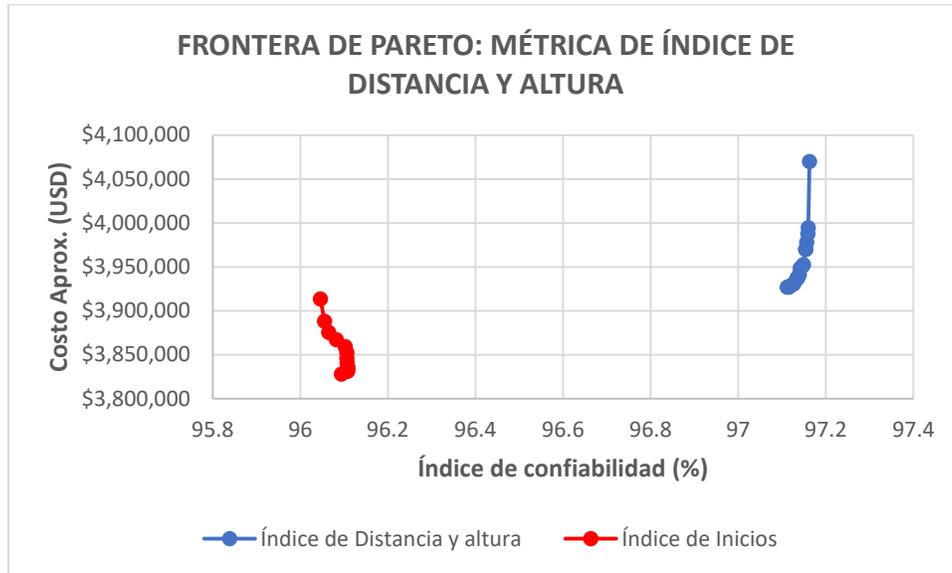
Gráfica 84. Par de índices *Inicios – Distancia* en la métrica del índice de Inicios en Cedritos



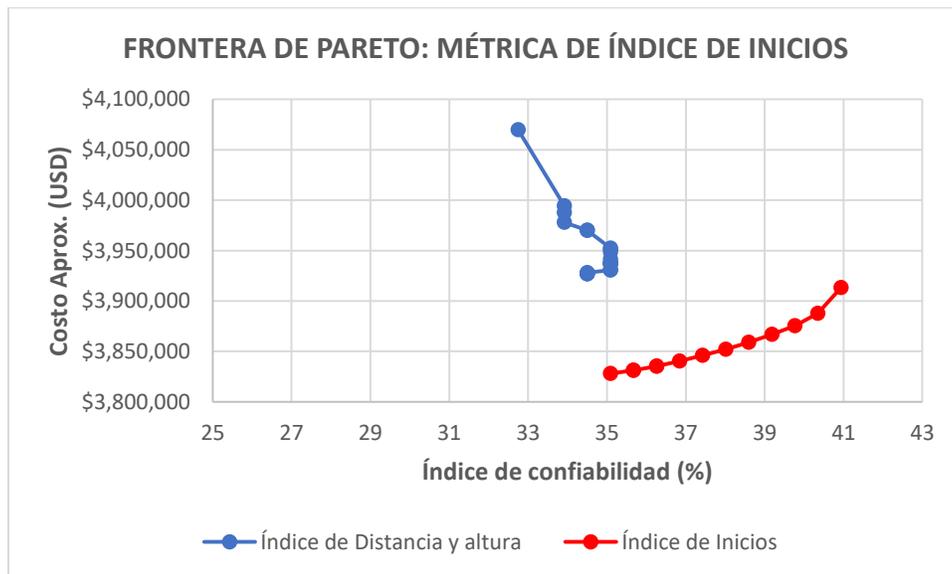
Gráfica 85. Par de índices *Inicios – Altura* en la métrica del índice de Altura en Cedritos



Gráfica 86. Par de índices *Inicios – Altura* en la métrica del índice de Inicios en Cedritos



Gráfica 87. Par de índices *Inicios* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Cedritos

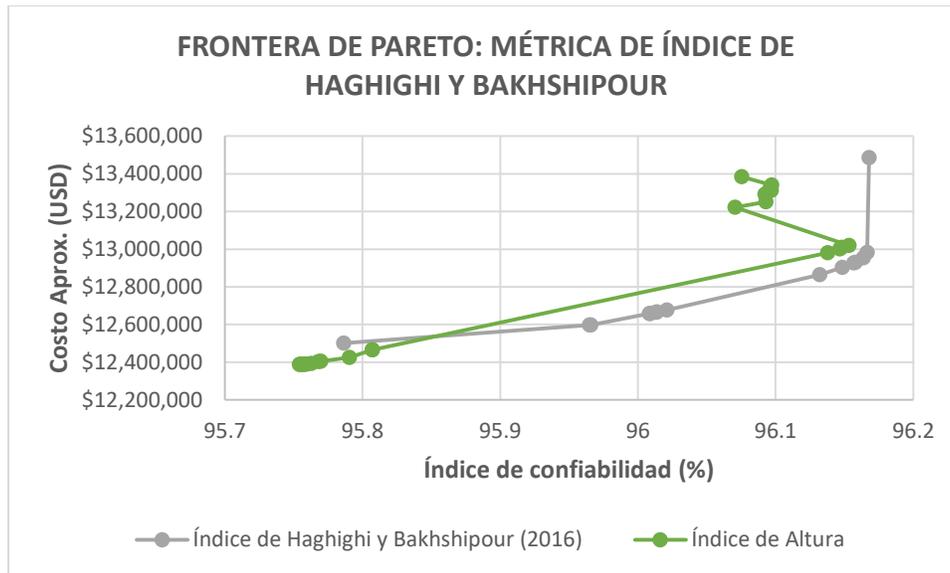


Gráfica 88. Par de índices *Inicios* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Inicios* en Cedritos

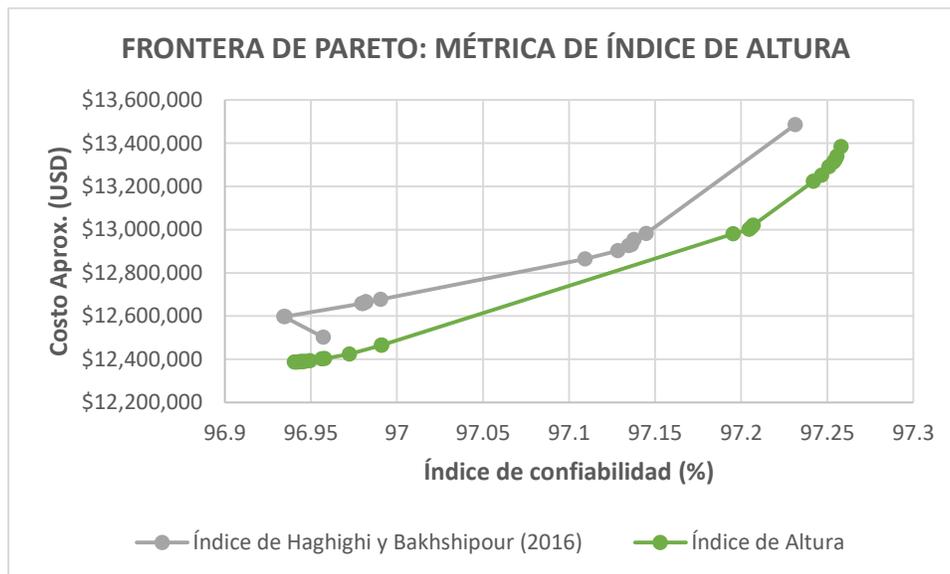


10.3 Anexos de la red de Esmeralda

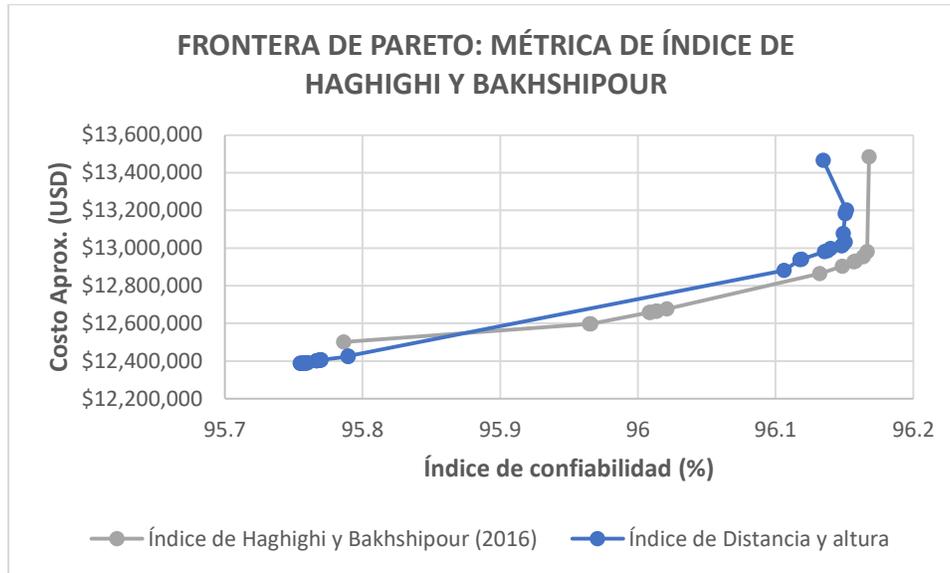
10.3.1 Resultados del caso 1



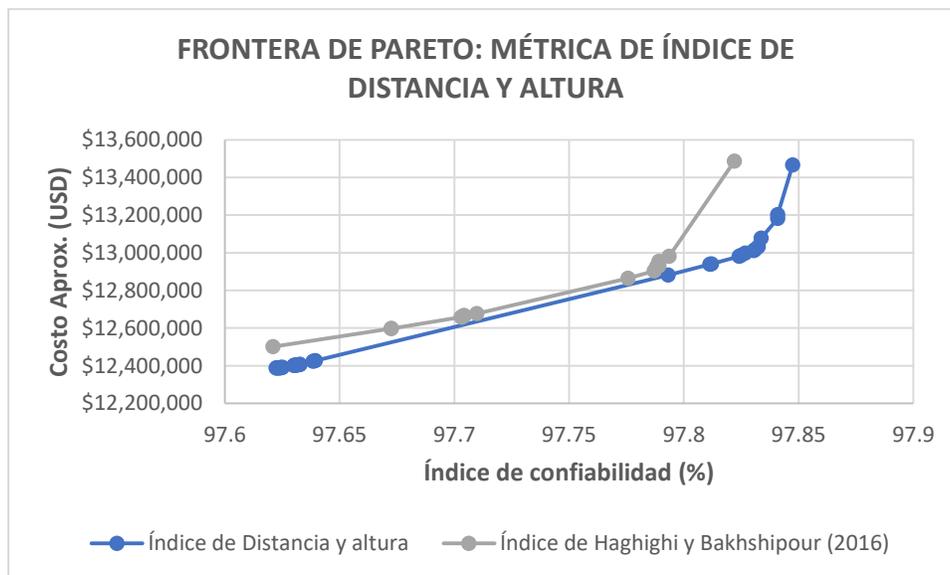
Gráfica 89. Par de índices *Haghighi* y *Bakshipoor* - *Altura* en la métrica del índice de Haghighi y Bakshipoor en Esmeralda



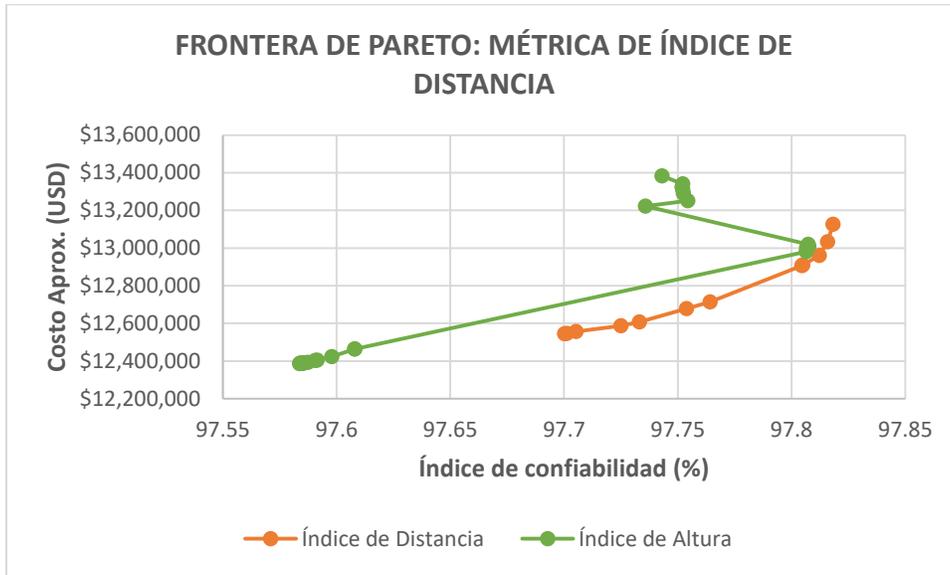
Gráfica 90. Par de índices *Haghighi* y *Bakshipoor* - *Altura* en la métrica del índice de Altura en Esmeralda



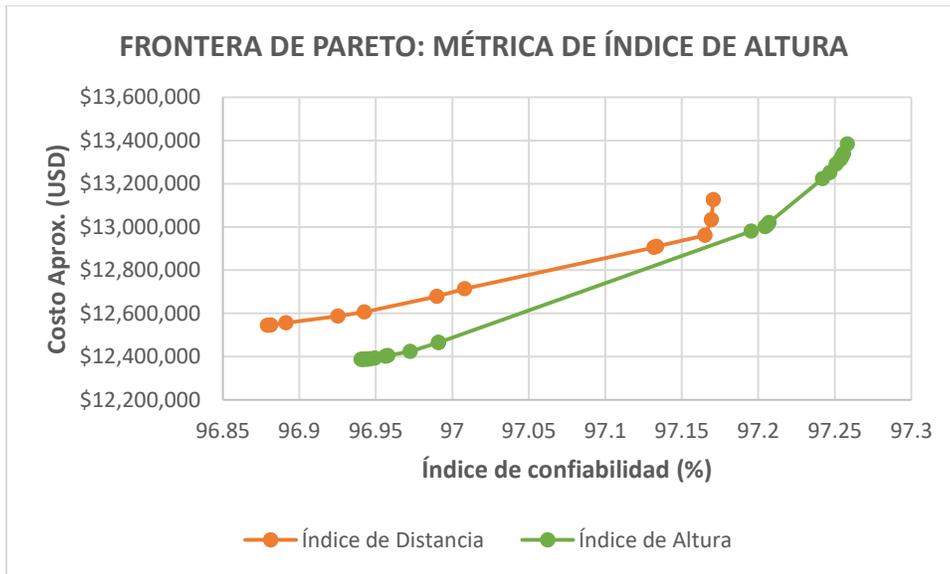
Gráfica 91. Par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de Haghighi y Bakhshipour en Esmeralda



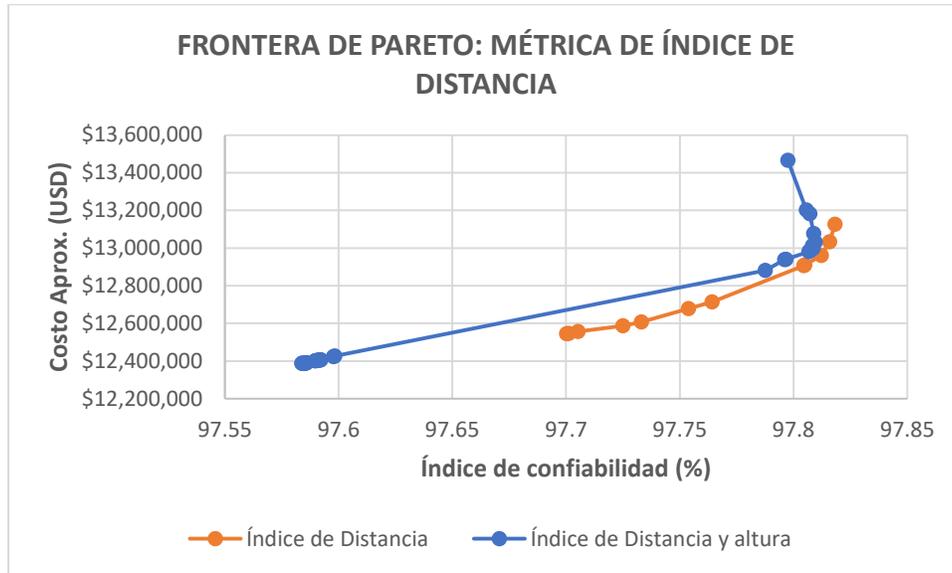
Gráfica 92. Par de índices *Haghighi* y *Bakhshipour* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de Distancia y altura en Esmeralda



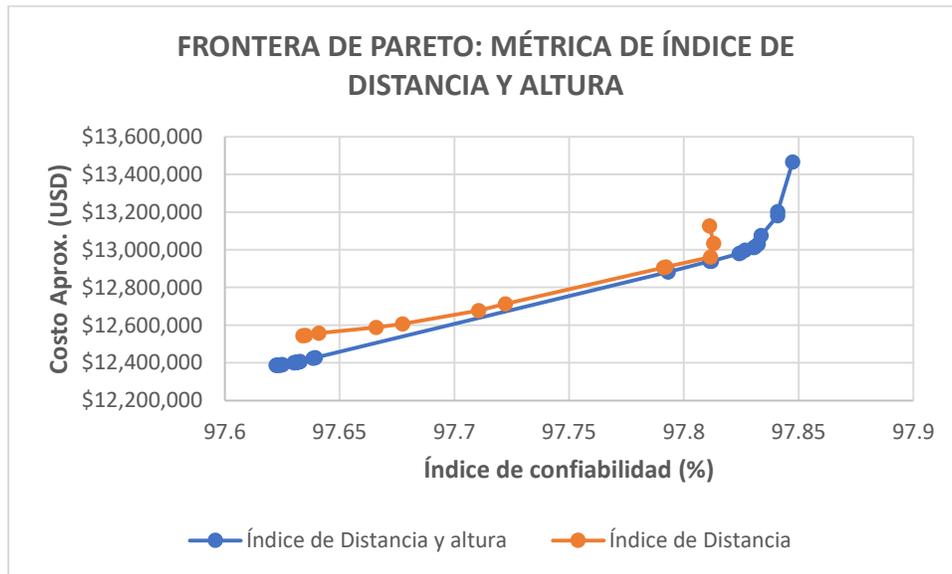
Gráfica 93. Par de índices *Distancia* - *Altura* en la métrica del índice de *Distancia* en Esmeralda



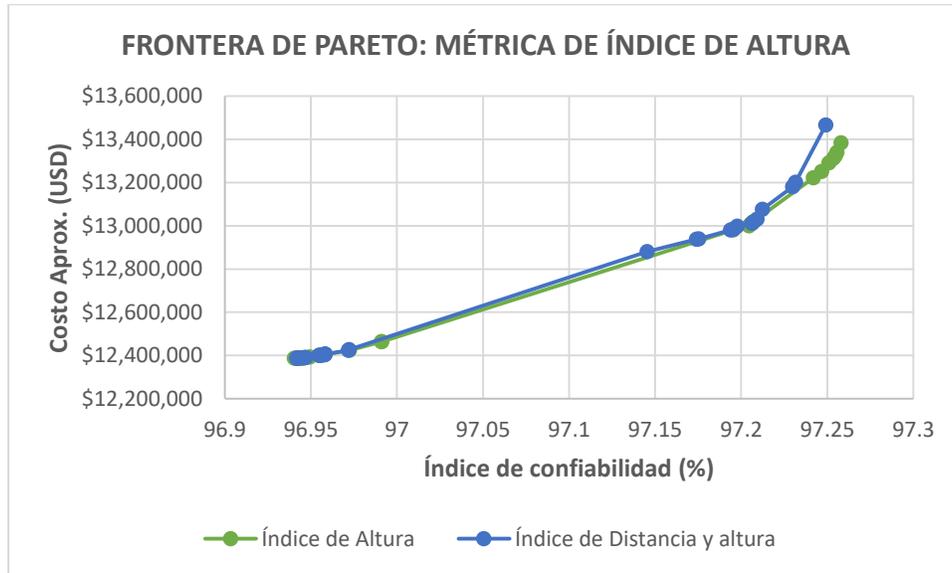
Gráfica 94. Par de índices *Distancia* - *Altura* en la métrica del índice de *Altura* en Esmeralda



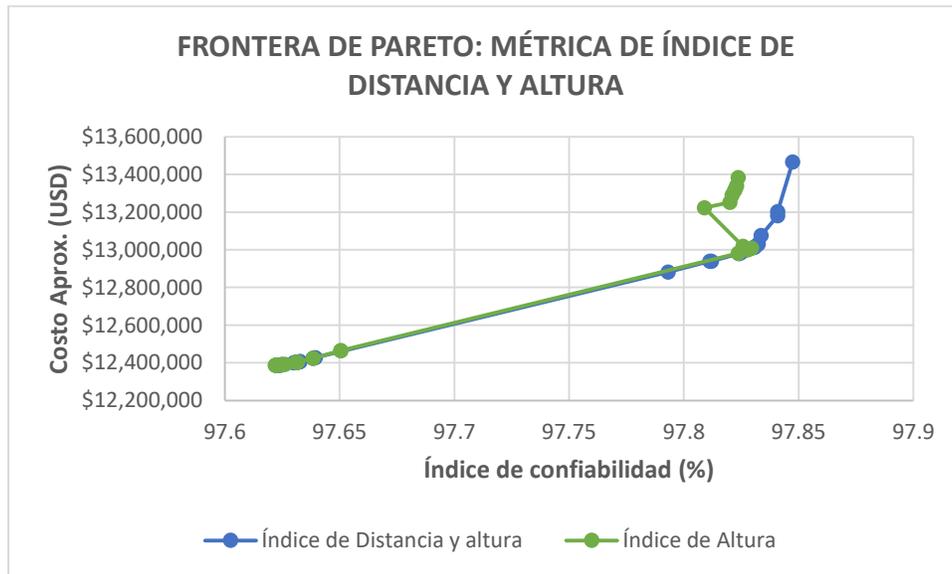
Gráfica 95. Par de índices *Distancia* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia* en Esmeralda



Gráfica 96. Par de índices *Distancia* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Esmeralda



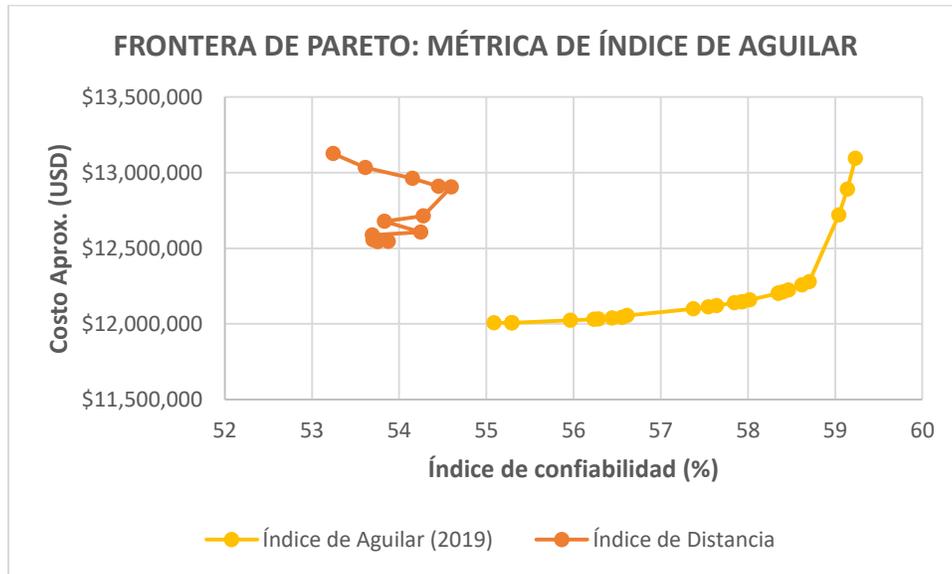
Gráfica 97. Par de índices *Altura* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Altura* en Esmeralda



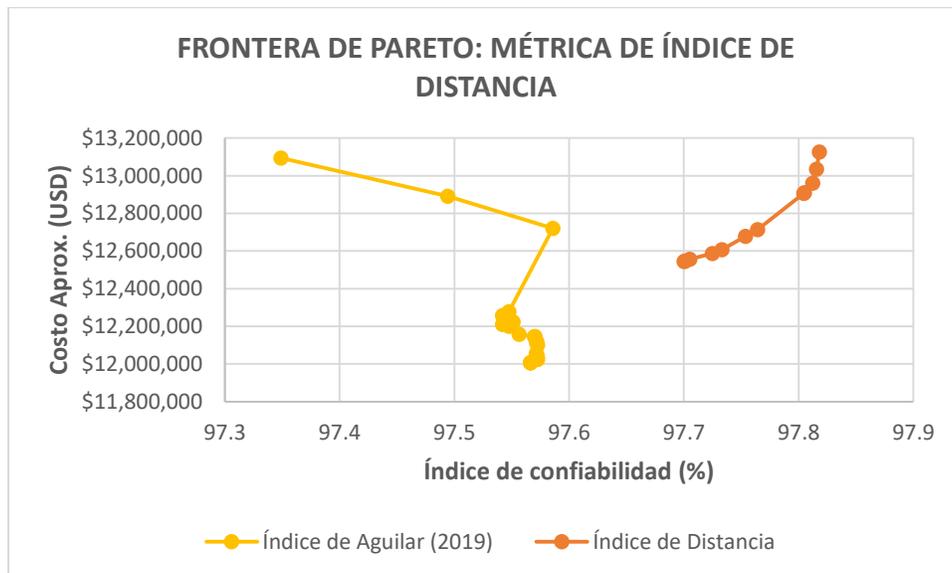
Gráfica 98. Par de índices *Altura* – *Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Esmeralda



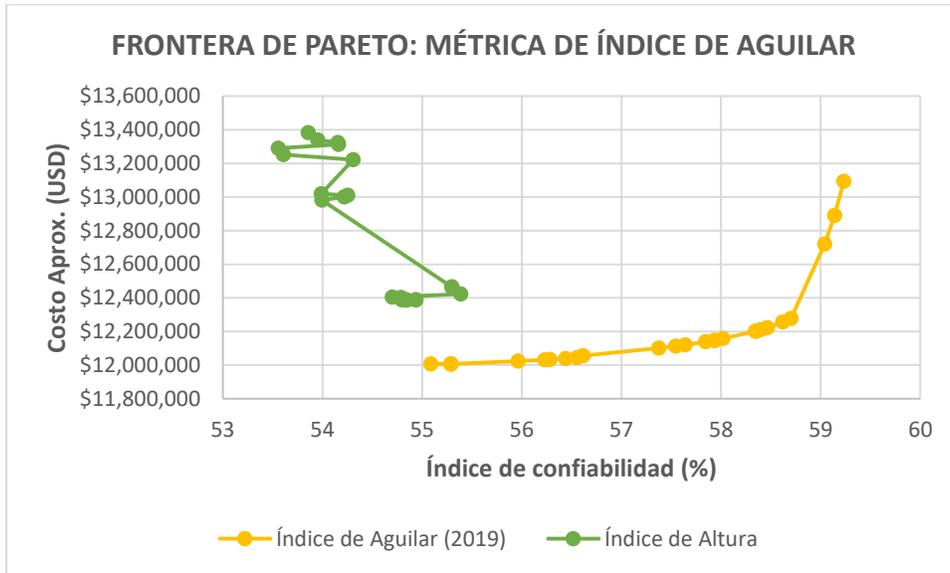
10.3.2 Resultados del caso 2



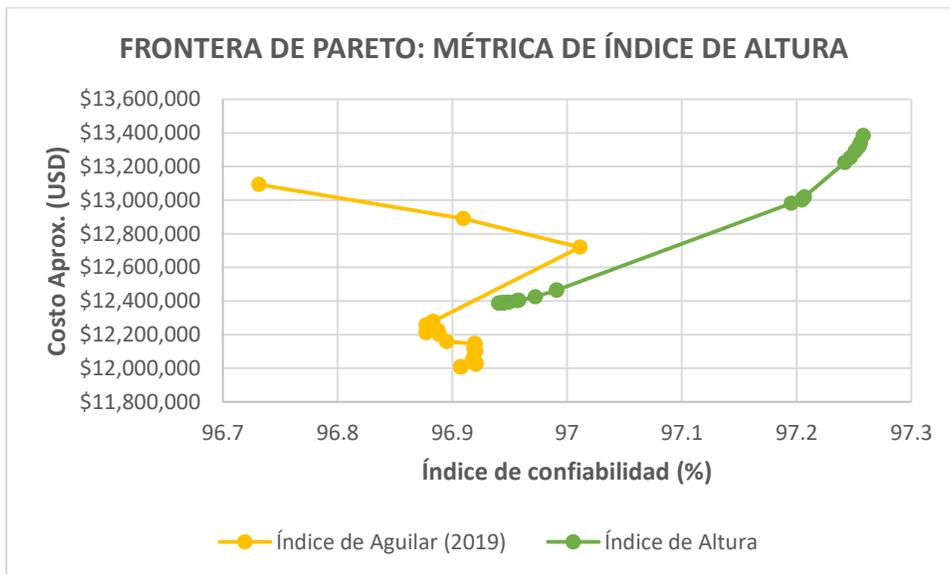
Gráfica 99. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda



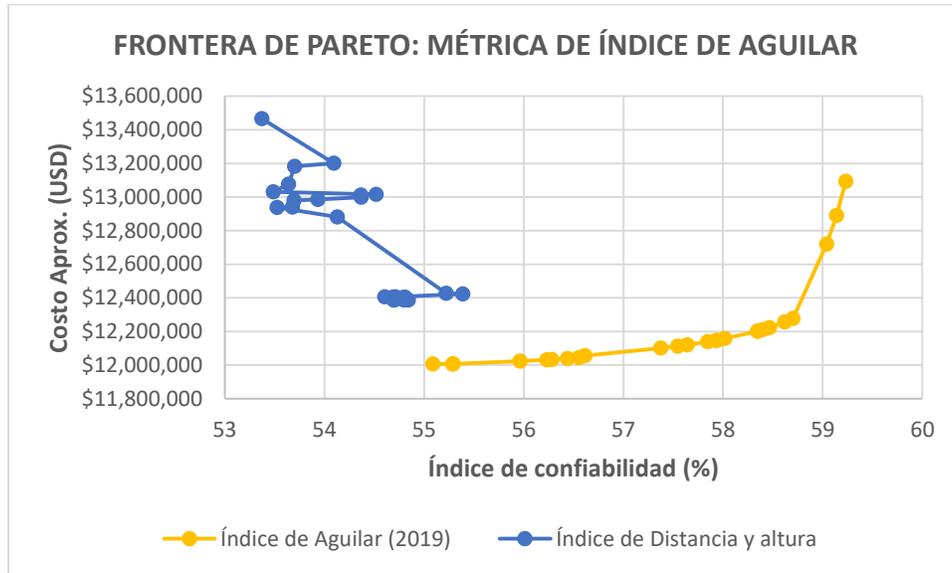
Gráfica 100. Par de índices *Aguilar - Distancia* en la métrica del índice de Distancia en Esmeralda



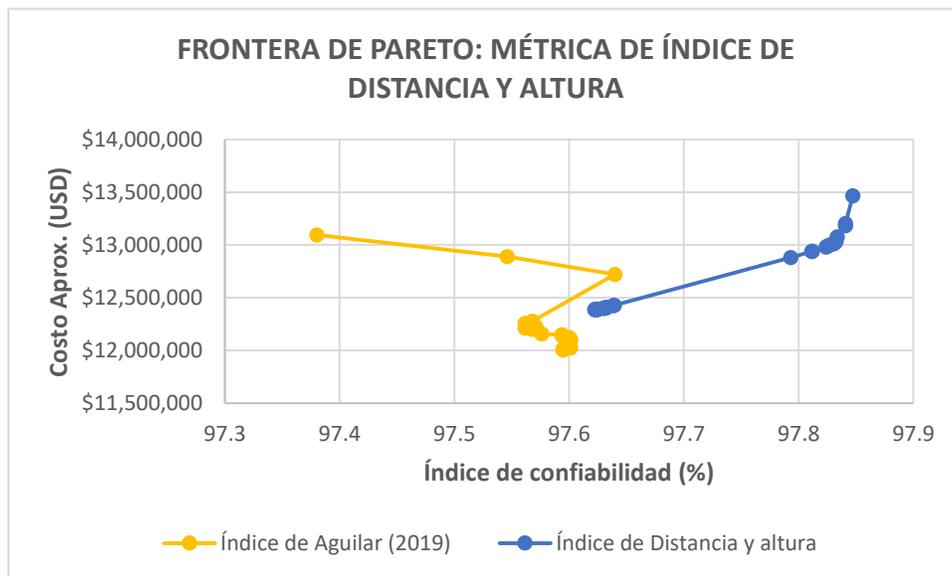
Gráfica 101. Par de índices *Aguilar - Altura* en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda



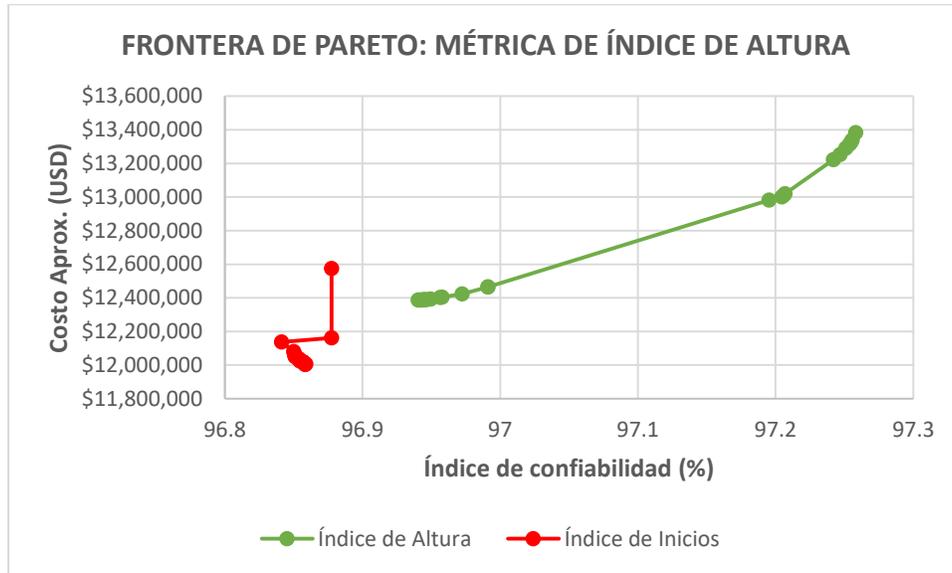
Gráfica 102. Par de índices *Aguilar - Altura* en la métrica del índice de Altura en Esmeralda



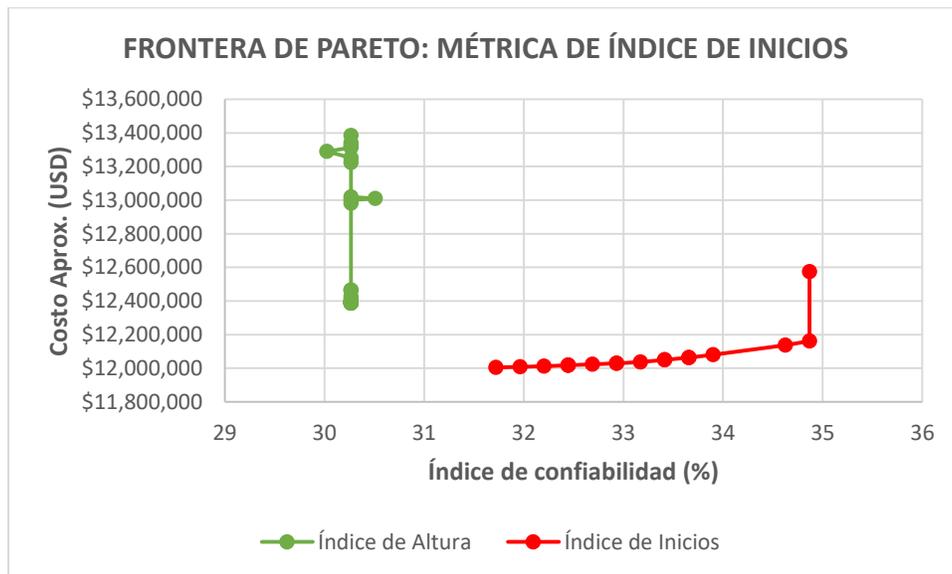
Gráfica 103. Par de índices *Aguilar – Distancia y altura* en la métrica del índice de Aguilar en Esmeralda



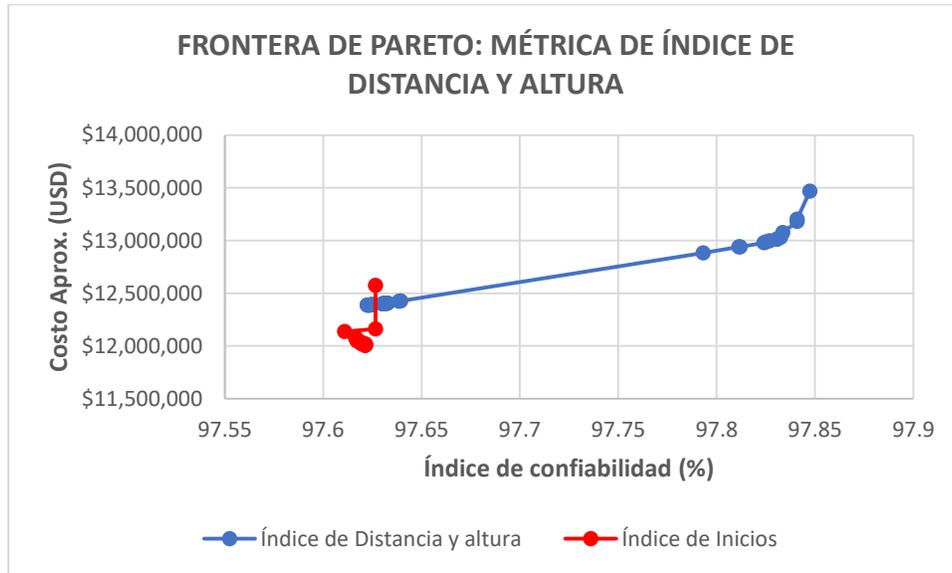
Gráfica 104. Par de índices *Aguilar – Distancia y altura* en la métrica del índice de Distancia y altura en Esmeralda



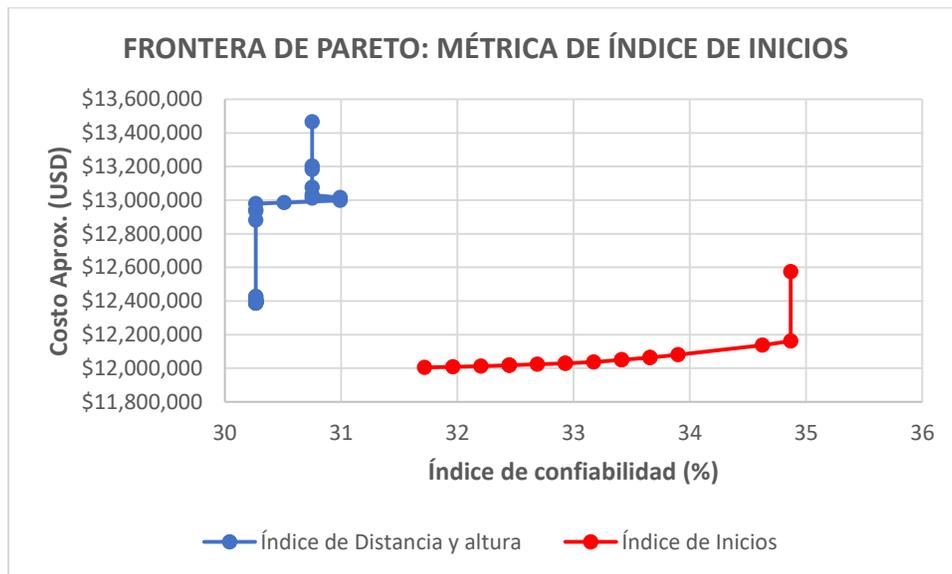
Gráfica 107. Par de índices *Inicios – Altura* en la métrica del índice de Altura en Esmeralda



Gráfica 108. Par de índices *Inicios – Altura* en la métrica del índice de Inicios en Esmeralda



Gráfica 109. Par de índices *Inicios – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Distancia y altura* en Esmeralda



Gráfica 110. Par de índices *Inicios – Distancia y altura* en la métrica del índice de *Inicios* en Esmeralda