

TESIS DE PREGRADO

**ANÁLISIS DE LA GEOMETRÍA FRACTAL DE LA SUPERFICIE ÓPTIMA
DE PRESIONES EN EL DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES DE
DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE**

Andrés Felipe Jaramillo Pabón

Asesor: Juan G. Saldarriaga Valderrama



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
PREGRADO EN INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTÁ D.C.
2020**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por guiarme y brindarme fortaleza a lo largo de toda la carrera. A mis padres, por motivarme, apoyarme y ser una fuente incondicional de confianza y amor. Al Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA) y a mi asesor, Juan G. Saldarriaga, por brindarme las herramientas, conocimientos y consejos con los cuáles fue posible construir el presente trabajo. Finalmente, a la Universidad de los Andes y a los demás profesores encargados de mi formación, cuyos esfuerzos garantizaron mi aprendizaje en el área de la ingeniería civil y ambiental.

TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción	36
2	Objetivos	37
2.1.1	Objetivo General	37
2.1.2	Objetivos Específicos.....	37
3	Marco teórico.....	38
3.1	Conceptos de mecánica de fluidos	38
3.1.1	Propiedades del agua.....	38
3.1.2	Principio de conservación de la masa	39
3.1.3	Principio de conservación de la energía	40
3.2	Conceptos de hidráulica de tuberías	41
3.2.1	Regímenes de flujo.....	41
3.2.2	Pérdidas de energía en una tubería	42
3.2.3	Método del gradiente en redes cerradas	45
3.3	Diseño optimizado de redes de distribución de agua potable	51
3.3.1	Definiciones y restricciones	51
3.3.2	Criterio de Wu y metodología LOGH para tuberías en serie	52
3.3.3	Métodos de optimización para redes cerradas	55
3.3.4	Redondeo de diámetros.....	63
3.4	Herramientas computacionales.....	66
3.4.1	Programa REDES	66
3.4.2	Programa MATLAB	68
3.4.3	Programa ArcGIS	70
3.5	Geometría fractal.....	72
3.5.1	Autosimilitud	72
3.5.2	Dimensión fractal – Hausdorff-Besicovitch.....	72
3.5.3	Dimensión fractal – Box Counting.....	73
3.6	Análisis fractal	74



3.6.1	Algoritmo Box-Covering	74
3.6.2	Análisis de Rango Reescalado (R/S)	76
3.6.3	Análisis de la lagunaridad.....	78
4	Metodología.....	81
4.1	Definición de las redes	81
4.2	Cálculo de diseños óptimos	83
4.3	Cálculo de diseños no óptimos	85
4.4	Análisis fractal de las redes	86
4.5	Trazado de la red.....	87
4.6	Generación de las Superficies de Gradiente Hidráulico	89
4.7	Análisis fractal unidimensional de la superficie	92
4.8	Análisis fractal bidimensional de la superficie	94
5	Resultados.....	97
5.1	Diseños óptimos y no óptimos.....	97
5.1.1	Costos.....	97
5.1.2	Distribuciones de diámetros	105
5.1.3	Superficies de Gradiente Hidráulico	117
5.2	Análisis fractal unidimensional de las superficies.....	163
5.2.1	Perfil de dimensiones fractales – Eje X	163
5.2.2	Perfil de dimensiones fractales – Eje Y	174
5.3	Análisis fractal bidimensional de las superficies.....	186
5.3.1	Modelos Digitales de Elevaciones (DEM).....	186
5.3.2	Dimensiones fractales.....	198
5.3.3	Gráficas	204
5.4	Correlación de dimensiones fractales – Red vs SOP	225
6	Análisis de resultados.....	228
6.1	Diseños óptimos y no óptimos.....	228
6.2	Superficies de Gradiente Hidráulico	229
6.3	Análisis fractal	230



7	Conclusiones	233
8	Recomendaciones	234
9	Referencias.....	235
10	Anexos.....	246
10.1	Topología de las redes	246
10.2	Curvas de costos	251
10.3	Trazado de red – Algoritmo MATLAB.....	260
10.4	Generación de SGH – Algoritmo MATLAB	263
10.5	Análisis fractal unidimensional – Algoritmo MATLAB.....	266
10.6	Análisis fractal bidimensional – Algoritmo MATLAB.....	268
10.7	Costos - Diseños	269
10.8	Conteo de diámetros – Algoritmo MATLAB.....	270
10.9	Diámetros - Diseños	271

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Flujos similares.....	41
Figura 2. Diagrama de flujo 1 - Método del gradiente.	50
Figura 3. Diagrama de Flujo 2 - Metodología SOGH Parte 1.	60
Figura 4. Diagrama de Flujo 2 - Metodología SOGH Parte 2.	61
Figura 5. Diagrama de Flujo 3 - Redondeo de diámetros Parte A. Adaptado de Saldarriaga (2016).	64
Figura 6. Diagrama de flujo 3 - Redondeo de diámetros Parte B. Adaptado de Saldarriaga (2016).....	65
Figura 7. Interfaz REDES 2019 para la red de ejemplo.	66
Figura 8. Interfaz REDES 2019 visualización 3D de la SOP.....	67
Figura 9. Botones para la construcción de la red.	67
Figura 10. Ventana de edición de red.....	67
Figura 11. Pestaña Diseñar.	68
Figura 12. Ventana de resultados del diseño optimizado.	68
Figura 13. Interfaz MATLAB R2018a.	69
Figura 14. Interfaz ArcMap.	71
Figura 15. Herramientas de ArcToolbox.	71
Figura 16. Diagrama de flujo - Análisis fractal de las redes. Recuperado de Vargas et. al. (2019).	76
Figura 17. OPUS en REDES 2019.	83
Figura 18. Asignación de diámetros comerciales, restricciones y coeficientes de función de costos.	84
Figura 19. Parámetros OPUS 1 - REDES 2019.	84
Figura 20. Parámetros OPUS 2 - REDES 2019.	84
Figura 21. Algoritmos Genéticos en REDES 2019.	85
Figura 22. Parámetros Algoritmos Genéticos 1 – REDES 2019.....	86
Figura 23. Parámetros Algoritmos Genéticos 2 - REDES 2019.....	86
Figura 24. Opción para el cálculo de la dimensión fractal en REDES 2019.	86
Figura 25. Ingreso de parámetros para la aplicación del algoritmo Box-Covering.	87
Figura 26. Diagrama de flujo - Trazado de la red.....	88
Figura 27. Diagrama de flujo - Generación de SGH - Parte 1.....	90
Figura 28. Diagrama de flujo - Generación SGH - Parte 2.....	91



Figura 29. Diagrama de flujo - Análisis fractal unidimensional.	93
Figura 30. Herramienta IDW.	95
Figura 31. Generación de imágenes ".tif".	95
Figura 32. Diagrama de flujo - Análisis fractal bidimensional.	96
Figura 33. Costos - Red Two Loops	97
Figura 34. Costos - Red Two Reservoirs.	97
Figura 35. Costos - Red Taichung.	98
Figura 36. Costos - Red Hanoi.	98
Figura 37. Costos - Red Blacksburg.	98
Figura 38. Costos - Red New York Tunnels.	99
Figura 39. Costos - Red BakRyan.	99
Figura 40. Costos - Red Fossolo.	99
Figura 41. Costos - Red R28.	100
Figura 42. Costos - Red Pescara.	100
Figura 43. Costos - Red Modena.	100
Figura 44. Costos - Red Balerma.	101
Figura 45. Costos - Red San Vicente.	101
Figura 46. Costos - Red Cazucá.	101
Figura 47. Costos - Red Elevada.	102
Figura 48. Costos - Red Bolívar.	102
Figura 49. Costos - Red La Cumbre.	102
Figura 50. Costos - Red Candelaria.	103
Figura 51. Costos - Red Bugalagrande.	103
Figura 52. Costos - Red Carmen.	103
Figura 53. Costos - Red Chinú.	104
Figura 54. Costos - Red Sector 35.	104
Figura 55. Costos - Red La Enea.	105
Figura 56. Distribución de diámetros - Red Two Loops.	105
Figura 57. Distribución de diámetros - Red Taichung.	106
Figura 58. Distribución de diámetros - Red Two Reservoirs.	106



Figura 59. Distribución de diámetros - Red Blacksburg.....	107
Figura 60. Distribución de diámetros - Red Hanoi.....	107
Figura 61. Distribución de diámetros - Red BakRyan.....	108
Figura 62. Distribución de diámetros - Red New York Tunnels.....	108
Figura 63. Distribución de diámetros - Red R28.....	109
Figura 64. Distribución de diámetros - Red Fossolo.....	109
Figura 65. Distribución de diámetros - Red Modena.....	110
Figura 66. Distribución de diámetros - Red Pescara.....	110
Figura 67. Distribución de diámetros - Red San Vicente.....	111
Figura 68. Distribución de diámetros - Red Balerma.....	111
Figura 69. Distribución de diámetros - Red Cazucá.....	112
Figura 70. Distribución de diámetros - Red Elevada.....	112
Figura 71. Distribución de diámetros - Red La Cumbre.....	113
Figura 72. Distribución de diámetros - Red Bolívar.....	113
Figura 73. Distribución de diámetros - Red Candelaria.....	114
Figura 74. Distribución de diámetros - Red Bugalagrande.....	114
Figura 75. Distribución de diámetros - Red Carmen.....	115
Figura 76. Distribución de diámetros - Red Chinú.....	115
Figura 77. Distribución de diámetros - Red Sector 35.....	116
Figura 78. Distribución de diámetros - Red La Enea.....	116
Figura 79. SOP Red Two Loops - REDES 2019.....	117
Figura 80. SOP Red Two Loops - MATLAB.....	117
Figura 81. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Loops - REDES 2019.....	117
Figura 82. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Loops - MATLAB.....	117
Figura 83. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Loops - REDES 2019.....	117
Figura 84. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Loops - MATLAB.....	117
Figura 85. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Loops - REDES 2019.....	117
Figura 86. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Loops - MATLAB.....	117
Figura 87. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Loops - REDES 2019.....	118
Figura 88. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Loops - MATLAB.....	118



Figura 89. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Loops - REDES 2019.....	118
Figura 90. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Loops - MATLAB.	118
Figura 91. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Loops - REDES 2019.....	118
Figura 92. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Loops - MATLAB.	118
Figura 93. SOP Red Two Reservoirs – REDES 2019.	119
Figura 94. SOP Red Two Reservoirs - MATLAB.	119
Figura 95. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	119
Figura 96. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	119
Figura 97. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	119
Figura 98. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	119
Figura 99. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	119
Figura 100. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	119
Figura 101. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	120
Figura 102. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	120
Figura 103. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	120
Figura 104. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	120
Figura 105. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.	120
Figura 106. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Reservoirs - MATLAB.....	120
Figura 107- SOP Red Taichung - REDES 2019.....	121
Figura 108. SOP Red Taichung - MATLAB.	121
Figura 109. Diseño No Óptimo 1 - Red Taichung - REDES 2019.	121
Figura 110. Diseño No Óptimo 1 - Red Taichung - MATLAB.....	121
Figura 111. Diseño No Óptimo 2 - Red Taichung - REDES 2019.	121
Figura 112. Diseño No Óptimo 2 - Red Taichung - REDES 2019.	121
Figura 113. Diseño No Óptimo 3 - Red Taichung - REDES 2019.	121
Figura 114. Diseño No Óptimo 3 - Red Taichung - MATLAB.....	121
Figura 115. Diseño No Óptimo 4 - Red Taichung - REDES 2019.	122
Figura 116. Diseño No Óptimo 4 - Red Taichung - REDES 2019.	122
Figura 117. Diseño No Óptimo 5 - Red Taichung - REDES 2019.	122
Figura 118. Diseño No Óptimo 5 - Red Taichung - MATLAB.....	122



Figura 119. Diseño No Óptimo 6 - Red Taichung - REDES 2019.	122
Figura 120. Diseño No Óptimo 6 - Red Taichung - REDES 2019.	122
Figura 121. SOP Red Hanoi - REDES 2019.	123
Figura 122. SOP Red Hanoi - MATLAB.....	123
Figura 123. Diseño No Óptimo 1 - Red Hanoi - REDES 2019.....	123
Figura 124. Diseño No Óptimo 1 - Red Hanoi - MATLAB.	123
Figura 125. Diseño No Óptimo 2 - Red Hanoi - REDES 2019.....	123
Figura 126. Diseño No Óptimo 2 - Red Hanoi - MATLAB.	123
Figura 127. Diseño No Óptimo 3 - Red Hanoi - REDES 2019.....	123
Figura 128. Diseño No Óptimo 3 - Red Hanoi - MATLAB.	123
Figura 129. Diseño No Óptimo 4 - Red Hanoi - REDES 2019.....	123
Figura 130. Diseño No Óptimo 4 - Red Hanoi - MATLAB.	123
Figura 131. Diseño No Óptimo 5 - Red Hanoi - REDES 2019.....	124
Figura 132. Diseño No Óptimo 5 - Red Hanoi - REDES 2019.....	124
Figura 133. Diseño No Óptimo 6 - Red Hanoi - REDES 2019.....	124
Figura 134. Diseño No Óptimo 6 - Red Hanoi – MATLAB.	124
Figura 135. SOP Red Blacksburg - REDES 2019.	125
Figura 136. SOP Red Blacksburg - MATLAB.....	125
Figura 137. Diseño No Óptimo 1 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	125
Figura 138. Diseño No Óptimo 1 - Red Blacksburg - MATLAB.	125
Figura 139. Diseño No Óptimo 2 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	125
Figura 140. Diseño No Óptimo 2 - Red Blacksburg - MATLAB.	125
Figura 141. Diseño No Óptimo 3 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	125
Figura 142. Diseño No Óptimo 3 - Red Blacksburg - MATLAB.	125
Figura 143. Diseño No Óptimo 4 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	125
Figura 144. Diseño No Óptimo 4 - Red Blacksburg - MATLAB.	125
Figura 145. Diseño No Óptimo 5 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	126
Figura 146. Diseño No Óptimo 5 - Red Blacksburg - MATLAB.	126
Figura 147. Diseño No Óptimo 6 - Red Blacksburg - REDES 2019.....	126
Figura 148. Diseño No Óptimo 6 - Red Blacksburg - MATLAB.	126



Figura 149. SOP Red New York Tunnels - REDES 2019.	127
Figura 150. SOP Red New York Tunnels - MATLAB.....	127
Figura 151. Diseño No Óptimo 1 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	127
Figura 152. Diseño No Óptimo 1 - Red New York Tunnels - MATLAB.	127
Figura 153. Diseño No Óptimo 2 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	127
Figura 154. Diseño No Óptimo 2 - Red New York Tunnels - MATLAB.	127
Figura 155. Diseño No Óptimo 3 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	127
Figura 156. Diseño No Óptimo 3 - Red New York Tunnels - MATLAB.	127
Figura 157. Diseño No Óptimo 4 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	127
Figura 158. Diseño No Óptimo 4 - Red New York Tunnels - MATLAB.	127
Figura 159. Diseño No Óptimo 5 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	128
Figura 160. Diseño No Óptimo 5 - Red New York Tunnels - MATLAB.	128
Figura 161. Diseño No Óptimo 6 - Red New York Tunnels - REDES 2019.....	128
Figura 162. Diseño No Óptimo 6 - Red New York Tunnels - MATLAB.	128
Figura 163. SOP Red BakRyan - REDES 2019.....	129
Figura 164. SOP Red BakRyan - MATLAB.	129
Figura 165. Diseño No Óptimo 1 - Red BakRyan - REDES 2019.	129
Figura 166. Diseño No Óptimo 1 - Red BakRyan - MATLAB.....	129
Figura 167. Diseño No Óptimo 2 - Red BakRyan - REDES 2019.	129
Figura 168. Diseño No Óptimo 2 - Red BakRyan - MATLAB.....	129
Figura 169. Diseño No Óptimo 3 - Red BakRyan - REDES 2019.	129
Figura 170. Diseño No Óptimo 3 - Red BakRyan - MATLAB.....	129
Figura 171. Diseño No Óptimo 4 - Red BakRyan - REDES 2019.	129
Figura 172. Diseño No Óptimo 4 - Red BakRyan - MATLAB.....	129
Figura 173. Diseño No Óptimo 5 - Red BakRyan - REDES 2019.	130
Figura 174. Diseño No Óptimo 5 - Red BakRyan - MATLAB.....	130
Figura 175. Diseño No Óptimo 6 - Red BakRyan - REDES 2019.	130
Figura 176. Diseño No Óptimo 6 - Red BakRyan - MATLAB.....	130
Figura 177. SOP Red Fossolo - REDES 2019.	131
Figura 178. SOP Red Fossolo - MATLAB.....	131



Figura 179. Diseño No Óptimo 1 - Red Fossolo - REDES 2019.....	131
Figura 180. Diseño No Óptimo 1 - Red Fossolo - MATLAB.	131
Figura 181. Diseño No Óptimo 2 - Red Fossolo - REDES 2019.....	131
Figura 182. Diseño No Óptimo 2 - Red Fossolo - MATLAB.	131
Figura 183. Diseño No Óptimo 3 - Red Fossolo - REDES 2019.....	131
Figura 184. Diseño No Óptimo 3 - Red Fossolo - MATLAB.	131
Figura 185. Diseño No Óptimo 4 - Red Fossolo - REDES 2019.....	132
Figura 186. Diseño No Óptimo 4 - Red Fossolo - MATLAB.	132
Figura 187. Diseño No Óptimo 5 - Red Fossolo - REDES 2019.....	132
Figura 188. Diseño No Óptimo 5 - Red Fossolo - MATLAB.	132
Figura 189. Diseño No Óptimo 6 - Red Fossolo - REDES 2019.....	132
Figura 190. Diseño No Óptimo 6 - Red Fossolo - MATLAB.	132
Figura 191. SOP Red R28 - REDES 2019.	133
Figura 192. SOP Red R28 - MATLAB.....	133
Figura 193. Diseño No Óptimo 1 - Red R28 - REDES 2019.....	133
Figura 194. Diseño No Óptimo 1 - Red R28 - MATLAB.	133
Figura 195. Diseño No Óptimo 2 - Red R28 - REDES 2019.....	133
Figura 196. Diseño No Óptimo 2 - Red R28 - MATLAB.	133
Figura 197. Diseño No Óptimo 3 - Red R28 - REDES 2019.....	133
Figura 198. Diseño No Óptimo 3 - Red R28 - MATLAB.	133
Figura 199. Diseño No Óptimo 4 - Red R28 - REDES 2019.....	134
Figura 200. Diseño No Óptimo 4 - Red R28 - MATLAB.	134
Figura 201. Diseño No Óptimo 5 - Red R28 - REDES 2019.....	134
Figura 202. Diseño No Óptimo 5 - Red R28 - MATLAB.	134
Figura 203. Diseño No Óptimo 6 – Red R28 – REDES 2019.	134
Figura 204. Diseño No Óptimo 6 - Red R28 - MATLAB.	134
Figura 205. SOP Red Pescara - REDES 2019.....	135
Figura 206. SOP Red Pescara - MATLAB.....	135
Figura 207. Diseño No Óptimo 1 - Red Pescara - REDES 2019.....	135
Figura 208. Diseño No Óptimo 1 - Red Pescara - MATLAB.....	135



Figura 209. Diseño No Óptimo 2 - Red Pescara - REDES 2019.....	135
Figura 210. Diseño No Óptimo 2 - Red Pescara - MATLAB.....	135
Figura 211. Diseño No Óptimo 3 - Red Pescara - REDES 2019.....	135
Figura 212. Diseño No Óptimo 3 - Red Pescara - MATLAB.....	135
Figura 213. Diseño No Óptimo 4 - Red Pescara - REDES 2019.....	136
Figura 214. Diseño No Óptimo 4 - Red Pescara - MATLAB.....	136
Figura 215. Diseño No Óptimo 5 - Red Pescara - REDES 2019.....	136
Figura 216. Diseño No Óptimo 5 - Red Pescara - MATLAB.....	136
Figura 217. Diseño No Óptimo 6 - Red Pescara – REDES 2019.....	136
Figura 218. Diseño No Óptimo 6 - Red Pescara - MATLAB.....	136
Figura 219. SOP Red Modena - REDES 2019.....	137
Figura 220. SOP Red Modena - MATLAB.....	137
Figura 221. Diseño No Óptimo 1 - Red Modena - REDES 2019.....	137
Figura 222. Diseño No Óptimo 1 - Red Modena - MATLAB.....	137
Figura 223. Diseño No Óptimo 2 - Red Modena - REDES 2019.....	137
Figura 224. Diseño No Óptimo 2 - Red Modena - MATLAB.....	137
Figura 225. Diseño No Óptimo 3 - Red Modena - REDES 2019.....	137
Figura 226. Diseño No Óptimo 3 - Red Modena - MATLAB.....	137
Figura 227. Diseño No Óptimo 4 - Red Modena - REDES 2019.....	138
Figura 228. Diseño No Óptimo 4 - Red Modena - MATLAB.....	138
Figura 229. Diseño No Óptimo 5 - Red Modena - REDES 2019.....	138
Figura 230. Diseño No Óptimo 5 - Red Modena - MATLAB.....	138
Figura 231. Diseño No Óptimo 6 - Red Modena - REDES 2019.....	138
Figura 232. Diseño No Óptimo 6 - Red Modena - MATLAB.....	138
Figura 233. SOP Red Balerma - REDES 2019.....	139
Figura 234. SOP Red Balerma - MATLAB.....	139
Figura 235. Diseño No Óptimo 1 - Red Balerma - REDES 2019.....	139
Figura 236. Diseño No Óptimo 1 - Red Balerma - MATLAB.....	139
Figura 237. Diseño No Óptimo 2 - Red Balerma - REDES 2019.....	139
Figura 238. Diseño No Óptimo 2 - Red Balerma - MATLAB.....	139



Figura 239. Diseño No Óptimo 3 - Red Balerma - REDES 2019.....	139
Figura 240. Diseño No Óptimo 3 - Red Balerma - MATLAB.	139
Figura 241. Diseño No Óptimo 4 - Red Balerma - REDES 2019.....	139
Figura 242. Diseño No Óptimo 4 - Red Balerma - MATLAB.	139
Figura 243. Diseño No Óptimo 5 – Red Balerma - REDES 2019.....	140
Figura 244. Diseño No Óptimo 5 - Red Balerma - MATLAB.	140
Figura 245. Diseño No Óptimo 6 - Red Balerma - REDES 2019.....	140
Figura 246. Diseño No Óptimo 6 - Red Balerma - MATLAB.	140
Figura 247. SOP San Vicente - REDES 2019.....	141
Figura 248. SOP San Vicente - MATLAB.	141
Figura 249. Diseño No Óptimo 1 – Red San Vicente - REDES 2019.	141
Figura 250. Diseño No Óptimo 1 - Red San Vicente - MATLAB.....	141
Figura 251. Diseño No Óptimo 2 - Red San Vicente - REDES 2019.	141
Figura 252. Diseño No Óptimo 2 - Red San Vicente - MATLAB.....	141
Figura 253. Diseño No Óptimo 3 - Red San Vicente - REDES 2019.	141
Figura 254. Diseño No Óptimo 3 - Red San Vicente - MATLAB.....	141
Figura 255. Diseño No Óptimo 4 - Red San Vicente - REDES 2019.	142
Figura 256. Diseño No Óptimo 4 - Red San Vicente - MATLAB.....	142
Figura 257. Diseño No Óptimo 5 - Red San Vicente - REDES 2019.	142
Figura 258. Diseño No Óptimo 5 - Red San Vicente - MATLAB.....	142
Figura 259. Diseño No Óptimo 6 - Red San Vicente - REDES 2019.	142
Figura 260. Diseño No Óptimo 6 - Red San Vicente - MATLAB.....	142
Figura 261. SOP Red Cazucá - REDES 2019.	143
Figura 262. SOP Red Cazucá - MATLAB.....	143
Figura 263. Diseño No Óptimo 1 - Red Cazucá - REDES 2019.....	143
Figura 264. Diseño No Óptimo 1 - Red Cazucá - MATLAB.	143
Figura 265. Diseño No Óptimo 2 - Red Cazucá - REDES 2019.....	143
Figura 266. Diseño No Óptimo 2 - Red Cazucá - MATLAB.	143
Figura 267. Diseño No Óptimo 3 - Red Cazucá - REDES 2019.....	143
Figura 268. Diseño No Óptimo 3 - Red Cazucá - MATLAB.	143



Figura 269. Diseño No Óptimo 4 - Red Cazucá - REDES 2019.....	144
Figura 270. Diseño No Óptimo 4 - Red Cazucá - MATLAB.	144
Figura 271. Diseño No Óptimo 5 - Red Cazucá - REDES 2019.....	144
Figura 272. Diseño No Óptimo 5 - Red Cazucá - MATLAB.	144
Figura 273. Diseño No Óptimo 6 - Red Cazucá - REDES 2019.....	144
Figura 274. Diseño No Óptimo 6 - Red Cazucá - MATLAB.	144
Figura 275. SOP Red Elevada - REDES 2019.....	145
Figura 276. SOP Red Elevada - MATLAB.	145
Figura 277. Diseño No Óptimo 1 - Red Elevada - REDES 2019.	145
Figura 278. Diseño No Óptimo 1 - Red Elevada - MATLAB.....	145
Figura 279. Diseño No Óptimo 2 - Red Elevada - REDES 2019.	145
Figura 280. Diseño No Óptimo 2 - Red Elevada - MATLAB.....	145
Figura 281. Diseño No Óptimo 3 - Red Elevada - REDES 2019.	145
Figura 282. Diseño No Óptimo 3 - Red Elevada - MATLAB.....	145
Figura 283. Diseño No Óptimo 4 - Red Elevada - REDES 2019.	145
Figura 284. Diseño No Óptimo 4 - Red Elevada - MATLAB.....	145
Figura 285. Diseño No Óptimo 5 - Red Elevada - REDES 2019.	146
Figura 286. Diseño No Óptimo 5 - Red Elevada - MATLAB.....	146
Figura 287. Diseño No Óptimo 6 - Red Elevada - REDES 2019.	146
Figura 288. Diseño No Óptimo 6 - Red Elevada - MATLAB.....	146
Figura 289. SOP Red Bolívar - REDES 2019.....	147
Figura 290. SOP Red Bolívar - MATLAB.....	147
Figura 291. Diseño No Óptimo 1 - Red Bolívar - REDES 2019.....	147
Figura 292. Diseño No Óptimo 1 - Red Bolívar - MATLAB.	147
Figura 293. Diseño No Óptimo 2 - Red Bolívar - REDES 2019.....	147
Figura 294. Diseño No Óptimo 2 - Red Bolívar - MATLAB.	147
Figura 295. Diseño No Óptimo 3 - Red Bolívar - REDES 2019.....	147
Figura 296. Diseño No Óptimo 3 - Red Bolívar - MATLAB.	147
Figura 297. Diseño No Óptimo 4 - Red Bolívar - REDES 2019.....	148
Figura 298. Diseño No Óptimo 4 - Red Bolívar - MATLAB.....	148



Figura 299. Diseño No Óptimo 5- Red Bolívar - REDES 2019.....	148
Figura 300. Diseño No Óptima 5 - Red Bolívar - MATLAB.....	148
Figura 301. Diseño No Óptimo 6 - Red Bolívar - REDES 2019.....	148
Figura 302. Diseño No Óptimo 6 - Red Bolívar - MATLAB.	148
Figura 303. SOP Red La Cumbre - REDES 2019.	149
Figura 304. SOP Red La Cumbre - MATLAB.....	149
Figura 305. Diseño No Óptimo 1 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	149
Figura 306. Diseño No Óptimo 1 - Red La Cumbre - MATLAB.	149
Figura 307. Diseño No Óptimo 2 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	149
Figura 308. Diseño No Óptimo 2 - Red La Cumbre - MATLAB.	149
Figura 309. Diseño No Óptimo 3 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	149
Figura 310. Diseño No Óptimo 3 - Red La Cumbre - MATLAB.	149
Figura 311. Diseño No Óptimo 4 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	150
Figura 312. Diseño No Óptimo 4 - Red La Cumbre - MATLAB.	150
Figura 313. Diseño No Óptimo 5 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	150
Figura 314. Diseño No Óptimo 5 – Red La Cumbre - MATLAB.	150
Figura 315. Diseño No Óptimo 6 - Red La Cumbre - REDES 2019.....	150
Figura 316. Diseño No Óptimo 6 - Red La Cumbre - MATLAB.	150
Figura 317. SOP Red Candelaria - REDES 2019.	151
Figura 318. SOP Red Candelaria - MATLAB.....	151
Figura 319. Diseño No Óptimo 1 - Red Candelaria – REDES 2019.	151
Figura 320. Diseño No Óptimo 1 - Red Candelaria - MATLAB.	151
Figura 321. Diseño No Óptimo 2 - Red Candelaria - REDES 2019.....	151
Figura 322. Diseño No Óptimo 2 - Red Candelaria - MATLAB.	151
Figura 323. Diseño No Óptimo 3 - Red Candelaria - REDES 2019.....	151
Figura 324. Diseño No Óptimo 3 - Red Candelaria - MATLAB.	151
Figura 325. Diseño No Óptimo 4 - Red Candelaria - REDES 2019.....	152
Figura 326. Diseño No Óptimo 4 - Red Candelaria - MATLAB.	152
Figura 327. Diseño No Óptimo 5 - Red Candelaria - REDES 2019.....	152
Figura 328. Diseño No Óptimo 5 - Red Candelaria - MATLAB.	152



Figura 329. Diseño No Óptimo 6 - Red Candelaria - REDES 2019.....	152
Figura 330. Diseño No Óptimo 6 - Red Candelaria - MATLAB.	152
Figura 331. SOP Red Bugalagrande - REDES 2019.	153
Figura 332. SOP Bugalagrande - MATLAB.....	153
Figura 333. Diseño No Óptimo 1 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	153
Figura 334. Diseño No Óptimo 1 - Red Bugalagrande - MATLAB.	153
Figura 335. Diseño No Óptimo 2 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	153
Figura 336. Diseño No Óptimo 2 - Red Bugalagrande - MATLAB.	153
Figura 337. Diseño No Óptimo 3 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	153
Figura 338. Diseño No Óptimo 3 - Red Bugalagrande - MATLAB.	153
Figura 339. Diseño No Óptimo 4 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	153
Figura 340. Diseño No Óptimo 4 - Red Bugalagrande - MATLAB.	153
Figura 341. Diseño No Óptimo 5 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	154
Figura 342. Diseño No Óptimo 5 - Red Bugalagrande - MATLAB.	154
Figura 343. Diseño No Óptimo 6 - Red Bugalagrande - REDES 2019.....	154
Figura 344. Diseño No Óptimo 6 - Red Bugalagrande - MATLAB.	154
Figura 345. SOP Red Carmen - REDES 2019.....	155
Figura 346. SOP Red Carmen - MATLAB.	155
Figura 347. Diseño No Óptimo 1 - Red Carmen - REDES 2019.	155
Figura 348. Diseño No Óptimo 1 - Red Carmen - MATLAB.....	155
Figura 349. Diseño No Óptimo 2 - Red Carmen - REDES 2019.	155
Figura 350. Diseño No Óptimo 2 - Red Carmen - MATLAB.....	155
Figura 351. Diseño No Óptimo 3 - Red Carmen - REDES 2019.	155
Figura 352. Diseño No Óptimo 3 - Red Carmen - MATLAB.....	155
Figura 353. Diseño No Óptimo 4 - Red Carmen - REDES 2019.	155
Figura 354. Diseño No Óptimo 4 - Red Carmen - MATLAB.....	155
Figura 355. Diseño No Óptimo 5 - Red Carmen - REDES 2019.	156
Figura 356. Diseño No Óptimo 5 - Red Carmen - MATLAB.....	156
Figura 357. Diseño No Óptimo 6 - Red Carmen - REDES 2019.	156
Figura 358. Diseño No Óptimo 6 - Red Carmen - MATLAB.....	156



Figura 359. SOP Red Chinú - REDES 2019.	157
Figura 360. SOP Red Chinú - MATLAB.....	157
Figura 361. Diseño No Óptimo 1 - Red Chinú - REDES 2019.....	157
Figura 362. Diseño No Óptimo 1 - Red Chinú - MATLAB.	157
Figura 363. Diseño No Óptimo 2 - Red Chinú - REDES 2019.....	157
Figura 364. Diseño No Óptimo 2 - Red Chinú - MATLAB.	157
Figura 365. Diseño No Óptimo 3 - Red Chinú - REDES 2019.....	157
Figura 366. Diseño No Óptimo 3 - Red Chinú - MATLAB.	157
Figura 367. Diseño No Óptimo 4 - Red Chinú - REDES 2019.....	157
Figura 368. Diseño No Óptimo 4 - Red Chinú - MATLAB.	157
Figura 369. Diseño No Óptimo 5 - Red Chinú - REDES 2019.....	158
Figura 370. Diseño No Óptimo 5 - Red Chinú - MATLAB.	158
Figura 371. Diseño No Óptimo 6 - Red Chinú - REDES 2019.....	158
Figura 372. Diseño No Óptimo 6 - Red Chinú - MATLAB.	158
Figura 373. SOP Sector 35 - REDES 2019.	159
Figura 374. SOP Red Sector 35 - MATLAB.....	159
Figura 375. Diseño No Óptimo 1 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	159
Figura 376. Diseño No Óptimo 1 - Red Sector 35 - MATLAB.	159
Figura 377. Diseño No Óptimo 2 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	159
Figura 378. Diseño No Óptimo 2 - Red Sector 35 - MATLAB.	159
Figura 379. Diseño No Óptimo 3 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	159
Figura 380. Diseño No Óptimo 3 - Red Sector 35 - MATLAB.	159
Figura 381. Diseño No Óptimo 4 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	160
Figura 382. Diseño No Óptimo 4 - Red Sector 35 - MATLAB.	160
Figura 383. Diseño No Óptimo 5 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	160
Figura 384. Diseño No Óptimo 5 - Red Sector 35 - MATLAB.	160
Figura 385. Diseño No Óptimo 6 - Red Sector 35 - REDES 2019.....	160
Figura 386. Diseño No Óptimo 6 - Red Sector 35 - MATLAB.	160
Figura 387. SOP Red La Enea - REDES 2019.	161
Figura 388. SOP Red La Enea - MATLAB.....	161



Figura 389. Diseño No Óptimo 1 - Red La Enea - REDES 2019.....	161
Figura 390. Diseño No Óptimo 1 - Red La Enea - MATLAB.	161
Figura 391. Diseño No Óptimo 2 - Red La Enea - REDES 2019.....	161
Figura 392. Diseño No Óptimo 2 - Red La Enea - MATLAB.	161
Figura 393. Diseño No Óptimo 3 - Red La Enea - REDES 2019.....	161
Figura 394. Diseño No Óptimo 3 - Red La Enea - MATLAB.	161
Figura 395. Diseño No Óptimo 4 - Red La Enea - REDES 2019.....	162
Figura 396. Diseño No Óptimo 4 - Red La Enea - MATLAB.	162
Figura 397. Diseño No Óptimo 5 - Red La Enea - REDES 2019.....	162
Figura 398. Diseño No Óptimo 5 - Red La Enea - MATLAB.	162
Figura 399. Diseño No Óptimo 6 - Red La Enea - REDES 2019.....	162
Figura 400. Diseño No Óptimo 6 - Red La Enea - MATLAB.	162
Figura 401. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Two Loops.	163
Figura 402. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Two Reservoirs.....	163
Figura 403. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Taichung.....	164
Figura 404. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Hanoi.	164
Figura 405. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Blacksburg.	165
Figura 406. Perfil de dimensiones fractales en X - Red New York Tunnels.	165
Figura 407. Perfil de dimensiones fractales en X - Red BakRyan.....	166
Figura 408. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Fossolo.	166
Figura 409. Perfil de dimensiones fractales en X - Red R28.	167
Figura 410. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Pescara.	167
Figura 411. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Modena.	168
Figura 412. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Balerma.	168
Figura 413. Perfil de dimensiones fractales en X - Red San Vicente.....	169
Figura 414. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Cazucá.	169
Figura 415. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Elevada.	170
Figura 416. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Bolívar.	170
Figura 417. Perfil de dimensiones fractales en X - Red La Cumbre.	171
Figura 418. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Candelaria.	171



Figura 419. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Bugalagrande.	172
Figura 420. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Carmen.	172
Figura 421. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Chinú.	173
Figura 422. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Sector 35.	173
Figura 423. Perfil de dimensiones fractales en X - Red La Enea.	174
Figura 424. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Two Loops.	174
Figura 425. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Two Reservoirs.	175
Figura 426. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Taichung.	175
Figura 427. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Hanoi.	176
Figura 428. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Blacksburg.	176
Figura 429. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red New York Tunnels.	177
Figura 430. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red BakRyan.	177
Figura 431. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Fossolo.	178
Figura 432. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red R28.	178
Figura 433. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Pescara.	179
Figura 434. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Modena.	179
Figura 435. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Balerma.	180
Figura 436. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red San Vicente.	180
Figura 437. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Cazucá.	181
Figura 438. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Elevada.	181
Figura 439. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Bolívar.	182
Figura 440. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red La Cumbre.	182
Figura 441. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Candelaria.	183
Figura 442. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Bugalagrande.	183
Figura 443. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Carmen.	184
Figura 444. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Carmen.	184
Figura 445. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Sector 35.	185
Figura 446. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red La Enea.	185
Figura 447. DEM Two Loops - Óptimo.	186
Figura 448. DEM Two Loops - No Óptimo 1.	186



Figura 449. DEM Two Loops - No Óptimo 2.....	186
Figura 450. DEM Two Loops - No Óptimo 3.....	186
Figura 451. DEM Two Loops - No Óptimo 4.....	186
Figura 452. DEM Two Loops - No Óptimo 5.....	186
Figura 453. DEM Two Loops - No Óptimo 6.....	186
Figura 454. DEM Two Reservoirs - Óptimo.....	186
Figura 455. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 1.	186
Figura 456. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 2.	186
Figura 457. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 3.	186
Figura 458. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 4.	186
Figura 459. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 5.	186
Figura 460. DEM Two Reservoirs - No Óptimo 6.	186
Figura 461. DEM Taichung - Óptimo.....	187
Figura 462. DEM Taichung - No Óptimo 1.	187
Figura 463. DEM Taichung - No Óptimo 2.	187
Figura 464. DEM Taichung - No Óptimo 3.	187
Figura 465. DEM Taichung - No Óptimo 4.	187
Figura 466. DEM Taichung - No Óptimo 5.	187
Figura 467. DEM Taichung - No Óptimo 6.	187
Figura 468. DEM Hanoi – Óptimo.	187
Figura 469. DEM Hanoi - No Óptimo 1.	187
Figura 470. DEM Hanoi - No Óptimo 2.	187
Figura 471. DEM Hanoi - No Óptimo 3.	187
Figura 472. DEM Hanoi - No Óptimo 4.	187
Figura 473. DEM Hanoi - No Óptimo 5.	187
Figura 474. DEM Hanoi - No Óptimo 6.	187
Figura 475. DEM Blacksburg - Óptimo.....	188
Figura 476. DEM Blacksburg - No Óptimo 1.	188
Figura 477. DEM Blacksburg - No Óptimo 2.	188
Figura 478. DEM Blacksburg - No Óptimo 3.	188



Figura 479. DEM Blacksburg - No Óptimo 4.	188
Figura 480. DEM Blacksburg - No Óptimo 5.	188
Figura 481. DEM Blacksburg - No Óptimo 6.	188
Figura 482. DEM New York Tunnels - Óptimo.	188
Figura 483. DEM New York Tunnels - No Óptimo 1.	188
Figura 484. DEM New York Tunnels - No Óptimo 2.	188
Figura 485. DEM New York Tunnels - No Óptimo 3.	188
Figura 486. DEM New York Tunnels - No Óptimo 4.	188
Figura 487. DEM New York Tunnels - No Óptimo 5.	188
Figura 488. DEM New York Tunnels - No Óptimo 6.	188
Figura 489. DEM BakRyan - Óptimo.	189
Figura 490. DEM BakRyan - No Óptimo 1.	189
Figura 491. DEM BakRyan - No Óptimo 2.	189
Figura 492. DEM BakRyan - No Óptimo 3.	189
Figura 493. DEM BakRyan - No Óptimo 4.	189
Figura 494. DEM BakRyan - No Óptimo 5.	189
Figura 495. DEM BakRyan - No Óptimo 6.	189
Figura 496. DEM Fossolo - Óptimo.	189
Figura 497. DEM Fossolo - No Óptimo 1.	189
Figura 498. DEM Fossolo - No Óptimo 2.	189
Figura 499. DEM Fossolo - No Óptimo 3.	189
Figura 500. DEM Fossolo - No Óptimo 4.	189
Figura 501. DEM Fossolo - No Óptimo 5.	189
Figura 502. DEM Fossolo - No Óptimo 6.	189
Figura 503. DEM R28 - Óptimo.	190
Figura 504. DEM R28 - No Óptimo 1.	190
Figura 505. DEM R28 - No Óptimo 2.	190
Figura 506. DEM R28 - No Óptimo 3.	190
Figura 507. DEM R28 - No Óptimo 4.	190
Figura 508. DEM R28 - No Óptimo 5.	190



Figura 509. DEM R28 - No Óptimo 6.....	190
Figura 510. DEM Pescara – Óptimo.	190
Figura 511. DEM Pescara - No Óptimo 1.	190
Figura 512. DEM Pescara - No Óptimo 2.	190
Figura 513. DEM Pescara - No Óptimo 3.	190
Figura 514. DEM Pescara - No Óptimo 4.....	190
Figura 515. DEM Pescara - No Óptimo 5.....	190
Figura 516. DEM Pescara - No Óptimo 6.....	190
Figura 517. DEM Modena - Óptimo.....	191
Figura 518. DEM Modena - No Óptimo 1.	191
Figura 519. DEM Modena - No Óptimo 2.	191
Figura 520. DEM Modena - No Óptimo 3.	191
Figura 521. DEM Modena - No Óptimo 4.	191
Figura 522. DEM Modena - No Óptimo 5.	191
Figura 523. DEM Modena - No Óptimo 6.	191
Figura 524. DEM Balerma - Óptimo.	191
Figura 525. DEM Balerma - No Óptimo 1.	191
Figura 526. DEM Balerma - No Óptimo 2.	191
Figura 527. DEM Balerma - No Óptimo 3.	191
Figura 528. DEM Balerma - No Óptimo 4.	191
Figura 529. DEM Balerma - No Óptimo 5.	191
Figura 530. DEM Balerma - No Óptimo 6.	191
Figura 531. DEM San Vicente - Óptimo.	192
Figura 532. DEM San Vicente - No Óptimo 1.....	192
Figura 533. DEM San Vicente - No Óptimo 2.....	192
Figura 534. DEM San Vicente - No Óptimo 3.....	192
Figura 535. DEM San Vicente - No Óptimo 4.....	192
Figura 536. DEM San Vicente - No Óptimo 5.....	192
Figura 537. DEM San Vicente - No Óptimo 6.....	192
Figura 538. DEM Cazucá - Óptimo.	192



Figura 539. DEM Cazucá - No Óptimo 1.....	192
Figura 540. DEM Cazucá - No Óptimo 2.....	192
Figura 541. DEM Cazucá - No Óptimo 3.....	192
Figura 542. DEM Cazucá - No Óptimo 4.....	192
Figura 543. DEM Cazucá - No Óptimo 5.....	192
Figura 544. DEM Cazucá - No Óptimo 6.....	192
Figura 545. DEM Elevada - Óptimo.....	193
Figura 546. DEM Elevada - No Óptimo 1.	193
Figura 547. DEM Elevada - No Óptimo 2.	193
Figura 548. DEM Elevada - No Óptimo 3.	193
Figura 549. DEM Elevada - No Óptimo 4.	193
Figura 550. DEM Elevada - No Óptimo 5.	193
Figura 551. DEM Elevada - No Óptimo 6.	193
Figura 552. DEM Bolívar - Óptimo.	193
Figura 553. DEM Bolívar - No Óptimo 1.....	193
Figura 554. DEM Bolívar - No Óptimo 2.....	193
Figura 555. DEM Bolívar - No Óptimo 3.....	193
Figura 556. DEM Bolívar - No Óptimo 4.....	193
Figura 557. DEM Bolívar - No Óptimo 5.....	193
Figura 558. DEM Bolívar - No Óptimo 6.....	193
Figura 559. DEM La Cumbre - Óptimo.....	194
Figura 560. DEM La Cumbre - No Óptimo 1.....	194
Figura 561. DEM La Cumbre - No Óptimo 2.....	194
Figura 562. DEM La Cumbre - No Óptimo 3.....	194
Figura 563. DEM La Cumbre - No Óptimo 4.....	194
Figura 564. DEM La Cumbre - No Óptimo 5.....	194
Figura 565. DEM La Cumbre - No Óptimo 6.....	194
Figura 566. DEM Candelaria - Óptimo.	194
Figura 567. DEM Candelaria - No Óptimo 1.....	194
Figura 568. DEM Candelaria - No Óptimo 2.....	194



Figura 569. DEM Candelaria - No Óptimo 3.....	194
Figura 570. DEM Candelaria - No Óptimo 4.....	194
Figura 571. DEM Candelaria - No Óptimo 5.....	194
Figura 572. DEM Candelaria - No Óptimo 6.....	194
Figura 573. DEM Bugalagrande - Óptimo.....	195
Figura 574. DEM Bugalagrande - No Óptimo 1.....	195
Figura 575. DEM Bugalagrande - No Óptimo 2.....	195
Figura 576. DEM Bugalagrande - No Óptimo 3.....	195
Figura 577. DEM Bugalagrande - No Óptimo 4.....	195
Figura 578. DEM Bugalagrande - No Óptimo 5.....	195
Figura 579. DEM Bugalagrande - No Óptimo 6.....	195
Figura 580. DEM Carmen - Óptimo.....	195
Figura 581. DEM Carmen - No Óptimo 1.....	195
Figura 582. DEM Carmen - No Óptimo 2.....	195
Figura 583. DEM Carmen - No Óptimo 3.....	195
Figura 584. DEM Carmen - No Óptimo 4.....	195
Figura 585. DEM Carmen - No Óptimo 5.....	195
Figura 586. DEM Carmen - No Óptimo 6.....	195
Figura 587. DEM Chinú - Óptimo.....	196
Figura 588. DEM Chinú - No Óptimo 1.....	196
Figura 589. DEM Chinú - No Óptimo 2.....	196
Figura 590. DEM Chinú - No Óptimo 3.....	196
Figura 591. DEM Chinú - No Óptimo 4.....	196
Figura 592. DEM Chinú - No Óptimo 5.....	196
Figura 593. DEM Chinú - No Óptimo 6.....	196
Figura 594. DEM Sector 35 - Óptimo.....	196
Figura 595. DEM Sector 35 - No Óptimo 1.....	196
Figura 596. DEM Sector 35 - No Óptimo 2.....	196
Figura 597. DEM Sector 35 - No Óptimo 3.....	196
Figura 598. DEM Sector 35 - No Óptimo 4.....	196



Figura 599. DEM Sector 35 - No Óptimo 5.....	196
Figura 600. DEM Sector 35 - No Óptimo 6.....	196
Figura 601. DEM La Enea - Óptimo.....	197
Figura 602. DEM La Enea - No Óptimo 1.....	197
Figura 603. DEM La Enea - No Óptimo 2.....	197
Figura 604. DEM La Enea - No Óptimo 3.....	197
Figura 605. DEM La Enea - No Óptimo 4.....	197
Figura 606. DEM La Enea - No Óptimo 5.....	197
Figura 607. DEM La Enea - No Óptimo 6.....	197
Figura 608. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Two Loops.	204
Figura 609. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Two Reservoirs.	205
Figura 610. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Taichung.....	205
Figura 611. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Hanoi.	206
Figura 612. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Blacksburg.	206
Figura 613. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red New York Tunnels.....	207
Figura 614. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red BakRyan.	207
Figura 615. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Fossolo.....	208
Figura 616. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red R28.....	208
Figura 617. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Pescara.	209
Figura 618. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Modena.	209
Figura 619. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Balerma.	210
Figura 620. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Cazucá.	210
Figura 621. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Bolívar.....	211
Figura 622. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red La Cumbre.	211
Figura 623. Análisis fractal bidimensional - Altura unitaria - Red Candelaria.	212
Figura 624. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Bugalagrande.....	212
Figura 625. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Carmen.	213
Figura 626. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Chinú.	213
Figura 627. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Sector 35.....	214
Figura 628. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red La Enea.	214



Figura 629. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Two Loops.	215
Figura 630. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Two Reservoirs.	215
Figura 631. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Taichung.	216
Figura 632. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Hanoi.	216
Figura 633. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Blacksburg.	217
Figura 634. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Fossolo.....	217
Figura 635. Análisis fractal bidimensional – Altura por tanteo - Red R28.....	218
Figura 636. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Pescara.	218
Figura 637. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Modena.	219
Figura 638. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Balerna.	219
Figura 639. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red San Vicente.	220
Figura 640. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Cazucá.....	220
Figura 641. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Elevada.	221
Figura 642. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Bolívar.....	221
Figura 643. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red La Cumbre.	222
Figura 644. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Candelaria.....	222
Figura 645. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Bugalagrande.....	223
Figura 646. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Carmen.	223
Figura 647. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Chinú.....	224
Figura 648. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red La Enea.	224
Figura 649. Comparación de dimensiones fractales - Altura unitaria.	225
Figura 650. Comparación de dimensiones fractales - Altura por tanteo.	226
Figura 651. Dimensión fractal de la SOP vs Número de tuberías - Altura por tanteo.....	226
Figura 652. Dimensión fractal de la SOP vs Número de nodos - Altura por tanteo.	227
Figura 653. Dimensión fractal de la SOP.....	231
Figura 654. Red Two Loops 2D - REDES 2019.	246
Figura 655. Red Two Reservoirs 2D - REDES 2019.	246
Figura 656. Red Taichung 2D - REDES 2019.	246
Figura 657. Red Hanoi 2D - REDES 2019.	246
Figura 658. Red New York Tunnels 2D - REDES 2019.	246



Figura 659. Red BakRyan 2D - REDES 2019.....	246
Figura 660. Red Fossolo 2D - REDES 2019.	247
Figura 661. Red R28 2D - REDES 2019.	247
Figura 662. Red Pescara 2D - REDES 2019.	247
Figura 663. Red Modena 2D - REDES 2019.	247
Figura 664. Red Balerma 2D - REDES 2019.	247
Figura 665. Red San Vicente 2D - REDES 2019.....	248
Figura 666. Red Cazucá 2D - REDES 2019.	248
Figura 667. Red Elevada 2D - REDES 2019.	248
Figura 668. Red Bolívar 2D - REDES 2019.	248
Figura 669. Red La Cumbre 2D - REDES 2019.	248
Figura 670. Red Candelaria 2D - REDES 2019.	248
Figura 671. Red Bugalagrande 2D - REDES 2019.	249
Figura 672. Red Carmen 2D - REDES 2019.	249
Figura 673. Red Chinú 2D - REDES 2019.	249
Figura 674. Red Sector 35 2D - REDES 2019.	249
Figura 675. Red La Enea 2D - REDES 2019.	250
Figura 676. Curva de costos - Red Two Loops.	254
Figura 677. Curva de costos - Red Two Reservoirs.	254
Figura 678. Curva de costos - Red Taichung.	255
Figura 679. Curva de costos - Red Hanoi.	255
Figura 680. Curva de costos - Red Blacksburg.	255
Figura 681. Curva de costos - Red New York Tunnels.....	256
Figura 682. Curva de costos - Red BakRyan.....	256
Figura 683. Curva de costos - Red Fossolo.....	257
Figura 684. Curva de costos - Red R28.....	257
Figura 685. Curva de costos - Red Pescara.	258
Figura 686. Curva de costos - Red Modena.	258
Figura 687. Curva de costos - Red Balerma.	259
Figura 688. Curva de costos - Tuberías biaxiales en PVC.....	259



Figura 689. Lectura de datos.....	260
Figura 690. Definición de variables - Parte 1.....	261
Figura 691. Definición de variables - Parte 2.....	261
Figura 692. Definición de variables - Parte 3.....	261
Figura 693. Trazado de la red - Parte 1.....	261
Figura 694. Trazado de la red - Parte 2.....	262
Figura 695. Trazado de la red - Parte 3.....	262
Figura 696. Generación de SGH - Parte 1.....	263
Figura 697. Generación de SGH - Parte 2.....	263
Figura 698. Generación SGH - Parte 3.....	263
Figura 699. Generación SGH - Parte 4.....	263
Figura 700. Generación SGH - Parte 5.....	264
Figura 701. Generación SGH - Parte 6.....	264
Figura 702. Generación SGH - Parte 7.....	264
Figura 703. Generación SGH - Parte 8.....	264
Figura 704. Generación SGH - Parte 9.....	265
Figura 705. Generación SGH - Parte 10.....	265
Figura 706. Generación SGH - Parte 11.....	266
Figura 707. Análisis R/S - Parte 1.....	266
Figura 708. Análisis R/S - Parte 2.....	267
Figura 709. Análisis R/S - Parte 3.....	267
Figura 710. Función R/S - Parte 1.....	267
Figura 711. Función R/S - Parte 2.....	267
Figura 712. Función R/S - Parte 3.....	267
Figura 713. Función R/S - Parte 4.....	267
Figura 714. Función R/S – Parte 5.....	268
Figura 715. Análisis fractal bidimensional - Parte 1.....	268
Figura 716. Análisis fractal bidimensional - Parte 2.....	268
Figura 717. Función de cálculo de masa de una caja.....	268
Figura 718. Conteo de diámetros.....	270

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Redes patrón.	81
Tabla 2. Redes reales.	82
Tabla 3. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Two Loops.	198
Tabla 4. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Two Loops.	198
Tabla 5. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Taichung.	198
Tabla 6. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Hanoi.	198
Tabla 7. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Blacksburg.	198
Tabla 8. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red New York Tunnels.	198
Tabla 9. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red BakRyan.	198
Tabla 10. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Fossolo.	198
Tabla 11. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red R28.	199
Tabla 12. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Pescara.	199
Tabla 13. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Modena.	199
Tabla 14. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Balerna.	199
Tabla 15. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Cazucá.	199
Tabla 16. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Bolívar.	199
Tabla 17. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red La Cumbre.	199
Tabla 18. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Candelaria.	199
Tabla 19. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Bugalagrande.	199
Tabla 20. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Carmen.	199
Tabla 21. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Chinú.	200
Tabla 22. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Sector 35.	200
Tabla 23. Análisis fractal bidimensional - Altura unitaria - Red La Enea.	200
Tabla 24. Alturas de caja por tanteo.	201
Tabla 25. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Two Loops.	202



Tabla 26. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Reservoirs.....	202
Tabla 27. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Taichung.....	202
Tabla 28. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Hanoi.....	202
Tabla 29. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Blacksburg.....	202
Tabla 30. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Fossolo.....	202
Tabla 31. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red R28.....	202
Tabla 32. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Pescara.....	202
Tabla 33. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Modena.....	203
Tabla 34. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Balerna.....	203
Tabla 35. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red San Vicente.....	203
Tabla 36. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Cazucá.....	203
Tabla 37. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Elevada.....	203
Tabla 38. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Bolívar.....	203
Tabla 39. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red La Cumbre.....	203
Tabla 40. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Candelaria.....	203
Tabla 41. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Bugalagrande.....	204
Tabla 42. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Carmen.....	204
Tabla 43. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Chinú.....	204
Tabla 44. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red La Enea.....	204
Tabla 45. Comparación de dimensiones fractales.....	225
Tabla 46. Comportamiento fractal de la SOP - Altura unitaria.....	231
Tabla 47. Comportamiento fractal de la SOP - Altura por tanteo.....	231
Tabla 48. Diámetros y costos unitarios - Red Two Loops. Adaptado de Keedwell y Khu (2006).....	251
Tabla 49. Diámetros y costos unitarios - Red Two Reservoirs.....	251
Tabla 50. Diámetros y costos unitarios - Red Taichung. Adaptado de Sung et. al. (2007).....	251
Tabla 51. Diámetros y costos unitarios - Red Hanoi. Adaptado de Beygi et. al. (2014).....	251
Tabla 52. Diámetros y costos unitarios - Red Blacksburg. Adaptado de University of Exeter (s.f.).....	251
Tabla 53. Diámetros y costos unitarios - Red New York Tunnels. Adaptado de University of Exeter (s.f.).....	251
Tabla 54. Diámetros y costos unitarios - Red BakRyan. Adaptado de Lee y Lee (2001).....	252
Tabla 55. Diámetros y costos unitarios - Red Fossolo. Adaptado de University of Exeter (s.f.).....	252



Tabla 56. Diámetros y costos unitarios - Red R28. Adaptado de Saldarriaga (2016).	252
Tabla 57. Diámetros y costos unitarios - Red Pescara. Adaptado de University of Exeter (s.f.).	252
Tabla 58. Diámetros y costos unitarios - Red Modena. Adaptado de University of Exeter (s.f.)	252
Tabla 59. Diámetros y costos unitarios - Red Balerma. Adaptado de University of Exeter (s.f.).	252
Tabla 60. Diámetros y costos unitarios - Red Exnet.	253
Tabla 61. Diámetros comerciales - Tuberías biaxiales en PVC. Adaptado de PAVCO Wavin, S.A (2019).	253
Tabla 62. Costos - Diseños - Parte 1.	269
Tabla 63. Costos - Diseños - Parte 2.	269
Tabla 64. Costos - Diseños - Parte 3.	270
Tabla 65. Diámetros de diseño - Red Two Loops.	271
Tabla 66. Diámetros de diseño - Red Two Reservoirs.	271
Tabla 67. Diámetros de diseño - Red Taichung.	272
Tabla 68. Diámetros de diseño - Red Hanoi.	272
Tabla 69. Diámetros de diseño - Red Blacksburg.	273
Tabla 70. Diámetros de diseño - Red New York Tunnels.	273
Tabla 71. Diámetros de diseño - Red BakRyan.	273
Tabla 72. Diámetros de diseño - Red Fossolo.	274
Tabla 73. Diámetros de diseño - Red R28.	274
Tabla 74. Diámetros de diseño - Red Pescara.	274
Tabla 75. Diámetros de diseño - Red Modena.	275
Tabla 76. Diámetros de diseño - Red Balerma.	275
Tabla 77. Diámetros de diseño - Red San Vicente.	275
Tabla 78. Diámetros de diseño - Red Cazucá.	276
Tabla 79. Diámetros de diseño - Red Elevada.	276
Tabla 80. Diámetros de diseño - Red Bolívar.	276
Tabla 81. Diámetros de diseño - Red La Cumbre.	277
Tabla 82. Diámetros de diseño - Red Candelaria.	277
Tabla 83. Diámetros de diseño - Red Bugalagrande.	277
Tabla 84. Diámetros de diseño - Red Carmen.	278
Tabla 85. Diámetros de diseño - Red Chinú.	278



Tabla 86. Diámetros de diseño - Red Sector 35.....	278
Tabla 87. Diámetros de diseño - Red La Enea.....	279

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Ley de viscosidad de Newton.	39
Ecuación 2. Viscosidad cinemática de un fluido.	39
Ecuación 3. Ecuación general de conservación para un volumen de control fijo y no deformable.	39
Ecuación 4. Ecuación de conservación de la masa para flujo a presión en tuberías circulares.	40
Ecuación 5. Ecuación de Bernoulli.	40
Ecuación 6. Número de Reynolds para flujo en tuberías a presión.	41
Ecuación 7. Pérdidas menores en una tubería.	43
Ecuación 8. Ecuación de Darcy-Weisbach.	43
Ecuación 9. Factor de fricción para régimen de flujo laminar.	43
Ecuación 10. Ecuación de Colebrook-White para el factor de fricción.	43
Ecuación 11. Ecuación para la velocidad media en flujo turbulento.	44
Ecuación 12. Ecuación de Hazen-Williams.	44
Ecuación 13. Pérdidas por fricción según la Ecuación de Hazen-Williams.	44
Ecuación 14. Coeficiente de Hazen-Williams a la luz de la ecuación de Darcy-Weisbach.	44
Ecuación 15. Restricción de continuidad en el nudo i.	45
Ecuación 16. Pérdidas de energía en un tubo.	45
Ecuación 17. Restricción de energía en el circuito i.	46
Ecuación 18. Relación no lineal entre el caudal de flujo y las pérdidas por fricción.	46
Ecuación 19. Caudal por la tubería ij.	46
Ecuación 20. Ecuación de altura piezométrica en el nudo i.	47
Ecuación 21. Ecuación de flujo en el circuito i.	47
Ecuación 22. Relación polinomial entre la cabeza disponible y el caudal de flujo.	47
Ecuación 23. Vector solución para las alturas piezométricas en los nodos en una iteración k+1.	49
Ecuación 24. Vector solución para los caudales en las tuberías en una iteración k+1.	49
Ecuación 25. Sistema de ecuaciones lineales para las alturas piezométricas desconocidas.	49



Ecuación 26. Restricción de presión mínima.	51
Ecuación 27. Restricción de diámetros comerciales.....	51
Ecuación 28. Función de costos.	52
Ecuación 29. Centroides de demandas en metodología LOGH.....	53
Ecuación 30. Coeficiente de uniformidad en metodología LOGH.	53
Ecuación 31. Ecuación cuadrática de la flecha óptima.	53
Ecuación 32. Flecha óptima corregida según el exponente de la función de costos.	54
Ecuación 33. Flecha óptima corregida según la relación Q^2/L^3	54
Ecuación 34. Línea óptima del gradiente hidráulico.....	54
Ecuación 35. Pérdidas objetivo en el tramo ij.	54
Ecuación 36. Distancia topológica mínima entre la fuente y un nodo.	57
Ecuación 37. LGH ideal mínima para la ruta al sumidero i.	58
Ecuación 38. LGH ideal máxima para la ruta al sumidero i.	58
Ecuación 39. Ecuación LOGH para una red cerrada.	58
Ecuación 40. Dimensión de Hausdorff-Besicovitch.	73
Ecuación 41. Medición de fractales mediante una ley de potencias.	73
Ecuación 42. Estimación de la dimensión fractal mediante ley de potencias.....	74
Ecuación 43. Peso según la topología del sistema.....	75
Ecuación 44. Peso según el caudal.....	75
Ecuación 45. Peso según el producto del caudal y la altura piezométrica.....	75
Ecuación 46. Dimensión fractal a partir del exponente de Hurst.....	77
Ecuación 47. Media de la serie de tiempo.....	77
Ecuación 48. Serie de tiempo ajustada por la media.....	77
Ecuación 49. Serie acumulativa.	77
Ecuación 50. Serie de rangos.	77
Ecuación 51. Desviación estándar de la serie de tiempo.	78
Ecuación 52. Serie de rangos escalados.....	78
Ecuación 53. Función de probabilidad para cajas de lado R y masa M.	79
Ecuación 54. q-ésimo momento estadístico de la función Q.	79
Ecuación 55. Análisis de la lagunaridad a una escala R.	79



Ecuación 56. Masa de una caja de tamaño R.	80
Ecuación 57. Ecuación vectorial de la recta en el decaimiento de la LGH.	89

1 INTRODUCCIÓN

El diseño optimizado de las redes de distribución de agua potable (RDAPs) consiste en la búsqueda de la configuración de diámetros comerciales que permite reducir al mínimo los costos del sistema de tuberías, verificando que en cada uno de los nodos se obtenga la presión mínima que garantiza un correcto funcionamiento de la red (Saldarriaga, 2016). Actualmente, el diseño optimizado ha adquirido relevancia a nivel de la toma de decisiones, dado que el factor económico se constituye como un aspecto importante a la hora de construir sistemas hidráulicos. De esta manera, reducir los costos implica grandes ventajas en el mercado y en la viabilidad de obras civiles que mejoran la cobertura en saneamiento básico y acueducto. Algunos métodos modernos de optimización empleados para resolver el problema son: los Algoritmos Genéticos (AG), la Programación por Restricciones (PR), la Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH) y la metodología de la Superficie de Uso Óptimo de Potencia (OPUS). Tanto SOGH como OPUS suponen la existencia de una superficie tridimensional discontinua conformada por las alturas piezométricas de cada nodo que garantizan el mínimo costo, denominada la Superficie Óptima de Presiones (SOP). Se ha demostrado que dichos métodos permiten obtener resultados satisfactorios con menor gasto computacional.

Por otra parte, la geometría fractal se ha establecido como una opción viable para el análisis de superficies comúnmente encontradas en la naturaleza, donde la irregularidad, fragmentación y escabrosidad impiden aplicar los postulados de la geometría euclídea (Quintero y Ruíz, 2011). En efecto, asumir las formas naturales como campos fractales permite estudiar aquellos aspectos geométricos que son invariantes con el cambio de escala (Quintero y Ruíz, 2011). Específicamente, se considera el estudio de la dimensión fractal, el exponente de Hurst y la lagunaridad, entidades matemáticas que describen la rugosidad, persistencia y heterogeneidad de los fractales. Diversos trabajos de investigación han sido enfocados al estudio de la fractalidad de superficies naturales o fenómenos en el ámbito de la ingeniería. No obstante, para la Superficie Óptima de Presiones no se ha realizado algún estudio similar. En los apartados subsecuentes se planteará el diseño optimizado de diferentes RDAPs mediante la metodología OPUS y, al obtener las SOPs, se empleará la modelación numérica para desarrollar un análisis de la geometría fractal a nivel de la red y la superficie de alturas piezométricas. De esta manera, se espera identificar patrones en el comportamiento de la fractalidad de las SOPs, a modo que se permita utilizar las propiedades matemáticas de la superficie como herramienta para orientar los procesos existentes de diseño optimizado.

2 OBJETIVOS

2.1.1 Objetivo General

- Analizar las propiedades fractales de la Superficie Óptima de Presiones (SOP).

2.1.2 Objetivos Específicos

- Implementar en el software REDES diferentes redes patrón y reales, incluyendo sus características topológicas, hidráulicas, de costos y restricciones de presión mínima y diámetros comerciales disponibles.
- Generar el diseño optimizado de las RDAPs implementadas en REDES mediante el método OPUS.
- Aplicar algoritmos de Programación por Restricciones (PR) para efectuar el redondeo optimizado de diámetros comerciales sobre los diseños resultantes de la metodología OPUS.
- Construir la Superficie Óptima de Presiones (SOP) de las redes evaluadas mediante modelación computacional en el software REDES y MATLAB.
- Aplicar una rutina de análisis de rango reescalado (R/S) para estimar la dimensión fractal sobre diversos cortes en las Superficies Óptimas de Presiones empleando el software MATLAB.
- Desarrollar un algoritmo de análisis de la fractalidad de las SOPs integrando el concepto de lagunaridad mediante el uso de MATLAB y ArcGIS.
- Caracterizar la escabrosidad, persistencia y heterogeneidad de las SOPs calculadas.
- Establecer una comparación entre la fractalidad de las redes y de las SOPs estimadas.
- Investigar la relevancia del análisis fractal en el diseño optimizado de redes de distribución de agua potable.

3 MARCO TEÓRICO

3.1 Conceptos de mecánica de fluidos

3.1.1 Propiedades del agua

De manera preliminar, se conoce que un fluido es toda aquella sustancia que bajo la influencia de cualquier esfuerzo cortante se deformará de manera continua en el espacio (White, 2008). Dichas deformaciones se caracterizan como movimientos relativos de las capas del fluido con respecto a un contorno sólido, fenómeno denominado como flujo (Saldarriaga, 2016). Todo compuesto en fase líquida o gaseosa se enmarca en la anterior descripción (Fox y McDonald, 1995). Ahora bien, en el contexto de la ingeniería civil, el fluido agua es tal vez el de mayor relevancia considerando sus implicaciones a nivel de saneamiento básico y abastecimiento.

La densidad se define como la masa contenida por unidad de volumen (Cengel y Cimbala, 2006). Actualmente, se conoce que su valor puede verse afectado por las fluctuaciones de temperatura y presión. En el primer caso, la afectación se manifiesta en la forma como se modifica el arreglo de moléculas según los fenómenos físicos de dilatación (Cengel y Cimbala, 2006). Por su parte, los cambios en la presión suponen modificaciones en el volumen acorde a la compresibilidad del fluido (Fox y McDonald, 1995). Dada la suposición de incompresibilidad y temperatura constante, en la modelación de las redes de distribución se asumirá que ninguno de los efectos es significativo. Como consecuencia se trabajará con un único valor de densidad en el análisis físico de los sistemas.

Por otra parte, se encuentra la viscosidad. Esta propiedad refleja la velocidad de deformación de un fluido cuando se le aplica un esfuerzo cortante dado, obteniéndose una medida cuantitativa de la resistencia del fluido al movimiento (White, 2008). La viscosidad en los líquidos se define según las fuerzas de cohesión presentes dentro de la estructura molecular (Streeter et. al., 2000). Para el caso del agua se conoce que la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa (velocidad) de deformación es directamente proporcional para el caso de flujo laminar, razón por la cual se enmarca como un fluido newtoniano (Fox y McDonald, 1995). En este caso, dicha relación se caracteriza según la presencia de una constante de proporcionalidad definida como la viscosidad dinámica (Cengel y Cimbala, 2006). La descripción anterior puede expresarse correctamente según la ley de viscosidad de Newton, donde las variaciones de velocidad perpendiculares a un campo de flujo paralelo imprimen esfuerzos cortantes al inducir aceleraciones entre los paquetes de fluido que viajan a velocidades diferentes (Shames, 1995).



$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

Ecuación 1. Ley de viscosidad de Newton.

Dónde:

 τ [Pa]: Esfuerzo cortante. μ [Pa * s]: Viscosidad dinámica. dv/dy [1/s]: Gradiente de velocidad vertical.

Una manera alternativa de caracterizar la viscosidad de un fluido es a partir de la viscosidad cinemática. Por definición, esta se determina como el cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido como se expresa a continuación (Cengel y Cimbala, 2006):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Ecuación 2. Viscosidad cinemática de un fluido.

Dónde:

 ν [m²/s]: Viscosidad cinemática. μ [Pa * s]: Viscosidad dinámica. ρ [kg/m³]: Densidad.

3.1.2 Principio de conservación de la masa

El primer principio aplicable a los sistemas de tuberías es el principio de conservación de la masa. De manera general, se establece que, para cualquier volumen de control, la masa permanecerá constante siempre y cuando la tasa de entrada y salida sean iguales, es decir, que no exista acumulación (Fox y McDonald, 1995). Adicionalmente, considerando que la masa es una propiedad extensiva, es posible aplicar la ecuación integral de conservación para un volumen de control no deformable acorde al Teorema de Transporte de Reynolds (Streeter et. al. 2000).

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho dV + \int_{SC} \eta \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

Ecuación 3. Ecuación general de conservación para un volumen de control fijo y no deformable.

Dónde:

 N [-]: Propiedad extensiva. t [s]: Tiempo. η [m³/s]: Cantidad de N por unidad de masa. ρ [kg/m³]: Densidad.
 V [m³]: Volumen. \vec{v} [m/s]: Vector velocidad. \vec{A} [m²]: Vector de área transversal.

La Ecuación 3 se puede simplificar a la luz de las siguientes afirmaciones:

- Para las redes de distribución no se contemplará acumulación.
- Se asumirá al agua como fluido incompresible (Fox y McDonald, 1995).
- Los volúmenes de control no se deformarán. El cambio del volumen con respecto al tiempo es nulo.
- El cálculo de los caudales implica suponer el desarrollo de flujo uniforme a lo largo de la sección transversal de la tubería. La velocidad adquiere un valor constante representado por el valor medio (Fox y McDonald, 1995).

$$\sum_{Entradas} \bar{v}A = \sum_{Salidas} \bar{v}A$$
$$\sum_{Entradas} Q = \sum_{Salidas} Q$$

Ecuación 4. Ecuación de conservación de la masa para flujo a presión en tuberías circulares.

Dónde:

 \bar{v} [m/s]: Velocidad media. A [m²]: Área transversal. Q [m³/s]: Caudal.**3.1.3 Principio de conservación de la energía**

El segundo principio de conservación relevante corresponde a la conservación de la energía. Este fenómeno se describe a partir de la Ecuación de Bernoulli, donde se sugiere la existencia de tres formas de energía por unidad de peso intercambiables entre sí: la energía potencial por presión, la energía potencial por posición y la energía cinética del flujo (White, 2008).

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = cte$$

Ecuación 5. Ecuación de Bernoulli.

Dónde:

 p [Pa]: Presión. ρ [kg/m³]: Densidad. g [m/s²]: Gravedad. v [m/s]: Velocidad. z [m]: Altura con respecto al datum.

No obstante, es importante recalcar que la aplicación de la Ecuación 5 debe garantizar el cumplimiento de las siguientes afirmaciones:

- Los efectos viscosos deben ser suficientemente pequeños a comparación de los efectos inerciales, gravitacionales y de presión (Cengel y Cimbala, 2006). Si se requiere incluir las pérdidas por fricción, se debe contemplar un término adicional (Saldarriaga, 2016).
- El flujo debe ser permanente (White, 2008). La componente local de la aceleración se puede despreciar.
- El fluido debe asumirse como incompresible (White, 2008). Particularmente cierto para el agua líquida (Fox y McDonald, 1995).
- Los puntos de análisis deben encontrarse conectados por una línea de corriente (White, 2008).

3.2 Conceptos de hidráulica de tuberías

3.2.1 Regímenes de flujo

A partir de los resultados del primer experimento de Reynolds fue posible describir la existencia de tres regímenes de flujo según la relación entre las fuerzas viscosas e inerciales sobre algún punto en una línea de corriente (Saldarriaga, 2016). Dicha descripción fue realizada según el número de Reynolds. A partir de la similitud dinámica en mecánica de fluidos, se conoce que para condiciones análogas de velocidad y geometría en dos campos de flujo similares se puede plantear triángulos semejantes para las fuerzas relevantes (Saldarriaga, 2016). Para el caso de flujo en tuberías, priman las fuerzas viscosas (FV), de presión (FP) y las inerciales (FI). Así pues, se puede establecer la siguiente relación geométrica para dos flujos similares:

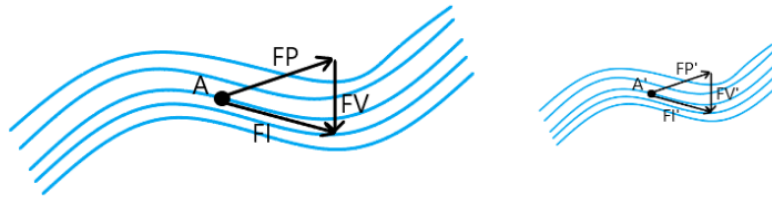


Figura 1. Flujos similares.

$$\frac{FI_A}{FV_A} = \frac{FI_{A'}}{FV_{A'}}$$

$$Re_A = Re_{A'}$$

Las fuerzas inerciales hacen referencia a la resistencia que presenta el fluido al cambiar su velocidad (NASA, s.f.). Se sabe que dichas fuerzas deben relacionarse con el producto de la masa por la aceleración según la segunda ley de Newton (Tesar, 2001). Por su parte, para las fuerzas viscosas se conoce que son proporcionales al esfuerzo cortante multiplicado por el área en el que actúa, siendo posible describir el esfuerzo como se estipula en la Ecuación 1 (Tesar, 2001). Al desarrollar el cociente de la relación de triángulos semejantes se encuentra la expresión adimensional conocida como el número de Reynolds. Para el flujo en tuberías dicha entidad se describe como se estipula en la Ecuación 2.

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

Ecuación 6. Número de Reynolds para flujo en tuberías a presión.

Dónde:

$Re[-]$: Número de Reynolds. $v[m/s]$: Velocidad. $d[m]$: Diámetro. $\nu[m^2/s]$: Viscosidad cinemática.



La semejanza de triángulos estipulada en la Figura 1 demuestra que, para condiciones de flujo similares, el número de Reynolds debería ser igual. Lo anterior sugiere que el flujo en cualquier red de tuberías debe estar gobernado por fuerzas similares (Saldarriaga, 2016). Adicionalmente, según Reynolds (1883), la expresión adimensional permite caracterizar la aparición de los remolinos (“eddies”) para ciertos valores límite de caudal, lo cual conlleva a la descripción teórica de los tres regímenes de flujo: laminar, transicional y turbulento.

El flujo laminar se caracteriza por patrones macroscópicos ordenados en el que las capas de fluido se deslizan unas sobre otras sin intercambio másico significativo entre ellas (Shames, 1995). Dado que el flujo laminar implica un comportamiento de flujo en líneas aproximadamente rectas y paralelas, es posible aplicar la ley de viscosidad de Newton como se estipula en la Ecuación 1 (Shames, 1995). Según Bird et. al. (2002), este comportamiento es característico en números de Reynolds cercanos o inferiores a 2100 para el caso de tuberías circulares. Los valores pequeños en el número de Reynolds se explican considerando que las fuerzas viscosas, al sobreponerse sobre las inerciales, atenúan las inestabilidades surgidas por el movimiento relativo entre capas de fluido (Streeter et. al., 2000). En contraparte, el flujo turbulento se caracteriza por un movimiento errático con intercambio másico importante (Streeter et. al., 2000). En efecto, jamás se tiene un vector velocidad definido para el campo de flujo, resultando así en el uso de una velocidad promedio (Saldarriaga, 2016). De manera opuesta al flujo laminar, se tendrán números de Reynolds altos que reflejan una dominancia de las fuerzas inerciales que tienden a desestabilizar y desordenar el flujo. Según Saldarriaga (2016), la turbulencia se materializa a partir de números de Reynolds cercanos a 4500. Cabe resaltar que la Ecuación 1 se invalida bajo estas condiciones. Finalmente, entre ambos límites se tiene un comportamiento transicional con algunas ondulaciones manifiestas (Saldarriaga, 2016). Este último régimen ha sido caracterizado experimentalmente, más que a nivel teórico debido a su complejidad.

3.2.2 Pérdidas de energía en una tubería

El flujo al interior de una tubería conlleva procesos de transformación de energía mecánica en calor (Rennels y Hudson, 2012). Dicha disipación se explica bien sea a partir del rozamiento generado por la interacción del flujo y la pared sólida, denominadas las pérdidas por fricción, o según los fenómenos de turbulencia inducida por los accesorios y otros elementos, denominadas las pérdidas menores (Rennels y Hudson, 2012). Los cambios en la energía se reflejan en disminuciones sobre las cabezas de energía potencial por presión y posición (White, 2008). En efecto, dado que la línea del gradiente hidráulico (LGH) refleja la sumatoria de las cabezas de energía potencial por presión y posición, es de esperar que las pérdidas hidráulicas se traduzcan en un comportamiento decreciente y gradual para los efectos de la fricción y repentinas para el caso de las pérdidas menores (U.S. Army Corps of Engineers, 1957). Las pérdidas menores usualmente se expresan como el producto entre un coeficiente característico del accesorio y la cabeza de velocidad (Stephenson, 1989):



$$\sum h_m = \sum k_m * \frac{v^2}{2g}$$

Ecuación 7. Pérdidas menores en una tubería.

Dónde:

 $v[m/s]$: Velocidad media. $g[m/s^2]$: Gravedad. $k_m[-]$: Coeficiente de pérdidas menores.

Por su parte, las pérdidas por fricción se caracterizan a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach, que surge como resultado de un análisis dimensional combinado con la aplicación de las leyes de Newton (Brown, 2002). Dado su origen, la ecuación se establece como una relación dimensionalmente consistente y físicamente basada. A partir de la aplicación del teorema de Pi-Buckingham se determina la relación estipulada a continuación (Shames, 1995):

$$h_f = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Ecuación 8. Ecuación de Darcy-Weisbach.

Dónde:

 $h_f[m]$: Pérdidas por fricción. $f[-]$: Factor de fricción de Darcy. $l[m]$: Longitud. $d[m]$: Diámetro.
 $v[m/s]$: Velocidad de flujo. $g[m/s^2]$: Gravedad.

La cantidad f se conoce como el factor de fricción. Esta variable adimensional depende del número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería (Saldarriaga, 2016). Para el caso de flujo laminar, el factor de fricción se deduce a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille, donde se materializa un predominio del número de Reynolds sobre la caracterización de f (Saldarriaga, 2016). Por su parte, para el cálculo del factor de fricción en régimen turbulento se requieren aproximaciones experimentales acordes a la teoría de la capa límite desarrollada por Prandtl, los aportes de Von Kármán, el desarrollo de los diagramas de Nikuradse-Moody y los trabajos de Colebrook y White (Saldarriaga, 2016). La Ecuación 10 combina los casos para flujo hidráulicamente liso y rugoso, por lo que se afirma que es válida para la totalidad del rango turbulento.

$$f = \frac{64}{Re}$$

Ecuación 9. Factor de fricción para régimen de flujo laminar.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 10. Ecuación de Colebrook-White para el factor de fricción.

Dónde:

 $f[-]$: Factor de fricción de Darcy. $Re[-]$: Número de Reynolds. $k_s[m]$: Rugosidad absoluta. $d[m]$: Diámetro.

Finalmente, combinando la Ecuación 6, la Ecuación 8 y la Ecuación 10 se obtiene una ecuación explícita de la velocidad aplicable para todo el rango turbulento (Saldarriaga, 2016).

$$v = -\frac{2\sqrt{2gdh_f}}{\sqrt{l}} \log_{10}\left(\frac{k_s}{3.7d} + \frac{2.51\nu\sqrt{l}}{d\sqrt{2gdh_f}}\right)$$

Ecuación 11. Ecuación para la velocidad media en flujo turbulento.

Dónde:

$v[m/s]$: Velocidad de flujo. $g[m/s^2]$: Gravedad. $d[m]$: Diámetro. $h_f[m]$: Pérdidas por fricción. $l[m]$: Longitud. $k_s[m]$: Rugosidad absoluta. $\nu[m^2/s]$: Viscosidad cinemática.

Dado que la ecuación de Colebrook-White requiere de la aplicación de métodos numéricos para obtener el factor de fricción, su uso resultaba tedioso en la época previa a la popularización de los computadores (Saldarriaga, 2016). Como consecuencia, surgieron diversas expresiones empíricas que simplificaban el cálculo de las pérdidas hidráulicas. Una de las más relevantes es la ecuación de Hazen-Williams, cuya ventaja radica en ser explícita con respecto a la velocidad. Según Liou (1998), para unidades del sistema internacional, la fórmula de Hazen-Williams se expresa como sigue:

$$v = 0.849CR^{0.63}S^{0.54}$$

Ecuación 12. Ecuación de Hazen-Williams.

Dónde:

$v[m/s]$: Velocidad de flujo. $C[-]$: Coeficiente de Hazen-Williams. $R[m]$: Radio hidráulico. $S[-]$: Pendiente de fricción.

Según las manipulaciones algebraicas propuestas por Diskin (1960) y Liou (1998) es posible determinar expresiones para las pérdidas por fricción (Ecuación 13) y el coeficiente C (Ecuación 14).

$$h_f = \frac{6.82L}{C^{1.85}d^{1.17}}v^{1.851}$$

Ecuación 13. Pérdidas por fricción según la Ecuación de Hazen-Williams.

$$C = \frac{14.09}{f^{0.54}d^{0.009}\nu^{0.081}Re^{0.081}}$$

Ecuación 14. Coeficiente de Hazen-Williams a la luz de la ecuación de Darcy-Weisbach.

Dónde:

$v[m/s]$: Velocidad de flujo. $C[-]$: Coeficiente de Hazen-Williams. $R[m]$: Radio hidráulico. $S[-]$: Pendiente de fricción. $f[-]$: Factor de fricción de Darcy. $d[m]$: Diámetro. $\nu[m^2/s]$: Viscosidad cinemática. $Re[-]$: Número de Reynolds.

La Ecuación 14 sugiere que el coeficiente de Hazen-Williams depende no solo del ducto, sino también de las características del fluido y el flujo (Liou, 1998). Dadas las condiciones experimentales de donde se obtuvo la ecuación, existen ciertas limitaciones que deben

considerarse antes de aplicarla en el contexto de la hidráulica de tuberías (Liou, 1998). Según Saldarriaga (2016), la ecuación de Hazen-Williams es aplicable siempre y cuando se cumplan las siguientes restricciones: el fluido debe ser agua a temperaturas normales ($\sim 15^{\circ}\text{C}$), el diámetro de la tubería debe ser superior o igual a tres pulgadas y la velocidad de flujo no puede sobrepasar 3 m/s.

3.2.3 Método del gradiente en redes cerradas

En general, el trazado de las redes de distribución de agua potable contempla la conformación de circuitos o “loops” en la medida que intentan ajustarse a la disposición cuadrangular de las calles y avenidas de una ciudad. Este tipo de sistemas de tuberías se denominan redes cerradas (Saldarriaga, 2016). A lo largo de los últimos dos siglos se han estipulado diversos métodos que permiten calcular las condiciones hidráulicas de dichos sistemas (caudales, alturas piezométricas y pérdidas de energía); no obstante, por sus ventajas a nivel computacional, el método del gradiente se constituye como el más exitoso (Salgado et. al., 1987).

De acuerdo con el supuesto de que las redes de distribución se comportan bajo condiciones de flujo permanente, es posible aplicar los principios de conservación de la masa y la energía (Salgado, 1988). El primer principio se aplica a los nodos contabilizando el caudal de alimentación, el demandado y los que recorren en cada una de las tuberías que divergen o convergen hacia el nodo (Cross, 1936). Por su parte, el principio de conservación de la energía se puede modelar de dos maneras. En primer lugar, se conoce que en cada tubería la energía total disponible debe disiparse en pérdidas por fricción y menores (Saldarriaga, 2016). En segundo lugar, al realizar la sumatoria de las pérdidas en un circuito, es de esperar que, al considerar el signo de las magnitudes, el resultado sea igual a la altura provista por la bomba, si la hay, o cero, en caso de que no exista (Ochoa y Saldarriaga, 2009). Los tres fenómenos físicos se estipulan en la Ecuación 15, Ecuación 16 y Ecuación 17.

$$\sum_{j=1}^{NT_i} Q_{ij} - Q_{Di} + Q_{ei} = 0$$

Ecuación 15. Restricción de continuidad en el nudo i.

$$H_T = h_f + \sum h_m$$

Ecuación 16. Pérdidas de energía en un tubo.

Dónde:

$Q_{Di}[\text{m}^3/\text{s}]$: Caudal consumido en el nudo i. $Q_{ei}[\text{m}^3/\text{s}]$: Caudal alimentado en el nudo i a la red.

$Q_{ij}[\text{m}^3/\text{s}]$: Caudal en la tubería ij del nudo j hacia el nudo i. $NT_i[-]$: Número de tubos que convergen en el nudo i.

$h_f[\text{m}]$: Pérdidas por fricción.

$h_m[\text{m}]$: Pérdidas menores.

$$\sum_{j=1}^{NT'_i} h_{f_{ij}} + \sum_{j=1}^{NT'_i} h_{m_{ij}} = H_{Bomba}$$

Ecuación 17. Restricción de energía en el circuito i.

Dónde:

$NT'_i[-]$: Número de tuberías del circuito i. $h_{f_{ij}}[m]$: Pérdidas por fricción en tubería j.
 $h_{m_{ij}}[m]$: Pérdidas menores en tubería j. $H_{Bomba}[m]$: Altura provista por la bomba.

Las anteriores restricciones se pueden estipular para cada nodo, tubería y circuito de la red, lo cual desemboca en la constitución de un sistema de ecuaciones de naturaleza no lineal que debe resolverse de manera iterativa para conocer la hidráulica del sistema (Ormsbee y Wood, 1986). La no linealidad surge como resultado de la aplicación de la ecuación de Darcy-Weisbach y, consecuentemente, de Colebrook-White, en la medida que incluyen una relación no lineal entre las pérdidas por fricción y la velocidad de flujo (Ecuación 11) para describir el caudal en una tubería (Salgado, 1988).

$$Q = -\frac{2A\sqrt{2gdh_f}}{\sqrt{l}} \log_{10}\left(\frac{k_s}{3.7d} + \frac{2.51v\sqrt{l}}{d\sqrt{2gdh_f}}\right)$$

Ecuación 18. Relación no lineal entre el caudal de flujo y las pérdidas por fricción.

Dónde:

$A[m^2]$: Área transversal. $g[m/s^2]$: Gravedad. $d[m]$: Diámetro. $h_f[m]$: Pérdidas por fricción. $l[m]$: Longitud.
 $k_s[m]$: Rugosidad absoluta. $\nu[m^2/s]$: Viscosidad cinemática.

Para dos nodos conectados por un ducto, se puede establecer la caída en la presión piezométrica según la Ecuación 16; a partir de las manipulaciones algebraicas planteadas por Saldarriaga (2016) se obtienen ecuaciones para definir el caudal en cada tubería de la red y modelar la conservación de la masa. A estas igualdades se les denomina ecuaciones de altura piezométrica por la necesidad de conocer la cabeza de energía disponible en algún punto de la red para resolver el sistema (Ormsbee y Wood, 1986). El valor absoluto contempla de manera automática la dirección del flujo, descrita según el signo del caudal (Saldarriaga, 2016).

$$Q_{ij} = \sqrt{\frac{2gA_{ij}(H_i - H_j)}{f_{ij} \frac{l_{ij}}{d_{ij}} + \sum k_{mij}}}$$

Ecuación 19. Caudal por la tubería ij.

$$\sum_{j=1}^{NT_i} \frac{H_i - H_j}{(|H_i - H_j|)^{-1/2}} \sqrt{\frac{2gA_{ij}}{f_{ij} \frac{l_{ij}}{d_{ij}} + \sum k_{mij}}} - Q_{Di} + Q_{ei} = 0$$

Ecuación 20. Ecuación de altura piezométrica en el nudo i.

Dónde:

$A_{ij}[m^2]$: Área transversal tubería ij. $g[m/s^2]$: Gravedad. $d_{ij}[m]$: Diámetro tubería ij.
 $f_{ij}[-]$: Factor de fricción tubería ij. $l_{ij}[m]$: Longitud tubería ij. $k_s[m]$: Rugosidad absoluta.
 $\nu[m^2/s]$: Viscosidad cinemática. $H_i[m]$: Altura piezométrica nodo i. $H_j[m]$: Altura piezométrica nodo j.
 $Q_{Di}[m^3/s]$: Caudal consumido en el nodo i. $Q_{ei}[m^3/s]$: Caudal alimentado en el nodo i a la red.

Un proceso algebraico similar se puede ejecutar sobre la restricción de energía sobre los circuitos (Ecuación 17). En este caso, como el sistema de ecuaciones se expresa en términos del caudal, las igualdades resultantes se denominan las ecuaciones de flujo (Ormsbee y Wood, 1986). El valor absoluto contempla de manera automática el signo del caudal, siguiendo la convención hidráulica de valores positivos para un recorrido del agua en el circuito en sentido horario (Saldarriaga, 2016).

$$\sum_{j=1}^{NT'_i} \left(\frac{Q_{ij}|Q_{ij}|}{2gA_{ij}^2} \left(f_{ij} \frac{l_{ij}}{d_{ij}} + \sum k_{mij} \right) \right) = H_{Bomba}$$

Ecuación 21. Ecuación de flujo en el circuito i.

La aplicación del método del gradiente permite resolver de manera eficiente los sistemas estipulados por la Ecuación 20 y la Ecuación 21. Un paso preliminar corresponde a modelar la energía total disponible entre dos nodos de la red con respecto al caudal de flujo al interior de la tubería. Si se incluyen accesorios o bombas, se puede asumir una relación general de tipo polinomial entre el caudal y la cabeza disponible como se estipula en la Ecuación 22 (Saldarriaga, 2016).

$$H_T = \alpha Q^n + \beta Q + \gamma$$

Ecuación 22. Relación polinomial entre la cabeza disponible y el caudal de flujo.

Dónde:

$H_T[m]$: Cabeza total. $Q[m^3/s]$: Caudal de flujo. $\alpha, \beta, \gamma[-]$: Coeficientes.

El método del gradiente supone una descripción matricial de la topología del sistema de tuberías. Para esto, se debe recurrir a algunas definiciones adicionales según como lo estipulado por Saldarriaga (2016).

- **NT**: Número de tuberías en la red.

- **NN:** Número de nodos con altura piezométrica desconocida.
- **NS:** Número de nodos con altura piezométrica fija y conocida.
- **[A12]:** Matriz de conectividad de dimensión NT x NN con elementos diferentes de cero en la i-ésima fila: -1 en la columna correspondiente al nodo inicial del tramo i y 1 en la columna correspondiente al nodo final.
- **[A21]:** Matriz transpuesta de [A12].
- **[A10]:** Matriz topológica de dimensión NT x NS tramo a nodo para los NS nodos con altura piezométrica conocida. Tiene como elementos -1 en las filas asociadas a tramos conectados con nodos de altura piezométrica fija y 0 en las demás.
- **[A11]:** Matriz diagonal de dimensión NT x NT definida a continuación (Todini y Pilati, 1987):

$$[A11] = \begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^{(n_1-1)} + \beta_1 + \frac{\gamma_1}{Q_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_{NT} Q_{NT}^{(n_{NT}-1)} + \beta_{NT} + \frac{\gamma_{NT}}{Q_{NT}} \end{bmatrix}$$

- **[A11]':** Matriz diagonal de dimensión NT x NT definida como (Saldarriaga, 2016):

$$[A11]' = \begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^{(n_1-1)} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_{NT} Q_{NT}^{(n_{NT}-1)} \end{bmatrix}$$

- **[N]:** Matriz diagonal de dimensión NT x NT definida como sigue (Todini y Pilati, 1987):

$$[N] = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & n_{NT} \end{bmatrix}$$

- **[Q]:** Vector de caudales de cada tubería con dimensión NT x 1.
- **[q]:** Vector de consumo o de entrada de caudal en cada nudo de la red de dimensión NN x1.
- **[H]:** Vector de alturas piezométricas desconocidas en los nodos con dimensión NN x 1.
- **[Ho]:** Vector de alturas piezométricas conocidas o fijas con dimensión NS x 1.

Según lo establecido por Todini y Pilati (1987), creadores del método, la conservación de la masa y la energía se puede modelar según un sistema matricial que contenga la descripción topológica y la caracterización de las pérdidas como se ha explicado en párrafos anteriores. Todini y Pilati (1987) describen el problema de manera compacta como sigue:

$$\begin{pmatrix} [A11] & [A12] \\ [A21] & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [Q] \\ [H] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -[A10][Ho] \\ [q] \end{pmatrix}$$

Posteriormente, los autores (1987) proponen derivar ambos lados de la igualdad con respecto a Q y H mediante el operador gradiente, representando el resultado como un esquema Newton-Raphson a partir de una serie de Taylor truncada.

$$\begin{pmatrix} [N][A11]' & [A12] \\ [A21] & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [dE] \\ [dq] \end{pmatrix}$$

Los términos dE y dq representan las cantidades residuales o desbalances de energía y materia que deben ser minimizados de manera iterativa por el método (Todini y Pilati, 1987). Retomando la expresión matricial compacta original, se obtiene una expresión para los desbalances en alguna iteración k (Todini y Pilati, 1987). Adicionalmente, aplicando los principios del álgebra lineal, se pueden despejar los valores dQ y dH , permitiendo obtener expresiones para los caudales y alturas piezométricas de una iteración k+1 (Saldarriaga, 2016).

$$[H_{k+1}] = -([A21]([N][A11]')^{-1}[A12])^{-1} \times ([A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_k] + [A10][H_0]) - ([A21][Q_k] - [q]))$$

Ecuación 23. Vector solución para las alturas piezométricas en los nodos en una iteración k+1.

$$[Q_{k+1}] = ([I] - ([N][A11]')^{-1} - [A11])[Q_k] - (([N][A11]')^{-1}([A12][H_{k+1}] + [A10][H_0]))$$

Ecuación 24. Vector solución para los caudales en las tuberías en una iteración k+1.

El sistema estipulado por la Ecuación 23 se puede reescribir como un sistema de ecuaciones lineales (Saldarriaga, 2016).

$$\begin{aligned} & ([A21]([N][A11]')^{-1}[A12])^{-1}[H_{k+1}] \\ & = -([A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_k] + [A10][H_0]) - ([A21][Q_k] - [q])) \end{aligned}$$

Ecuación 25. Sistema de ecuaciones lineales para las alturas piezométricas desconocidas.

El proceso de cálculo implica suponer caudales iniciales para cada tubería, insertarlos en el sistema de la Ecuación 25, determinar las alturas piezométricas y los nuevos caudales. Dichos valores de gasto volumétrico se reinsertan en el sistema de ecuaciones lineales de manera iterativa hasta alcanzar la convergencia. El algoritmo se presenta en el siguiente diagrama de flujo.

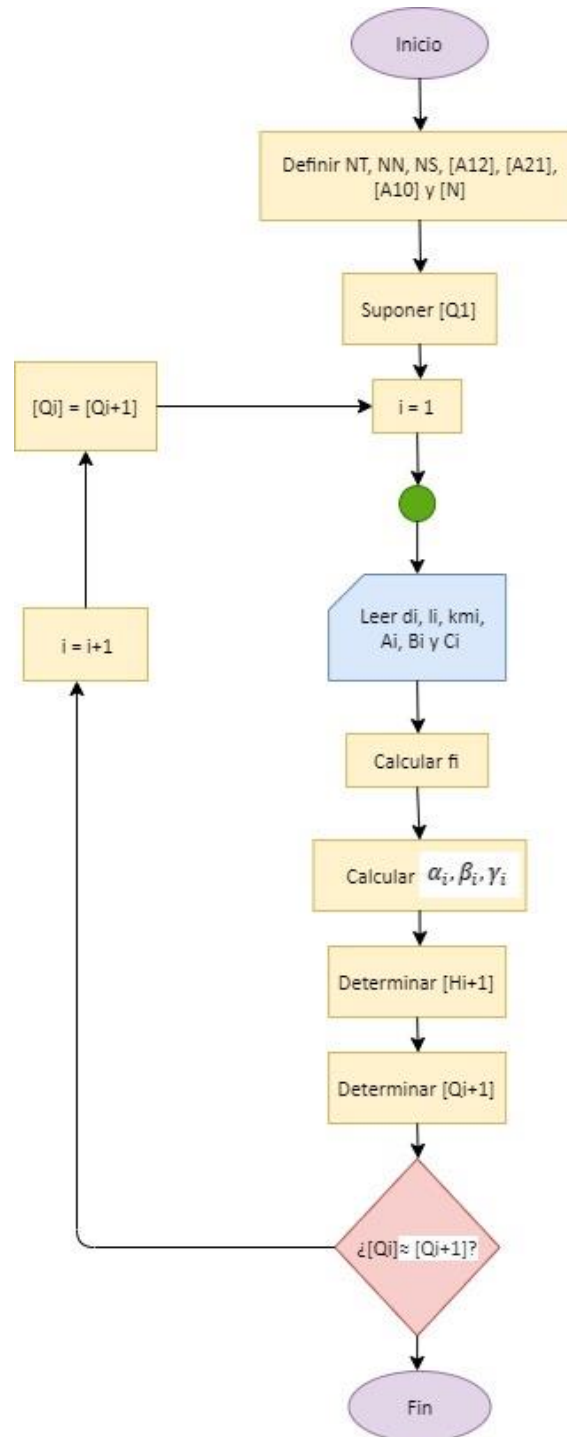


Figura 2. Diagrama de flujo 1 - Método del gradiente.

3.3 Diseño optimizado de redes de distribución de agua potable

3.3.1 Definiciones y restricciones

Una red de distribución se refiere al conjunto de tuberías, accesorios y otras estructuras cuya finalidad es facilitar el abastecimiento de agua potable a los usuarios (Conagua, s.f.). Dicho abastecimiento consiste en el transporte del agua desde algún tanque de almacenamiento, embalse o planta de tratamiento hasta el punto de demanda, bien sea aprovechando el movimiento por gravedad o mediante el uso de un sistema de bombeo (Steel y McGhee, 1979). Actualmente, el diseño de las redes de distribución de agua potable implica deducir aquella configuración de diámetros comerciales que minimiza el costo de la red para condiciones topológicas y de demanda específicas (Saldarriaga, 2016). Asimismo, implica garantizar aquellos valores de presión mínima en los nodos acorde a la normatividad vigente y los requerimientos de uso (Steel y McGhee, 1979). La restricción de la presión mínima y de los diámetros comerciales se expresa matemáticamente como sigue:

$$\min(P_i) \geq P_{\min}$$

Ecuación 26. Restricción de presión mínima.

$$d_i \in CD_{com}$$

Ecuación 27. Restricción de diámetros comerciales.

Dónde:

P_i [m. c. a]: Presión nodo i. P_{\min} [m. c. a]: Presión mínima admisible. d_i [m]: Diámetro tubería i.

El problema de optimización se modela a partir de la teoría de grafos, incluyendo un conjunto de arcos y nodos que representan las tuberías y las intersecciones entre ellas (Pereyra et. al., 2016). Dicha modelación debe cumplir restricciones de continuidad en la totalidad de los nodos y garantizar que las pérdidas sean a lo sumo iguales a la energía disponible (Narváez y Galeano, 2002). Según Saldarriaga (2016), las restricciones de continuidad en cada nudo y de energía en cada circuito se pueden expresar según la Ecuación 15 y la Ecuación 17 estipuladas en la página 45. En términos de los costos, Narváez y Galeano (2002) establecen que es importante contemplar rubros concernientes a la infraestructura y la instalación. El primero se relaciona con los costos de las tuberías y accesorios, mientras que en el segundo se incluye la mano de obra, la excavación, la maquinaria y otras obras geotécnicas. Estos rubros se resumen en una función de costos que contempla una regresión potencial con respecto al diámetro incluyendo la longitud del tubo (Pino et. al., 2017). Si bien es evidente que los costos deberían contemplar otros rubros concernientes al mantenimiento y la operación, en el presente trabajo solo se trabajará con los costos iniciales de infraestructura. Según Saldarriaga et. al. (2018), la ecuación potencial que modela los costos se establece como sigue:

$$C = \sum_{i=1}^{N_t} K \cdot L_i \cdot d_i^x$$

Ecuación 28. Función de costos.

Dónde:

C [\$]: Costo de la red. N_t [-]: Número de tuberías. K [-]: Coeficiente. L_i [m]: Longitud tubería i . d_i [m]: Diámetro tubería i .

Encontrar la solución que minimiza la ecuación de costos resulta ser particularmente difícil. Considerando que para cualquier conjunto de valores discretos de diámetros comerciales existe una gran cantidad de combinaciones factibles que cumplen con los requerimientos hidráulicos, métodos como la búsqueda exhaustiva deben descartarse en el camino para encontrar el óptimo global (Saldarriaga, 2016). Yates et. al. (1984) demostraron que el problema se encuentra dentro del conjunto NP-Complejo, lo cual implica que el diseño optimizado de RDAPs se asemeja a otros problemas que, en algunas instancias, reflejan intratabilidad computacional. Dadas sus características como NP-Complejo, cualquier aproximación o algoritmo determinista que procure encontrar una solución exacta no lo logrará en un tiempo polinomial (Yates et. al., 1984). Por consiguiente, el problema se debe resolver mediante heurísticas no deterministas (Villalba et. al., 2005).

3.3.2 Criterio de Wu y metodología LOGH para tuberías en serie

La complejidad del problema de diseño de redes de distribución se puede empezar a materializar desde las tuberías en serie. Wu (1975) demostró que, para cualquier número de tuberías en serie, el mínimo costo se obtiene cuando la línea del gradiente hidráulico (LGH) se comporta como una curva parabólica cóncava hacia arriba con una depresión del 15% de la cabeza disponible en su centro con respecto a la línea recta que une las alturas de energía totales al inicio y final de la serie. Inclusive, tomando la recta que une los nodos inicial y final, el costo varía en apenas un 2% (Saldarriaga, 2016). Cabe resaltar que dicha demostración se planteó para una distribución uniforme de las demandas (Wu et. al., 1979).

Los hallazgos de Wu permitieron demostrar la posibilidad de predeterminedar los valores de altura piezométrica en los nodos para obtener de manera directa los diámetros sin recurrir a técnicas de búsqueda estocástica (Saldarriaga et. al., 2010). Lo anterior funcionó como un primer paso para establecer una mejor metodología de optimización: la Línea Óptima del Gradiente Hidráulico (LOGH). A diferencia del criterio de Wu, la metodología LOGH se basa en obtener aquella flecha o depresión óptima para cualquier topología, demanda hidráulica y función de costos (Saldarriaga, 2016). De esta manera, se pueden incluir sistemas con caudales de demanda de magnitud y distanciamiento variables.

La determinación de la flecha óptima se realiza en base al centroide de demandas y el coeficiente de uniformidad (Saldarriaga, 2016). El centroide de demandas se obtiene ponderando las distancias en las que se presenta demanda de caudal con respecto a la fuente de abastecimiento. Dicha ponderación se realiza según la longitud de la serie de tuberías y el caudal total fluyendo en el sistema. Según Saldarriaga (2016), el centroide de demandas se calcula según la Ecuación 29.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=0}^{NN} Q_i D_i}{Q_T l_T}$$

Ecuación 29. Centroide de demandas en metodología LOGH.

Dónde:

$NN[-]$: Número de nodos. $Q_i[m^3/s]$: Caudal demandado en el nodo i . $D_i[m]$: Distancia topológica al nodo i .
 $l_T[m]$: Longitud total. $Q_T[m^3/s]$: Caudal total.

Por su parte, el coeficiente de uniformidad es un indicador de la localización de las demandas de caudal. Puede interpretarse como una constante que relativiza la posición de cada uno de los nodos con extracción de flujo volumétrico con respecto al centroide de demandas. El coeficiente se obtiene dividiendo la serie de tuberías en dos tramos según \bar{x} y ponderando los dos centroides obtenidos para cada tramo según la posición y magnitud de los requerimientos de caudal. Según Saldarriaga (2016), el coeficiente de uniformidad se determina según la Ecuación 30.

$$CU = \left(\frac{\sum_{i=0}^{NN_{Tramo1}} Q_i \bar{D}_{Tramo1i}}{l_T \sum_{i=0}^{NN_{Tramo1}} Q_i} \right) \frac{l_{Tramo1}}{l_T} + \left(\frac{\sum_{i=0}^{NN_{Tramo2}} Q_i \bar{D}_{Tramo2i}}{l_T \sum_{i=0}^{NN_{Tramo2}} Q_i} \right) \frac{l_{Tramo2}}{l_T}$$

Ecuación 30. Coeficiente de uniformidad en metodología LOGH.

Dónde:

$NN[-]$: Número de nodos. $Q_i[m^3/s]$: Caudal demandado en el nodo i . $\bar{D}_{Tramo1i}[m]$: Distancia del nodo i a la fuente de abastecimiento en el centroide de demandas. $l_T[m]$: Longitud total. $l_{Tramo}[m^3/s]$: Longitud de tramo.

Los números que se obtienen en la Ecuación 29 y Ecuación 30 se pueden insertar en la función cuadrática de la flecha óptima (Ecuación 31). Esta se deduce mediante un ajuste estadístico que describe en más de un 85% la variación de la flecha óptima (Saldarriaga, 2016). Dado que el ajuste se realiza empleando un exponente en la función de costos de 1.46 y una relación Q^2/L^3 de $1 \cdot 10^{-9} m^3/s^2$, se deben incluir dos correcciones para adaptar la parábola de la flecha óptima a las condiciones particulares del sistema a analizar (aplicación de la Ecuación 32 y Ecuación 33) (Saldarriaga, 2016).

$$F = 0.436 - 0.177\bar{x} - 0.977CU + 0.906CU^2$$

Ecuación 31. Ecuación cuadrática de la flecha óptima.

$$F_n = (-0.1134F + 0.0032)n^2 + (0.6443F + 0.0043)n + 0.2835F - 0.0111$$

Ecuación 32. Flecha óptima corregida según el exponente de la función de costos.

$$F_{Q^2/l^3} = (0.00868F_n + 0.00066) \ln\left(\frac{Q_T^2}{l_T^3}\right) + 1.18069F_n + 0.01345$$

Ecuación 33. Flecha óptima corregida según la relación Q^2/L^3 .

Dónde:

$\bar{x}[-]$: Centroide de demandas. $CU[-]$: Coeficiente de uniformidad. $n[-]$: Exponente de la función de costos.
 $l_T[m]$: Longitud total. $Q_T[m^3/s]$: Caudal total.

Con la flecha óptima corregida se puede obtener la LOGH. En este caso, se conoce la cabeza disponible al inicio, al final y en el punto medio según la flecha, por lo que es posible calcular una ecuación cuadrática cóncava hacia arriba que intercepte los tres puntos (Saldarriaga, 2016). Omitiendo el procedimiento matemático, se encuentra la función que describe la línea óptima del gradiente hidráulico.

$$LOGH(x) = 4F_{\frac{Q^2}{l^3}} \frac{LOGH_{max} - LOGH_{min}}{l_T^2} x^2 - \left(1 + 4F_{\frac{Q^2}{l^3}}\right) \frac{LOGH_{max} - LOGH_{min}}{l_T} x + LOGH_{max}$$

Ecuación 34. Línea óptima del gradiente hidráulico.

Dónde:

$LOGH_{max}[m]$: Altura piezométrica máxima. $LOGH_{min}[m]$: Altura piezométrica mínima. $l_T[m]$: Longitud total.
 $F_{\frac{Q^2}{l^3}}[-]$: Flecha óptima corregida. $x[m]$: Distancia topológica.

Por último, empleando la Ecuación 34, se determinan las pérdidas objetivo en cada tubería de la red. Con las pérdidas se puede despejar el diámetro continuo correspondiente según la ecuación de Darcy-Weisbach o Hazen-Williams (Saldarriaga, 2016). Es importante mencionar que, dadas la restricción de los diámetros comerciales (Ecuación 27), es necesario redondear los diámetros de tal modo que se minimicen los costos y se cumplan los requerimientos hidráulicos. La heurística para redondear los diámetros se tratará más adelante.

$$\Delta H_{ij} = LOGH_i - LOGH_j$$

Ecuación 35. Pérdidas objetivo en el tramo ij.

Dónde:

$LOGH_i[m]$: Altura piezométrica en el nodo i. $LOGH_j[m]$: Altura piezométrica en el nodo j.

3.3.3 Métodos de optimización para redes cerradas

Como se mencionaba en apartados anteriores, la búsqueda de la configuración óptima en redes de distribución implica la aplicación de heurísticas no deterministas. En los siguientes apartados se desarrollarán algunas de estas metodologías según su relevancia en el desarrollo de la presente investigación.

3.3.3.1 Algoritmos genéticos (AG)

Los algoritmos genéticos corresponden a un proceso de búsqueda de soluciones análogo a los mecanismos de evolución característicos en el fenómeno biológico de selección natural (Goldberg, 1953). Cada una de las soluciones pertenecientes al espacio de búsqueda se puede tratar como un “cromosoma”, cuyas características o “genes” le atribuyen su aptitud para cumplir con los requerimientos establecidos por el problema a optimizar (Mitchell, 1999). El algoritmo ejecuta de manera iterativa un proceso de procreación entre los individuos de la población, propiciando una mejoría automática de las opciones disponibles al momento de producir nuevas generaciones (Sivanandam y Deepa, 2008). La implementación computacional del apareamiento desarrolla los procesos de adaptación y supervivencia de los mejores especímenes, avanzando hacia soluciones con mejor genotipo en cada repetición de las rutinas programadas.

Una de las grandes ventajas de la metodología corresponde a la flexibilidad. El autor se encuentra en la potestad de definir aspectos como los operadores de reproducción, el número de descendientes, la función de aptitud que evalúa a cada individuo, la población inicial, entre otros parámetros relevantes (Sivanandam y Deepa, 2008). Inclusive, es usual encontrar modelos que incorporan fenómenos de mutación, donde algún fragmento del cromosoma de un individuo aleatorio puede cambiar de manera esporádica según el modelo probabilístico que se considere adecuado (Mitchell, 1999). Por otra parte, se encuentran las desventajas. En lo que concierne al diseño de RDAPs, la aplicación de algoritmos genéticos no corresponde a un proceso de optimización en sentido estricto; la aleatoriedad intrínseca al proceso implica que no existan garantías de encontrar algún óptimo local, mucho menos el global (Saldarriaga, 2016). Asimismo, a no ser que se simule explícitamente mediante criterios de penalización, las rutinas de algoritmos genéticos no incluyen de antemano los requerimientos hidráulicos de los sistemas (Saldarriaga, 2016). No obstante, si el número de iteraciones es suficientemente alto, es posible que los resultados sean satisfactorios.

3.3.3.2 Programación por Restricciones (PR)

El principio de la Programación por Restricciones (PR) consiste en asimilar el diseño optimizado de redes de distribución de agua potable como varias instancias de un problema de satisfacción por restricciones (CSP). Dicho CSP ($P = (V, C)$) se describe mediante un conjunto finito de variables V que pueden asumir valores de una tupla de dominios finitos D , buscando aquellas combinaciones que garantizan el cumplimiento de ciertas restricciones o “constraints”



pertenecientes a otro conjunto finito C (Xia y Yap, 2013). Se dice que una tupla de asignaciones A es solución al CSP siempre y cuando sus valores para cada variable de V pertenezca al dominio D y cumpla con los requerimientos de C (Xia y Yap, 2013). En otras palabras, la solución corresponde a una tupla consistente de asignaciones (Barták et. al., 2004).

En este caso, las variables a trabajar corresponden a los diámetros de cada una de las tuberías de la red, que pueden asumir valores correspondientes a un dominio de diámetros comerciales. Para el caso de las RDAPs, las restricciones deben contemplar la presión mínima admisible en los nodos y las demandas de caudal, ambas describibles en función de los diámetros. Según Barber y Salido (2003), en los problemas CSP las restricciones se describen según su aridad, es decir, según el número de variables involucradas en la restricción; de esta manera, para el diseño optimizado se pueden emplear restricciones unarias (una sola variable), binarias (dos variables) o n-arias (tres o más variables) según como se desee modelar las restricciones de alturas piezométricas y de caudal.

La ventaja de la PR radica en la posibilidad de usar activamente las restricciones para reducir el esfuerzo computacional necesario (Villalba et. al., 2005). En efecto, a medida que transcurre el algoritmo, ocurren reducciones en el dominio de análisis debido a la generación de nuevas restricciones o a la detección de inconsistencias (Saldarriaga, 2016). Al decidir el diámetro de un ducto se establece una nueva restricción que acota el espacio de búsqueda. Las variaciones en la eficiencia y el gasto computacional del método dependen directamente de las heurísticas de búsqueda que se implementen en el algoritmo. En general, el mecanismo de funcionamiento cambia según la metodología de avance o toma de decisiones al momento de contemplar diferentes posibilidades de asignación y al retroceso una vez se encuentre una inconsistencia o un escenario desfavorable (Barták et. al., 2004). Cabe resaltar que este último esquema usualmente se representa mediante árboles de búsqueda (Saldarriaga, 2016).

3.3.3.3 Superficie Óptima del Gradiente Hidráulico (SOGH)

El concepto de las pérdidas hidráulicas objetivo, establecidas en un principio por el criterio geométrico de Wu, puede extenderse para el caso de las RDAPs. La analogía corresponde a plantear un gradiente hidráulico que asegura el diseño de menor costo (Featherstone y El-Juamly, 1983). Estas condiciones de presión pueden describirse mediante el ajuste a una superficie tridimensional (Superficie Óptima de Presiones – SOP). En este contexto surge el criterio de Featherstone (1983), cuya aproximación consiste en definir un decaimiento de la energía disponible como una superficie plana. Sin embargo, la aproximación presenta problemas para modelar casos con topografías abruptas (Villalba et. al., 2005).

La metodología de la Superficie Óptima del Gradiente Hidráulico (SOGH) corresponde a una alternativa mejorada tanto del criterio de Wu como el de Featherstone. A diferencia de los criterios presentados y de manera similar a la metodología LOGH, es posible variar la flecha para



encontrar aquel número que mejor se ajuste a las características hidráulicas y topológicas del sistema (Saldarriaga, 2016). De esta manera, se obtiene una solución que respeta las restricciones de conservación de la masa y la energía, demandas de caudal, presión mínima y ventajas computacionales asociadas a una convergencia en un tiempo polinomial no mayor a $O(n)$ (Villalba et. al., 2005). No obstante, es importante aclarar que el método resulta en diseños con diámetros continuos, requiriéndose entonces la aplicación de otras heurísticas para el redondeo a las medidas comerciales disponibles (Villalba et. al., 2005).

A continuación, se resume la lista de pasos a implementar según los trabajos de Saldarriaga (2016), Villalba et. al. (2005), Ochoa y Saldarriaga (2009) y Ochoa et. al. (2010):

1. Calcular la distancia topológica de los nodos a las fuentes de abastecimiento. Cabe resaltar que esta corresponde a la distancia mínima asociada a la trayectoria real que puede recorrer el agua en el sistema (Villalba et. al., 2005). Por consiguiente, se debe implementar un algoritmo que determine la longitud mínima entre dos vértices de un grafo como se establece en la Ecuación 36 (Villalba et. al., 2005). Una aproximación inicial para conocer la hidráulica de la red corresponde a asignar, como suposición preliminar, algún diámetro comercial pequeño para asegurar que el agua fluya de las fuentes a los nodos (Saldarriaga, 2016). Si un nodo es alimentado por más de una fuente, se le asigna aquella que le aporta mayor LGH (Ochoa et. al., 2010). De esta manera, se obtendrán las rutas desde cada embalse hasta sus correspondientes sumideros, es decir, hasta aquellos nodos que no alimentan ningún otro nodo.

$$D_t = \text{Distancia mínima grafo}(\text{fuente}, \text{nudo})$$

Ecuación 36. Distancia topológica mínima entre la fuente y un nodo.

2. Asignar a cada tubería uno de los diámetros comerciales de manera proporcional a la distancia calculada en la Ecuación 36 (Ochoa et. al., 2010).
3. Estimar la flecha óptima. De manera análoga a la metodología LOGH, se estima el centroide de demandas, el coeficiente de uniformidad, la flecha según la ecuación cuadrática y las debidas correcciones dadas por el ajuste estadístico (Saldarriaga, 2016). Retomando la Ecuación 29, Ecuación 30, Ecuación 31, Ecuación 32 y la Ecuación 33, para el caso de las redes cerradas se emplea la distancia topológica en vez de la longitud y la distancia topológica máxima recorrida por el agua en vez de la longitud total (Saldarriaga, 2016).
4. Aplicar una simulación hidráulica para conocer los sentidos de flujo y caudales iniciales en cada ducto. De esta manera, se puede identificar que fuentes abastecen cada uno de los nodos, así como los sumideros de la red. Si un nodo es abastecido por más de una fuente, se le asigna aquella que le aporta mayor LGH (Ochoa et. al., 2010). Adicionalmente, se

logran estipular nuevas distancias topológicas según la Ecuación 36. Cabe resaltar que la hidráulica puede variar en la medida que se tiene una nueva configuración de diámetros comerciales.

5. Ordenar los nuevos sumideros de mayor a menor distancia topológica.
6. Identificar las rutas de alimentación o trayectorias de flujo desde las fuentes hasta los sumideros.
7. Para cada ruta o trayectoria de flujo, determinar la LGH ideal mínima según la Ecuación 37.

$$LOGH_{min} = Z_{Sumideroi} + P_{min_i}$$

Ecuación 37. LGH ideal mínima para la ruta al sumidero i.

Dónde:

$Z_{Sumideroi}[m]$: Altura topográfica del sumidero i.

$P_{min_i}[m]$: Presión mínima admisible en el nodo i.

8. Para cada ruta se determina la LGH ideal en cada nodo siguiendo algunos lineamientos. En primer lugar, la LGH ideal máxima corresponde a la de la fuente que alimenta la ruta (Saldarriaga, 2016).

$$LOGH_{max} = LOGH_o$$

Ecuación 38. LGH ideal máxima para la ruta al sumidero i.

Dónde:

$LOGH_o[m]$: Altura piezométrica en la fuente.

En segundo lugar, la LGH ideal para cada nodo debe encontrarse entre la LGH mínima y máxima. La forma de describir el valor según la distancia topológica se realiza mediante alguna ecuación de ajuste. Se han encontrado excelentes resultados implementando la relación cuadrática de la LOGH al acercarse al criterio de Wu. Se retoma la Ecuación 34 generalizando para una red cerrada.

$$LOGH(d) = 4F_{Q^2} \frac{LOGH_{max} - LOGH_{min}}{d_{max}^2} d^2 - \left(1 + 4F_{Q^2}\right) \frac{LOGH_{max} - LOGH_{min}}{d_{max}^2} d + LOGH_{max}$$

Ecuación 39. Ecuación LOGH para una red cerrada.

Dónde:

$d[m]$: Distancia topológica. $LOGH_{max}[m]$: Altura piezométrica máxima. $LOGH_{min}[m]$: Altura piezométrica mínima.

$F_{Q^2}[-]$: Flecha óptima corregida. $d_{max}[m]$: Distancia topológica máxima.

9. Definir para cada tubo una pérdida de energía objetivo igual a la diferencia entre las alturas piezométricas entre el nodo final e inicial (Ochoa y Saldarriaga, 2009). Lo anterior se describe en la Ecuación 35.



10. Conociendo las pérdidas hidráulicas objetivo y el caudal determinado por la simulación hidráulica del paso 4 se aplica un algoritmo de diseño de tuberías simples para cada ducto del sistema.
11. Mediante el modelo de simulación se realiza una comprobación de caudal y estimación de las pérdidas reales en cada tubería.
12. Si la diferencia entre las pérdidas reales y objetivo es menor al error admisible contemplado por el diseñador se continua al paso 13. De lo contrario, se regresa al paso 4.
13. Verificar que en la totalidad de los nodos se cumpla con la presión mínima admisible. En aquellos donde no se cumpla el requisito de altura piezométrica se deben realizar correcciones. El proceso consiste en asignar una nueva LGH mínima igual a la altura topográfica mayor de los nodos que incumplen (Ochoa et. al., 2010). Luego, se determina una nueva distancia topológica máxima asociada al nodo con presión inadmisibles más alejado. Finalmente, se recalculan los parámetros de la Ecuación 39. Los nuevos valores LGH según la distancia topológica serán los valores corregidos.
14. Aplicar alguna heurística para redondear los diámetros a las restricciones comerciales.

La lista de pasos se puede ilustrar, de manera sintética, en un diagrama de flujo. A modo de ejemplo, se presenta el caso en el que se escogen líneas de ajuste cuadráticas.

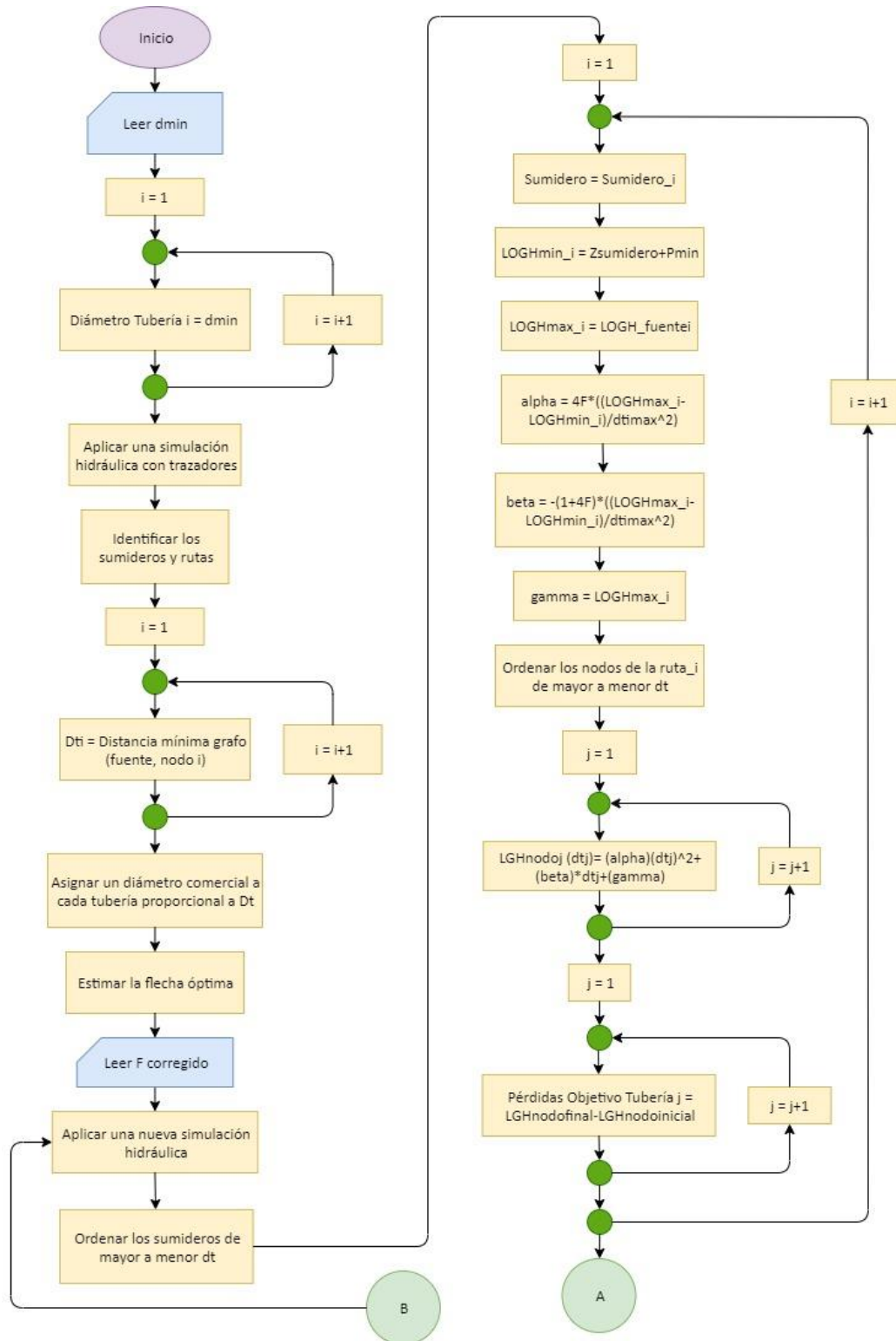


Figura 3. Diagrama de Flujo 2 - Metodología SOGH Parte 1.

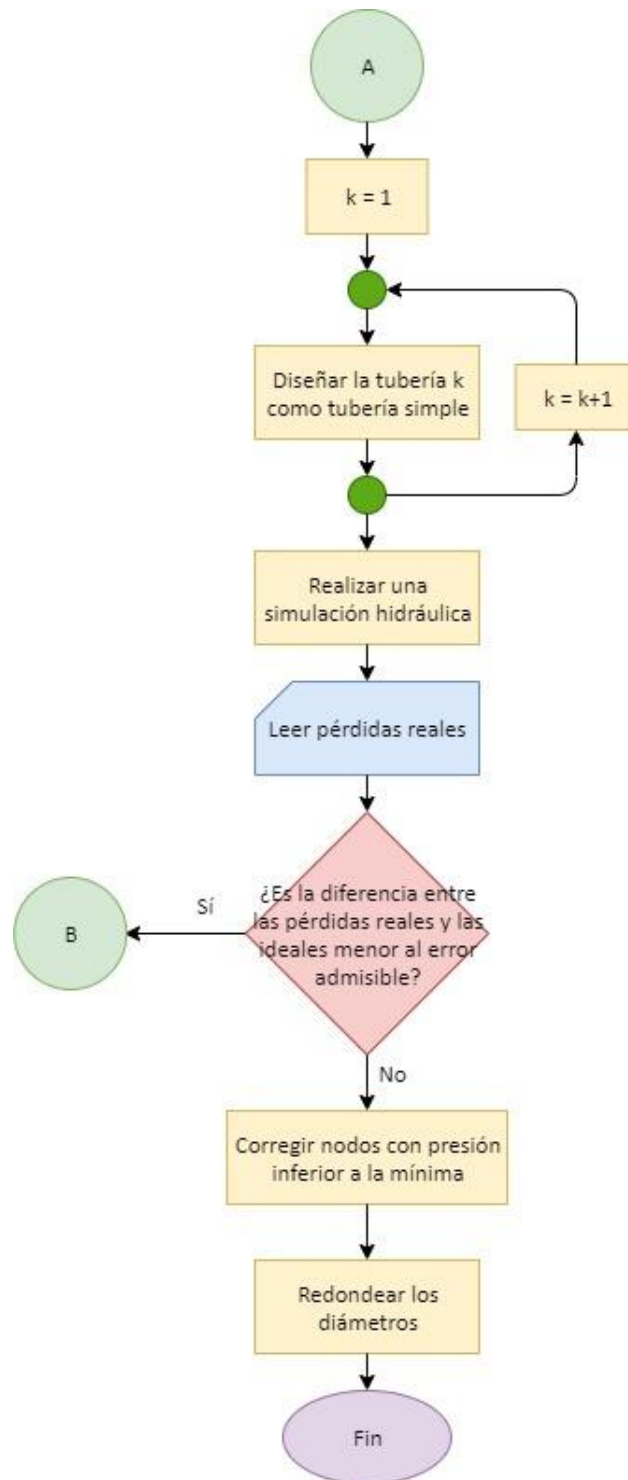


Figura 4. Diagrama de Flujo 2 - Metodología SOGH Parte 2.



3.3.3.4 OPUS (Optimal Power Use Surface)

La metodología OPUS corresponde a una alternativa al algoritmo de la Superficie Óptima del Gradiente Hidráulico. Su ventaja radica en reducir el número de iteraciones necesarias con pequeñas variaciones con respecto al costo óptimo de la red. La diferencia del método se asocia al tratamiento de las redes como mallas abiertas, en la medida que un sistema redundante, típico de analizar desde la perspectiva de una red cerrada, resulta desventajoso a nivel de costos (López et. al., 2013). De esta manera, OPUS supone el tratamiento de las redes bajo un esquema de árbol, de tal manera que las ramificaciones conformadas por las trayectorias de flujo se comporten de manera análoga a una red abierta (Saldarriaga et. al., 2013). Los subprocesos de la metodología se resumen a continuación según lo planteado en los trabajos de Saldarriaga et. al. (2013) y López et. al. (2013):

1. **Estructura de árbol:** Corresponde a un proceso iterativo de adición de pares nodo-tubería hasta alcanzar un sumidero de la red. La asignación se realiza mediante una función costo/beneficio, donde se determina el cociente entre la demanda del nodo nuevo y el costo marginal de conectarlo a la fuente de abastecimiento (Saldarriaga et. al., 2013). A partir de la estructura de árbol se espera favorecer la creación de pocas rutas principales donde se transporte la mayor proporción del caudal disponible.
2. **Uso de superficie óptima de energía:** Se retoman los principios de optimización establecidos por Wu (1975) y perfeccionados por Ochoa (2009) para asignar una altura piezométrica objetivo a todos los nodos de la red, considerando las rutas estipuladas en la estructura de árbol. En este paso se establecen las LGH con flecha variable según la distribución de las demandas en la red.
3. **Distribución óptima de caudal:** Una vez definida la SOP, procede determinar la distribución de caudales en cada ducto a modo que se minimicen los costos, se respete el principio de conservación de la masa y el criterio de pérdidas de energía establecido en el paso anterior. El proceso consiste en partir de cada sumidero y, mediante una función de ajuste (usualmente H/L^2), determinar la tubería principal que alimenta el nudo. Esta tubería llevará dentro de sí el valor máximo de caudal, mientras que las demás contendrán el caudal asociado al diámetro mínimo disponible. Cabe resaltar que el análisis se realiza sobre el grafo original en vez del esquema modificado por la estructura de árbol.
4. **Cálculo del diámetro:** Mediante las pérdidas objetivo y el caudal de diseño, se ejecuta un proceso iterativo para determinar el diámetro que cumple las restricciones. Al finalizar el proceso se obtiene un diámetro óptimo en un espacio continuo de soluciones.
5. **Redondeo de diámetros:** Se trata del procedimiento de redondeo de los diámetros continuos a los valores discretos disponibles según el catálogo de diámetros comerciales. Es común utilizar el redondeo potencial a la 2.6 (Saldarriaga, 2016).

6. **Optimización:** De manera similar al algoritmo de optimización por programación por restricciones, se realiza una reducción iterativa de todos los diámetros posibles sin violar el requerimiento de presión mínima en los nodos.

3.3.4 Redondeo de diámetros

Retomando la restricción estipulada en la Ecuación 27, se conoce que el diseño de una red de distribución de agua potable debe contemplar la condición de contar con un número limitado de diámetros comerciales según la disponibilidad que ofrezca el fabricante. Por consiguiente, el conjunto de diámetros comerciales debe establecerse como una serie de valores discretos. Dado que las metodologías de optimización LOGH y SOGH determinan los diámetros en un espacio de solución continuo (conjunto de los números reales), es indispensable plantear alguna heurística que permita aproximar los diámetros calculados a valores discretos sin apartarse, en lo posible, del óptimo económico (Saldarriaga, 2016).

El redondeo de los diámetros puede llevarse a cabo de diferentes maneras. Una primera opción consiste en aproximar al diámetro comercial inmediatamente superior (Saldarriaga, 2016). A pesar del incremento en la capacidad de caudal de las tuberías, el costo del sistema incrementa en la medida que un diámetro mayor implica un encarecimiento potencial del precio. De esta manera, si se desea reducir el costo del sistema, es prioritario reducir la mayor cantidad de diámetros. Otras metodologías corresponden a aproximar al diámetro comercial más cercano o realizar correcciones que permitan ajustar el diámetro a un valor proporcional según el caudal de flujo (Saldarriaga et. al., 2010). Independiente de la metodología, es importante reconocer que el comportamiento hidráulico del diseño cambiará, por lo que es imprescindible establecer si en algún punto de la red se incumple con el límite de presión mínima (Saldarriaga et. al., 2010).

La heurística para obtener los diámetros comerciales óptimos consiste en un algoritmo de programación combinatoria en la medida que incluye tanto la técnica SOGH como la Programación por Restricciones según lo propuesto por Villalba et. al. (2005). El primer paso consiste en aplicar la metodología SOGH para obtener los diámetros continuos (Ochoa y Saldarriaga, 2009). Después, se aplica un algoritmo de Programación por Restricciones, el cual consiste en incrementar todos los diámetros a los inmediatamente superiores (Villalba et. al., 2005). En caso tal que el diámetro sea superior al máximo, deberá reducirse a este valor. Si en algún nodo no se cumple con la presión mínima, inicia un proceso iterativo en el que se aumenta el diámetro al inmediatamente superior a la tubería con la máxima pendiente de fricción hasta cumplir con el requisito (Ochoa y Saldarriaga, 2009). Posteriormente, se aplica otro algoritmo de programación por Restricciones para reducir los diámetros del sistema (Villalba et. al., 2005). La red se recorre dos veces según la posición del ducto: una en orden ascendente a la distancia topológica y otra en orden descendente (Ochoa y Saldarriaga, 2009). Para cada caso se reduce el diámetro de cada tubo al mínimo sin incumplir con la restricción de la presión mínima. Villalba et. al. (2005) demostraron

que la metodología arroja resultados relativamente buenos. En el siguiente diagrama de flujo se ilustran los pasos estipulados para redondear los diámetros.

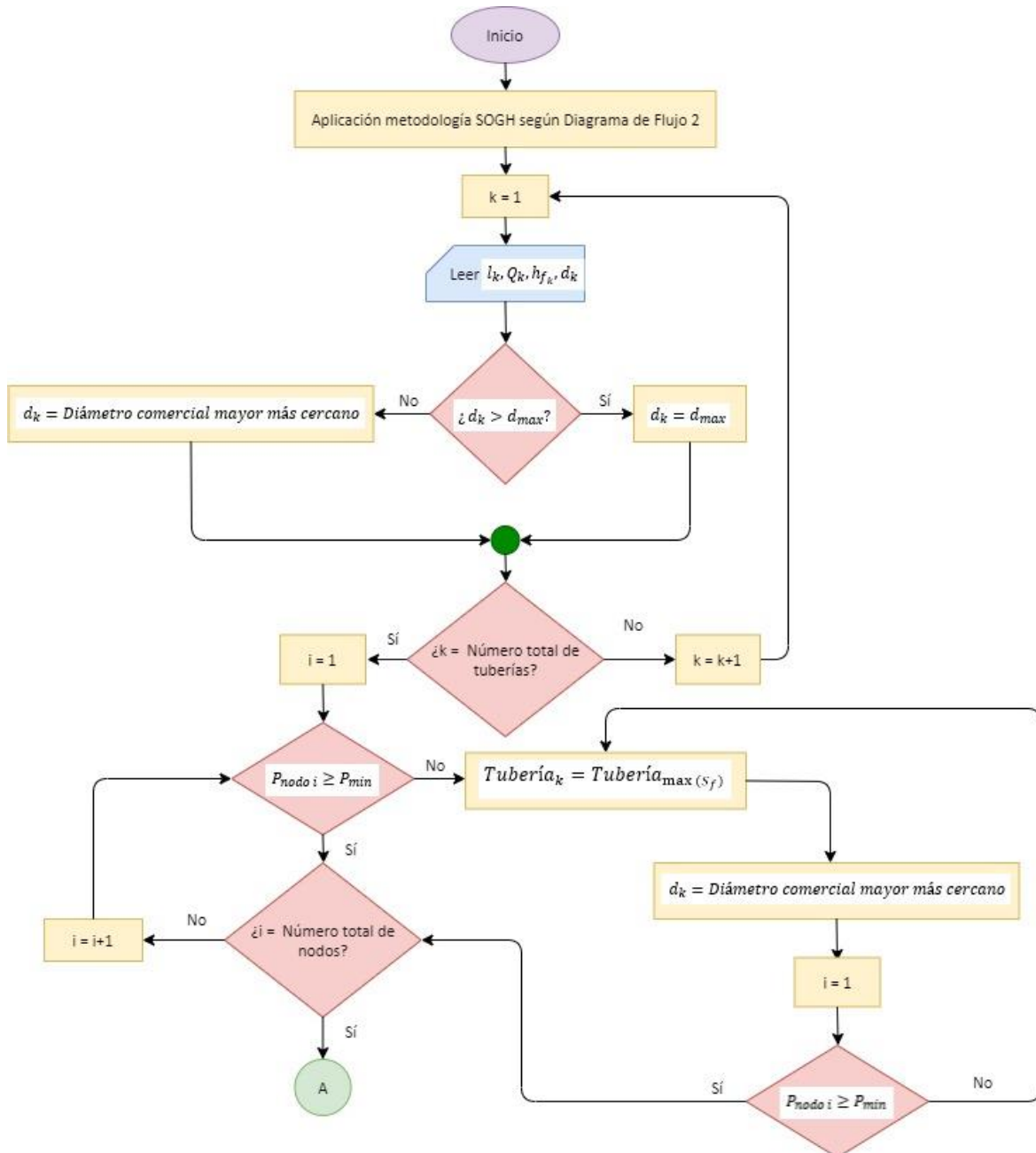


Figura 5. Diagrama de Flujo 3 - Redondeo de diámetros Parte A. Adaptado de Saldarriaga (2016).

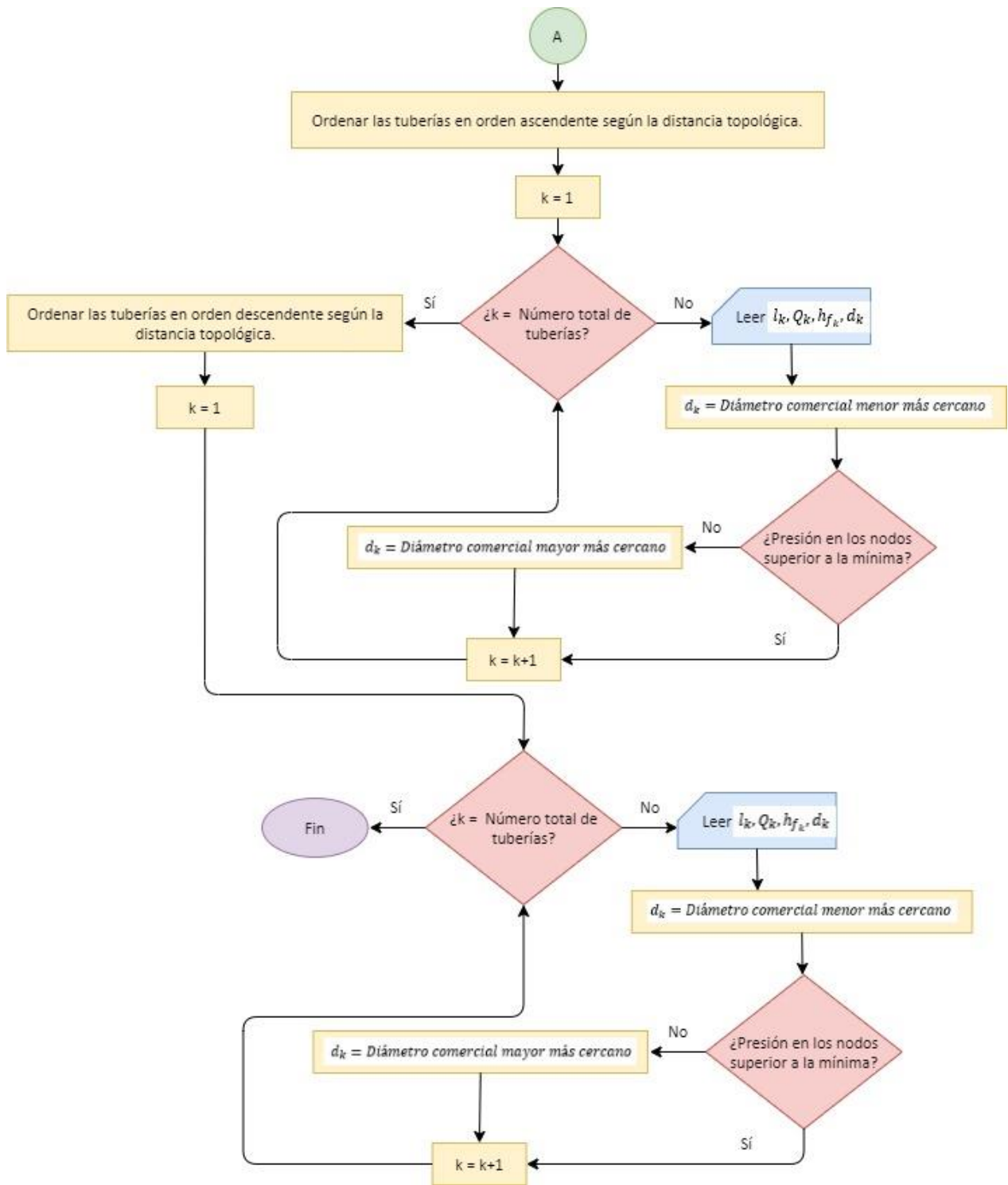


Figura 6. Diagrama de flujo 3 - Redondeo de diámetros Parte B. Adaptado de Saldarriaga (2016).

3.4 Herramientas computacionales

3.4.1 Programa REDES

REDES es un software desarrollado por el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA) del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de los Andes. Se trata de una herramienta para el análisis, diseño, simulación hidráulica y de calidad del agua de sistemas de tuberías con flujo a presión, tanto para escenarios estáticos como para períodos extendidos (Saldarriaga et. al., 2018). Entre sus características computacionales más importantes se encuentra el lenguaje de programación PASCAL, una implementación en el entorno de desarrollo Delphi, funcionamiento en el sistema operativo Windows y el seguimiento del paradigma de programación orientada a objetos (Saldarriaga, 2016). Cabe resaltar que para el presente trabajo se empleará la versión del año 2019.

REDES cuenta con una interfaz gráfica que permite visualizar la red a modelar por el usuario. En ella se pueden ubicar geográficamente los nodos, embalses, tuberías, distinguir superficies y curvas de nivel y obtener un mapeo de la topografía tridimensional del sistema. En la Figura 7 y Figura 8 se visualiza la interfaz gráfica de REDES para el caso de un sistema en dos y tres dimensiones, respectivamente, para la red de ejemplo incluida en la licencia. Con respecto a la teoría hidráulica, REDES incorpora la ecuación de Darcy-Weisbach, Colebrook-White y Hazen-Williams para caracterizar las pérdidas por fricción, así como el Método del Gradiente para el cálculo de los circuitos, empleando rutinas que desarrollan la factorización incompleta de Cholesky en la operación de las matrices (Saldarriaga, 2016). A comparación de otros softwares de uso similar, REDES tiene la capacidad de ejecutar cálculos hidráulicos de alta complejidad con un ahorro importante de tiempo y gasto computacional (Bernal y Saldarriaga, 2008).

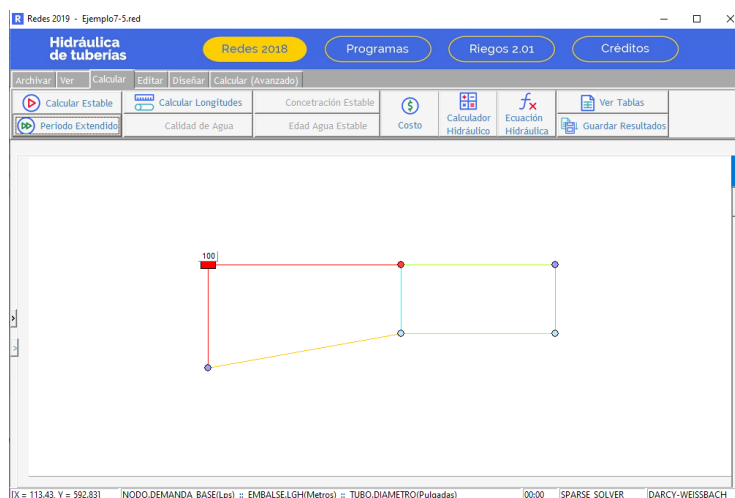


Figura 7. Interfaz REDES 2019 para la red de ejemplo.

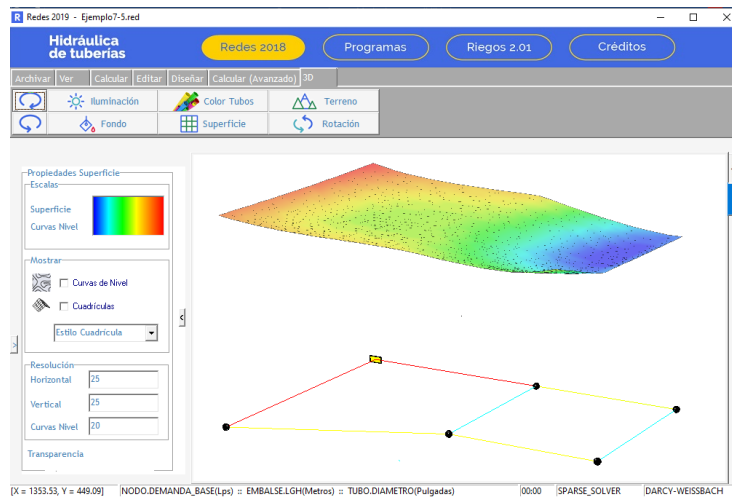


Figura 8. Interfaz REDES 2019 visualización 3D de la SOP.

En la pestaña Editar se encuentran los botones para materializar la red sobre el lienzo. Cada uno de los elementos se puede agregar bien sea presionando el ícono que lo representa y ubicándolo sobre la interfaz o ingresando en Editar Red para especificar las coordenadas, caudal demandado, longitud, línea del gradiente hidráulico o cualquier otra característica pertinente para el programa.



Figura 9. Botones para la construcción de la red.

ID	X	Y	Z	DEMANDA_BASE	PATRON	Coeficiente_EmisorExponente_Emisor
	Metros	Metros	Metros	Lps		(Lps)/m ^x
2	500	300	0	60	CONSTANTE	0 0.5
3	900	300	0	40	CONSTANTE	0 0.5
4	900	100	0	30	CONSTANTE	0 0.5
5	500	100	0	30	CONSTANTE	0 0.5
6	0	0	0	40	CONSTANTE	0 0.5

Figura 10. Ventana de edición de red.

En cuanto al diseño optimizado, REDES incorpora cinco metodologías para minimizar la Ecuación 28 en la pestaña Diseñar: OPUS, Algoritmos Genéticos (AG), Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH), Algoritmos de Programación Combinatoria y Búsqueda de Armonía. Las rutinas se basan en el principio de mantener la presión mínima en todos los nudos, la reducción del costo

de la red y el diseño contemplando un conjunto discreto de diámetros según lo que el usuario defina (Saldarriaga, 2016). Asimismo, el software integra las restricciones estipuladas en la Ecuación 15, Ecuación 17, Ecuación 26 y en la Ecuación 27. En la pestaña “Diseñar” se le permite escoger al usuario su metodología de preferencia. Cabe resaltar que se debe contar con parámetros como la rugosidad absoluta, el coeficiente de la Ecuación de Hazen-Williams, la presión mínima admisible, el conjunto discreto de diámetros comerciales, las constantes de la curva de costos, entre otros valores para ejecutar el diseño de manera adecuada. Finalizado el proceso, el programa muestra en pantalla una ventana emergente que comunica el costo final, el tiempo transcurrido y el número de iteraciones necesarias para alcanzar el resultado.

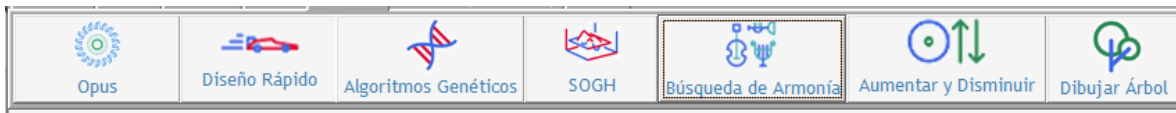


Figura 11. Pestaña Diseñar.



Figura 12. Ventana de resultados del diseño optimizado.

3.4.2 Programa MATLAB

La plataforma de programación MATLAB es un software matemático y privativo desarrollado por la empresa MathWorks. El programa se especializa en la resolución de problemas concernientes con el análisis numérico, la computación y visualización de los resultados, siendo ampliamente utilizado en el campo de la ingeniería y las ciencias exactas (Sigmon, 1993). A nivel general, pueden atribuírsele aplicaciones en las áreas de análisis de datos, modelación numérica, optimización, ecuaciones diferenciales, estadística, procesamiento de señales, programación lineal, entre otras (Gjendemsjo, 2006). Estas funciones pueden utilizarse bien sea mediante la declaración de código en un entorno interactivo de desarrollo integrado o mediante el uso de una amplia variedad de rutinas ya instaladas en complementos o Toolboxes (Houcque, 2005). Estos últimos abarcan una serie de procesos y cálculos matemáticos en alguno de los campos de especialidad ya mencionados.

El nombre de la plataforma surge como una abreviación de “Matrix Laboratory”, lo cual refleja la naturaleza de su lenguaje de programación de alto nivel (M). A diferencia de otros lenguajes que trabajan con un número al tiempo, MATLAB opta por arreglos multidimensionales o matrices completas independiente de la naturaleza de la información (MathWorks, 2019). Asimismo, este cuenta con sus debidas estructuras de control, de datos y otras características del paradigma de programación orientada a objetos. Según Gjendemsjo (2006), el lenguaje es del tipo intérprete, por lo que no depende de la máquina (máquina virtual). Algunas de las ventajas que se atribuyen a MATLAB son: la depuración eficiente, la posibilidad de llamar librerías externas, la facilidad de implementar los algoritmos, la sencillez para desarrollar código y la capacidad de procesar imágenes (University of Cincinnati, 2019).

En la Figura 13 se muestra la disposición predeterminada de la interfaz de MATLAB versión R2018a de la licencia adquirida por la Universidad de los Andes. Se pueden señalar tres paneles principales: Carpeta actual o “Current Folder”, Ventana de comandos o “Command Window” y Área de trabajo o “Workspace” (MathWorks, 2019). El primero de ellos se emplea para acceder a los archivos, bien sea rutinas, funciones, entre otros, el segundo para ingresar los comandos y el tercero para explorar los datos creados (arreglos, matrices o variables, por ejemplo) e importados (MathWorks, 2019). El panel superior contiene una serie de botones que permiten ejecutar comandos específicos, como por ejemplo la limpieza de la ventana, la creación de variables o la ejecución de algún complemento (Griffiths, 2018).

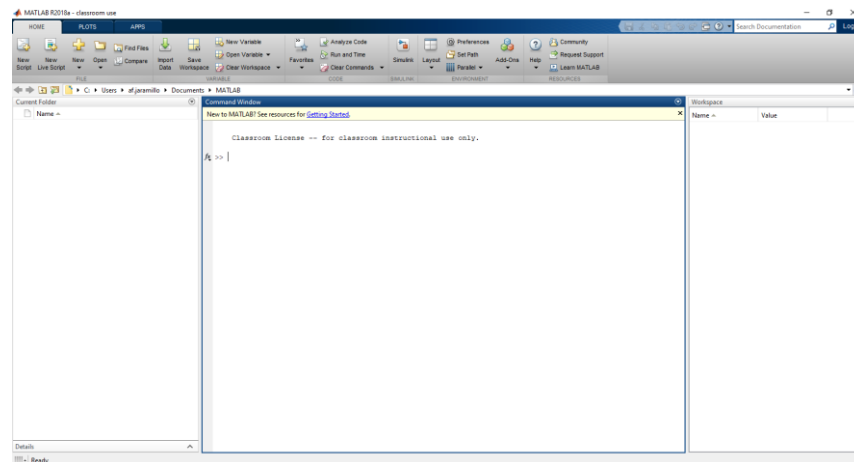


Figura 13. Interfaz MATLAB R2018a.

El desarrollo de los algoritmos implica el uso de algunas funciones preestablecidas en MATLAB para los procesos de lectura de datos, trazado de gráficas e interpolación:

- **Función xlsread:** Lee un archivo de hoja de cálculo de Microsoft Excel y permite su almacenamiento en una matriz (Mathworks, 2020).



- **Función scatter3:** Dibuja un diagrama de dispersión tridimensional a partir de las coordenadas X, Y y Z que se ingresan como parámetros (Mathworks, 2020).
- **Función line:** Traza una línea entre dos puntos en el espacio a partir de las coordenadas X, Y y Z que se ingresan como parámetros (Mathworks, 2020).
- **Función griddata:** Interpola información a partir de nubes de puntos en dos o tres dimensiones (Mathworks, 2020). El método recibe como parámetro el dominio sobre el cuál interpolar, es decir, un teselado o enmallado donde se sitúan los puntos de análisis. De manera preliminar, la función obtiene la envolvente convexa de la nube, es decir, aquel polígono convexo de mínima área que encierra la totalidad de los puntos (Buitrago et. al., 2015). Posteriormente, la función interpola la información según el método de preferencia estipulado por el usuario. Mathworks (2020) ofrece cinco opciones: interpolación lineal, del vecino más cercano, natural, cúbica y biarmónica.
- **Función delaunay:** Desarrolla una triangulación de Delaunay sobre la envolvente convexa de una serie de puntos en el espacio (Mathworks, 2020). La subdivisión en triángulos se realiza asegurando que la circunferencia circunscrita a cada uno de ellos no encierre puntos diferentes a los vértices del triángulo en cuestión (Lee y Schachter, 1980). Las ventajas del método radican en la posibilidad de desarrollar la triangulación de manera independiente al orden de los puntos, reducir problemas de precisión al optar, en lo posible, por triángulos equiángulos y por garantizar que todos los puntos se encuentran lo más cerca posible a alguno de los vértices (Tchoukanski, s.f.).
- **Función trisurf:** Dibuja la superficie definida por una triangulación tridimensional, conectando planos entre los vértices de los triángulos según la conectividad definida por el método de Delaunay (Mathworks, 2020).

3.4.3 Programa ArcGIS

ArcGIS es un sistema de información geográfica (SIG) que integra herramientas computacionales para crear y trabajar con datos geográficos (ESRI, 2002). El software ofrece modelos de alto nivel que representan información espacial mediante capas shapefile, ráster, grid, imágenes, redes de triángulos irregulares (TIN), entre otras estructuras (ESRI, 2002). Asimismo, integra un sistema DBMS para el manejo de bases de datos geográficas o geodatabases (ESRI, 2002). Como resultado, el software permite el desarrollo de tareas avanzadas en mapeo, geoprocésamiento, edición y administración de datos y análisis geográfico (ESRI, 2002).

Para el presente proyecto se emplearon dos de las aplicaciones del programa: ArcMap y ArcToolbox. La primera aplicación se enfoca en la cartografía. Mediante la interfaz y las vistas, ArcMap permite implementar análisis basados en mapas o en la representación visual de la información (ESRI, 2002). Por su parte, la aplicación ArcToolbox permite procesar los datos a partir de las herramientas SIG especializadas según los requerimientos científicos o ingenieriles (ESRI,

2002). Una de las posibles aplicaciones corresponde a los procesos de interpolación, para lo cual se cuenta con rutinas de IDW, Kriging, vecino natural, splines, entre otras (ESRI, 2016).

El método de la distancia inversa ponderada (IDW) se basa en el cálculo de los puntos interpolados a través de una combinación lineal ponderada de un conjunto de puntos de muestra (ESRI, 2016). La aplicación de IDW supone que la variable a interpolar, dependiente de la ubicación, disminuye su influencia a mayor distancia desde la ubicación de los puntos de muestra (ESRI, 2016). Como se estipula en su nombre, el método IDW asume que la influencia de un punto conocido se encuentra inversamente correlacionada con la distancia del punto donde se desea interpolar la información (Azpurua y Dos Ramos, 2010). La ventaja del método se asocia a su simplicidad y eficiencia, en la medida que se permite definir la potencia de la ecuación de cálculo, los radios de influencia de los puntos de muestra y el uso de barreras (ESRI, 2016).

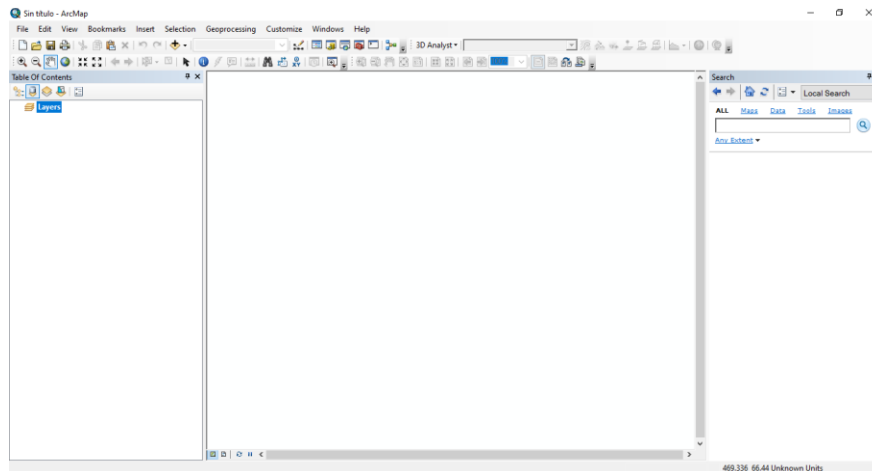


Figura 14. Interfaz ArcMap.

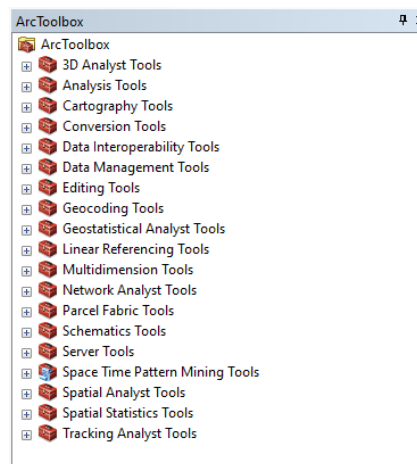


Figura 15. Herramientas de ArcToolbox.



3.5 Geometría fractal

Los fractales pueden definirse, a grandes rasgos, como objetos geométricos de alta irregularidad, escabrosidad y fragmentación (Mandelbrot, 1993). La utilidad de estas entidades radica en su capacidad para recrear una amplia variedad de figuras amorfas encontradas de manera común en la naturaleza, donde es imposible aplicar los principios de la geometría euclídea (Mandelbrot, 1983). En los siguientes apartados se examinarán algunos aspectos relevantes de la geometría fractal, incluyendo las propiedades principales que permiten la caracterización de estos.

3.5.1 Autosimilitud

Cuando se establece que un objeto fractal es autosimilar, se afirma que cualquier parte del objeto presenta similitud geométrica tanto con otras partes como con el objeto completo (Falconer, 1990). Por lo tanto, la característica de autosimilitud les confiere a los fractales las mismas (o similares) propiedades geométricas independiente del cambio de escala (Falconer, 1990). De manera formal, se puede establecer que un conjunto compacto X es autosimilar si existe un conjunto finito de semejanzas contractivas $F_N = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ tal que $X = \bigcup_{i=1}^n F_i(X)$ y los subconjuntos de X de la forma $F_i(X)$ se superponen únicamente en las fronteras (Cardona y Múnera, 2016). El conjunto F_N usualmente se caracteriza como un sistema iterado de funciones (Prusinkiewicz, 2004).

Esta autosimilitud puede ser exacta, aproximada o estadística, dependiendo de la naturaleza del objeto fractal. Para el primer caso, se tienen semejanzas exactas independiente de si se analiza el objeto a nivel infinitesimal (Mandelbrot, 1977). Esta afirmación solo puede cumplirse en la teoría, en la medida que los objetos naturales no mantienen el comportamiento fractal si se desea seguir reduciendo la escala de manera indefinida. No obstante, los fenómenos naturales pueden aproximarse a un fractal considerando que, a nivel estadístico, su comportamiento es autosimilar (Mandelbrot, 1977). En este caso, se afirma que la autosimilitud se manifiesta de manera estadística.

3.5.2 Dimensión fractal – Hausdorff-Besicovitch

Las propiedades de autosimilitud de un fractal le confieren características que los hacen intratables si se analizan desde la perspectiva tradicional de la longitud. Es así como surge el concepto de dimensión fractal, cuyo objetivo es establecer una estrategia alterna a los planteamientos tradicionales de la geometría euclídea. En particular, la dimensión fractal intenta describir la forma como los objetos fractales llenan el espacio (Falconer, 1990). Una primera definición corresponde al concepto de dimensión de Hausdorff-Besicovitch. Considérese cualquier subconjunto no vacío U de R^n . El diámetro de U se define como la máxima distancia entre cualquier par de puntos en U ($|U| = \sup\{|x - y|: x, y \in U\}$) (Falconer, 1990). Una familia contable $\{U_i\}$ es una δ -cobertura de un subespacio F de R^n si $F \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i$ con diámetro $0 <$

$|U_i| \leq \delta$ para todo $i \in I$ (Fernández y Sánchez, 2015). Defínase para cualquier número s no negativo la medida s -dimensional de Hausdorff de F como:

$$H_\delta^s(F) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s : \{U_i\} \text{ es una } \delta - \text{cobertura de } F \right\}$$

$$H^s(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^s(F)$$

De la anterior expresión, se conoce que a medida que δ decrece, la cantidad de coberturas permisibles de F se reduce, implicando que el valor de $H_\delta^s(F)$ incremente (Edgar, 1990). En el límite cuando $\delta \rightarrow 0^+$, el valor de $H_\delta^s(F)$ usualmente toma el valor de 0 o ∞ , con la existencia de un cambio brusco para un valor s_0 (Fernández y Sánchez, 2015). Este valor se denomina la dimensión de Hausdorff, cuya expresión formal se muestra a continuación:

$$s_0 = \dim_H F = \inf \{s: H^s(F) = 0\} = \sup \{s: H^s(F) = \infty\}$$

Ecuación 40. Dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

Dónde:

s_0 : Dimensión fractal de Hausdorff-Besicovitch. $H^s(F)$: Medida s -dimensional de F .

Para valores pequeños de s , las potencias de los diámetros tienden a 1 y, por ende, la sumatoria diverge, mientras que, para valores grandes de s , los valores de la sumatoria convergen a cero. La dimensión de Hausdorff es precisamente el punto donde la medida s -dimensional de Hausdorff salta espontáneamente entre cero e infinito (Falconer, 1990). Los conceptos anteriores deben entenderse como una manera para medir los objetos fractales. En otras palabras, las coberturas pueden entenderse como conjuntos que “encierran” a los objetos fractales, permitiendo describir su medida a partir de las características geométricas de la cobertura.

3.5.3 Dimensión fractal – Box Counting

Aunque la dimensión de Hausdorff se constituye como uno de los planteamientos teóricos más importantes para caracterizar los fractales, su implementación a nivel computacional es ineficiente. Es así como surgen otras definiciones alternativas de dimensión fractal que, en muchas ocasiones, pueden utilizarse para resolver problemas en el computador. Una medida a escala δ puede representarse de manera aproximada a partir de una ley de potencia, donde el exponente que acompaña a δ corresponde al negativo de la dimensión del fractal a analizar (Falconer, 1990).

$$M_\delta(F) \approx c * \delta^{-s}$$

Ecuación 41. Medición de fractales mediante una ley de potencias.

Dónde:

s : Dimensión fractal. δ : Escala. c : Coeficiente. $M_\delta(F)$: Medición de F a escala δ .



Si se toma el logaritmo a ambos lados de la ecuación y se despeja s , se haya un cociente que determina la dimensión fractal del objeto. Ahora bien, para cualquier δ , el análisis ignora las irregularidades de tamaño inferior, por lo que una caracterización exacta del fractal se obtiene cuando $\delta \rightarrow 0$ (Falconer, 1990).

$$s = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log M_{\delta}(F)}{-\log(\delta)}$$

Ecuación 42. Estimación de la dimensión fractal mediante ley de potencias.

Dónde:

s : Dimensión fractal. δ : Escala. $M_{\delta}(F)$: Medición de F a escala δ .

A partir de la Ecuación 42, y recobrando los conceptos de cobertura de la dimensión de Hausdorff, se puede establecer el concepto de dimensión caja o “box dimension”. Si se considera cualquier subespacio F no vacío y acotado de R^n , la dimensión fractal se puede describir según el número mínimo de conjuntos de diámetro de a lo sumo δ que pueden recubrir F , en particular cuando $\delta \rightarrow 0$ y el límite existe (Falconer, 1990). Los conjuntos pueden representarse bien sea como cubos de lado δ , bolas cerradas de radio δ , cuadrículas de cubos de lado δ , entre otras formas (Falconer, 1990). El método recibe su nombre debido a la preferencia de plantear la cobertura mediante grillas de cubos. En efecto, $M_{\delta}(F)$ será igual al número de cajas necesarias (proceso de conteo o “counting” para recubrir el fractal).

3.6 Análisis fractal

A partir de los preceptos matemáticos es posible establecer algunas metodologías que suponen una caracterización de los fractales. Para el caso particular de las redes de distribución, se pueden establecer tres algoritmos para determinar las características fractales de los fenómenos hidráulicos asociados al diseño optimizado: el algoritmo box-covering, el análisis de rango reescalado (R/S) y el análisis de la lagunaridad.

3.6.1 Algoritmo Box-Covering

El algoritmo Box-Covering aplica los principios de dimensión fractal según el conteo de cajas. El método intenta determinar el número mínimo de cajas necesarias (N_b), de un tamaño dado, para cubrir una red compleja en su totalidad (Schneider et. al., 2018). Bajo este contexto, una caja se define como un conjunto de nodos donde todas las distancias l_{ij} entre dos nodos i y j no superan un tamaño l_b predefinido (Song et. al., 2007). Un par de nodos no pueden pertenecer a una misma caja si $l_{ij} > l_b$; de manera contraria, dos nodos pueden pertenecer a una misma caja si $l_{ij} < l_b$ (Song et. al., 2007). La situación puede describirse mediante un problema de optimización pertenece a la familia NP-complejo, lo cual sugiere la implementación de alguna heurística que aporte soluciones aproximadas (Song et. al., 2007).

Para el caso de las RDAPs, el cálculo del número de cajas puede realizarse según las características hidráulicas y topológicas del sistema, condiciones que se representan mediante la asignación de un peso para cada una de las uniones. El análisis de la topología del sistema se efectúa mediante la implementación de un peso unitario para cada nodo (ver Ecuación 43) (Wei et. al., 2013). Por su parte, si se desea considerar la hidráulica, los pesos pueden representarse según la sumatoria de caudales que ingresan al nodo en cuestión o al producto de dicha sumatoria por la altura piezométrica (ver Ecuación 44 y Ecuación 45) (Vargas et. al., 2019).

$$w_i = 1$$

Ecuación 43. Peso según la topología del sistema.

$$w_i = \sum Q_i$$

Ecuación 44. Peso según el caudal.

$$w_i = LGH_i * \sum Q_i$$

Ecuación 45. Peso según el producto del caudal y la altura piezométrica.

Dónde:

$w[-]$: Peso. $Q_i[m^3/s]$: Caudal nodo i. $LGH_i[m]$: Altura piezométrica nodo i.

A partir de los planteamientos de Vargas et. al. (2019) y Song et. al. (2007), se puede establecer el siguiente procedimiento para determinar la dimensión fractal:

1. Determinar l_{bmin} y l_{bmax} . Según Vargas et. al. (2019), se recomienda el uso de valores impares.
2. Definir el tamaño l_b . Según Vargas et. al. (2019), se recomienda el uso de valores impares.
3. Definir el tamaño del paso, en términos del número de uniones, como $(l_b - 1)/2$. De esta manera, la máxima distancia entre dos uniones cualquiera de una misma caja, siguiendo la ruta más corta, resulta ser menor o igual a $l_b - 1$ (Vargas et. al., 2019).
4. Calcular el peso de cada unión según algún criterio hidráulico o topológico.
5. A partir del tamaño del paso, se suman los pesos de todos los nodos encerrados por una hipotética caja generada para cada unión. Cabe resaltar que solo se consideran los nodos que no han sido acaparados por alguna otra caja.
6. La unión con el mayor peso se escoge como el centro de la nueva caja, cubriendo además los nodos al interior de sus fronteras.
7. El proceso se repite hasta que todos los nodos sean cubiertos.
8. Contar el número de cajas N_B necesarias para cubrir todos los nodos.
9. Repetir el proceso para todos los l_b entre l_{bmin} y l_{bmax} .



- Obtener la regresión $\log(N_B)$ vs $\log(l_b)$. La pendiente de la recta de ajuste corresponderá al negativo de la dimensión fractal. Si se encuentra un coeficiente de determinación cercano a la unidad, puede afirmarse que la red presenta propiedades que se ajustan al modelo potencial de medida de fractales.

La lista de pasos se puede resumir en el siguiente diagrama de flujo acorde al algoritmo implementado en REDES 2019:

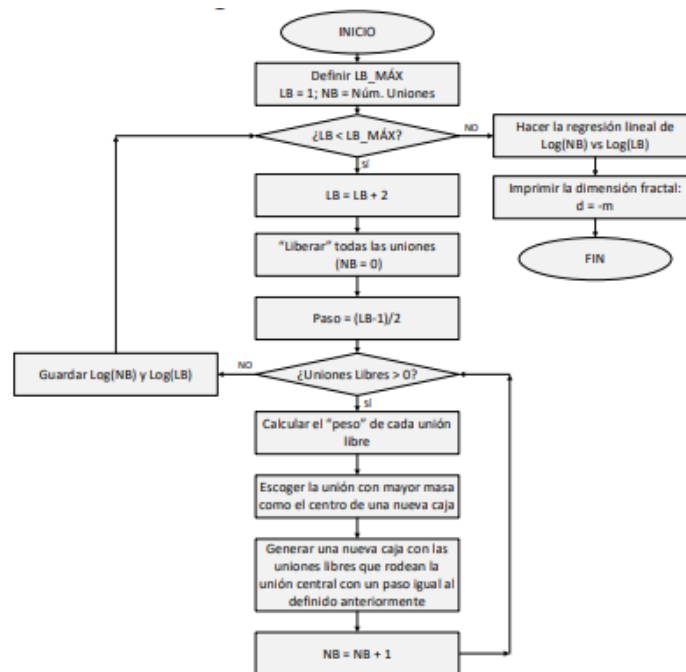


Figura 16. Diagrama de flujo - Análisis fractal de las redes. Recuperado de Vargas et. al. (2019).

3.6.2 Análisis de Rango Reescalado (R/S)

Otra manera de afrontar el problema de la fractalidad es a través de la perspectiva estadística. En este contexto, es usual recurrir a una cantidad denominada el coeficiente o exponente de Hurst (H), cuyo objetivo es realizar una caracterización de cualquier serie de tiempo en términos de sus propiedades fractales y memoria a largo plazo (Qian y Rasheed, 2004). En teoría, el exponente de Hurst puede tomar cualquier valor entre 0 y 1; si $H > 0.5$ se dice que la serie de tiempo presenta un comportamiento persistente o de autocorrelación positiva, mientras que para valores inferiores a 0.5 se presenta una naturaleza antipersistente (Gilmore et. al., 2002). Cuando H es igual a 0.5, se dice que la serie tiene un comportamiento errático (Qian y Rasheed, 2004).

La importancia del exponente de Hurst corresponde a su relación con la dimensión fractal. Según Kleinow (2002), para procesos autosimilares es común relacionar la dimensión fractal a partir de H como se establece en la Ecuación 46. De esta manera, determinar H supone una medida

indirecta del comportamiento fractal de algún fenómeno que se pueda representar mediante una serie de tiempo.

$$D = 2 - H$$

Ecuación 46. Dimensión fractal a partir del exponente de Hurst.

Dónde:

$D[-]$: Dimensión fractal. $H[-]$: Exponente de Hurst.

Una manera recurrente de calcular H corresponde al Análisis de Rango Reescalado (R/S), que funciona como una medida estadística de la variabilidad de una serie de tiempo dada (Quintero y Ruíz, 2011). A partir de lo establecido por Qian y Rasheed (2004) se define una serie de pasos para aplicar un análisis R/S sobre cualquier serie de tiempo X_1, X_2, \dots, X_n :

1. Determinar la media \bar{X} .

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Ecuación 47. Media de la serie de tiempo.

Dónde:

$n[-]$: Número total de datos. $X_i[-]$: Valor de la serie en el tiempo i .

2. Calcular una serie ajustada por la media.

$$Y_i = X_i - \bar{X} \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$

Ecuación 48. Serie de tiempo ajustada por la media.

3. Obtener una serie acumulativa a partir de la serie ajustada por la media.

$$Z_i = \sum_{k=1}^i Y_k \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$

Ecuación 49. Serie acumulativa.

4. Calcular la serie de rangos según la serie acumulativa.

$$R_i = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_i) - \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_i) \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$

Ecuación 50. Serie de rangos.

5. Determinar una serie de desviaciones estándar a partir de los valores originales de la serie. En este caso, “ u ” corresponde a la media entre X_1 y X_i .

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{i} * \sum_{k=1}^i (X_k - u)^2} \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$

Ecuación 51. Desviación estándar de la serie de tiempo.

Dónde:

$i[-]$: Índice del número del dato. $X_k[-]$: Valor de la serie en el tiempo k. $u[-]$: Media de los datos entre X_1 y X_i .

- Obtener la serie de rangos reescalados o normalizados por la desviación estándar.

$$\left(\frac{R}{S}\right)_i = \frac{R_i}{S_i} \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$

Ecuación 52. Serie de rangos escalados.

A partir de la serie de rangos reescalados es posible determinar el exponente de Hurst si se retoma el comportamiento potencial característico de los fractales. De manera similar a la perspectiva Box-Counting de la dimensión fractal, existe una relación potencial entre cada valor R/S y el tiempo i en el que ocurre, presentando el valor H como el exponente (Qian y Rasheed, 2004). Por lo tanto, a partir de regresiones lineales sobre curvas $\log(R/S)$ vs $\log(i)$ se puede determinar el exponente de Hurst como la pendiente de la recta de ajuste y, por consiguiente, la dimensión fractal a partir de la Ecuación 46 (Qian y Rasheed, 2004).

3.6.3 Análisis de la lagunaridad

Una tercera alternativa para efectuar el análisis fractal de la SOP corresponde a un estudio de la lagunaridad asociada. El término de lagunaridad se vincula a una entidad matemática que permite determinar las propiedades de aquellos fractales que cuentan con la misma dimensión a pesar de presentar diferentes texturas (Yang et. al., 2012). La lagunaridad mide la desviación de un objeto fractal de la invarianza traslacional; en otras palabras, corresponde a una medida de la homogeneidad espacial de un cuerpo geométrico a partir de una caracterización de las “lagunas”, “gaps” o “vacíos” en el dominio de estudio (Dong, 2000). Un objeto se puede catalogar como homogéneo si presenta una baja lagunaridad, en la medida que la distribución de los tamaños de los vacíos es uniforme (Dong, 2000). Por su parte, los objetos heterogéneos presentan diversos tamaños de lagunas, reflejando valores elevados de lagunaridad (Dong, 2000). La lagunaridad representa que tan similares son las regiones que conforman un objeto geométrico con respecto a las demás. No obstante, es importante recalcar que, a diferencia de la dimensión fractal, la medición de la lagunaridad depende de la escala a la que se analiza el objeto geométrico de interés (Dong, 2000).

Actualmente existen diversas alternativas para estudiar la lagunaridad de objetos fractales. Una de las opciones consiste en representar los objetos como imágenes, donde a cada píxel se le asocia

un peso o valor específico que lo represente. De esta manera, la imagen se puede discretizar como una malla de puntos que pueden ser cubiertos por una caja cuadrada hipotética de lado R (Allain y Cloitre, 1991). Dicha caja puede deslizarse a lo largo del dominio de análisis, cumpliendo la restricción de no situarse fuera de las fronteras o los bordes de la imagen (algoritmo “Box-Gliding”) (Allain y Coitre, 1991). El movimiento de la caja implica encerrar un conjunto diferente de píxeles para cada iteración.

Sea N el número total de cajas de tamaño R que pueden situarse al interior de la imagen; asimismo, denótese $n(M, R)$ como el número de cajas de masa M y lado R pertenecientes a las N cajas totales (Allan y Coitre, 1991). La función de probabilidad Q que describe la posibilidad de encontrar una caja de tamaño R y masa M se describe como sigue (Allain y Coitre, 1991):

$$Q(M, R) = \frac{n(M, R)}{N}$$

Ecuación 53. Función de probabilidad para cajas de lado R y masa M .

Dichas definiciones conllevan la necesidad de implementar un conteo de cajas (“box-counting”) al interior del dominio de análisis. La función de probabilidad Q puede estudiarse a la luz de los momentos estadísticos $Z_Q^q(R)$ como se expresa en la Ecuación 54 (Allain y Coitre, 1991). Por definición, la lagunaridad se expresa como la desviación media cuadrática (“mean-square deviation”) de las fluctuaciones de la función de distribución de probabilidad Q dividida por la media al cuadrado (Yang et. al., 2012). Como resultado, se deberá involucrar el primer y segundo momento estadístico como propone Allain y Coitre (1991). Cabe resaltar que el tamaño de caja define la escala a la que se estudia la lagunaridad del cuerpo geométrico.

$$Z_Q^q(R) = \sum_M M^q Q(M, R)$$

Ecuación 54. q-ésimo momento estadístico de la función Q .

$$\Lambda(R) = \frac{Z_Q^2(R)}{(Z_Q^1(R))^2} = \frac{\sum_M M^2 Q(M, R)}{(\sum_M M^1 Q(M, R))^2}$$

Ecuación 55. Análisis de la lagunaridad a una escala R .

El cálculo de la masa varía según el autor. Según Sarkar y Chaudhuri (1992), una manera eficiente de establecer el cálculo es a partir de un método de conteo diferencial de cajas (DBC). Si la imagen de análisis se interpreta como un modelo digital de elevaciones (DEM), el valor intrínseco a cada píxel se puede entender como la altura de una columna justo sobre el píxel (Dong, 2000). De esta manera, dependiendo de la altura de la caja definida por el usuario, se requerirá una o más para cubrir todas las columnas (Dong, 2000). La masa al interior de una caja cuadrada se estima



entonces como la altura relativa de columna, definida como la resta entre el número máximo de cajas para cubrir la columna más alta y el número mínimo requerido para cubrir la columna de menor altura más uno (Yang et. al., 2012).

$$M = v - u + 1$$

Ecuación 56. Masa de una caja de tamaño R.

Dónde:

$v[-]$: Número máximo de cajas para cubrir la columna más alta.

$u[-]$: Número mínimo de cajas requerido para cubrir la columna de menor altura.

4 METODOLOGÍA

4.1 Definición de las redes

Inicialmente, se definirán los ejemplares a estudiar. Se opta por la selección de un conjunto de redes patrón y reales con diversas condiciones topográficas, de disponibilidad energética, distanciamiento entre nodos, conectividad, presencia de elementos especiales, pérdidas menores y distribución de las demandas de caudal, a modo que el análisis fractal considere diferentes aspectos topológicos e hidráulicos que influyen en el diseño. Las redes patrón corresponden a planteamientos teóricos que han sido estudiados en múltiples ocasiones y de los que se cuenta con amplia información bibliográfica de referencia. Por su parte, las redes reales corresponden a sistemas de distribución existentes en municipios colombianos.

En la Tabla 1 se presentan las redes patrón escogidas, precisando el número de tuberías, nodos, embalses, presión mínima de diseño, rugosidad absoluta y fuente bibliográfica de consulta. Por su parte, las redes reales se resumen en la Tabla 2. La implementación computacional de estos sistemas se obtiene de trabajos previos desarrollados por el CIACUA, incluyendo los trabajos de Araque y Saldarriaga (2005) y Posada y Saldarriaga (2018). La topología de los sistemas se describe mediante el trazado bidimensional en REDES 2019; las figuras se muestran en Anexos.

Tabla 1. Redes patrón.

Nombre	Número de tuberías	Número de nodos	Número de embalses	Pmin (m.c.a)	ks (mm)	Referencias
Two Loops	8	7	1	30.00	0.0015	Alperovits y Shamir (1977) Beygi et. al. (2014) Ezzeldin et. al. (2014)
Two Reservoirs	17	10	2	36.00	0.0015	Gessler (1985)
Taichung	31	20	1	15.00	0.0015	Sung et. al. (2007) Saldarriaga et. al. (2015)
Hanoi	34	32	1	30.00	0.0015	Fujiwara y Khang (1990) Kadu et. al. (2008) Beygi et. al. (2014)
Blacksburg	35	30	1	30.00	0.0015	Sherali et. al. (2001)
New York Tunnels	42	19	1	77.72	0.0015	Schaake y Lai (1969)
BakRyan	58	35	1	15.00	0.0015	Lee y Lee (2001)
Fossolo	58	36	1	40.00	0.0015	Bragalli et. al. (2012)
R28	67	39	1	20.00	0.0015	Saldarriaga et. al. (2010) Saldarriaga et. al. (2015) Saldarriaga (2016)
Pescara	99	68	3	20.00	0.0015	Bragalli et. al. (2012)
Modena	317	268	4	20.00	0.0015	Bragalli et. al. (2012)
Balerna	454	443	4	20.00	0.0025	Reca y Martínez (2006) Geem (2009)

Tabla 2. Redes reales.

Nombre	Número de tuberías	Número de nodos	Número de embalses	Pmin (m.c.a)	ks (mm)
San Vicente	71	62	1	10.00	0.0015
Cazucá	150	145	1	15.00	0.0015
Elevada	263	255	1	1.00	0.0015
Bolívar	333	285	1	15.00	0.0015
La Cumbre	378	338	1	15.00	0.0015
Candelaria	567	463	2	15.00	0.0015
Bugalagrande	655	582	1	15.00	0.0015
Carmen	754	716	1	15.00	0.0015
Chinú	1089	828	2	15.00	0.0015
Sector 35	1289	1190	2	15.00	0.0015
La Enea	1592	1413	1	15.00	0.0015

Algunos aspectos adicionales contemplados en la caracterización de las redes y el posterior cálculo de los diseños se plantean a continuación:

- La totalidad de los diseños se desarrollan empleando la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach, independiente de si la red fue concebida bajo la ecuación de Hazen-Williams. La disponibilidad de herramientas computacionales facilita la aplicación de ecuaciones físicamente basadas en lugar de relaciones empíricas.
- En la mayoría de los casos se asumió una rugosidad absoluta de 0.0015 mm asociada al PVC. Las excepciones corresponden a aquellas redes que fueron concebidas bajo un valor de rugosidad absoluta diferente.
- Para el caso de las redes reales, los diseños se plantean a partir del catálogo de diámetros comerciales de tuberías en PVC a septiembre de 2019 de PAVCO Wavin S.A. En particular, se utilizaron las referencias de tuberías biaxiales con resistencia de 200 psi a 23°C.
- En Anexos se presentan las curvas de costos según la lista de diámetros disponibles y los costos unitarios asociados. Los valores de los coeficientes de la curva se obtienen mediante una regresión potencial (Saldarriaga, 2016). Para el caso de las redes reales, se extrapolan tres diámetros mayores adicionales asumiendo que el comportamiento de los costos se ajusta a la regresión potencial. Cabe resaltar que los esquemas planteados son exclusivamente de carácter teórico.
- La presión mínima de diseño para las redes reales se toma según el estándar recomendado por el RAS Título A (2000) para un nivel de complejidad alto, es decir, las condiciones hidráulicas más exigentes. Por ende, se toma un valor de 15 m.c.a. como presión mínima admisible. En aquellos casos donde las condiciones de diseño impidan alcanzar soluciones factibles con la presión mínima establecida, se permitirá el cálculo bajo una restricción de cabeza menos demandante.
- Por simplicidad, no se contemplan restricciones de presión máxima en los nodos como se establece en algunas de las redes patrón.

4.2 Cálculo de diseños óptimos

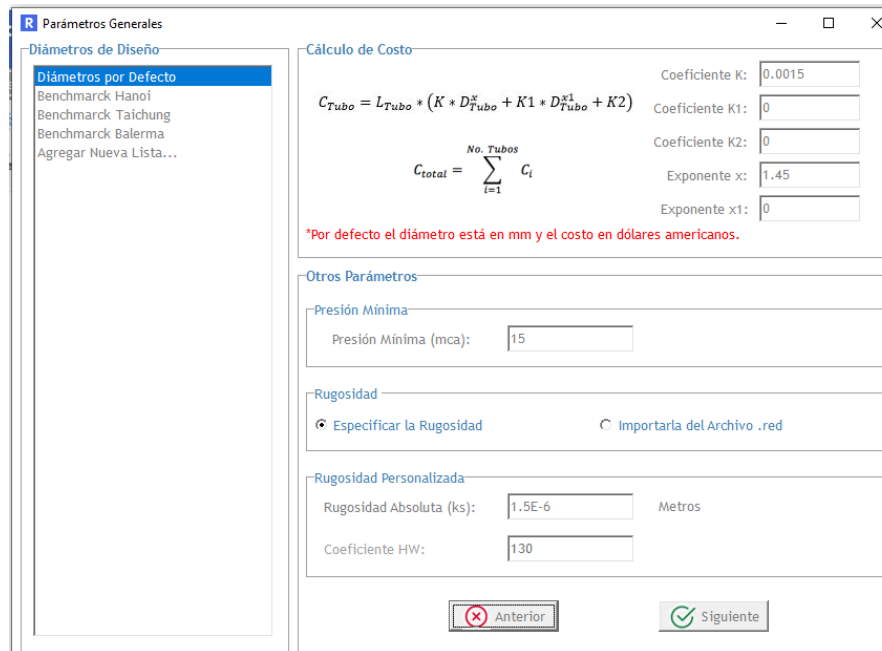
El cálculo de los diseños óptimos se realiza acorde a la metodología OPUS. Como se mencionó anteriormente, se ha demostrado que los resultados que ofrece OPUS son excepcionales no solo en términos de la minimización del costo sino también en la reducción del esfuerzo computacional requerido para alcanzar la solución (López et. al., 2013). Si bien los resultados presentan un distanciamiento con respecto a los récords mundiales para el caso de las redes patrón, la agilidad del método lo convierte en la opción de mayor eficiencia para el desarrollo de la presente investigación (López et. al., 2013). Se aclara que los diseños que se presentan como óptimos no se suponen como la solución óptima global al problema, sino como la alternativa de menor costo a comparación de los demás diseños estudiados.

Para el cálculo de los diseños óptimos se implementan los siguientes pasos:

1. Cargar el sistema en REDES.
2. Ingresar a la pestaña “Diseñar” y presionar el botón de “OPUS”.
3. Definir la ecuación hidráulica de Darcy-Weisbach. Asignar la ecuación de recálculo de la flecha, la distribución óptima de caudales, diámetros discretos y el criterio de ordenamiento según corresponda (ver Figura 19).
4. Asignar el conjunto de diámetros comerciales, los coeficientes de la ecuación de costos, la rugosidad de las tuberías y la restricción de presión mínima (ver Figura 18).
5. Definir la flecha óptima y la potencia para el redondeo de los diámetros. Se sugiere una potencia de 2.6 para obtener valores proporcionales al flujo (ver Figura 20) (Saldarriaga, 2016).
6. Correr la rutina.
7. Almacenar los resultados de costo, configuración de diámetros comerciales, caudales de flujo en tuberías y altura piezométrica en los nodos en un archivo de Microsoft Excel.



Figura 17. OPUS en REDES 2019.



Parámetros Generales

Diámetros de Diseño

- Diámetros por Defecto
- Benchmark Hanoi
- Benchmark Taichung
- Benchmark Balerna
- Agregar Nueva Lista...

Cálculo de Costo

$$C_{Tubo} = L_{Tubo} * (K * D_{Tubo}^x + K1 * D_{Tubo}^{x1} + K2)$$

$$C_{total} = \sum_{i=1}^{No. Tubos} C_i$$

Coeficiente K: 0.0015
 Coeficiente K1: 0
 Coeficiente K2: 0
 Exponente x: 1.45
 Exponente x1: 0

**Por defecto el diámetro está en mm y el costo en dólares americanos.*

Otros Parámetros

Presión Mínima

Presión Mínima (mca): 15

Rugosidad

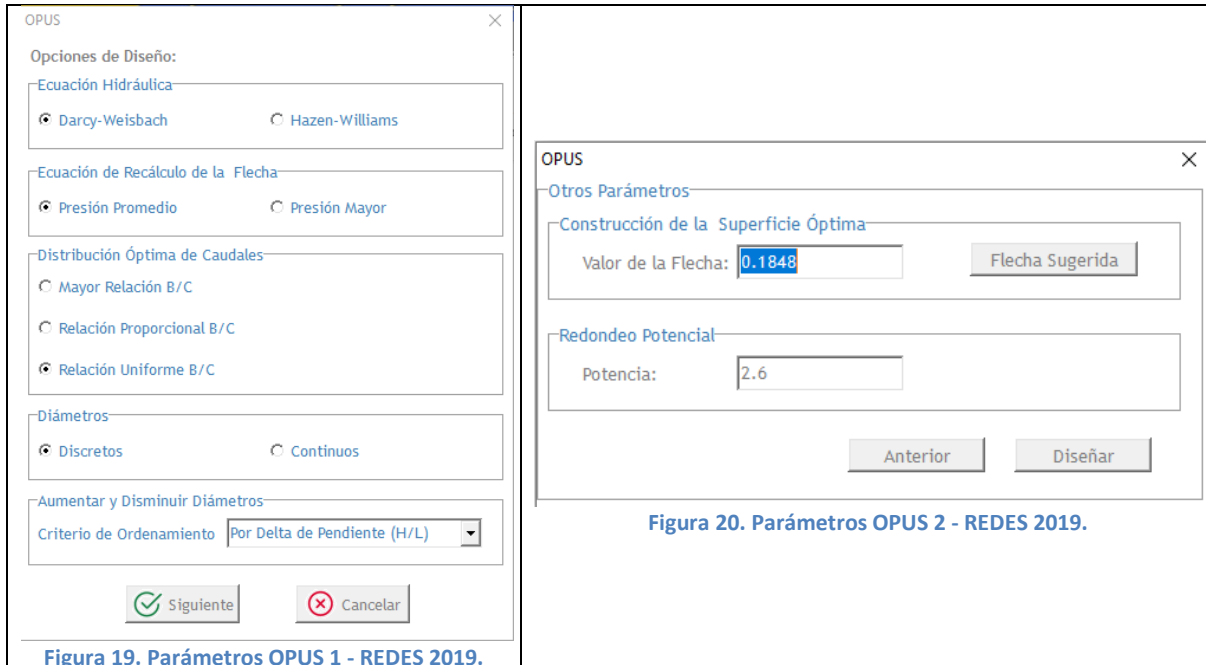
Especificar la Rugosidad
 Importarla del Archivo .red

Rugosidad Personalizada

Rugosidad Absoluta (ks): 1.5E-6 Metros

Coefficiente HW: 130

Figura 18. Asignación de diámetros comerciales, restricciones y coeficientes de función de costos.



OPUS

Opciones de Diseño:

Ecuación Hidráulica

Darcy-Weisbach
 Hazen-Williams

Ecuación de Recálculo de la Flecha

Presión Promedio
 Presión Mayor

Distribución Óptima de Caudales

Mayor Relación B/C
 Relación Proporcional B/C
 Relación Uniforme B/C

Diámetros

Discretos
 Continuos

Aumentar y Disminuir Diámetros

Criterio de Ordenamiento: Por Delta de Pendiente (H/L)

OPUS

Otros Parámetros

Construcción de la Superficie Óptima

Valor de la Flecha: 0.1848

Redondeo Potencial

Potencia: 2.6

Figura 20. Parámetros OPUS 2 - REDES 2019.

Figura 19. Parámetros OPUS 1 - REDES 2019.

4.3 Cálculo de diseños no óptimos

El concepto de la superficie de alturas piezométricas puede extenderse a redes no óptimas. Para el planteamiento de diseños no optimizados se pueden construir superficies similares con la presión en cada nodo, bajo la salvedad de que no corresponderán a los valores de mínimo costo. Con el objetivo de comparar las diferencias en el comportamiento fractal, se decide plantear alternativas no óptimas mediante la ejecución de algoritmos genéticos, en la medida que corresponden a una técnica usual para la generación de poblaciones aleatorias. En algunas ocasiones se aplicaron las rutinas de SOGH y redondeo de diámetros mediante Programación por Restricciones con el fin de buscar ejemplares con configuraciones variadas.

Para cada red se determinan seis diseños no óptimos a comparación de la alternativa calculada con OPUS. Se contemplan las mismas restricciones de presión, rugosidad, catálogo de diámetros comerciales y constantes de curvas de costos que se emplearon para el cálculo de las redes óptimas. La generación de los diseños no óptimos se realizó acorde a la siguiente metodología:

1. Cargar el sistema en REDES.
2. Ingresar a la pestaña “Diseñar” y presionar el botón de “Algoritmos Genéticos”.
3. Definir la ecuación hidráulica de Darcy-Weisbach. La asignación de probabilidades, el vector inicial y el método de recombinación se realiza según como se considere conveniente (ver Figura 22).
4. Implementar la lista de diámetros comerciales y definir parámetros como la rugosidad, la presión mínima y los coeficientes de la curva de costos (ver Figura 18).
5. Definir el tamaño de la población, el número de generaciones, la probabilidad de mutación y la constante de reproducción como se considere conveniente (ver Figura 23).
6. Correr la rutina.
7. Almacenar los resultados de costo, configuración de diámetros comerciales, caudales de flujo en tuberías y altura piezométrica en los nodos en un archivo de Microsoft Excel.



Figura 21. Algoritmos Genéticos en REDES 2019.

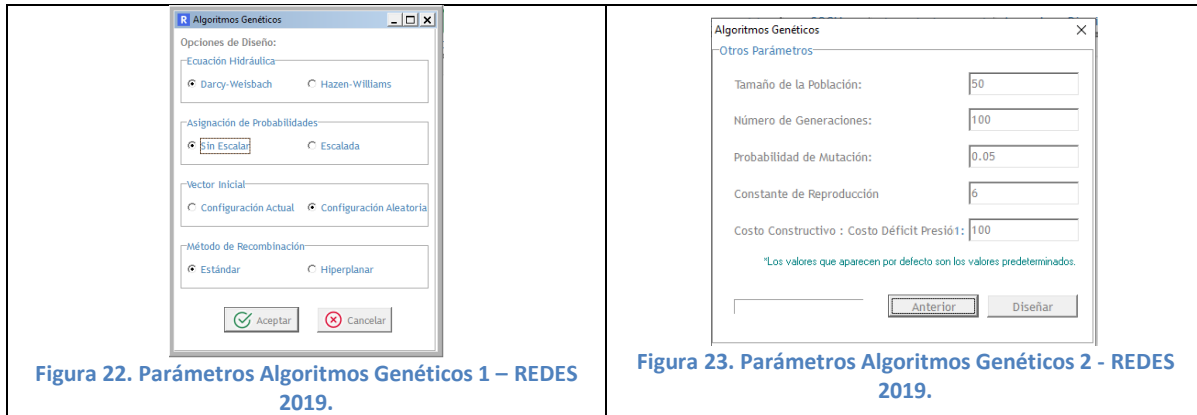


Figura 22. Parámetros Algoritmos Genéticos 1 – REDES 2019.

Figura 23. Parámetros Algoritmos Genéticos 2 - REDES 2019.

4.4 Análisis fractal de las redes

El análisis fractal de las redes se llevará a cabo acorde a lo estipulado en el algoritmo Box-Covering propuesto por Vargas et. al. (2019). El proceso considerará únicamente el criterio de asignación de pesos según la topología del sistema. No se contempla el criterio de caudales en la medida que las demandas en los nodos no cambian entre los diseños; por su parte, el criterio de alturas piezométricas no se incluye dado que su análisis se realizará a detalle a partir de los algoritmos de análisis R/S y cálculo de la lagunaridad. De esta manera, el proceso de análisis fractal de la red se enfocará en identificar la influencia de la distribución espacial de los nodos y la conectividad entre ellos en las características fractales de la SOP en cuestión. El proceso de obtención de las dimensiones fractales se resume como sigue:

1. Cargar el sistema en REDES.
2. Ingresar a la pestaña “Calcular (Avanzado)” y presionar el botón “Fractalidad” (ver Figura 24).
3. Definir el criterio de asignación de pesos según la topología (ver Figura 25).
4. Asignar un tamaño mínimo y máximo de caja. En todos los casos, el tamaño mínimo será de un nodo, mientras que el máximo corresponde al número impar de nodos más cercano al total (ver Figura 25).
5. Correr el algoritmo y leer la dimensión fractal en conjunto con el coeficiente de determinación.

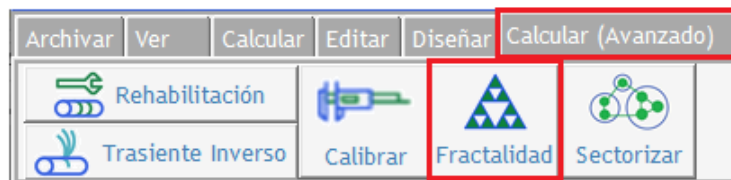


Figura 24. Opción para el cálculo de la dimensión fractal en REDES 2019.

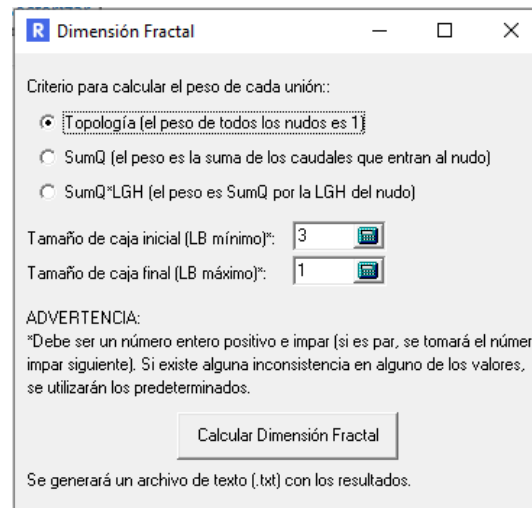


Figura 25. Ingreso de parámetros para la aplicación del algoritmo Box-Covering.

4.5 Trazado de la red

Las rutinas de análisis fractal en MATLAB contemplan el trazado de los componentes de la red con el fin de visualizar y corroborar la correcta lectura de los datos contenidos en los archivos en Microsoft Excel donde se almacenan los diseños. En Anexos se muestran recortes del código en MATLAB propuesto. La lista de pasos se estipula a continuación:

1. Se realiza una lectura del número de nodos, embalses y tuberías. Los valores se almacenan en variables. Se emplea la función integrada “xlsread” (Mathworks, 2020).
2. Se ejecuta una lectura de las propiedades de cada elemento de la red. Los valores se almacenan en matrices. Se emplean las funciones integradas “xlsread”, “strcat” y “num2str” (Mathworks, 2020).
3. Mediante el uso de ciclos definidos se declaran arreglos asociativos que almacenan las propiedades de cada objeto. Cada nodo cuenta con una identificación, sus coordenadas, demanda base y altura piezométrica. Los embalses con una identificación, coordenadas y cabeza de energía disponible. Finalmente, a cada tubería se le asigna una identificación, su nodo inicial, final, el diámetro de diseño, su longitud, el coeficiente de pérdidas menores y el caudal de flujo.
4. Las coordenadas de nodos y embalses se almacenan en vectores.
5. Mediante la función integrada “scatter3” se dibujan los nodos y embalses en el lienzo (Mathworks, 2020).
6. En un proceso iterativo se dibujan las tuberías empleando la función integrada “line” (Mathworks, 2020). Mediante ciclos definidos y condicionales anidados se buscan las coordenadas iniciales y finales de las tuberías acorde a los nodos.

La lista de pasos se resume en el siguiente diagrama de flujo:

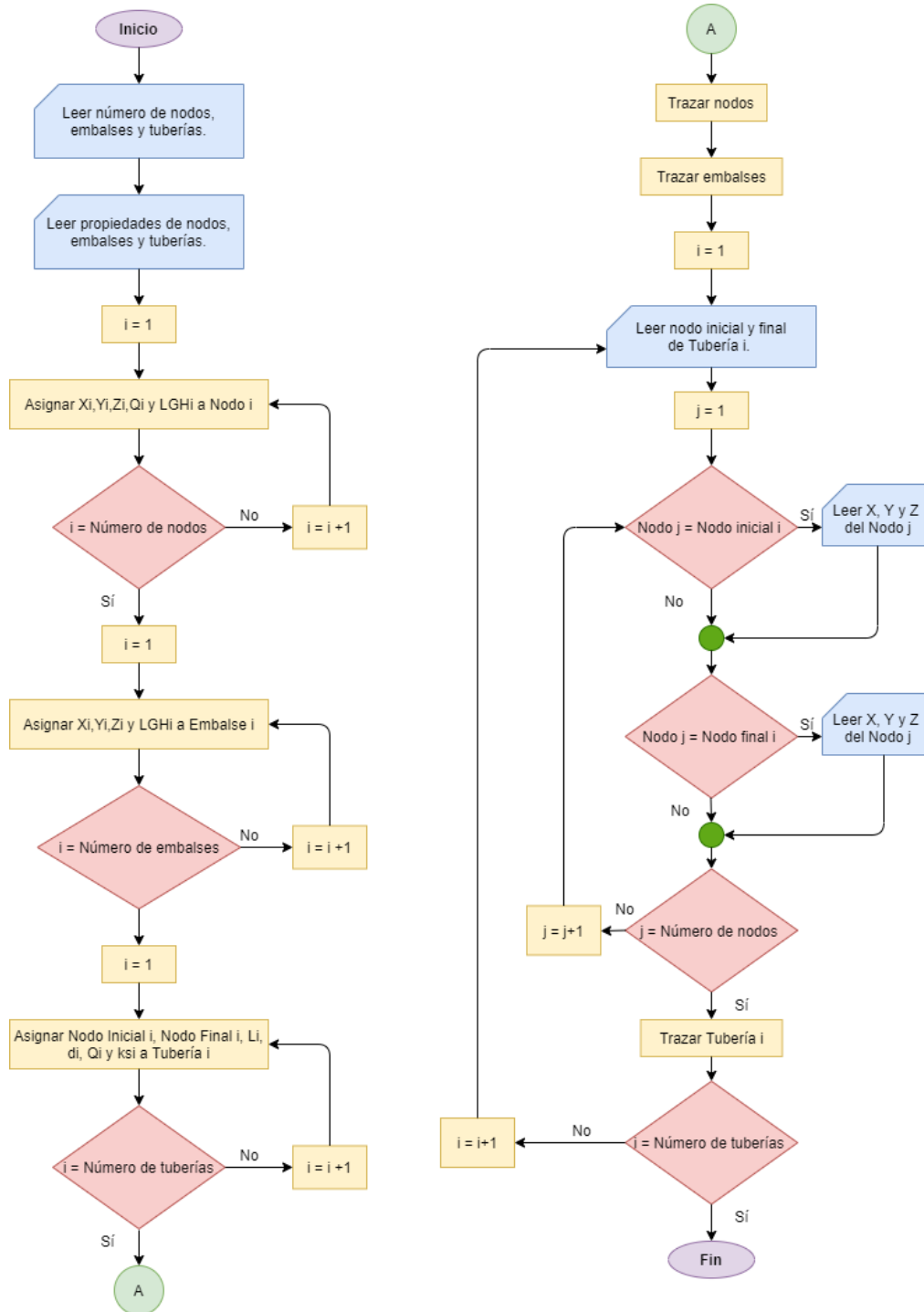


Figura 26. Diagrama de flujo - Trazado de la red.

4.6 Generación de las Superficies de Gradiente Hidráulico

El proceso de creación de las superficies conlleva la aplicación de los métodos de interpolación y representación gráfica explicados en el marco teórico. El algoritmo planteado en MATLAB se alimenta de la información declarada en el trazado de la red. En Anexos se presentan recortes del algoritmo. La lista de pasos se enuncia a continuación:

1. Almacenar la información de alturas piezométricas en nodos y embalses en un vector junto con sus coordenadas en X y Y.
2. Trazar los puntos de presión conocida sobre la red trazada. Se emplea la función integrada “scatter3” (Mathworks, 2020).
3. Dibujar las LGHs entre nodos empleando el mismo algoritmo para el trazado de las tuberías.
4. Aprovechando el decaimiento lineal de la altura piezométrica a lo largo de cada tubería, generar nuevos puntos conocidos sobre las LGHs empleando la ecuación vectorial de la recta (interpolación lineal) (Grossman y Flores, 2012). En particular, se determinan tres nuevos puntos sobre cada tubería.

$$[X, Y, LGH] = [X_o, Y_o, LGH_o] + \alpha * [X_f - X_o, Y_f - Y_o, LGH_f - LGH_o]$$

Ecuación 57. Ecuación vectorial de la recta en el decaimiento de la LGH.

5. Determinar las coordenadas máximas X y Y del sistema. Si los valores presentan una fracción decimal, redondear hacia arriba empleando la función integrada “ceil” (Mathworks, 2020).
6. A partir de las coordenadas máximas y el espaciamiento que defina el usuario, definir el enmallado rectangular sobre el cuál interpolar los valores de altura piezométrica.
7. Recorrer el enmallado en las dos direcciones para determinar el valor de altura piezométrica. La rutina emplea la función “griddata” como mecanismo de interpolación, optando bien sea por interpolación lineal o natural (Mathworks, 2020). Estas últimas opciones se escogen esperando evitar alguna atenuación en las diferencias de las propiedades fractales de los sistemas.
8. A partir de los resultados, utilizar la función integrada “scatter3” para graficar los puntos sobre la red (Mathworks, 2020).
9. Mediante la aplicación de la triangulación de Delaunay, implementar las funciones integradas “delaunay” y “trisurf” para dibujar la SGH a partir de planos triangulares entre los valores de LGH interpolados (Mathworks, 2020).

En el siguiente diagrama de flujo se resumen los pasos:

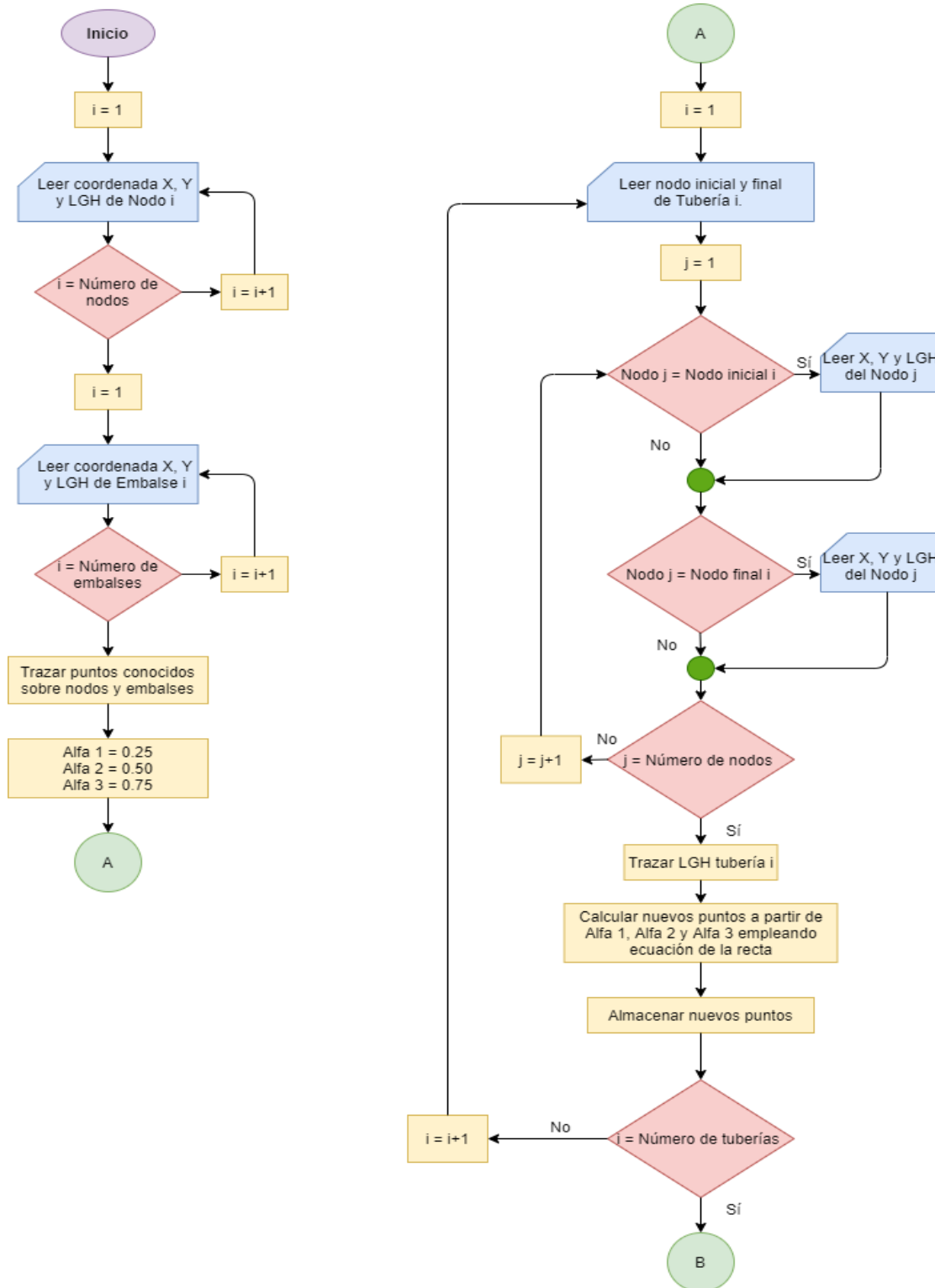


Figura 27. Diagrama de flujo - Generación de SGH - Parte 1.

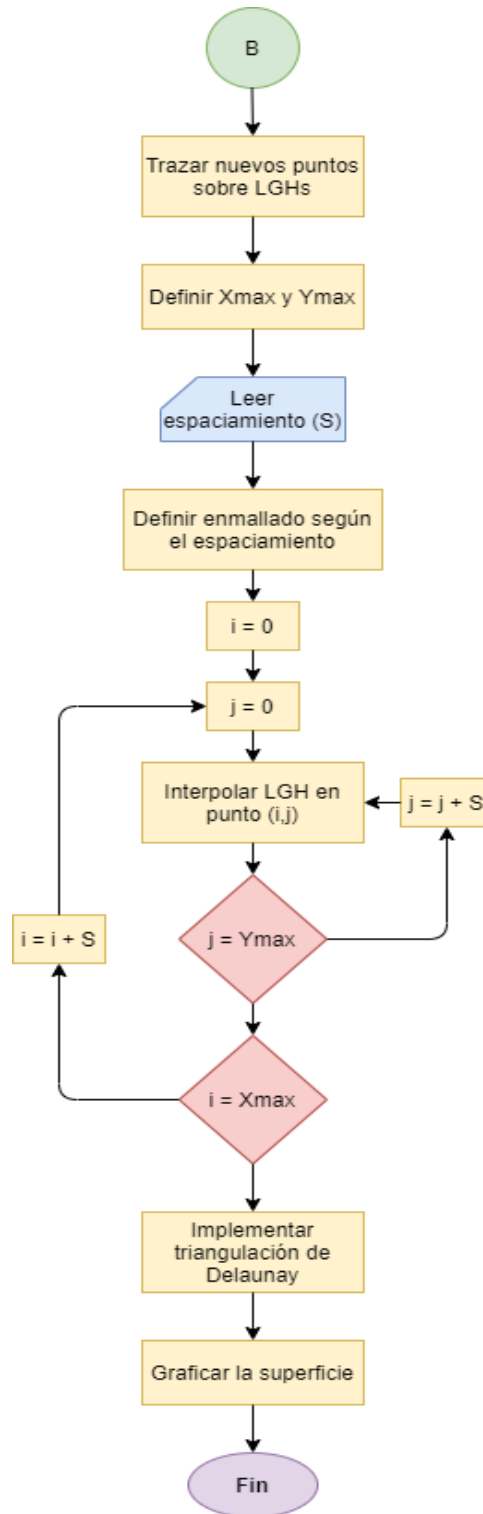


Figura 28. Diagrama de flujo - Generación SGH - Parte 2.

4.7 Análisis fractal unidimensional de la superficie

Una de las posibles formas de efectuar un análisis fractal de la superficie es mediante la definición de cortes a lo largo de alguna dirección predefinida. Los valores de altura piezométrica contenidos en el corte se pueden interpretar como una serie de tiempo, donde en vez de incluir una variable temporal se toma el valor de la distancia a lo largo del eje de corte. El proceso de cálculo de la dimensión fractal a lo largo del corte corresponde al algoritmo de análisis de rango reescalado (R/S) planteado en el marco teórico.

Mediante la creación de una función en MATLAB y su aplicación sobre la rutina principal descrita en párrafos anteriores, se plantea un proceso iterativo para calcular la dimensión fractal sobre diferentes cortes sobre la SGH. En Anexos se presenta el código. En los siguientes pasos se describe el procedimiento:

1. Definir el espaciamiento de corte en cada dirección de análisis según los intervalos de interpolación. Por simplicidad, se decide realizar cortes paralelos a los ejes X y Y.
2. Determinar las coordenadas iniciales y finales del corte de interés acorde a la distribución espacial de los puntos interpolados.
3. Invocar la función de análisis de rango reescalado ingresando como parámetro la información de los pasos 1 y 2.
4. Calcular la media de los valores de altura piezométrica contenidos en el corte como se estipula en la Ecuación 46.
5. Ajustar los valores de altura piezométrica por la media como se establece en la Ecuación 48.
6. Acumular las alturas piezométricas ajustadas según la Ecuación 49.
7. Obtener la serie de rangos según los valores acumulados como se describe en la Ecuación 50.
8. Estimar la desviación estándar de la serie de alturas piezométricas originales como se enuncia en la Ecuación 51.
9. Escalar cada elemento de la serie de rangos por la desviación estándar correspondiente (ver Ecuación 52).
10. Determinar el logaritmo base 10 tanto de la serie de rangos reescalados como de los valores de distancia a lo largo del corte.
11. Implementar una regresión lineal sobre la nube de puntos. La serie R/S debe encontrarse en las ordenadas y la distancia sobre la abscisa.
12. Calcular la dimensión fractal y el exponente de Hurst a partir de la pendiente de la regresión lineal.
13. Repetir el proceso para cada corte.

El diagrama de flujo asociado se presenta a continuación:

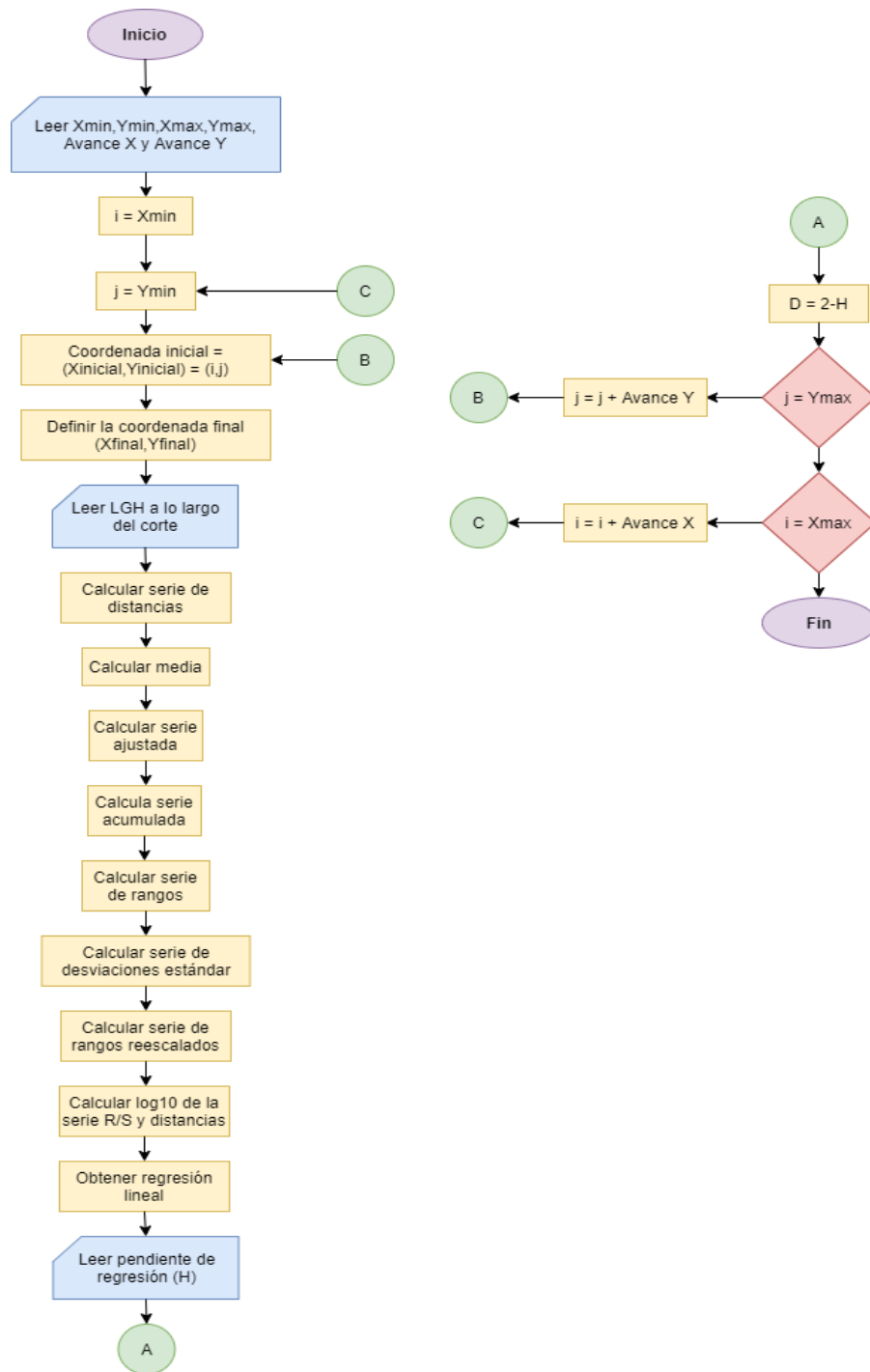


Figura 29. Diagrama de flujo - Análisis fractal unidimensional.

4.8 Análisis fractal bidimensional de la superficie

La superficie de gradiente hidráulico puede interpretarse como un modelo digital de elevaciones (DEM) donde el valor asociado a cada píxel corresponde a la altura piezométrica del punto de interpolación y la resolución se establece según la malla de puntos. Adicionalmente, según el método DBC, la LGH se interpretará como la altura de columna del píxel.

Los resultados generados pueden analizarse a la luz de la lagunaridad empleando la acción conjunta de ArcGIS y MATLAB. Para el presente proyecto se implementa una rutina que permite establecer la fractalidad estadística de las superficies, optando por obtener coberturas de los DEM mediante conjuntos rectangulares de altura fija. En particular, se proponen dos alternativas de análisis: cajas con alturas unitarias y cajas con alturas que mejoran la correlación del modelo fractal mediante una búsqueda por tanteo. A diferencia de lo estipulado por Dong (2000), no se establecen cajas cúbicas, por lo que el algoritmo no itera sobre las alturas de caja. En Anexos se muestra el código en MATLAB. Los pasos se estipulan en la siguiente lista:

1. Generar la SGH a partir de la rutina explicada en apartados anteriores.
2. Exportar las coordenadas de los puntos conocidos e interpolados a una hoja de cálculo en Microsoft Excel.
3. Importar la serie de puntos en ArcMap como una capa shapefile.
4. Utilizar la función de interpolación IDW de la caja de herramientas “Spatial Analyst” para generar un archivo ráster con las alturas piezométricas de la capa shapefile. La resolución del ráster, potencia y radio de búsqueda se definió acorde a los valores predeterminados. La capa resultante se interpreta como el modelo digital de elevaciones de la SGH.
5. Exportar el archivo ráster a formato de imagen “.tif”.
6. Leer y almacenar la información de la imagen en una matriz en MATLAB.
7. Determinar el tamaño mínimo y máximo de caja según el tamaño de la imagen.
8. Obtener los valores de masa para el deslizamiento de una caja de cada uno de los posibles tamaños R acorde al método DBC. Se emplea una variable estructural y un ciclo definido para almacenar los resultados y desarrollar las iteraciones, respectivamente.
9. Calcular el número de posibles cajas N de tamaño R .
10. Determinar la probabilidad de cada dupla (M, R) usando la función Q .
11. Obtener el valor de lagunaridad para cada tamaño de caja R .
12. Estimar el logaritmo natural de la serie de lagunaridad versus radio de caja.
13. Aplicar una regresión lineal sobre la nube de puntos $\ln(\Lambda)$ vs $\ln(R)$ y leer el valor de la pendiente. Asumiendo a la lagunaridad como una manera para medir los fractales, se aplica el modelo potencial para obtener una cantidad análoga a la dimensión fractal (pendiente de la recta de ajuste a escala logarítmica). Este valor debe interpretarse como una medida de la fractalidad propia del presente proyecto y no debe considerarse como comparable a las nociones de dimensión fractal de otros trabajos de investigación.

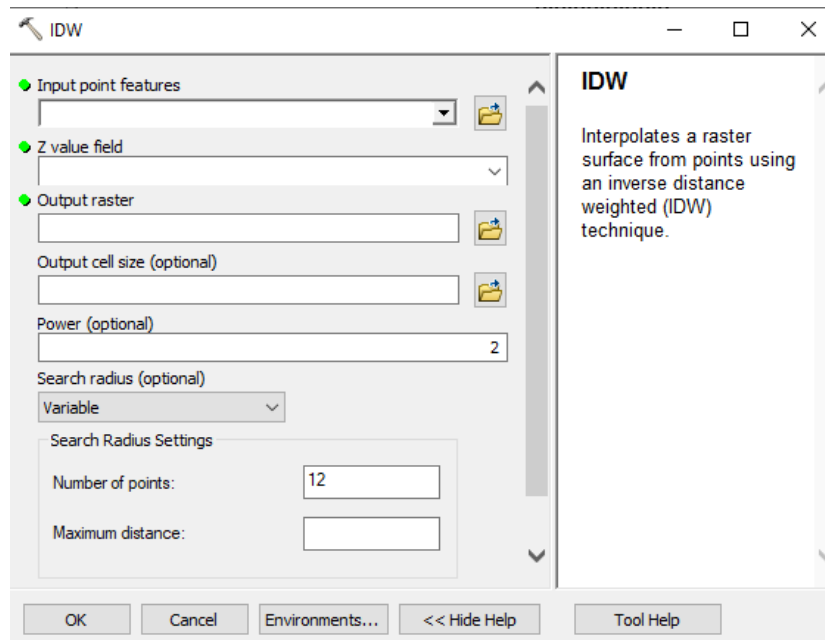


Figura 30. Herramienta IDW.

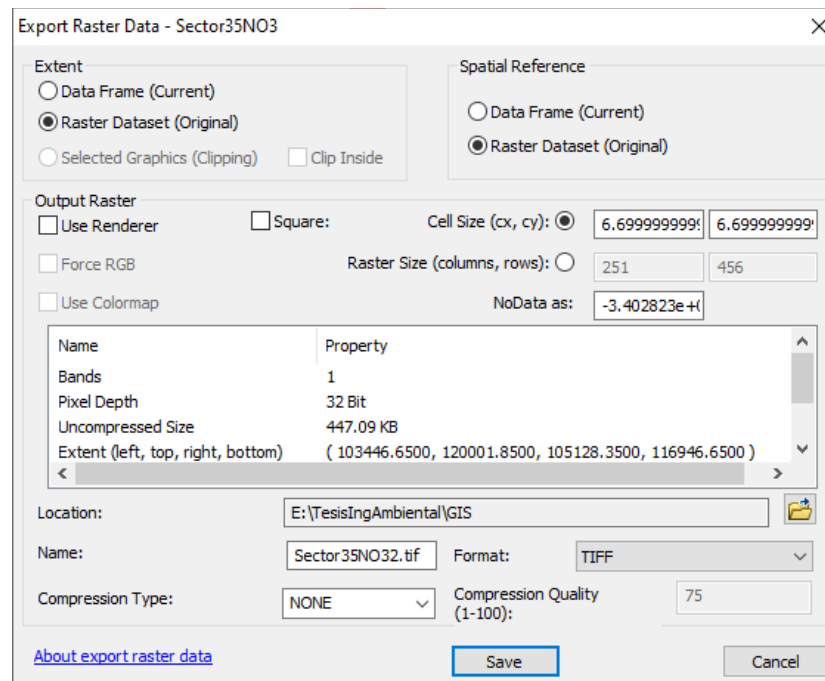


Figura 31. Generación de imágenes ".tif".

La lista de pasos se puede resumir en el siguiente diagrama de flujo:

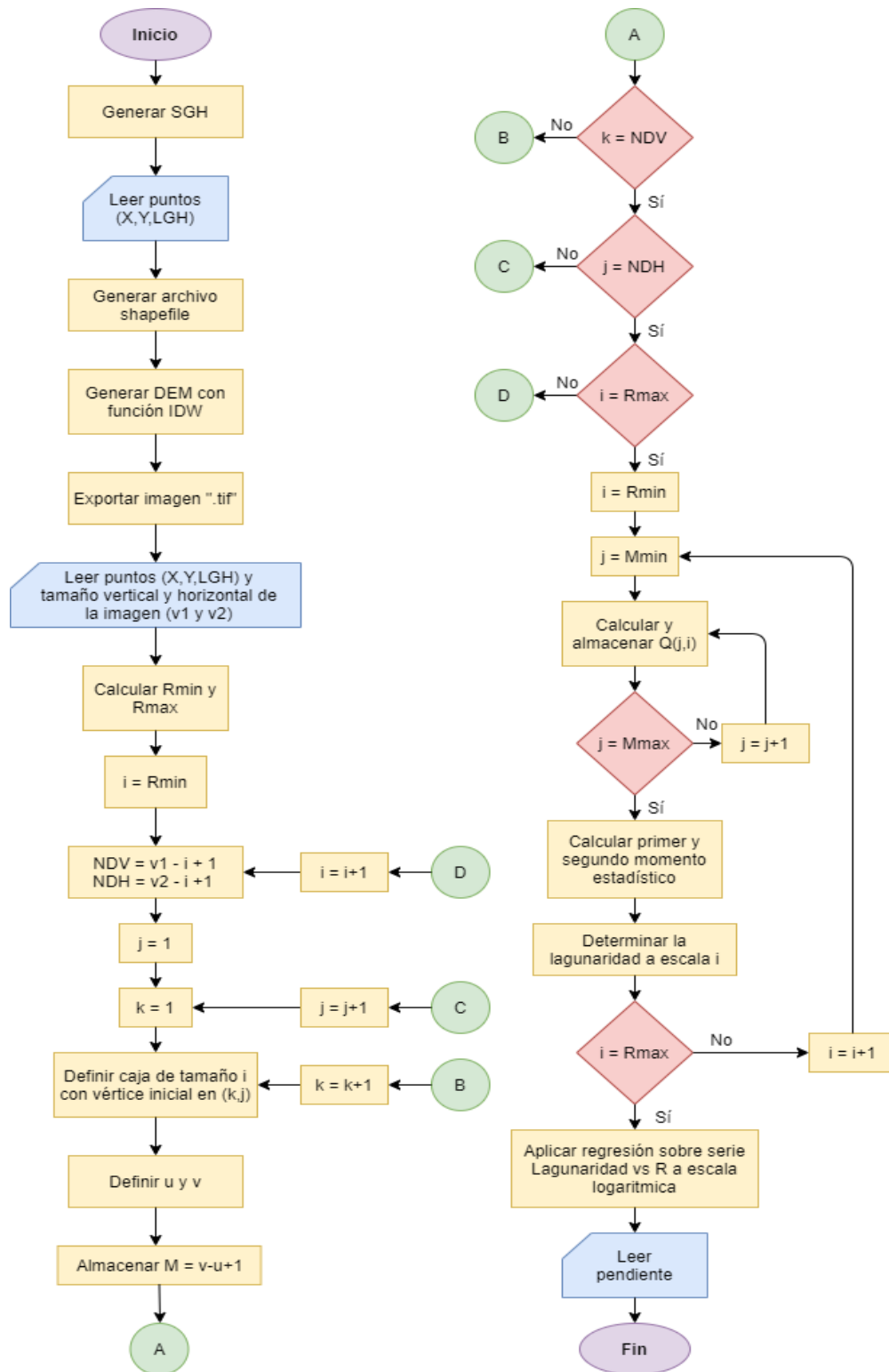


Figura 32. Diagrama de flujo - Análisis fractal bidimensional.

5 RESULTADOS

5.1 Diseños óptimos y no óptimos

5.1.1 Costos

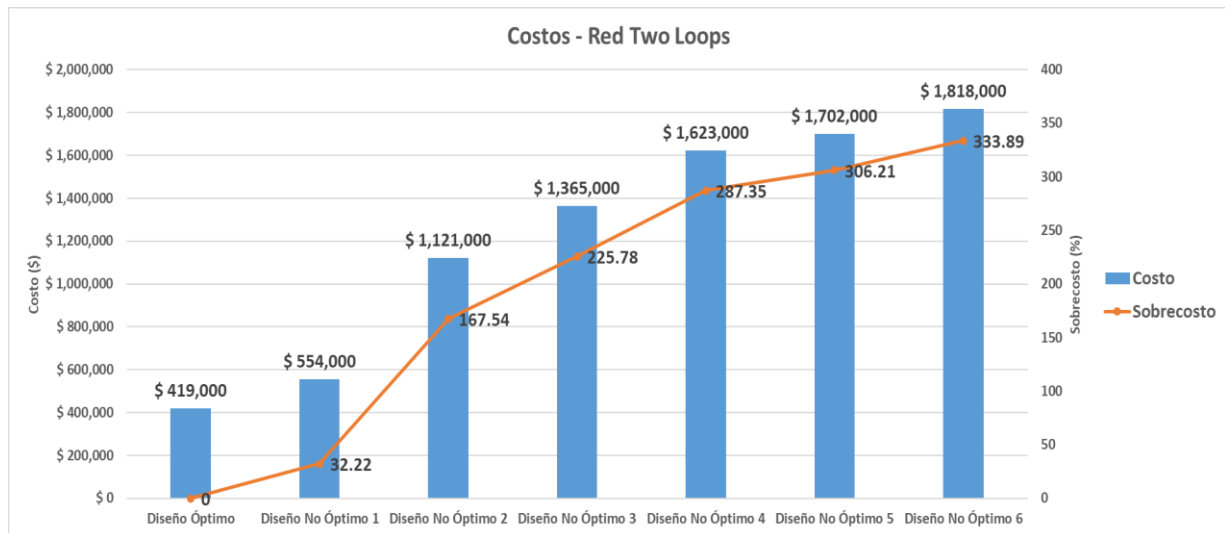


Figura 33. Costos - Red Two Loops

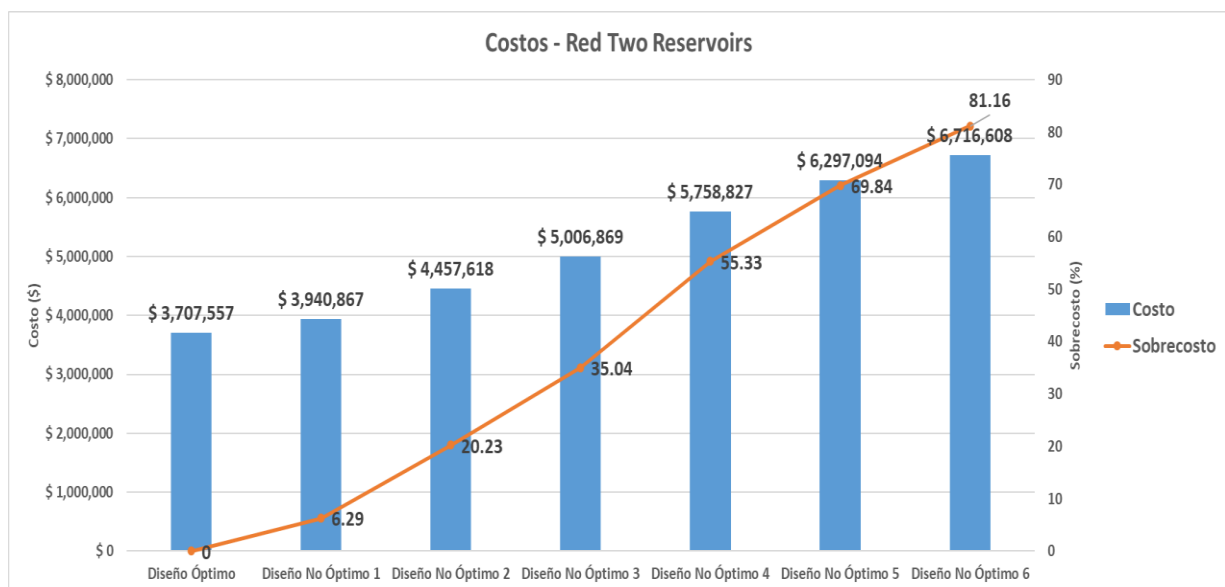


Figura 34. Costos - Red Two Reservoirs.

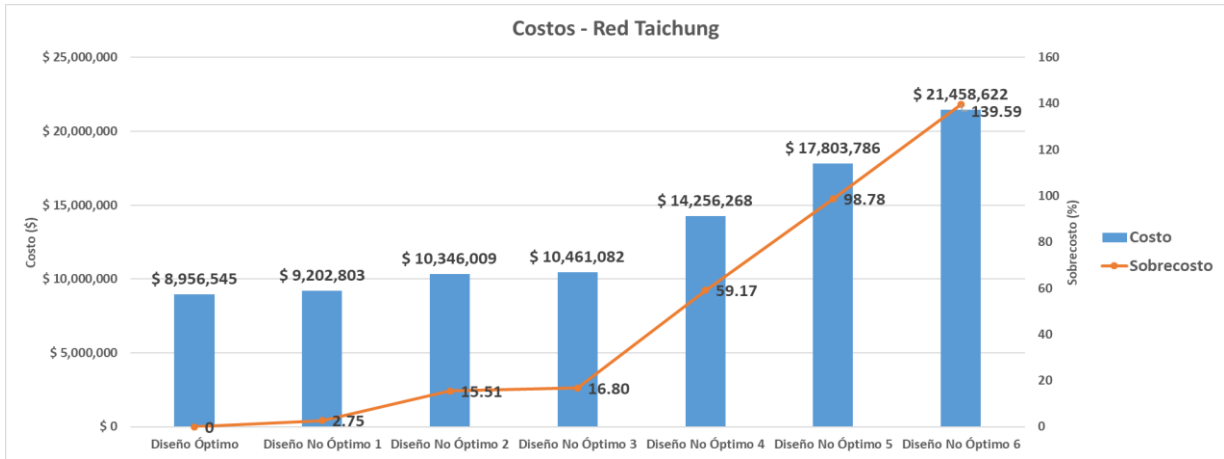


Figura 35. Costos - Red Taichung.

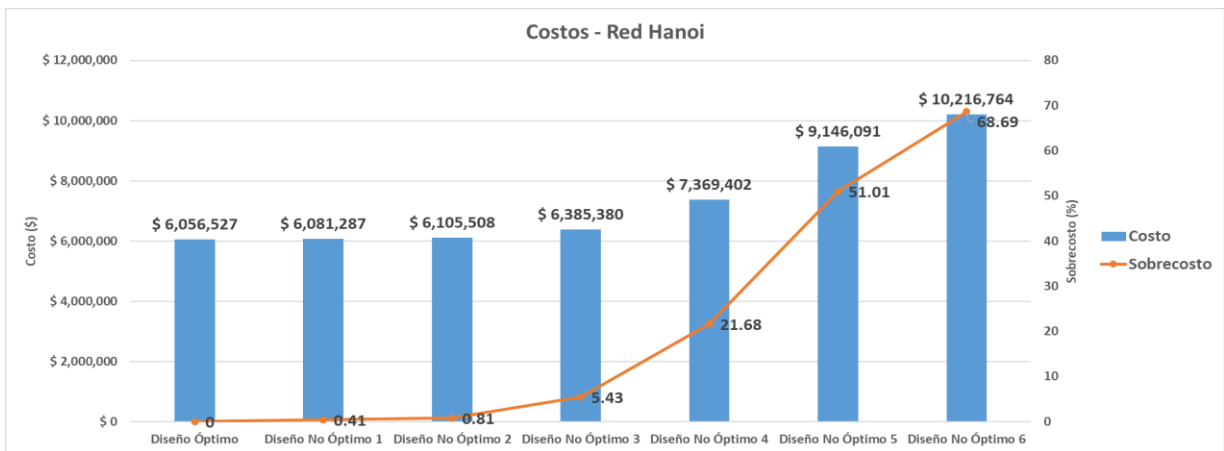


Figura 36. Costos - Red Hanoi.

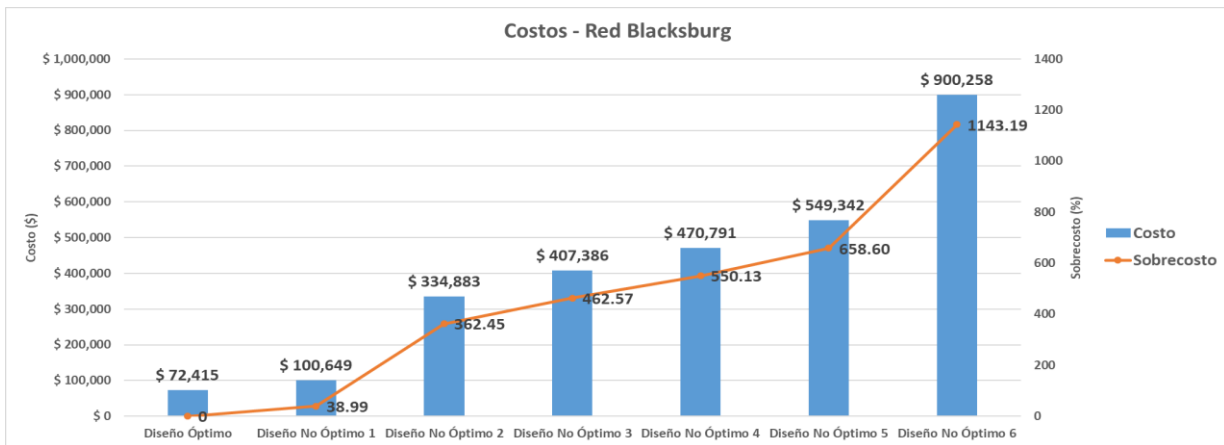


Figura 37. Costos - Red Blacksburg.

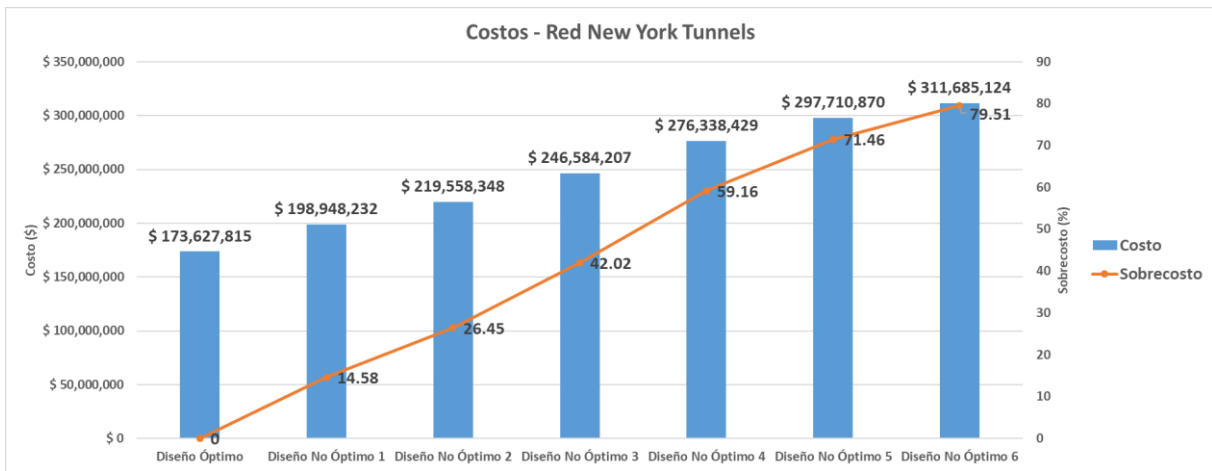


Figura 38. Costos - Red New York Tunnels.

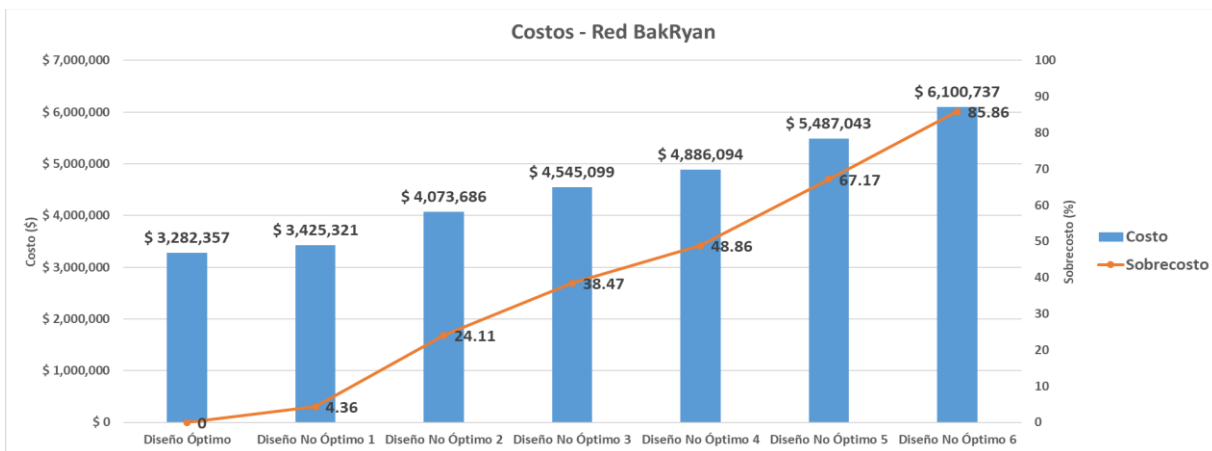


Figura 39. Costos - Red BakRyan.

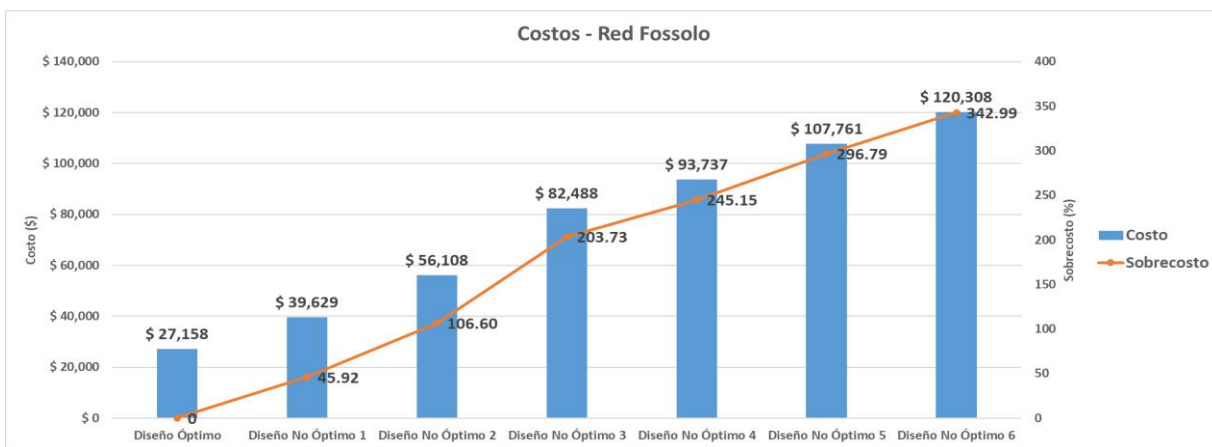


Figura 40. Costos - Red Fossolo.

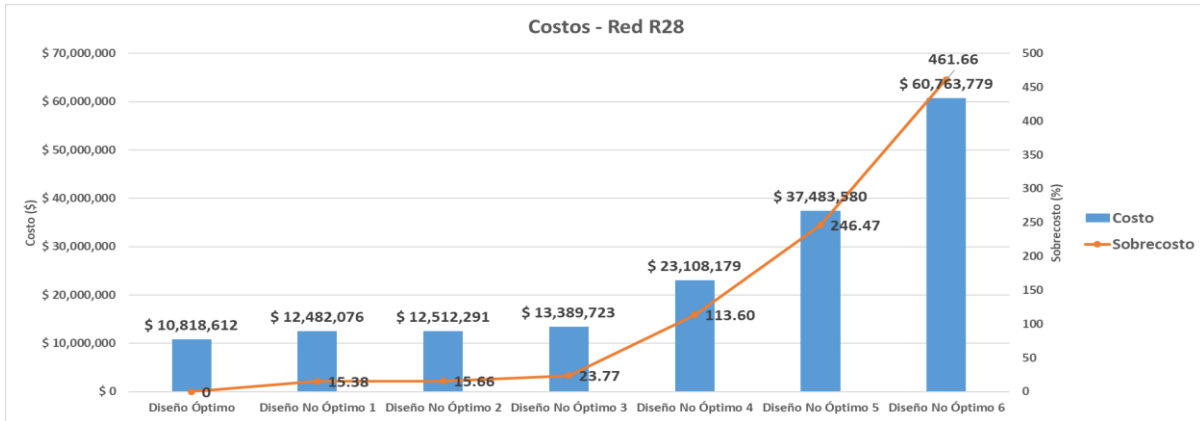


Figura 41. Costos - Red R28.

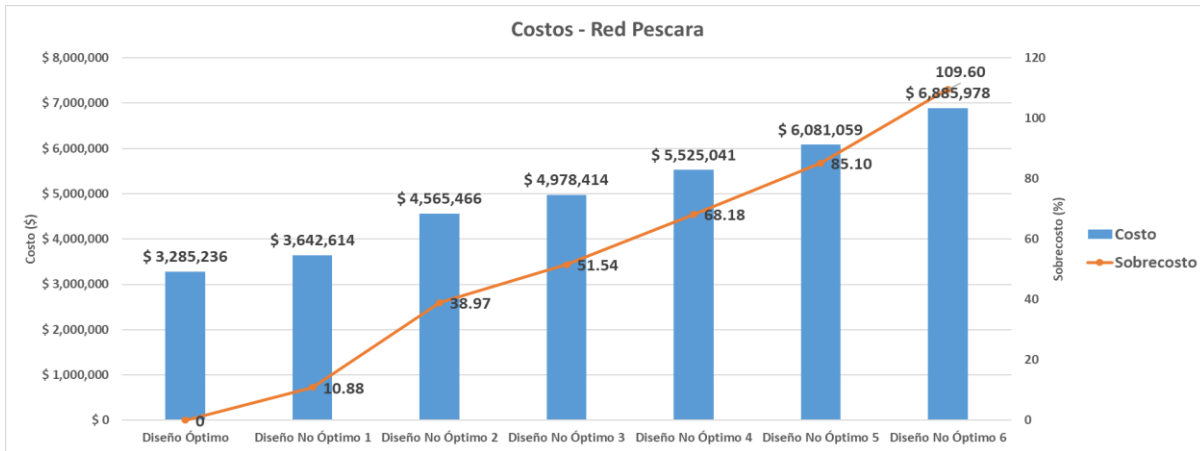


Figura 42. Costos - Red Pescara.

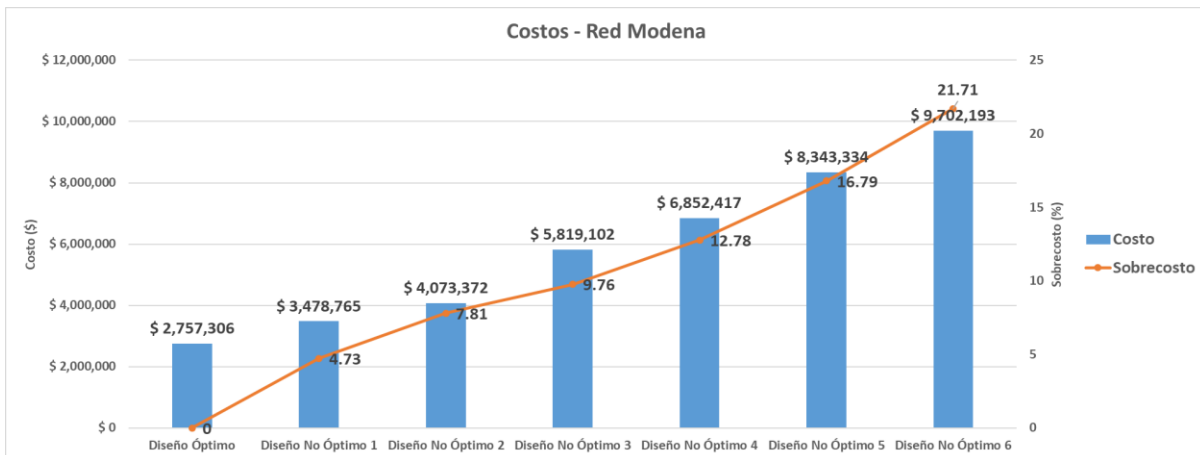


Figura 43. Costos - Red Modena.

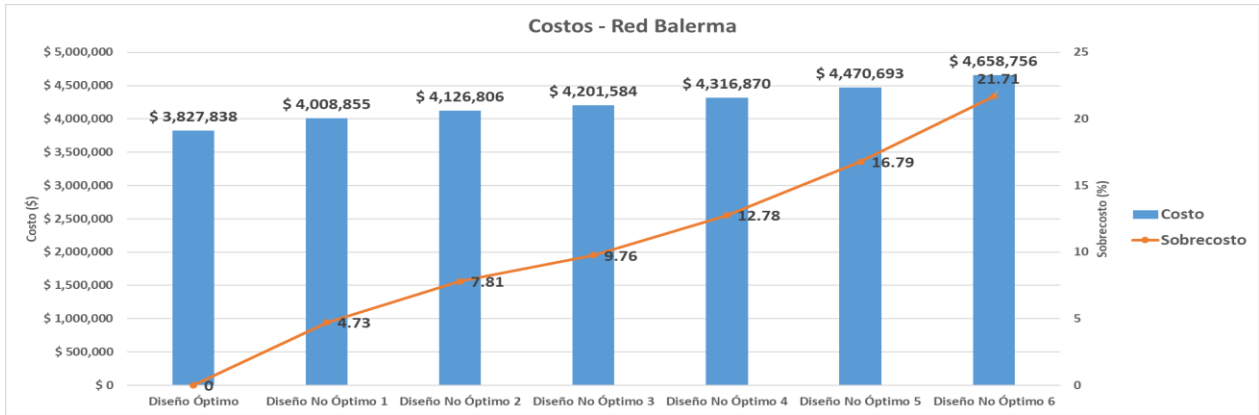


Figura 44. Costos - Red Balerma.

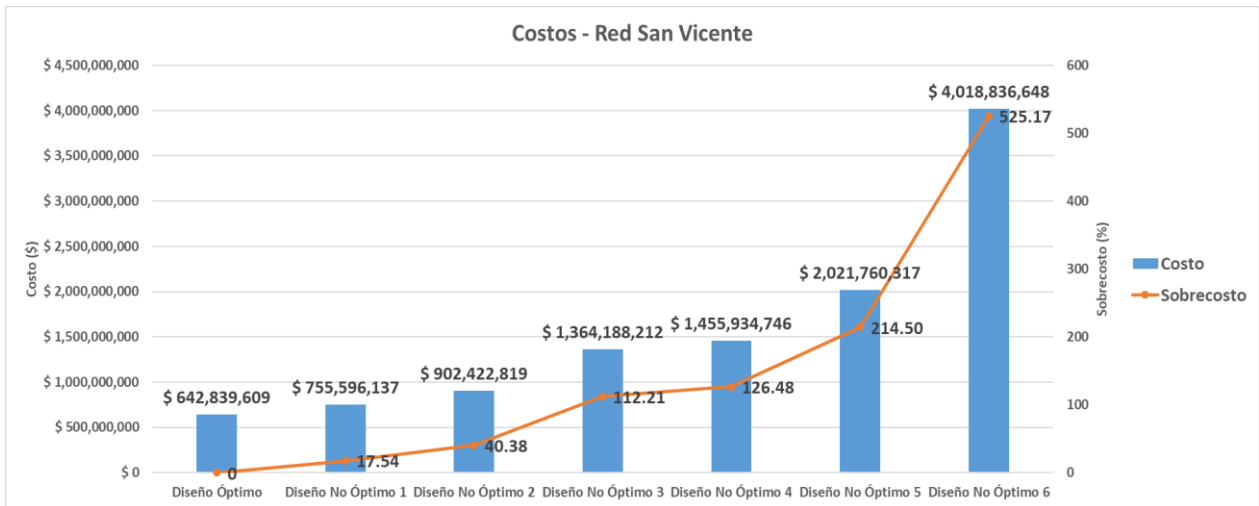


Figura 45. Costos - Red San Vicente.

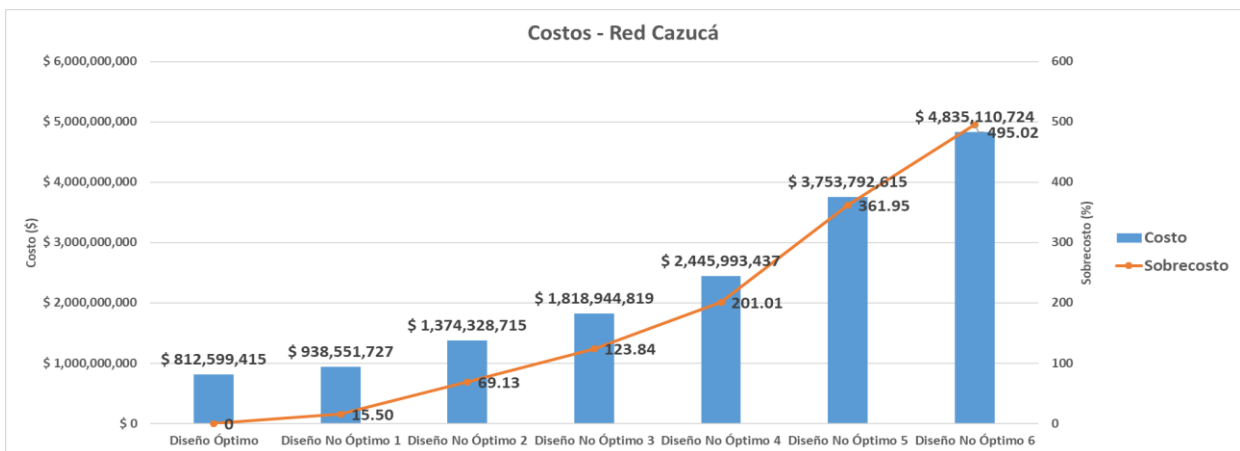


Figura 46. Costos - Red Cazucá.

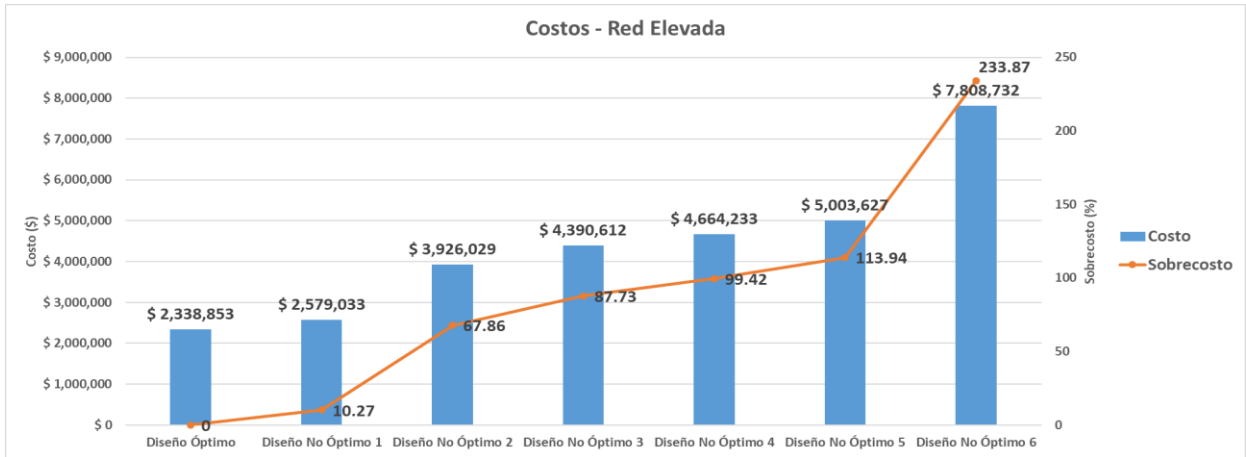


Figura 47. Costos - Red Elevada.

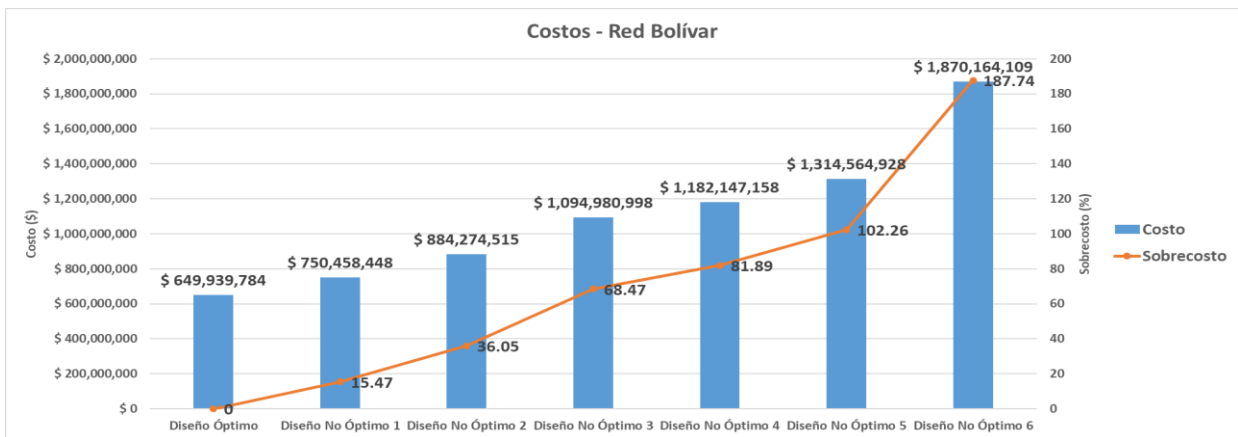


Figura 48. Costos - Red Bolívar.

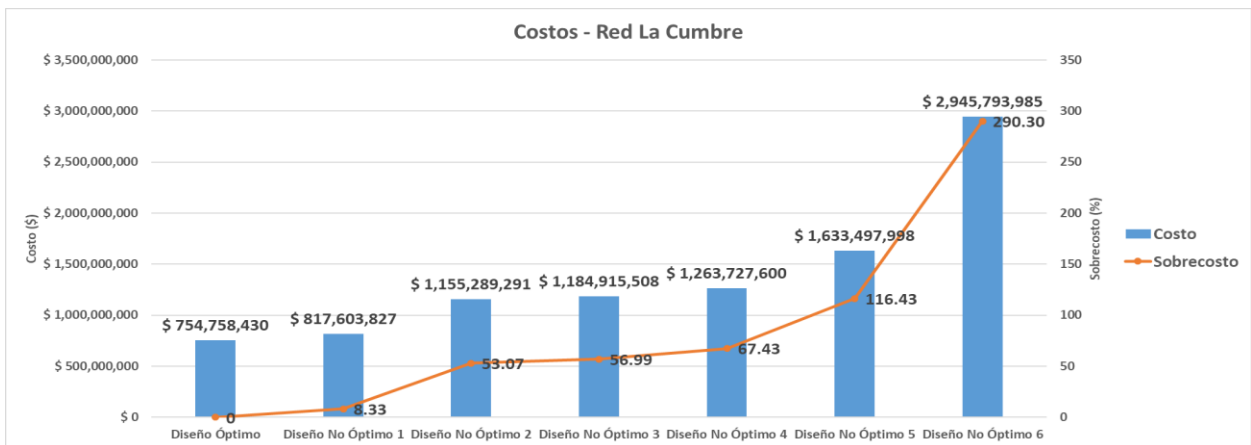


Figura 49. Costos - Red La Cumbre.

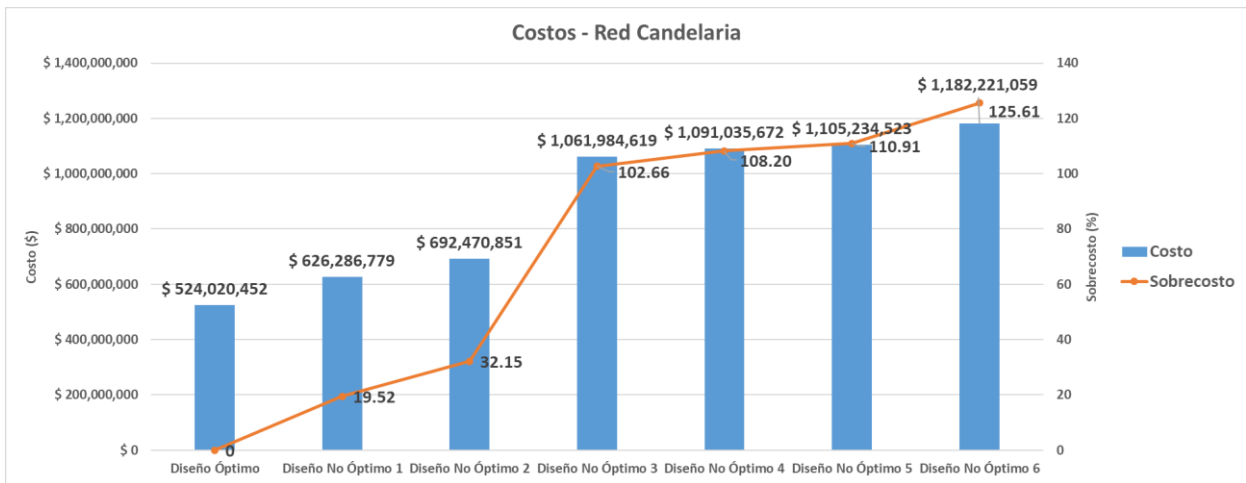


Figura 50. Costos - Red Candelaria.

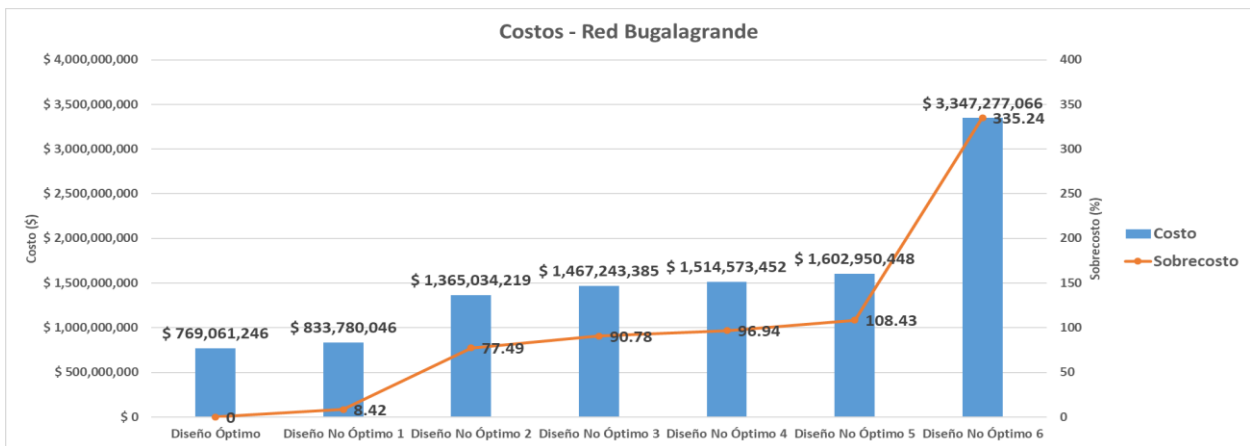


Figura 51. Costos - Red Bugalagrande.

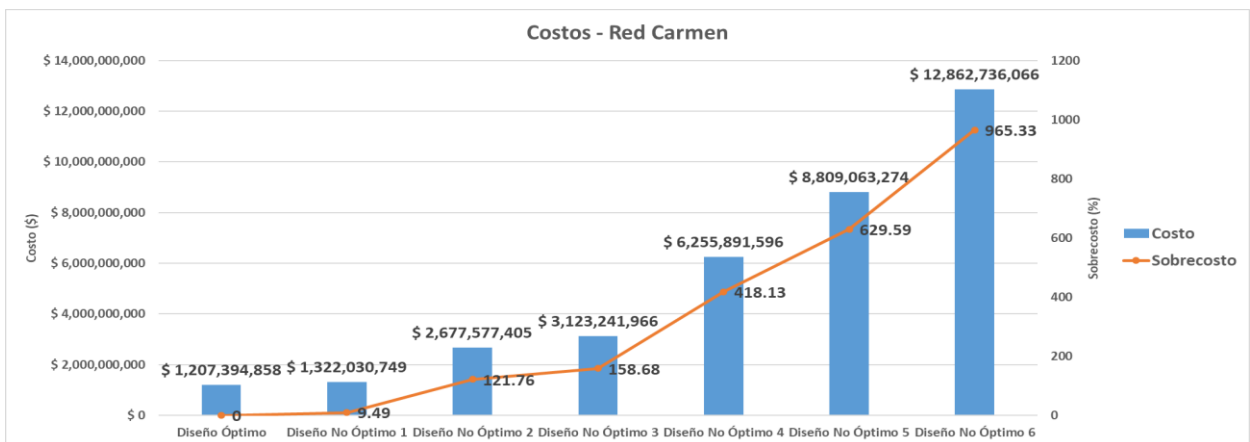


Figura 52. Costos - Red Carmen.

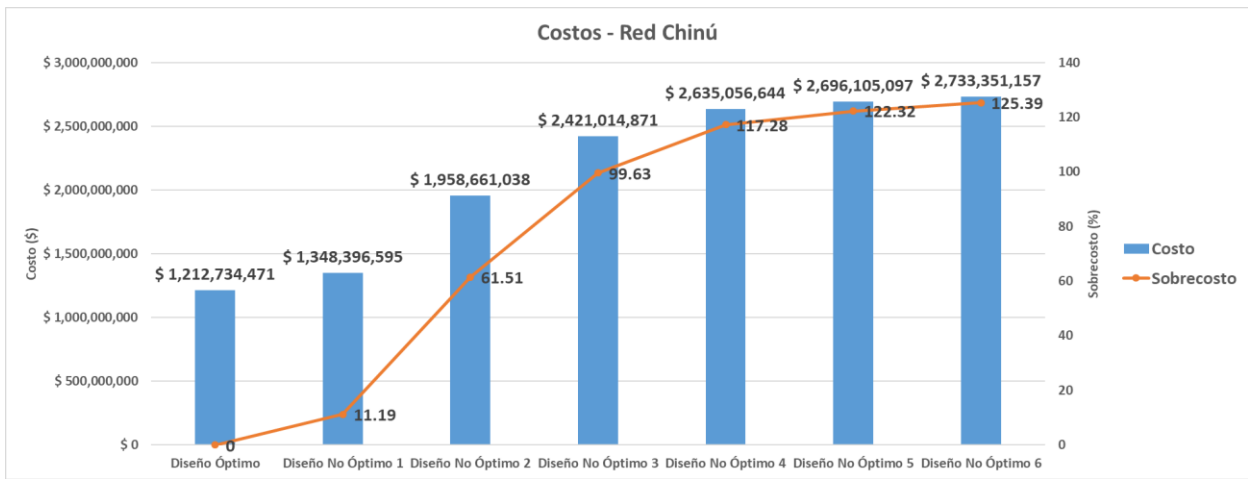


Figura 53. Costos - Red Chinú.

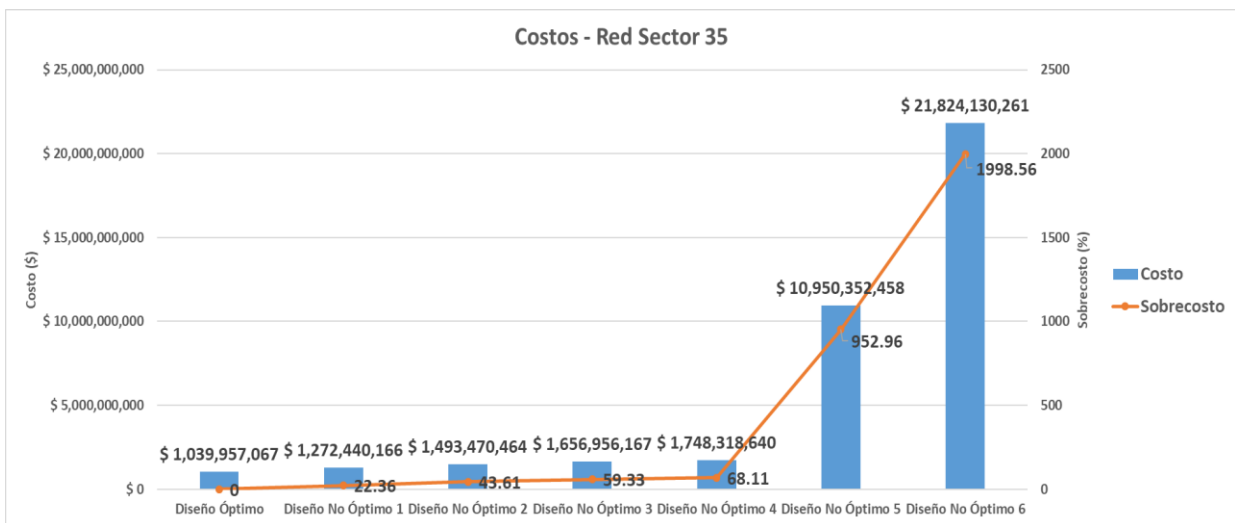


Figura 54. Costos - Red Sector 35.

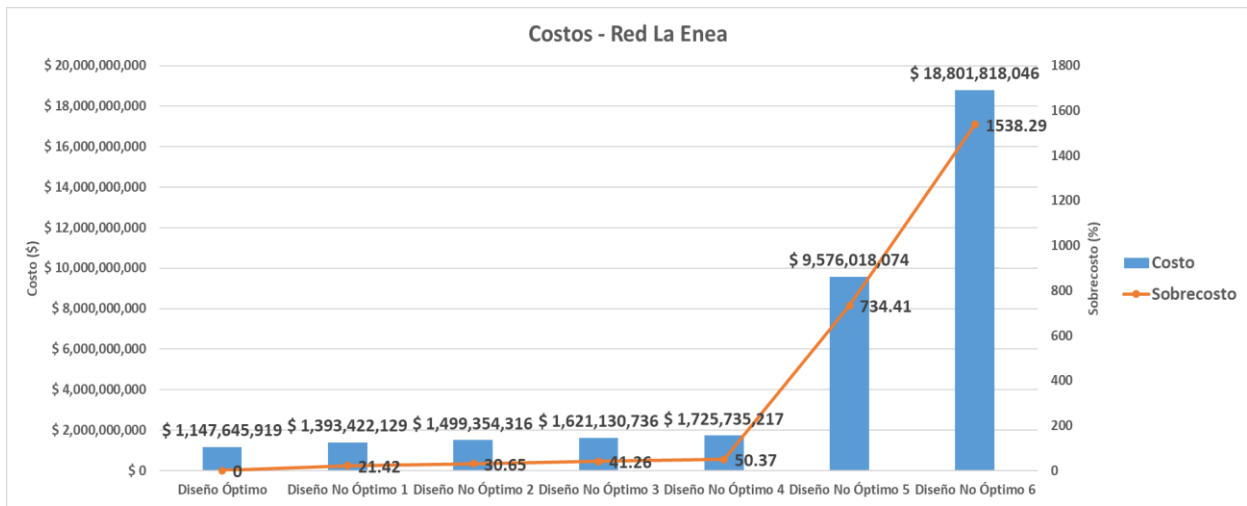


Figura 55. Costos - Red La Enea.

5.1.2 Distribuciones de diámetros

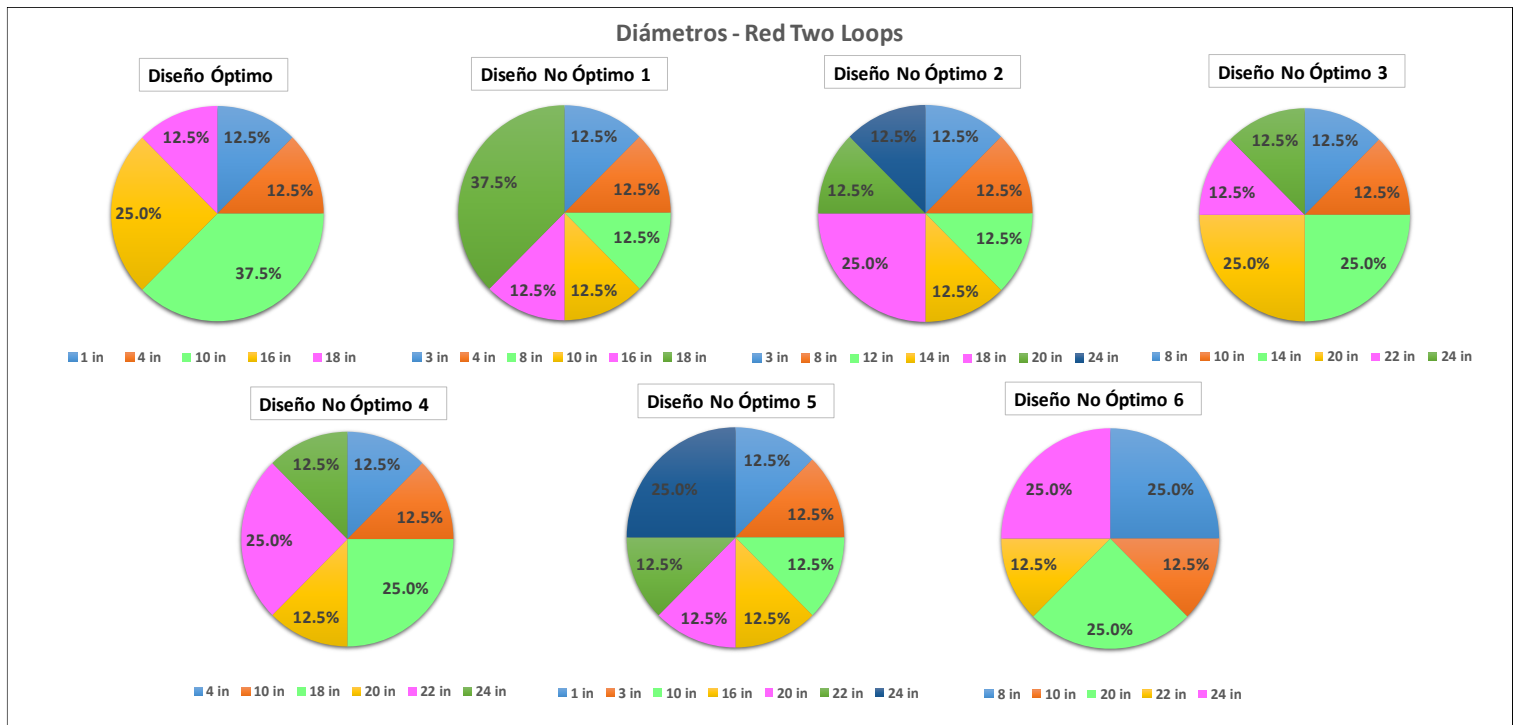


Figura 56. Distribución de diámetros - Red Two Loops.

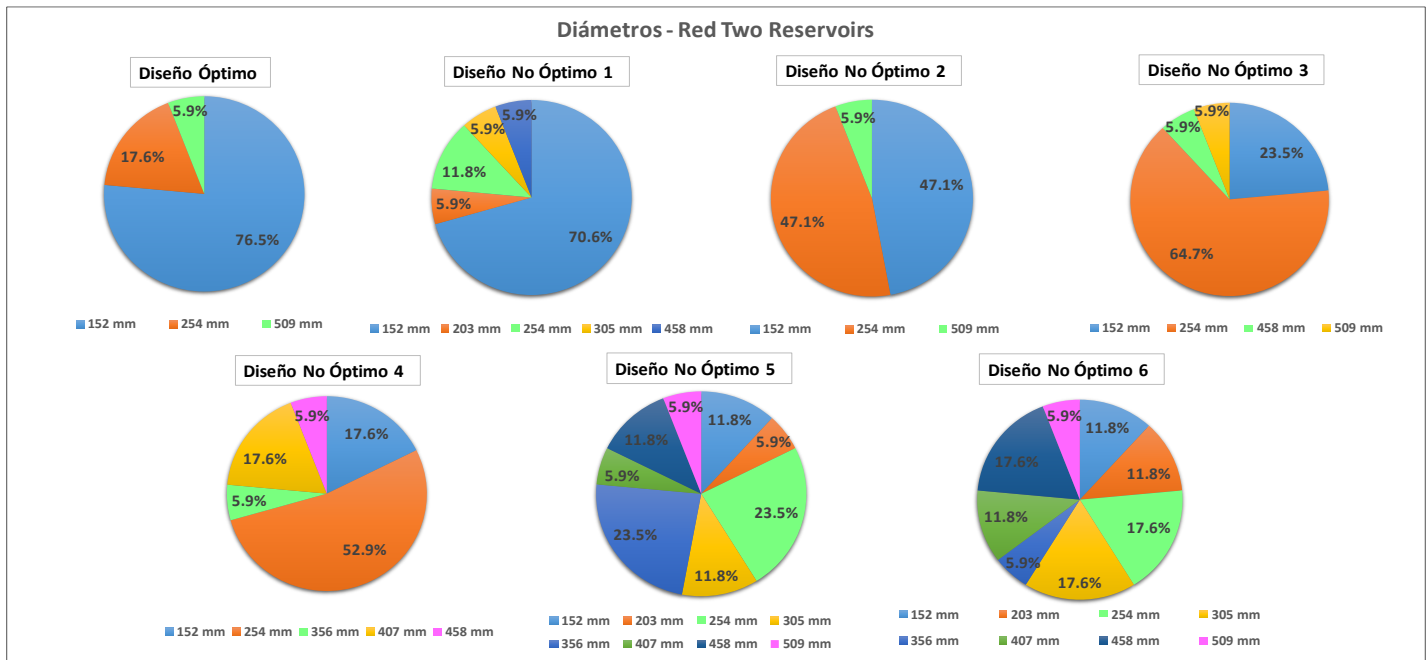


Figura 58. Distribución de diámetros - Red Two Reservoirs.

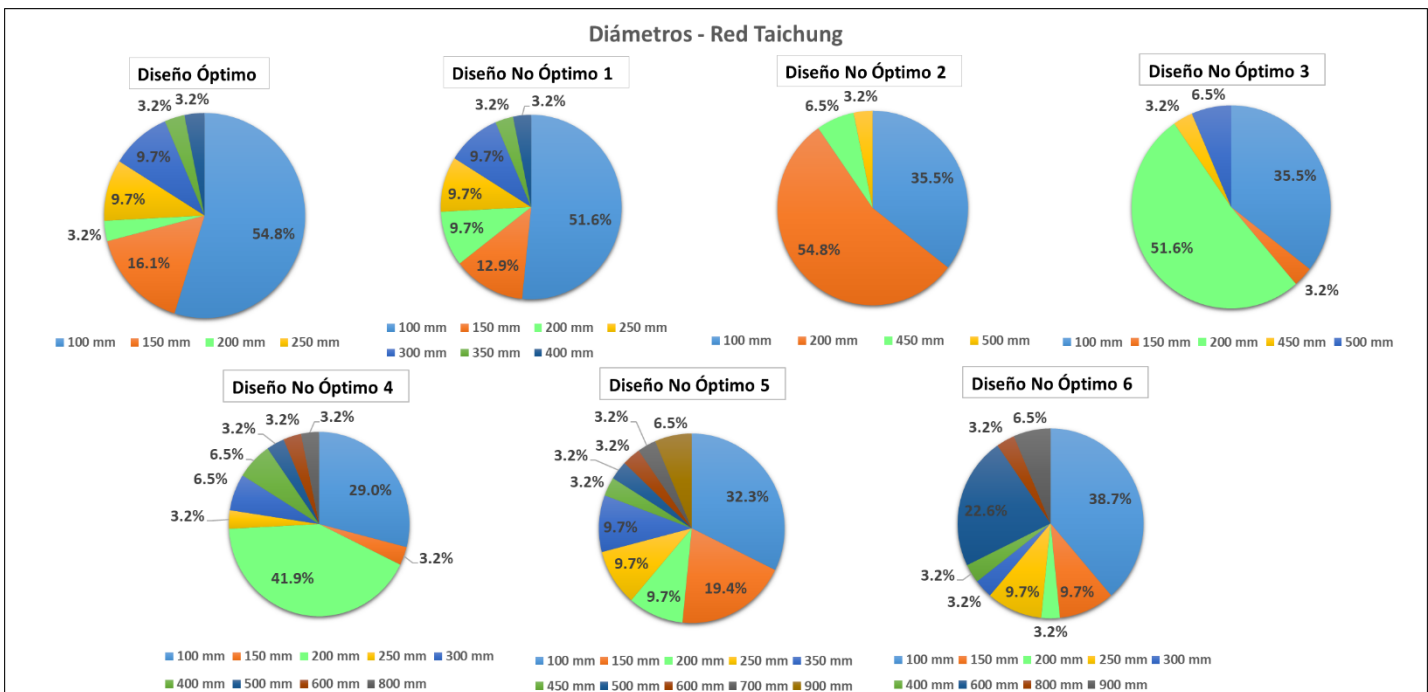


Figura 57. Distribución de diámetros - Red Taichung.

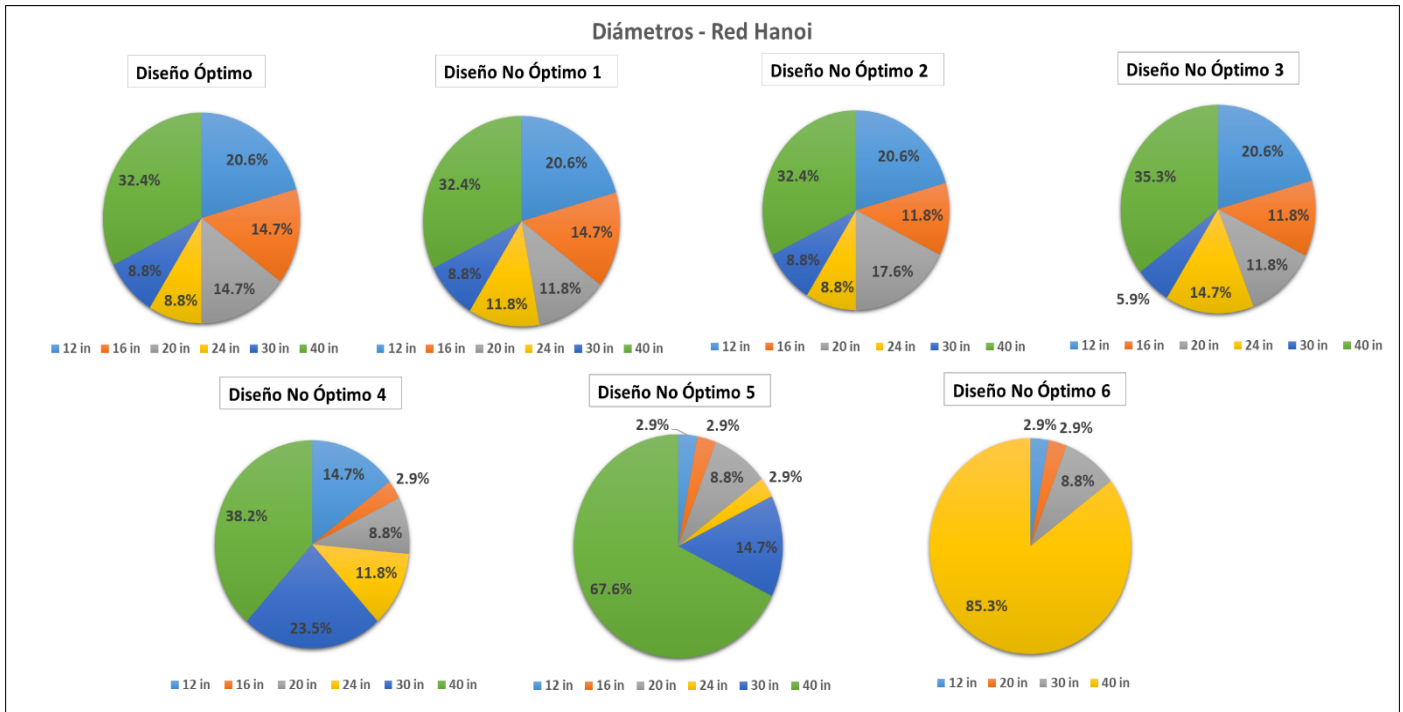


Figura 60. Distribución de diámetros - Red Hanoi.

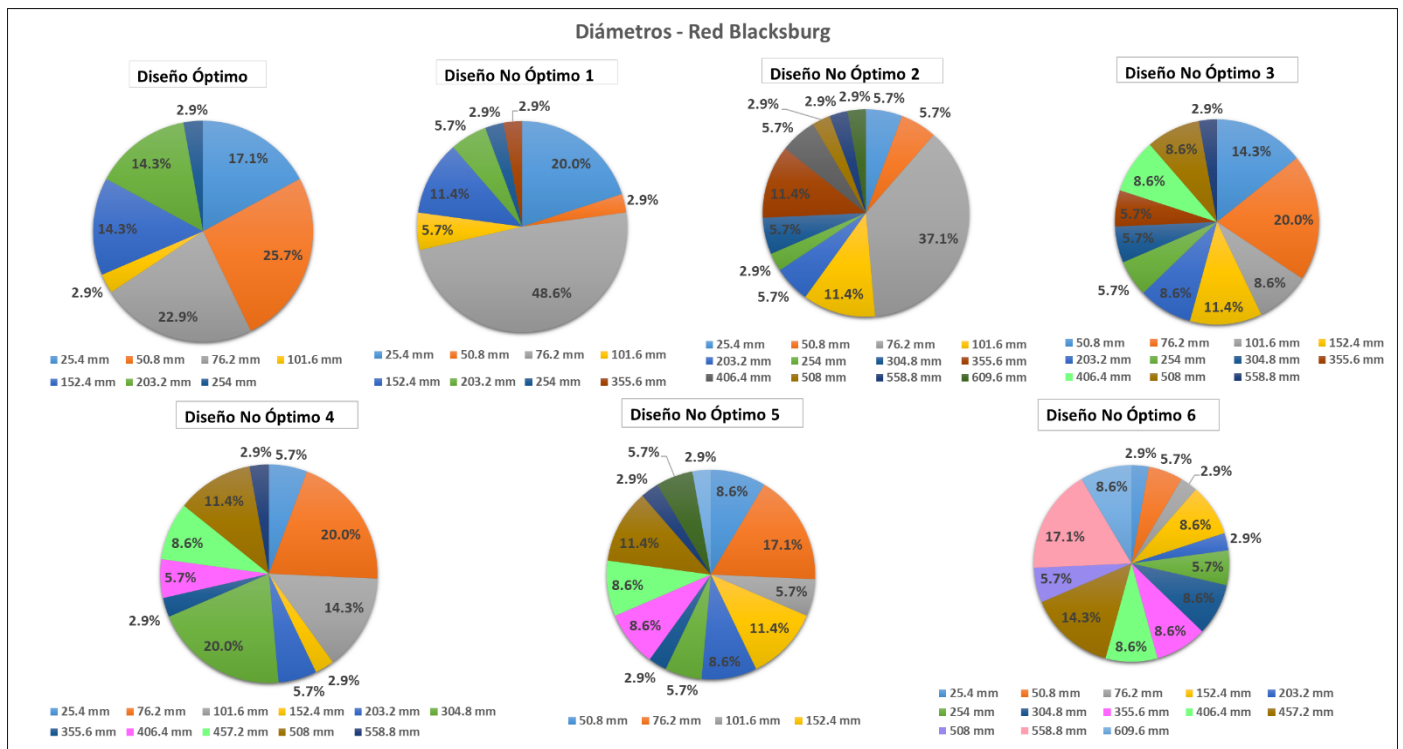


Figura 59. Distribución de diámetros - Red Blacksburg.

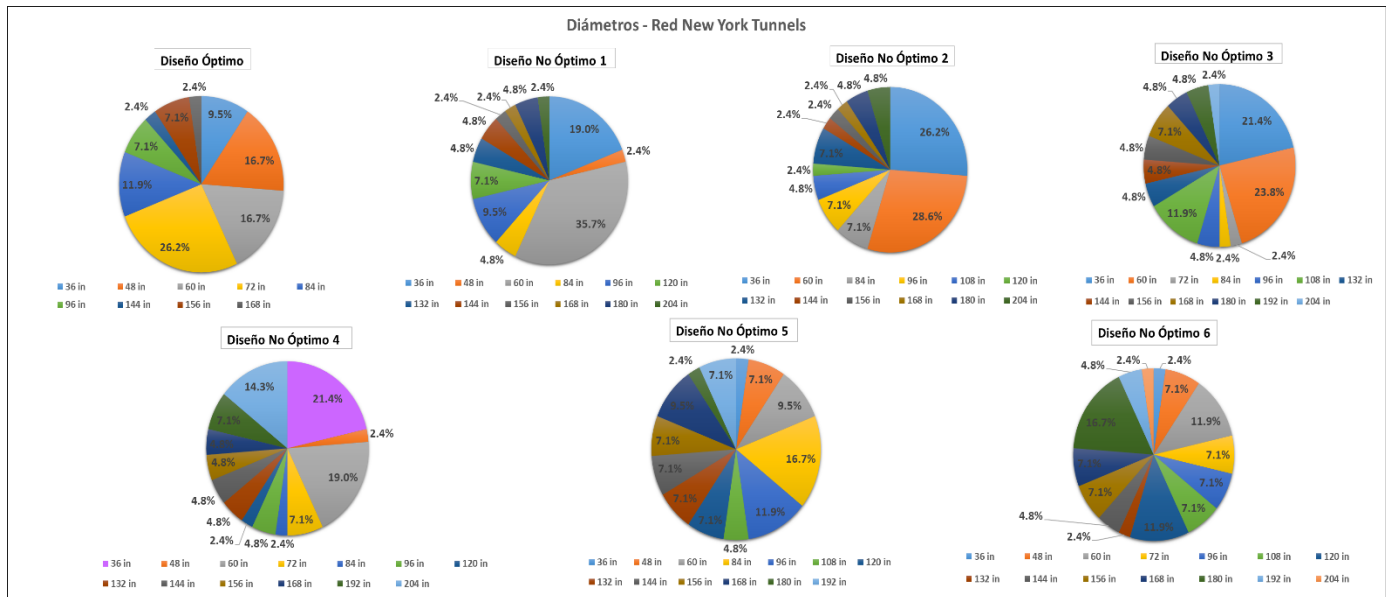


Figura 62. Distribución de diámetros - Red New York Tunnels.

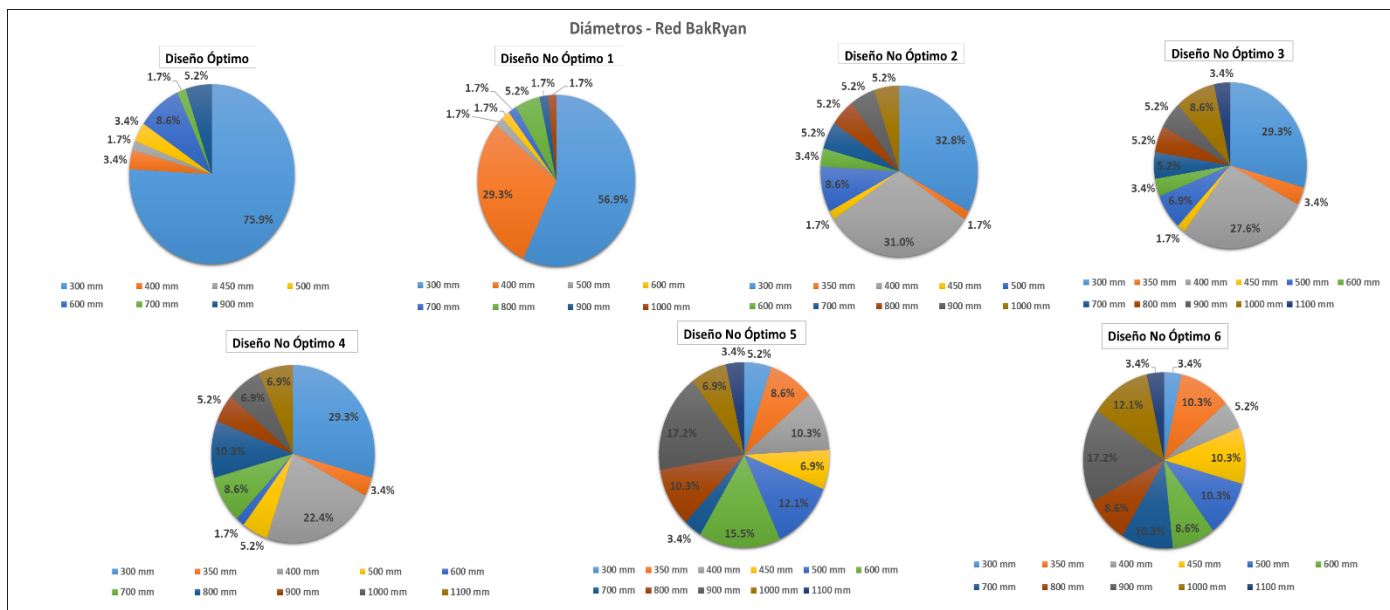


Figura 61. Distribución de diámetros - Red BakRyan.

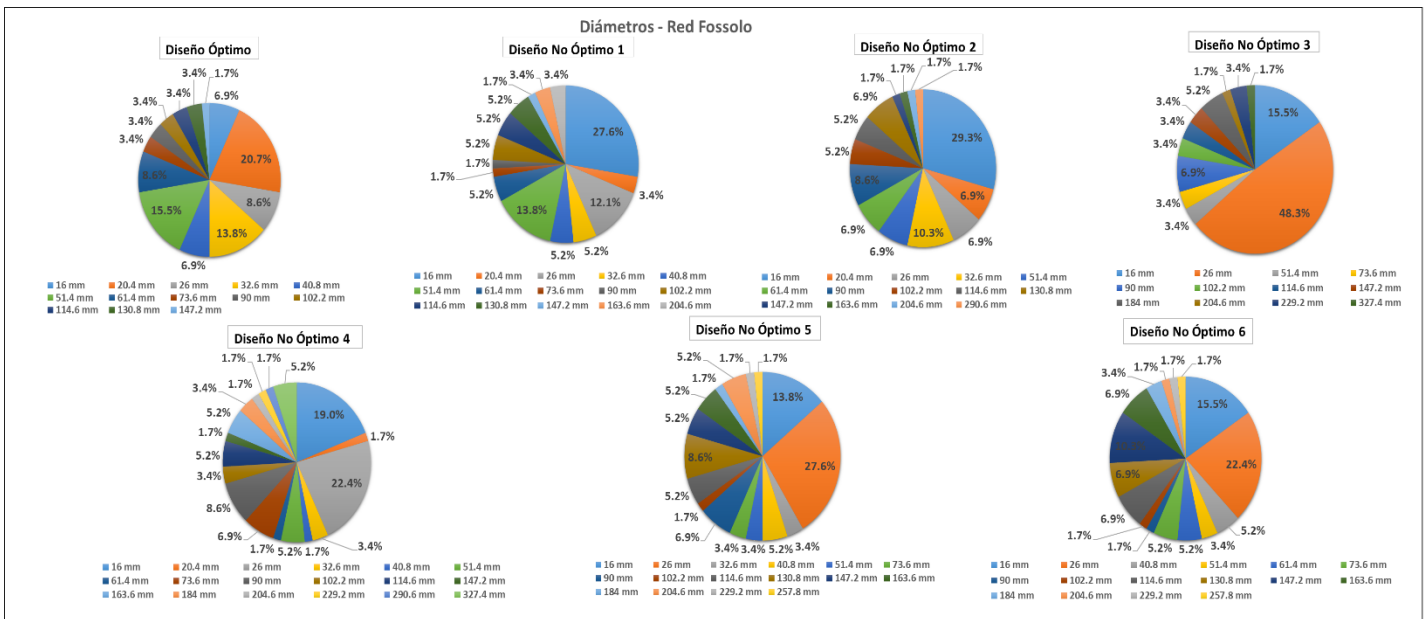


Figura 64. Distribución de diámetros - Red Fossolo.

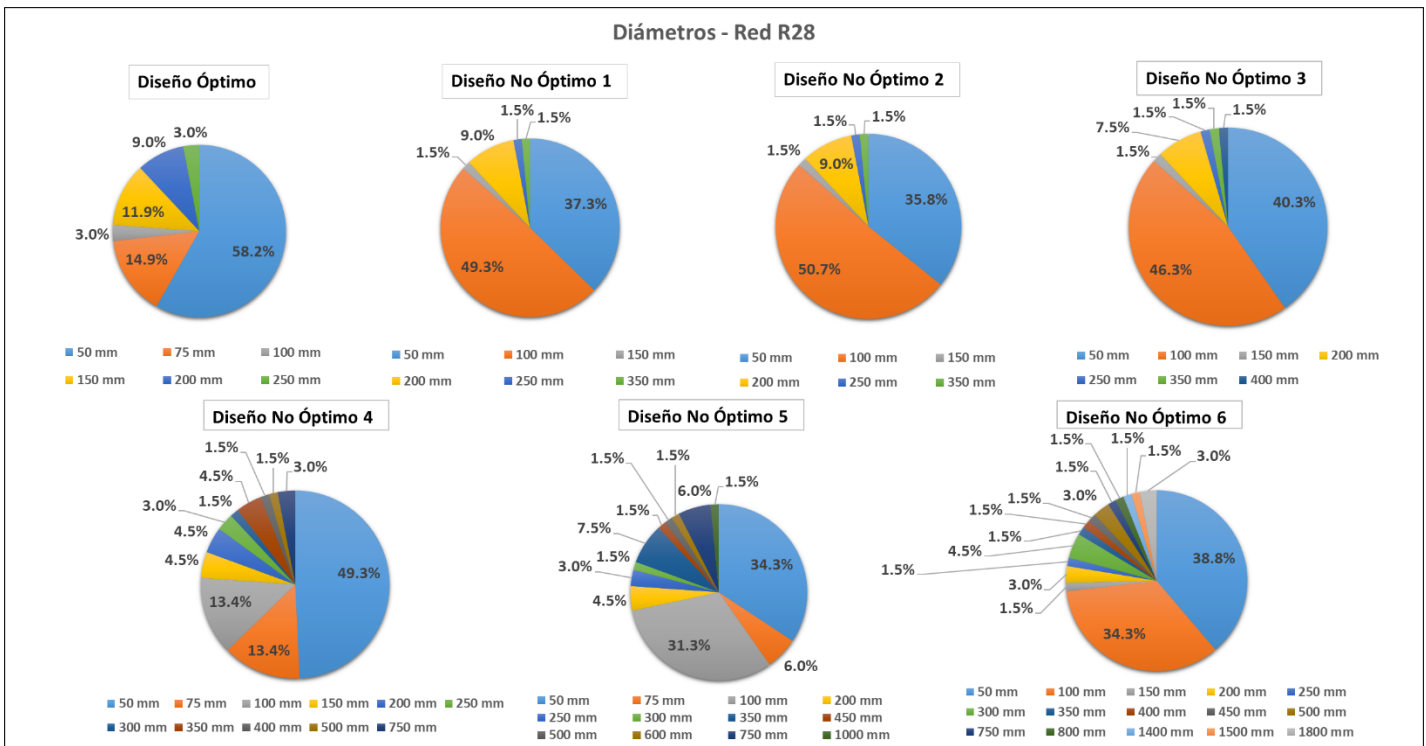


Figura 63. Distribución de diámetros - Red R28.

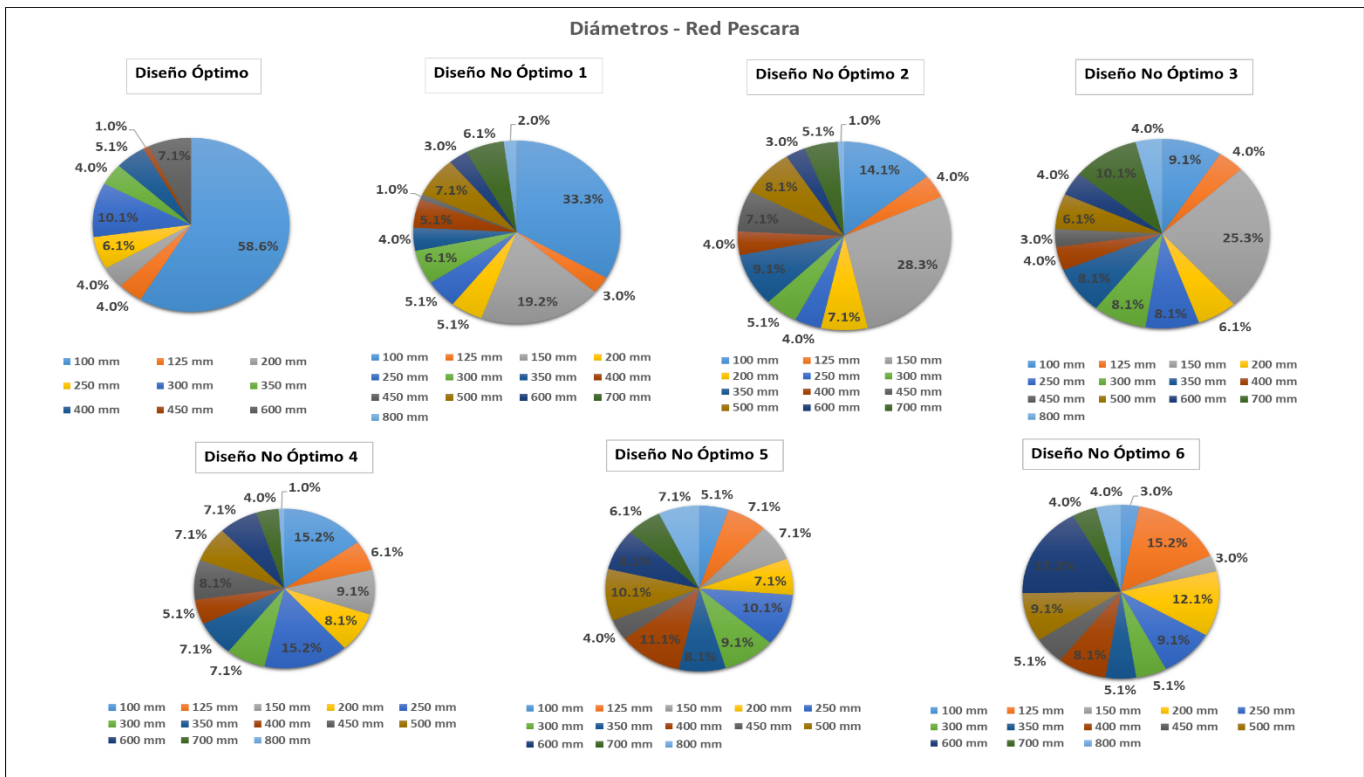


Figura 66. Distribución de diámetros - Red Pescara.

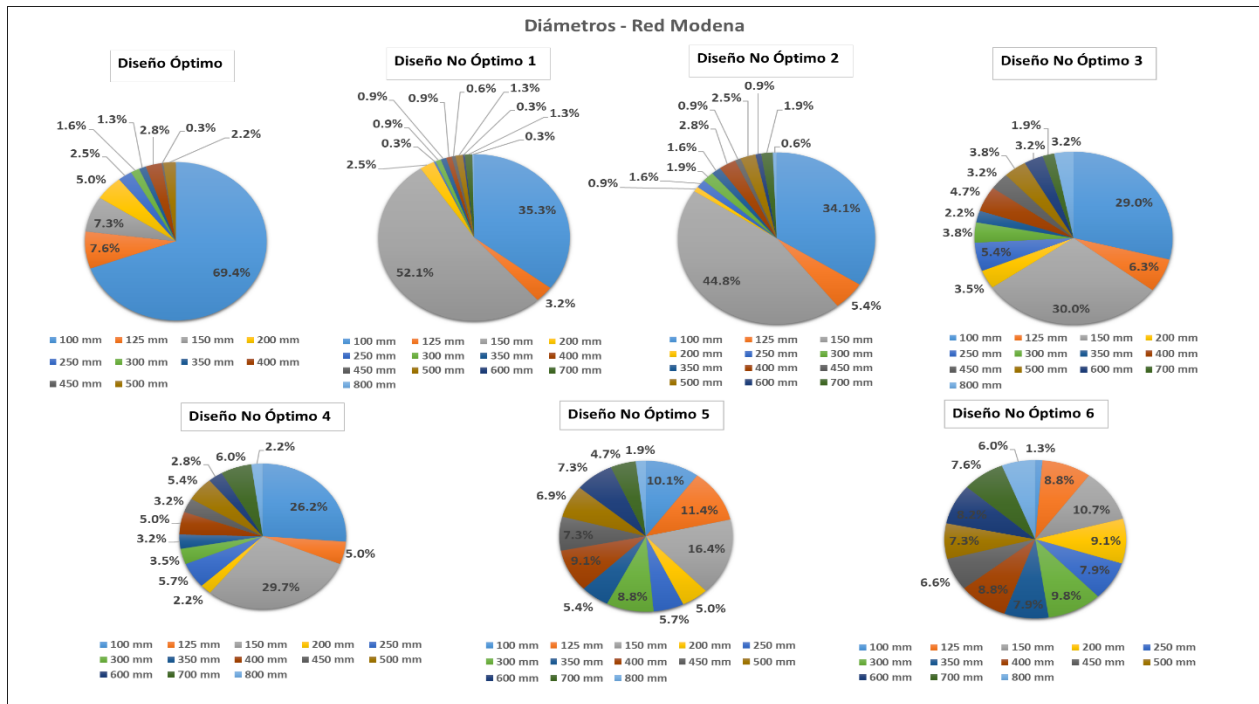


Figura 65. Distribución de diámetros - Red Modena.

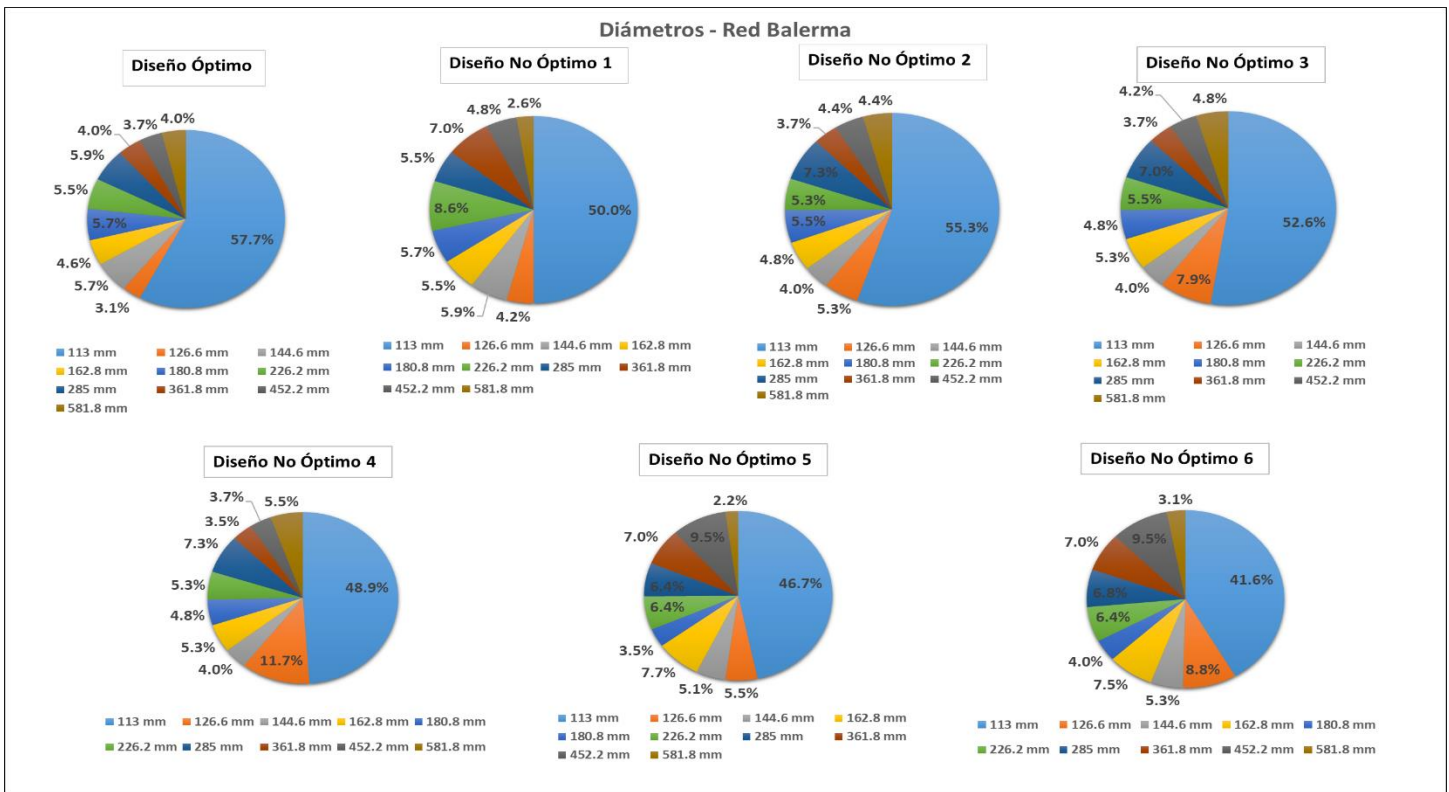


Figura 68. Distribución de diámetros - Red Balerna.

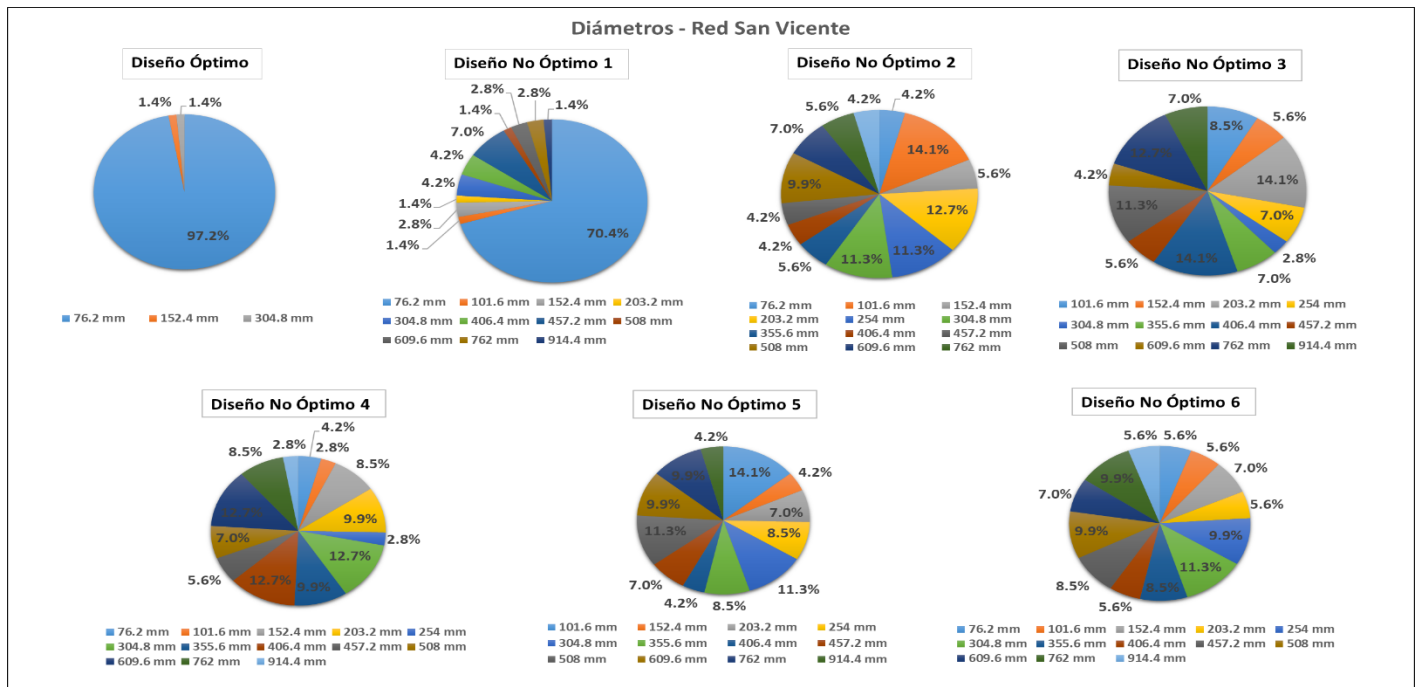


Figura 67. Distribución de diámetros - Red San Vicente.

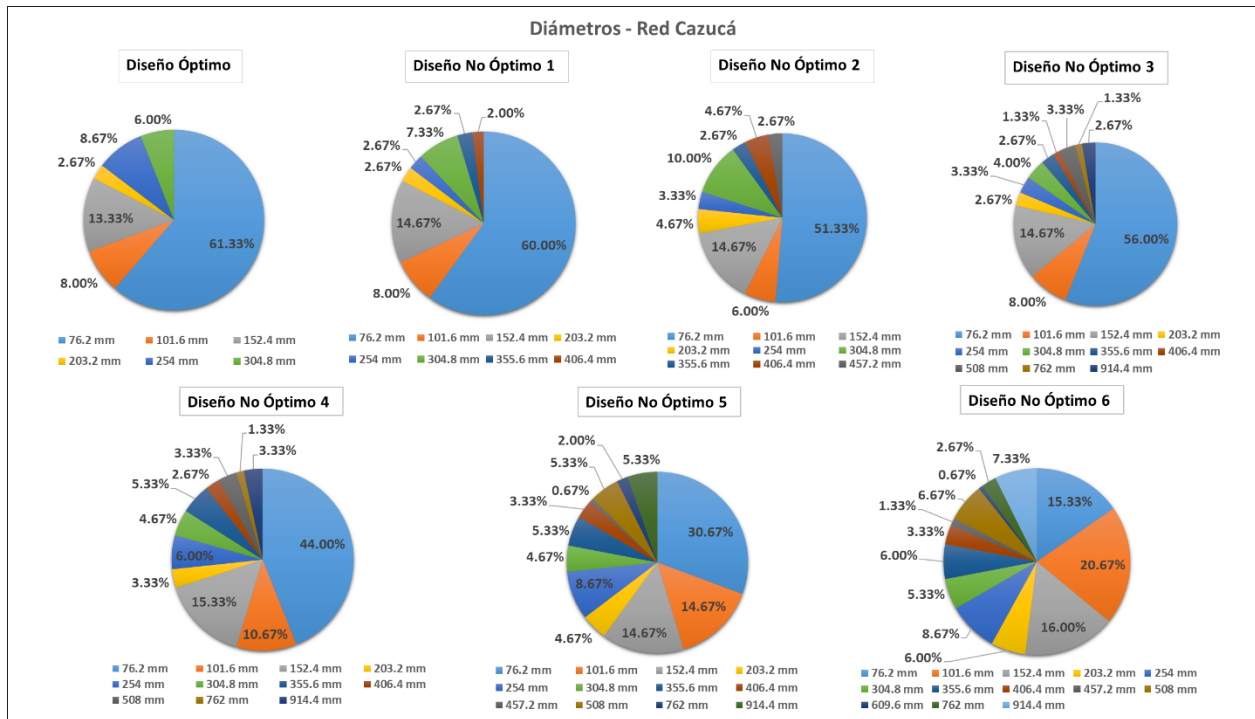


Figura 69. Distribución de diámetros - Red Cazucá.

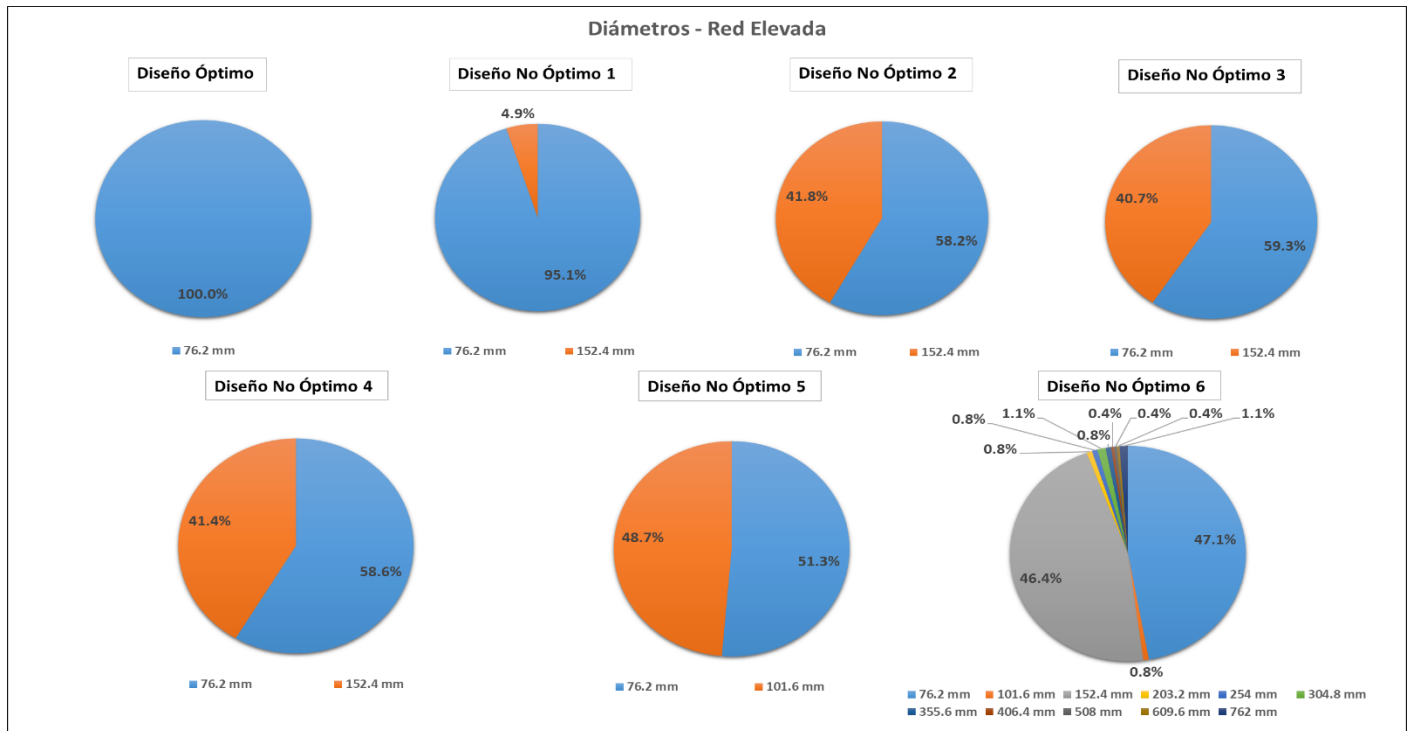


Figura 70. Distribución de diámetros - Red Elevada.

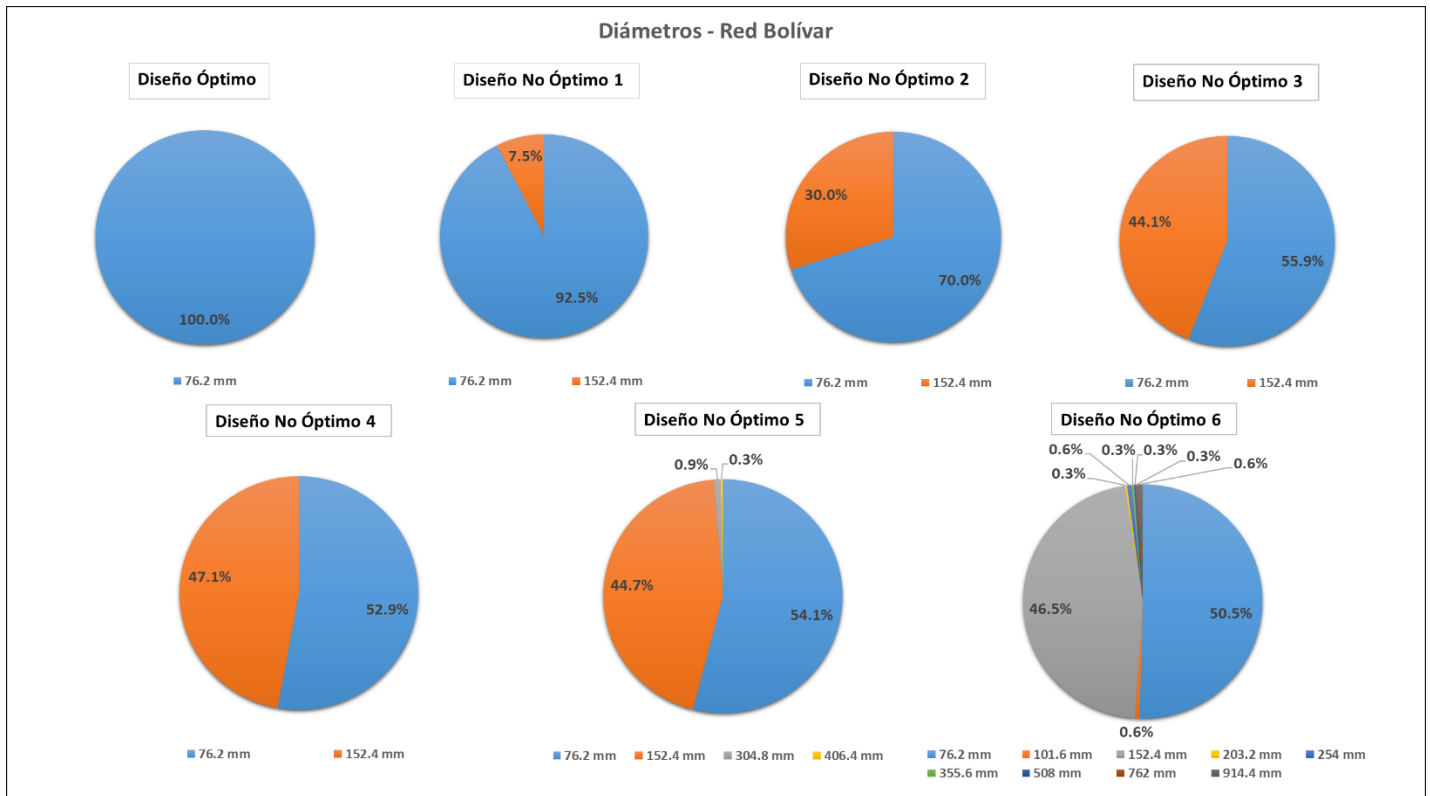


Figura 72. Distribución de diámetros - Red Bolívar.

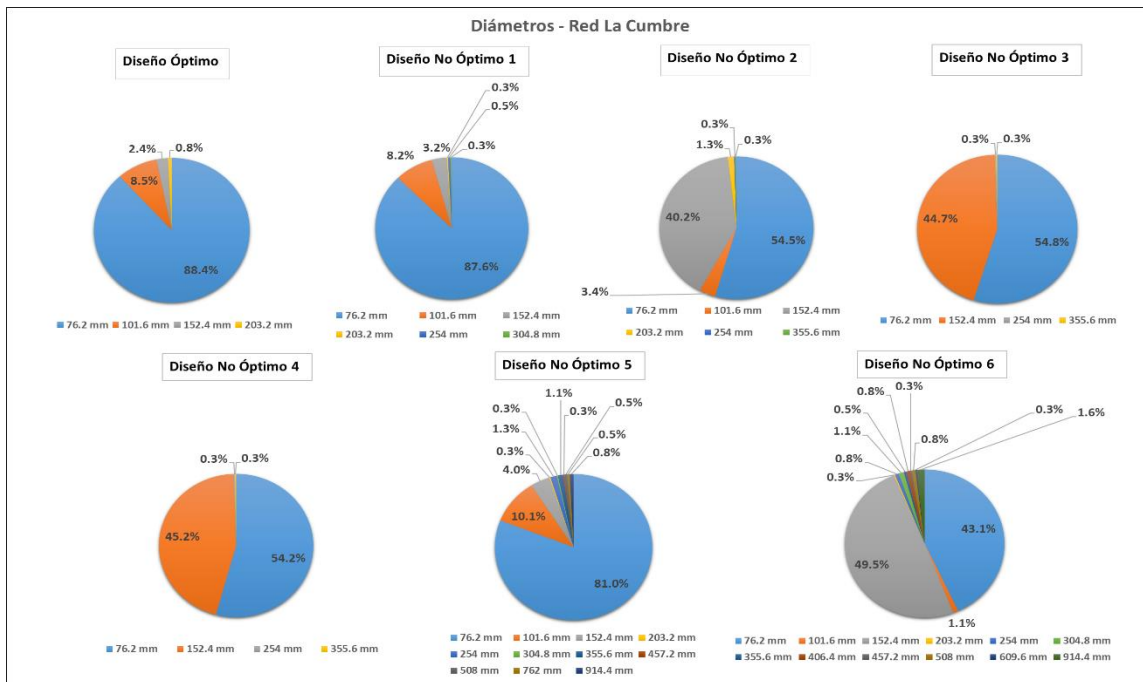


Figura 71. Distribución de diámetros - Red La Cumbre.

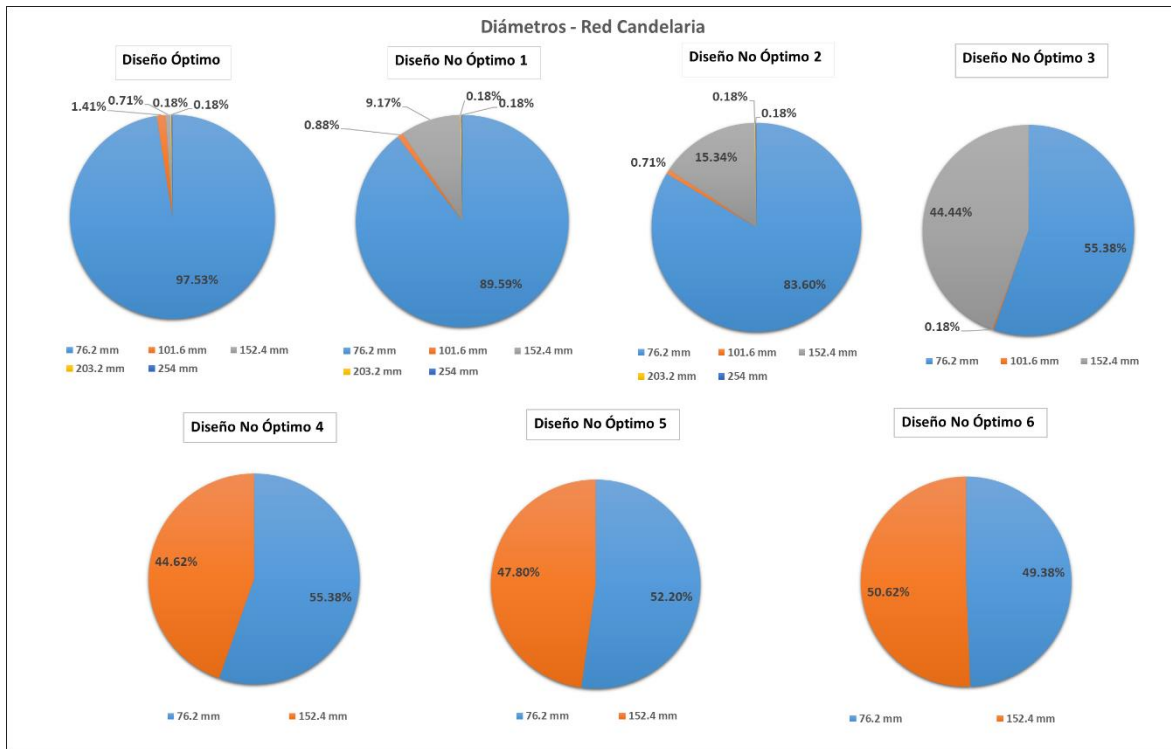


Figura 73. Distribución de diámetros - Red Candelaria.

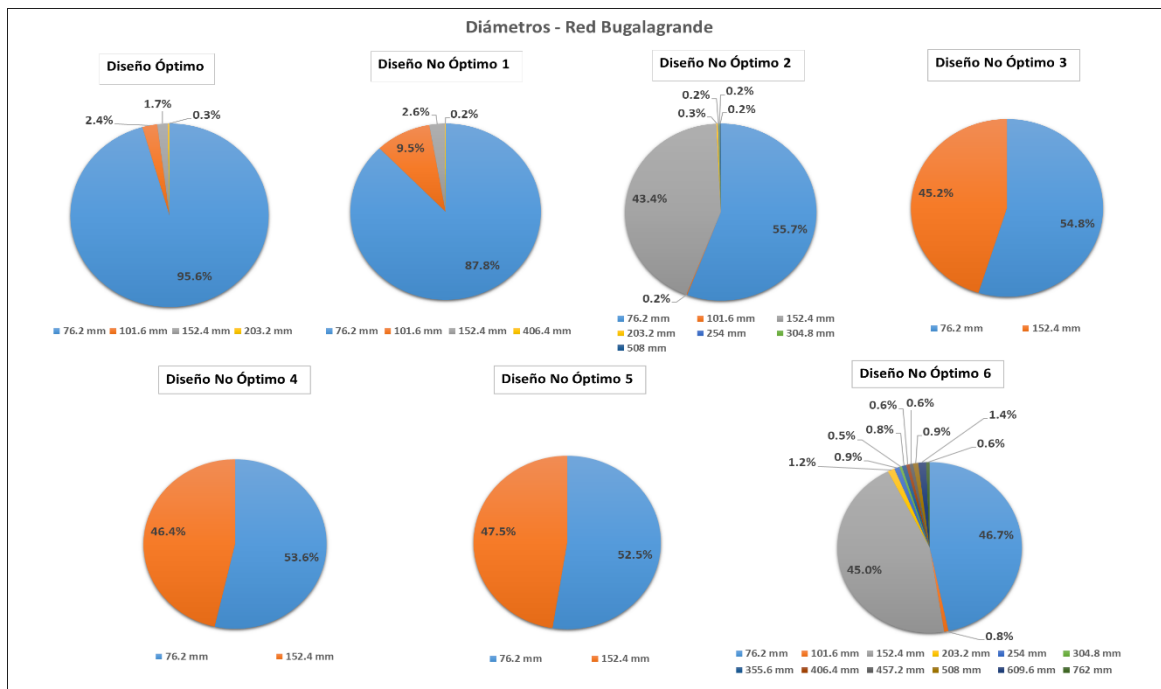


Figura 74. Distribución de diámetros - Red Bugalagrande.

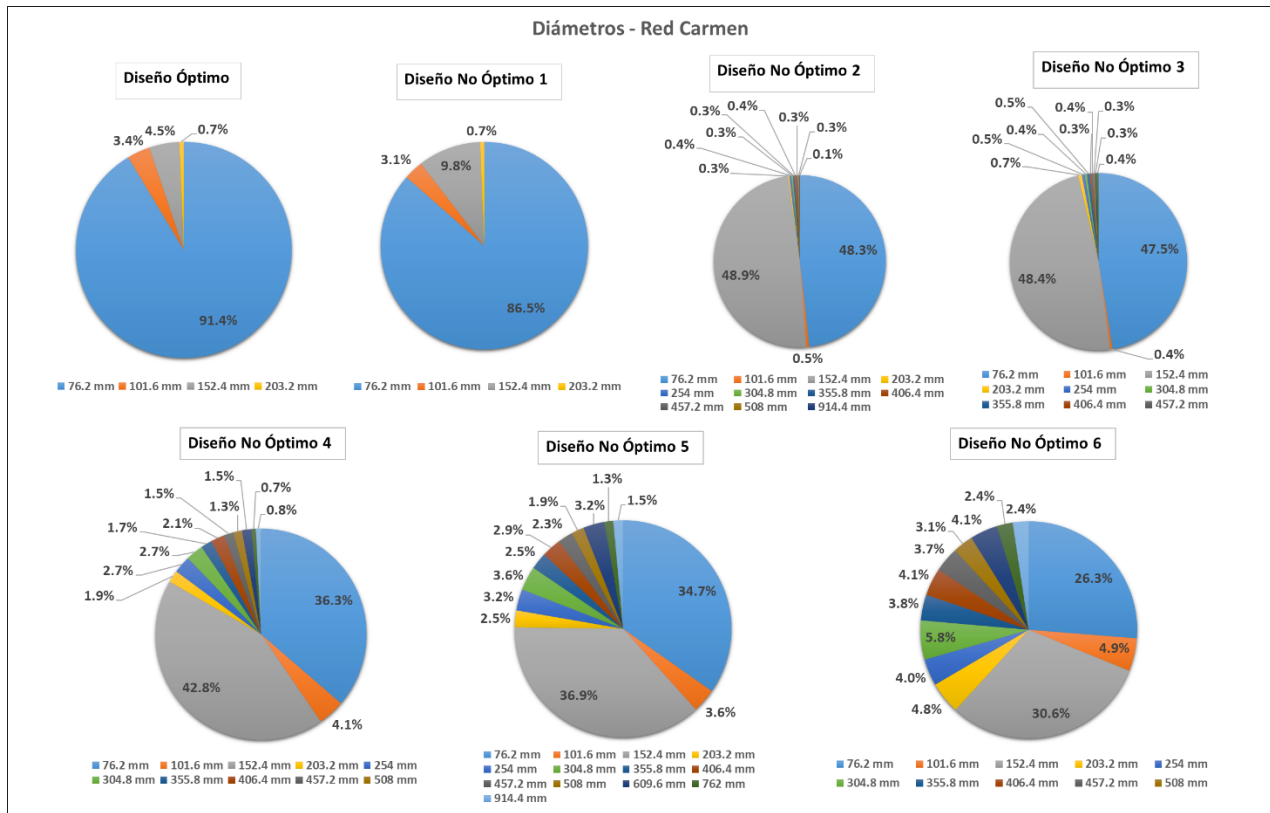


Figura 75. Distribución de diámetros - Red Carmen.

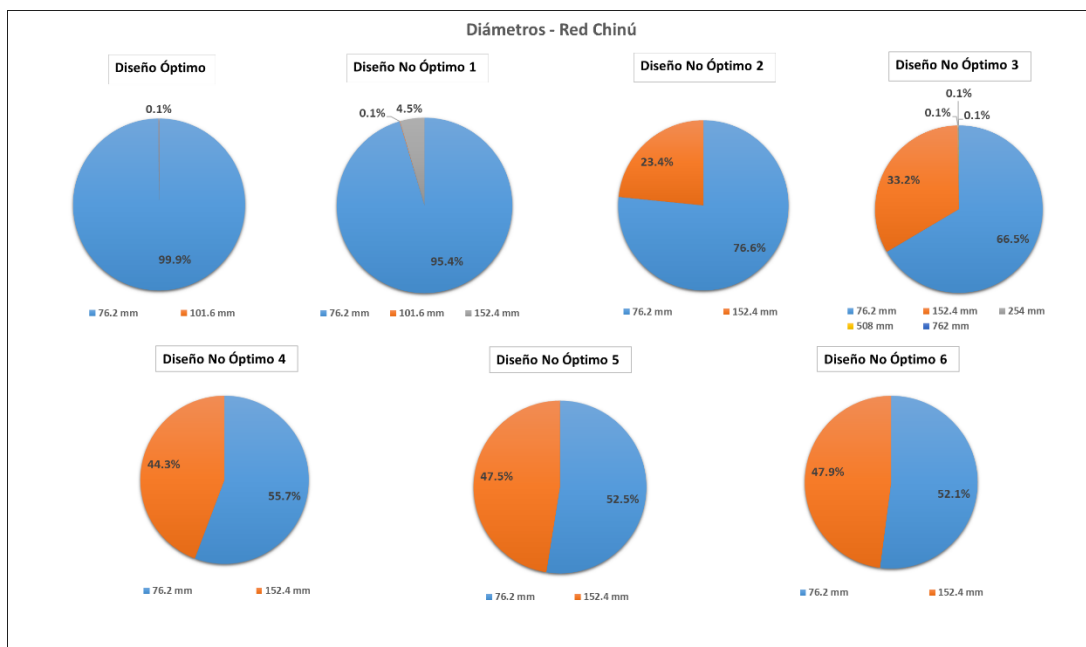


Figura 76. Distribución de diámetros - Red Chinú.

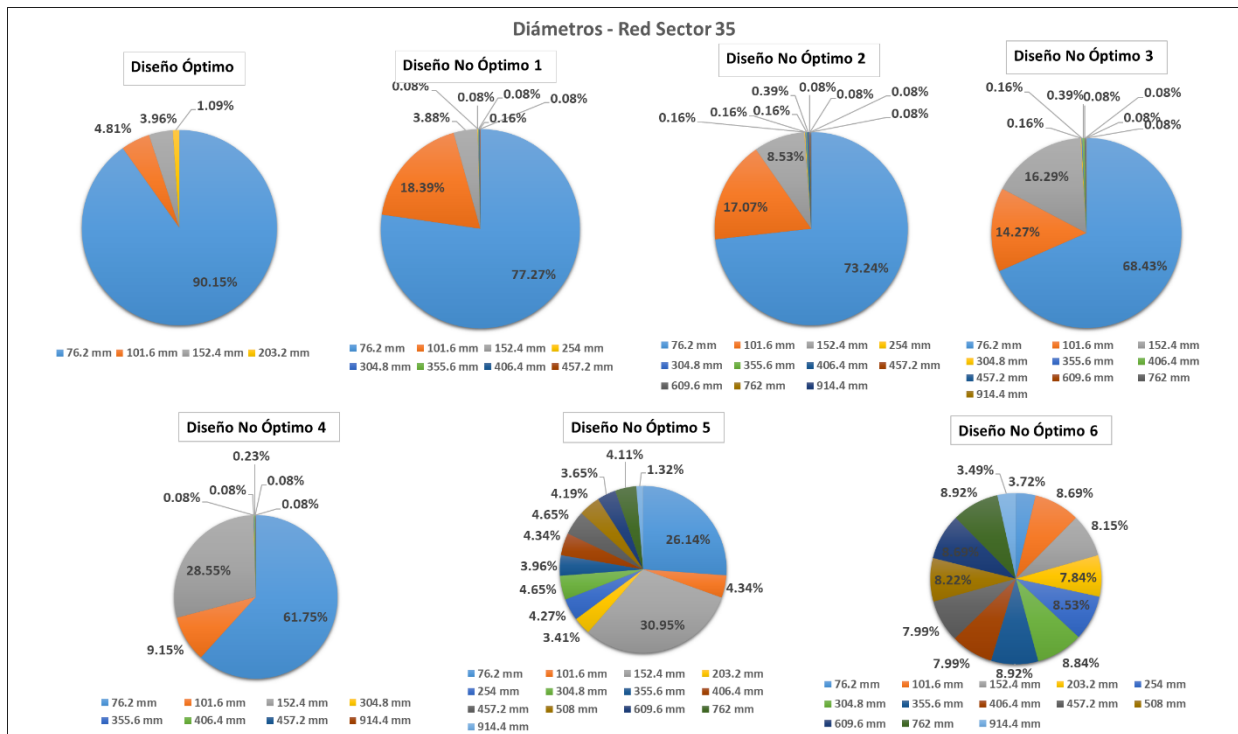


Figura 77. Distribución de diámetros - Red Sector 35.

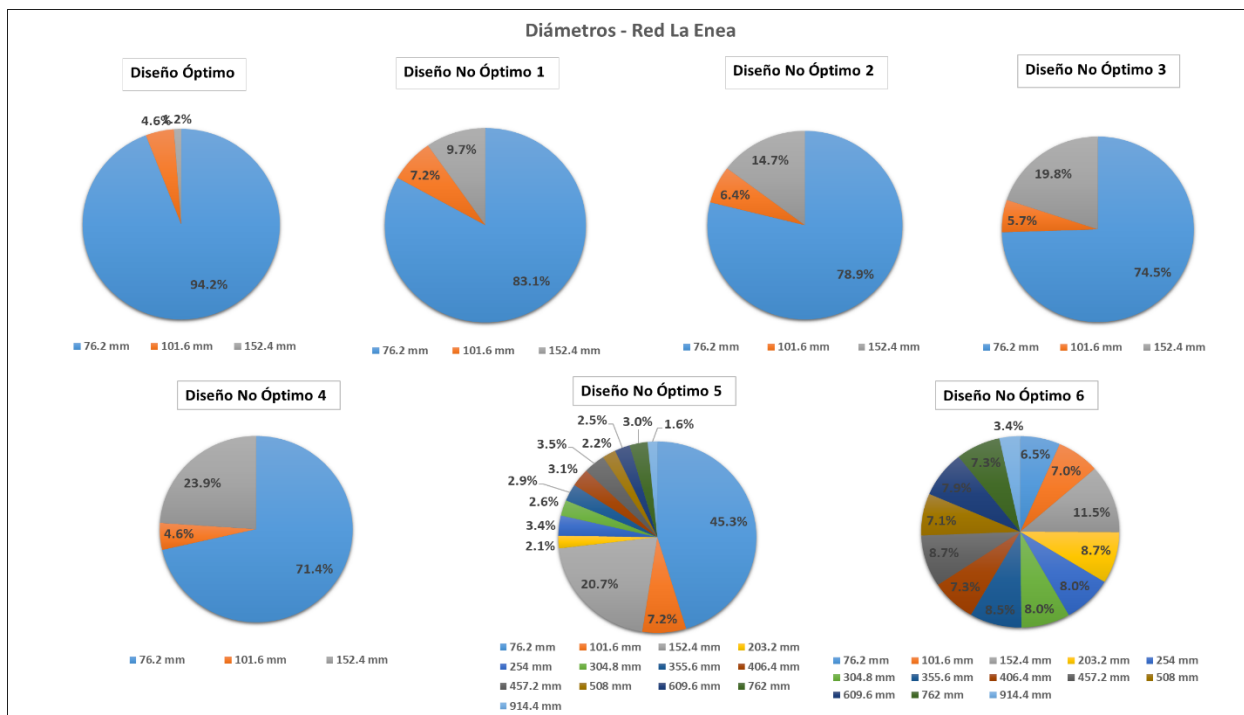


Figura 78. Distribución de diámetros - Red La Enea.

5.1.3 Superficies de Gradiente Hidráulico

5.1.3.1 Red Two Loops

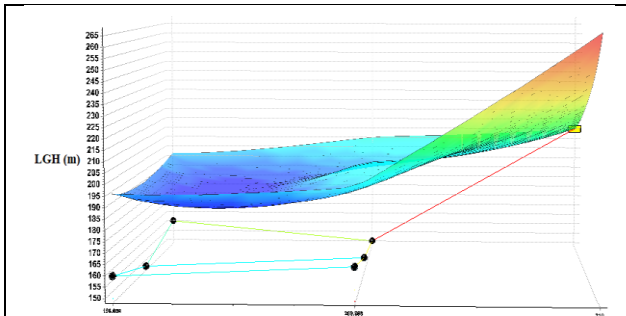


Figura 79. SOP Red Two Loops - REDES 2019.

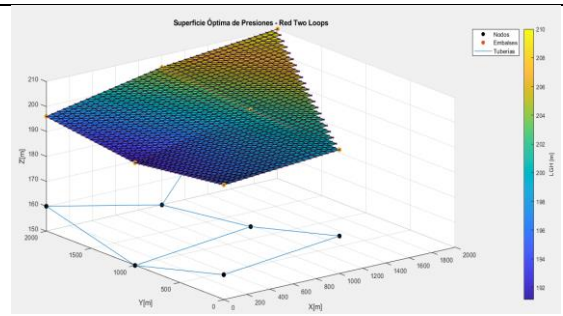


Figura 80. SOP Red Two Loops - MATLAB.

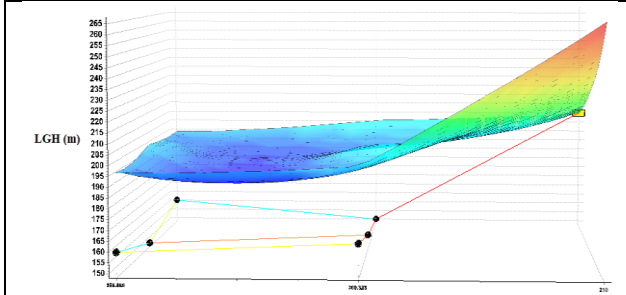


Figura 81. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Loops - REDES 2019.

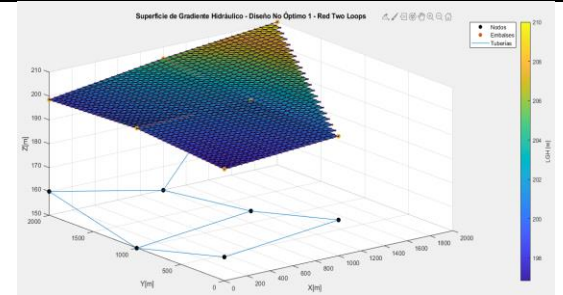


Figura 82. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Loops - MATLAB.

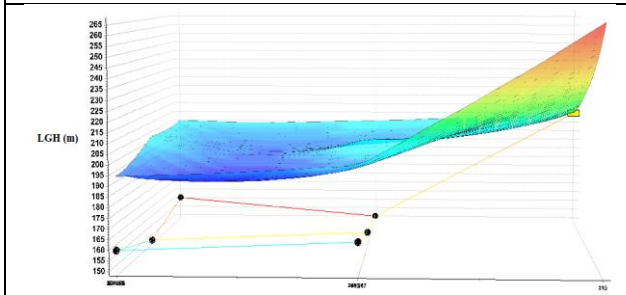


Figura 83. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Loops - REDES 2019.

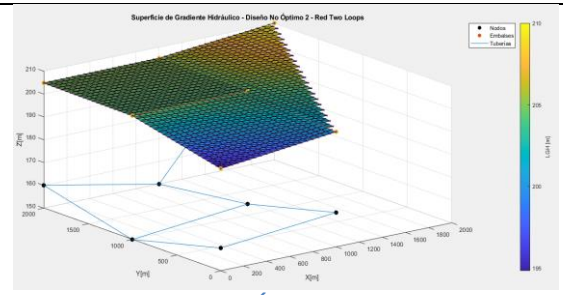


Figura 84. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Loops - MATLAB.

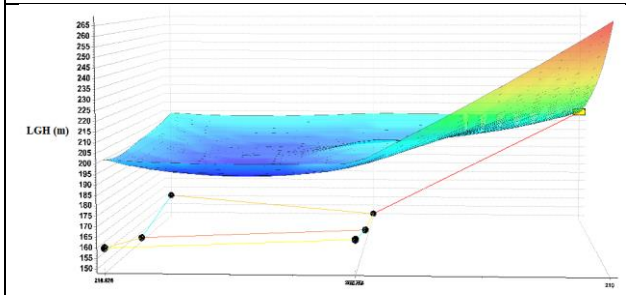


Figura 85. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Loops - REDES 2019.

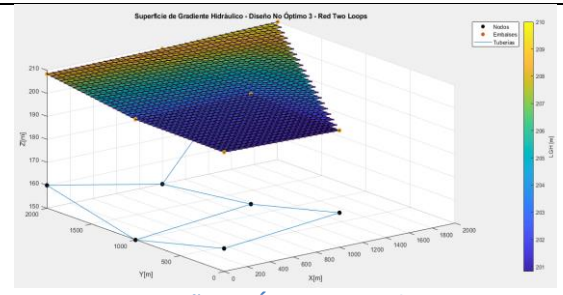


Figura 86. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Loops - MATLAB.

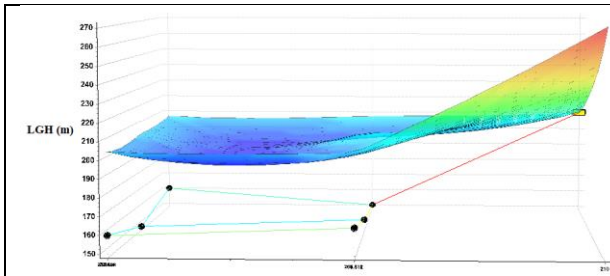


Figura 87. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Loops - REDES 2019.

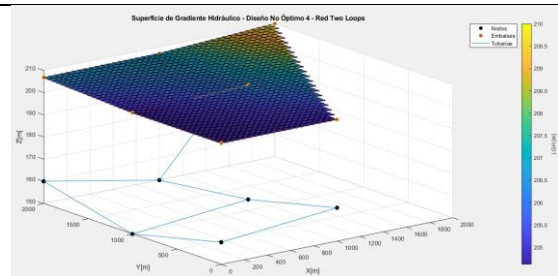


Figura 88. Diseño No Óptimo 4 - Red Two Loops - MATLAB.

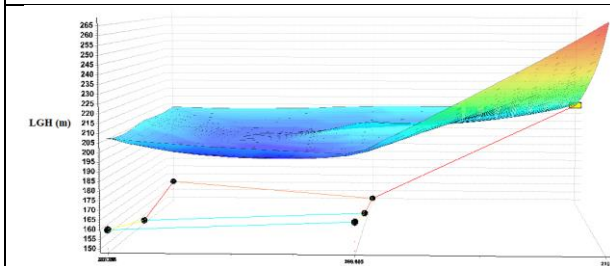


Figura 89. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Loops - REDES 2019.

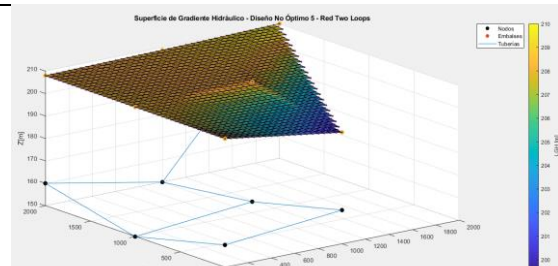


Figura 90. Diseño No Óptimo 5 - Red Two Loops - MATLAB.

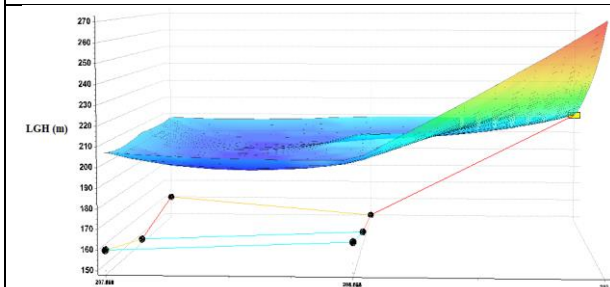


Figura 91. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Loops - REDES 2019.

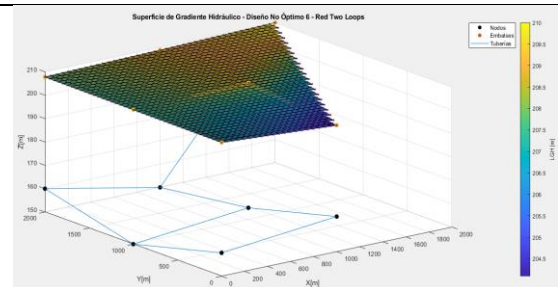


Figura 92. Diseño No Óptimo 6 - Red Two Loops - MATLAB.

5.1.3.2 Red Two Reservoirs

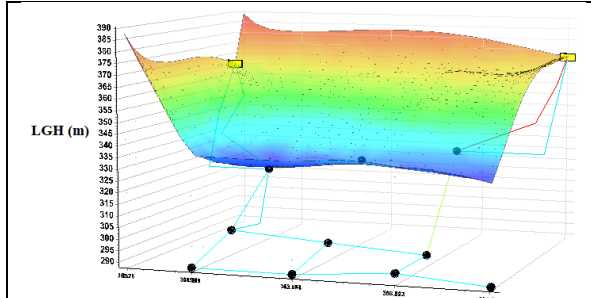


Figura 93. SOP Red Two Reservoirs – REDES 2019.

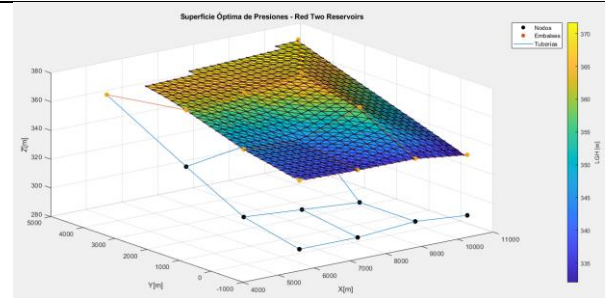


Figura 94. SOP Red Two Reservoirs - MATLAB.

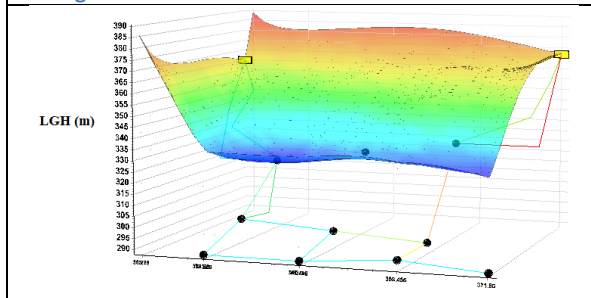


Figura 95. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.

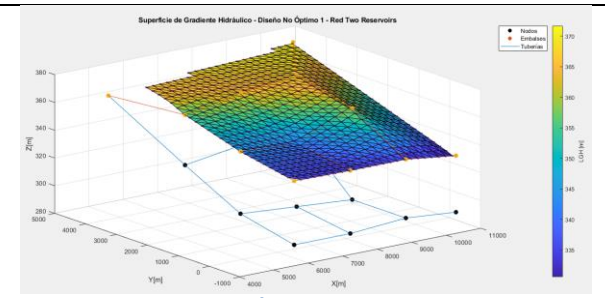


Figura 96. Diseño No Óptimo 1 - Red Two Reservoirs - MATLAB.

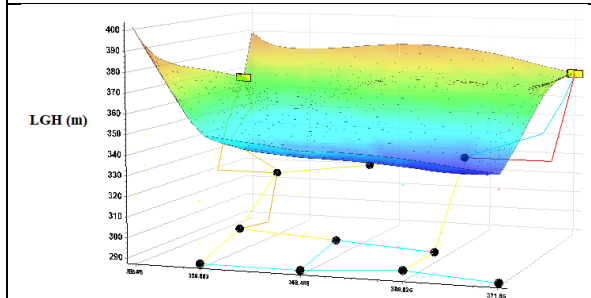


Figura 97. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.

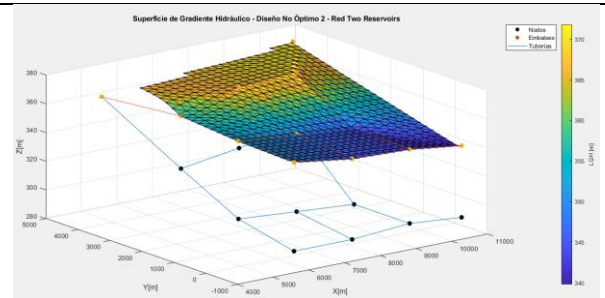


Figura 98. Diseño No Óptimo 2 - Red Two Reservoirs - MATLAB.

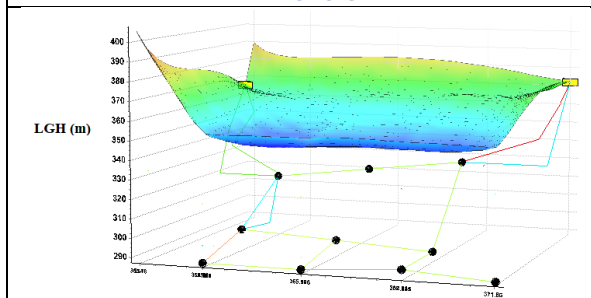


Figura 99. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Reservoirs - REDES 2019.

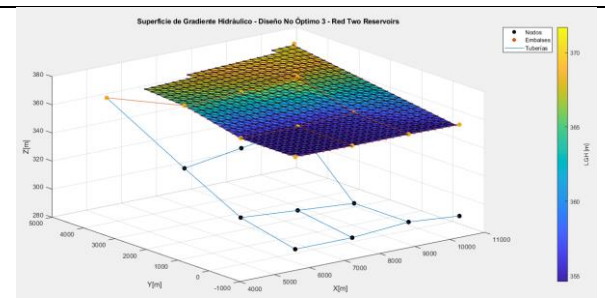
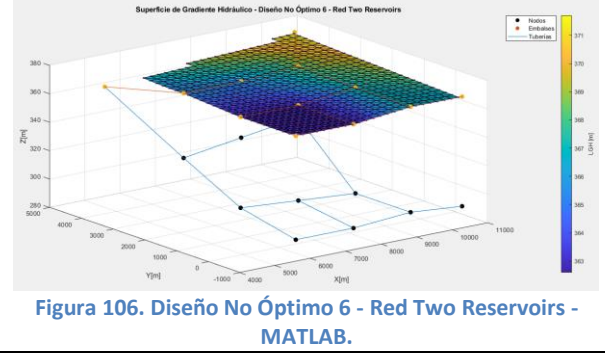
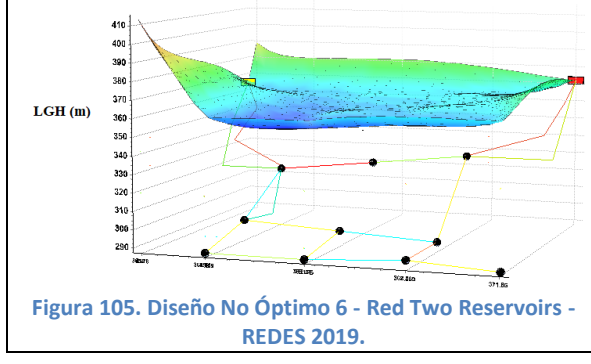
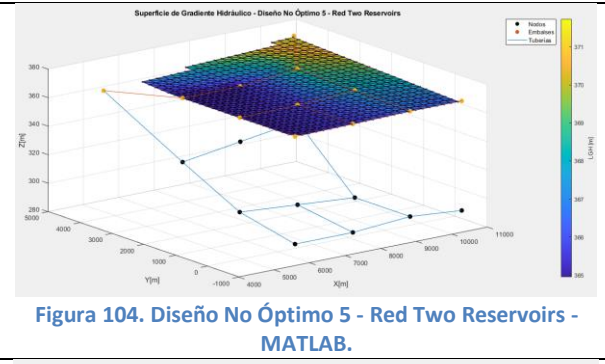
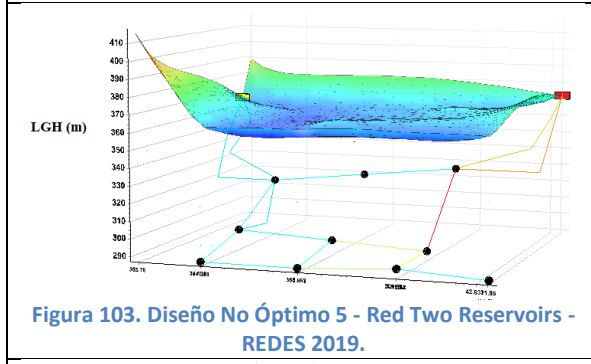
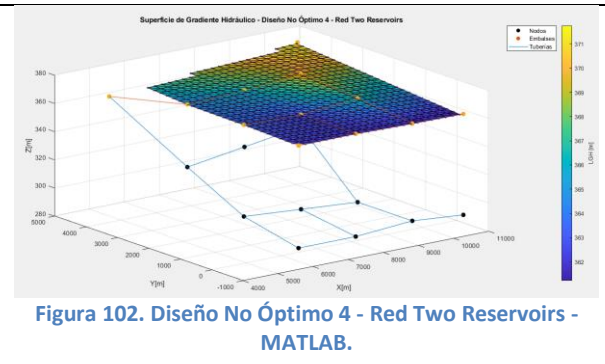
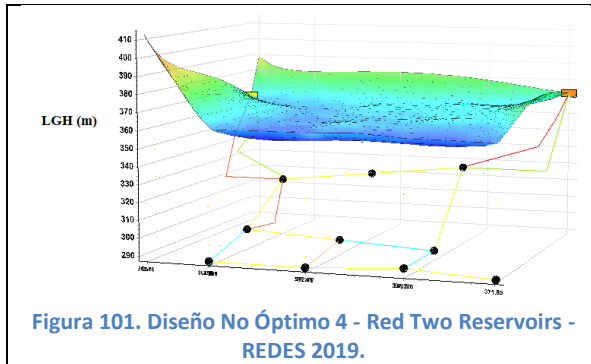


Figura 100. Diseño No Óptimo 3 - Red Two Reservoirs - MATLAB.



5.1.3.3 Red Taichung

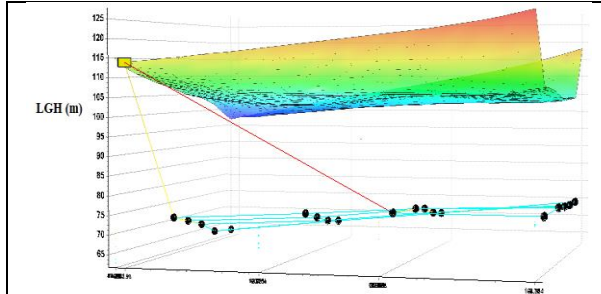


Figura 107- SOP Red Taichung - REDES 2019.

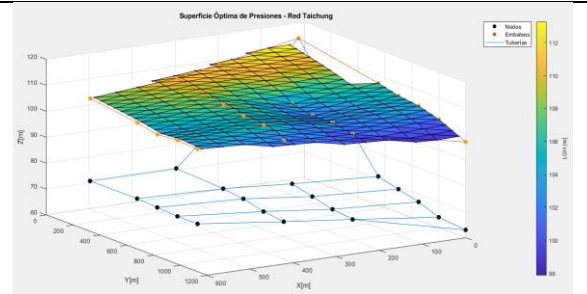


Figura 108. SOP Red Taichung - MATLAB.

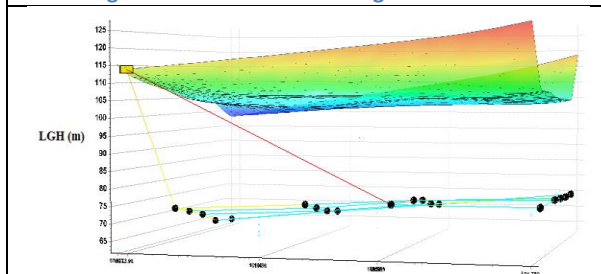


Figura 109. Diseño No Óptimo 1 - Red Taichung - REDES 2019.

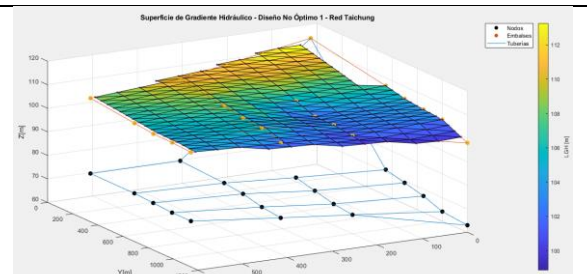


Figura 110. Diseño No Óptimo 1 - Red Taichung - MATLAB.

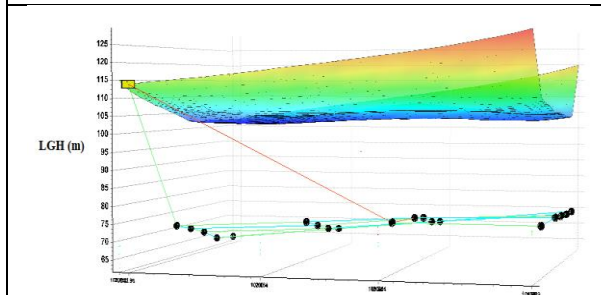


Figura 111. Diseño No Óptimo 2 - Red Taichung - REDES 2019.

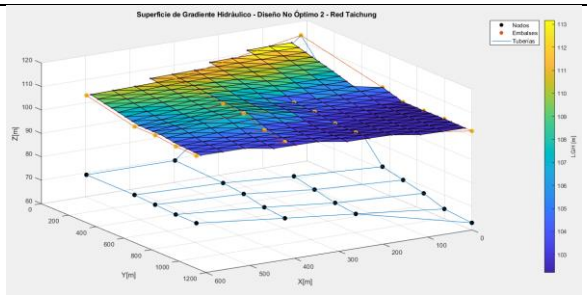


Figura 112. Diseño No Óptimo 2 - Red Taichung - REDES 2019.

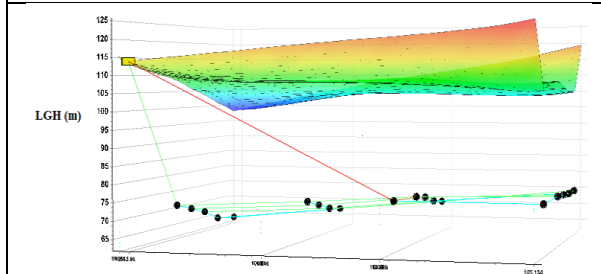


Figura 113. Diseño No Óptimo 3 - Red Taichung - REDES 2019.

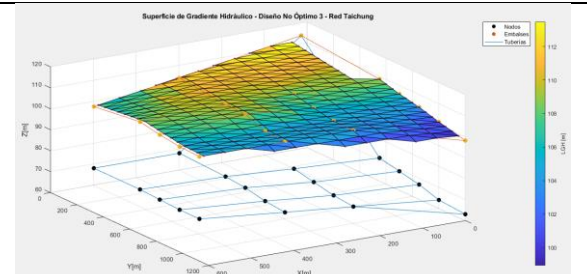


Figura 114. Diseño No Óptimo 3 - Red Taichung - MATLAB.

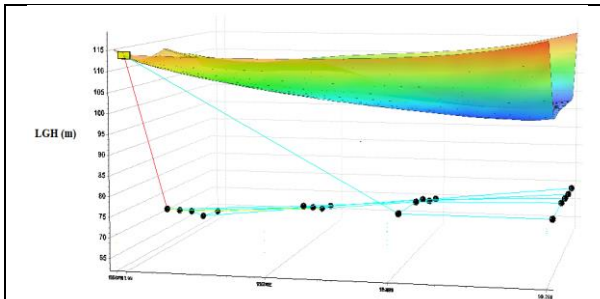


Figura 115. Diseño No Óptimo 4 - Red Taichung - REDES 2019.

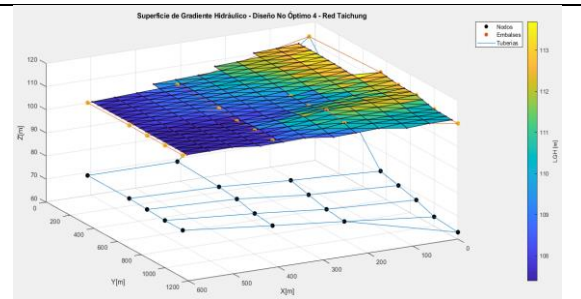


Figura 116. Diseño No Óptimo 4 - Red Taichung - REDES 2019.

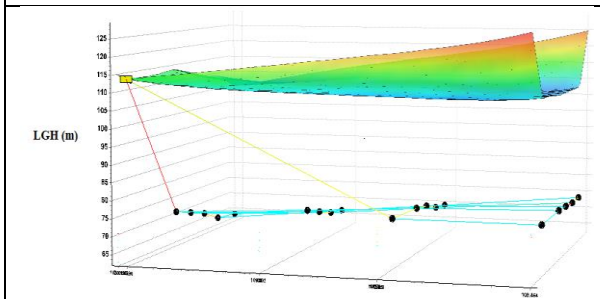


Figura 117. Diseño No Óptimo 5 - Red Taichung - REDES 2019.

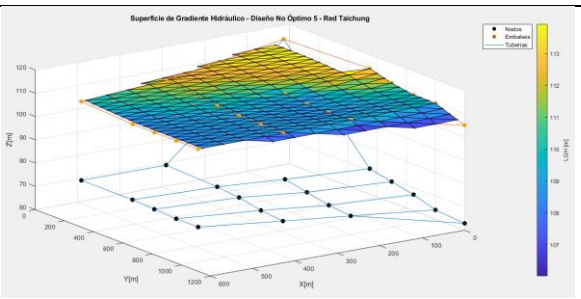


Figura 118. Diseño No Óptimo 5 - Red Taichung - MATLAB.

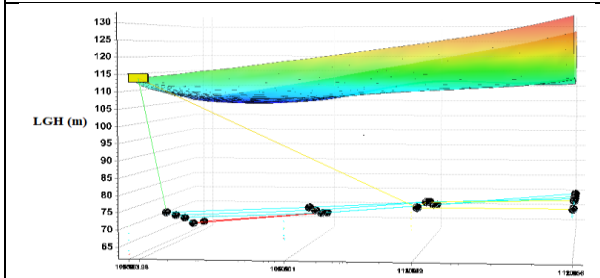


Figura 119. Diseño No Óptimo 6 - Red Taichung - REDES 2019.

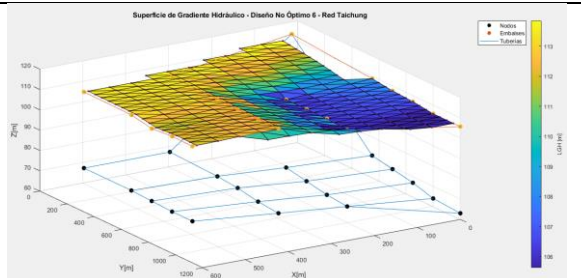


Figura 120. Diseño No Óptimo 6 - Red Taichung - REDES 2019.

5.1.3.4 Red Hanoi

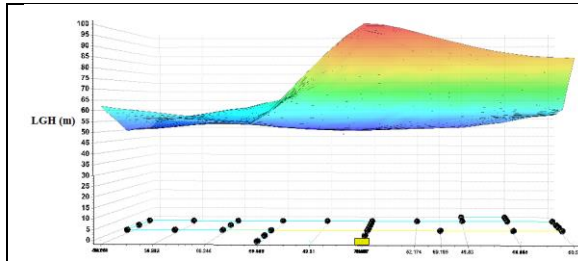


Figura 121. SOP Red Hanoi - REDES 2019.

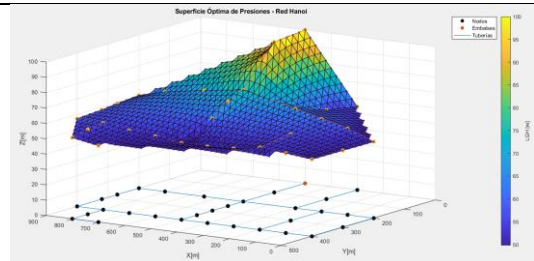


Figura 122. SOP Red Hanoi - MATLAB.

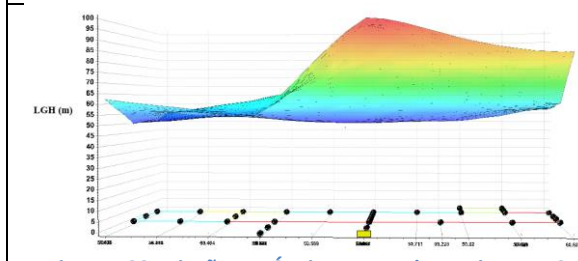


Figura 123. Diseño No Óptimo 1 - Red Hanoi - REDES 2019.

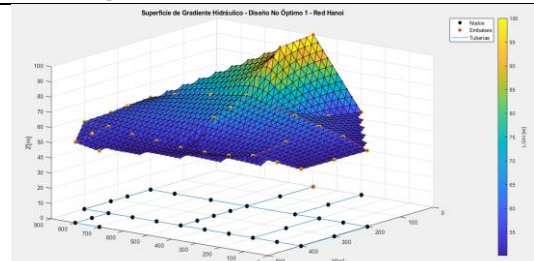


Figura 124. Diseño No Óptimo 1 - Red Hanoi - MATLAB.

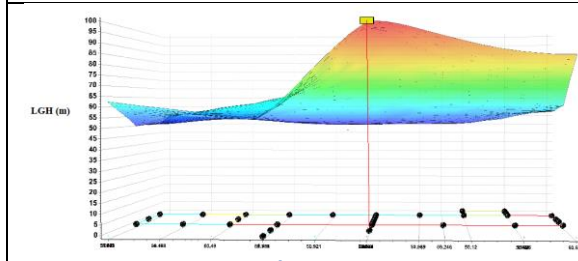


Figura 125. Diseño No Óptimo 2 - Red Hanoi - REDES 2019.

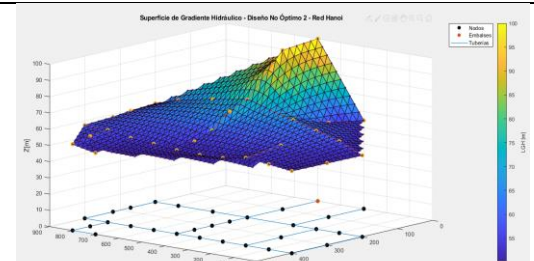


Figura 126. Diseño No Óptimo 2 - Red Hanoi - MATLAB.

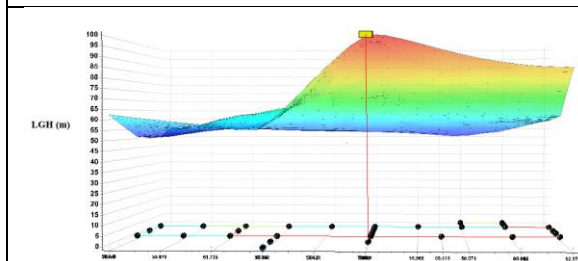


Figura 127. Diseño No Óptimo 3 - Red Hanoi - REDES 2019.

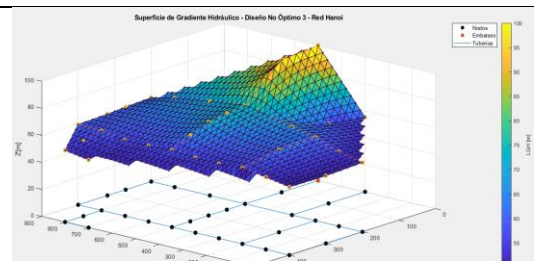


Figura 128. Diseño No Óptimo 3 - Red Hanoi - MATLAB.

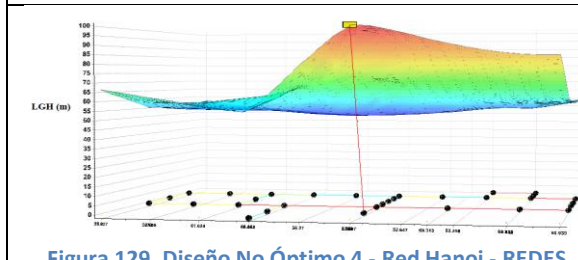


Figura 129. Diseño No Óptimo 4 - Red Hanoi - REDES 2019.

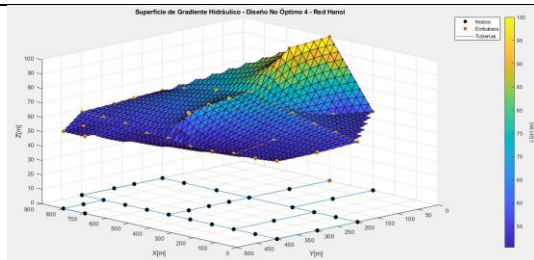


Figura 130. Diseño No Óptimo 4 - Red Hanoi - MATLAB.

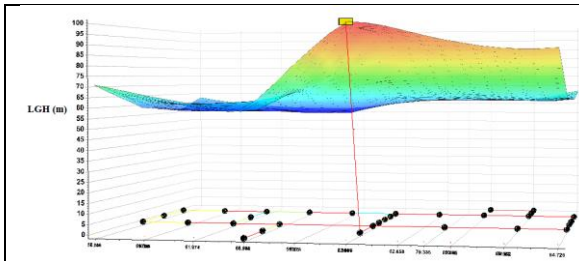


Figura 131. Diseño No Óptimo 5 - Red Hanoi - REDES 2019.

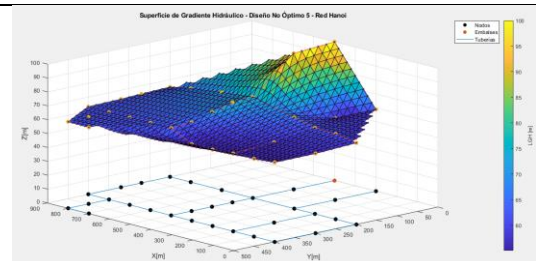


Figura 132. Diseño No Óptimo 5 - Red Hanoi - REDES 2019.

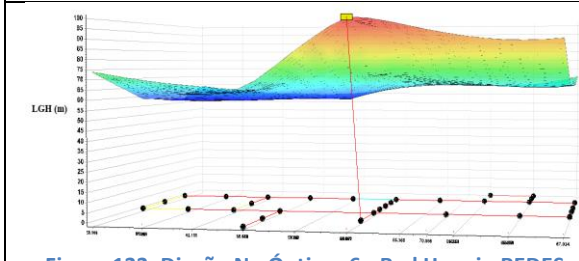


Figura 133. Diseño No Óptimo 6 - Red Hanoi - REDES 2019.

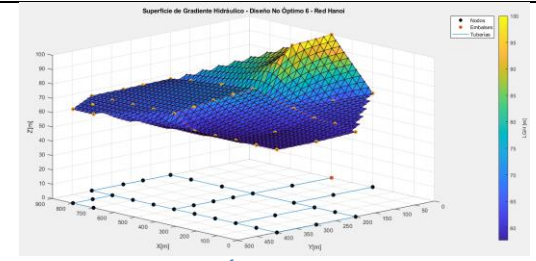


Figura 134. Diseño No Óptimo 6 - Red Hanoi – MATLAB.

5.1.3.5 Red Blackburn

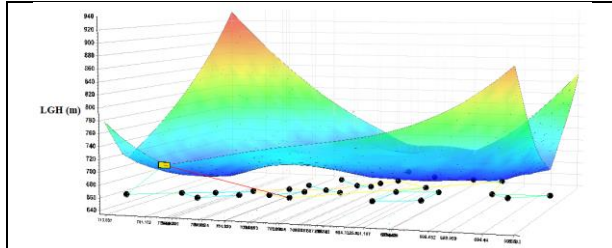


Figura 135. SOP Red Blackburn - REDES 2019.

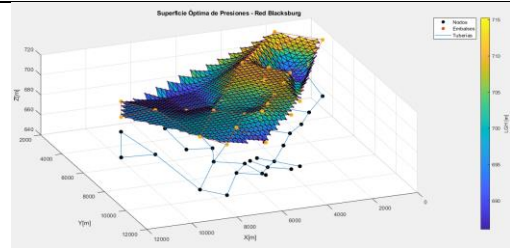


Figura 136. SOP Red Blackburn - MATLAB.

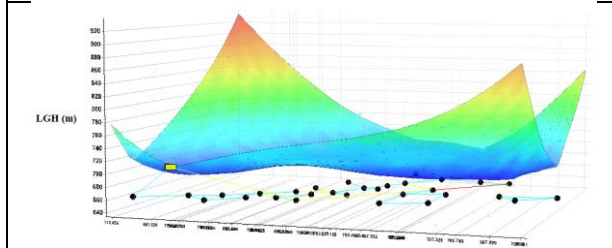


Figura 137. Diseño No Óptimo 1 - Red Blackburn - REDES 2019.

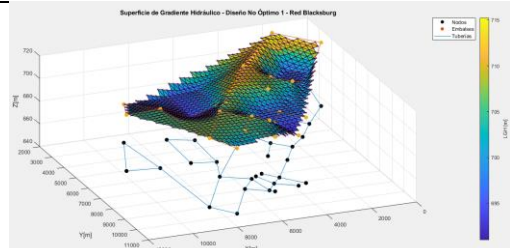


Figura 138. Diseño No Óptimo 1 - Red Blackburn - MATLAB.

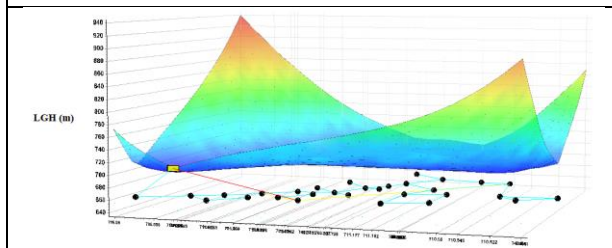


Figura 139. Diseño No Óptimo 2 - Red Blackburn - REDES 2019.

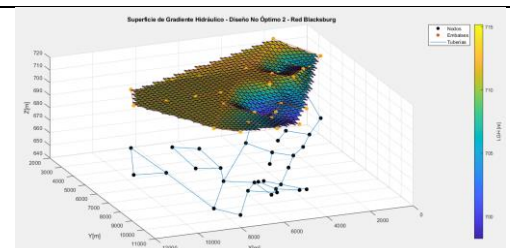


Figura 140. Diseño No Óptimo 2 - Red Blackburn - MATLAB.

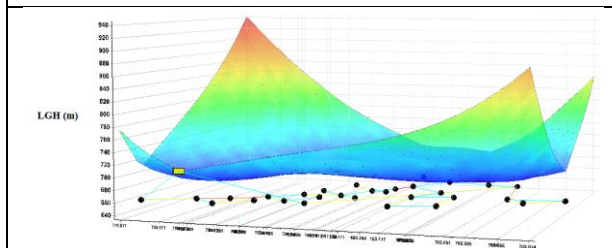


Figura 141. Diseño No Óptimo 3 - Red Blackburn - REDES 2019.

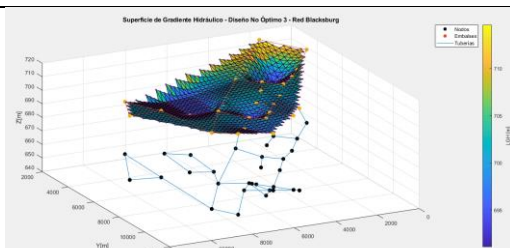


Figura 142. Diseño No Óptimo 3 - Red Blackburn - MATLAB.

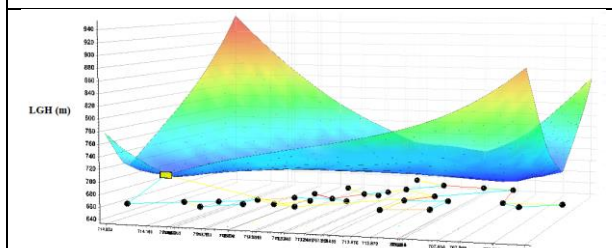


Figura 143. Diseño No Óptimo 4 - Red Blackburn - REDES 2019.

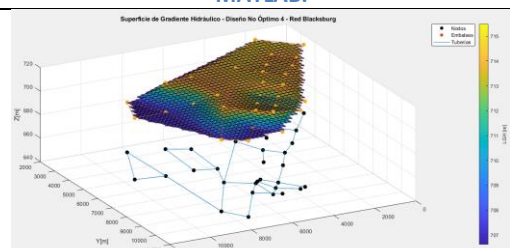


Figura 144. Diseño No Óptimo 4 - Red Blackburn - MATLAB.

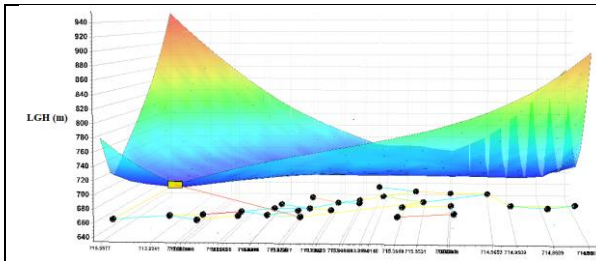


Figura 145. Diseño No Óptimo 5 - Red Blackburg - REDES 2019.

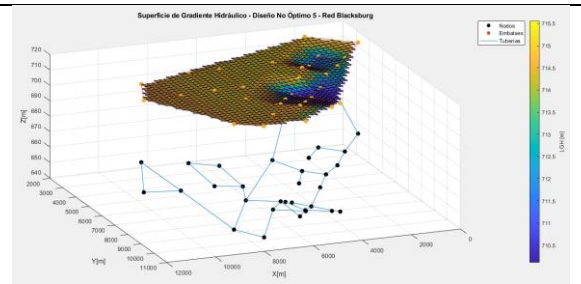


Figura 146. Diseño No Óptimo 5 - Red Blackburg - MATLAB.

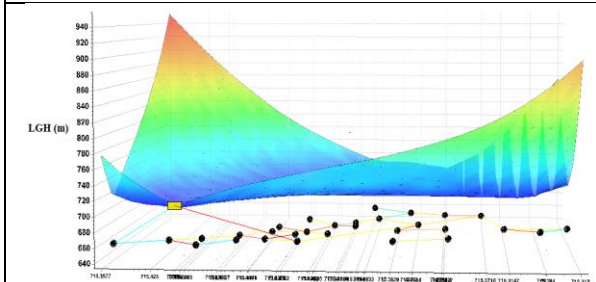


Figura 147. Diseño No Óptimo 6 - Red Blackburg - REDES 2019.

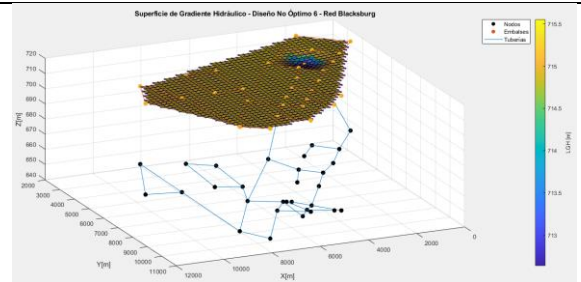


Figura 148. Diseño No Óptimo 6 - Red Blackburg - MATLAB.

5.1.3.6 Red New York Tunnels

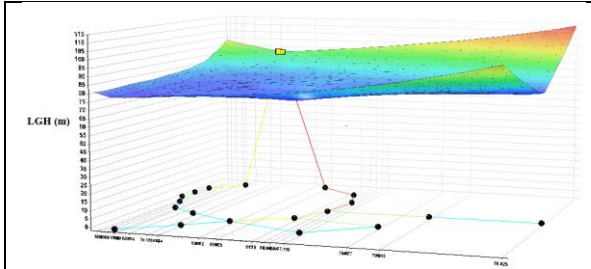


Figura 149. SOP Red New York Tunnels - REDES 2019.

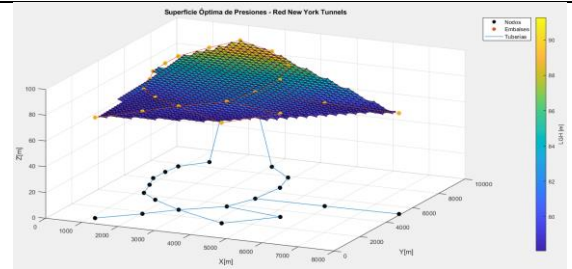


Figura 150. SOP Red New York Tunnels - MATLAB.

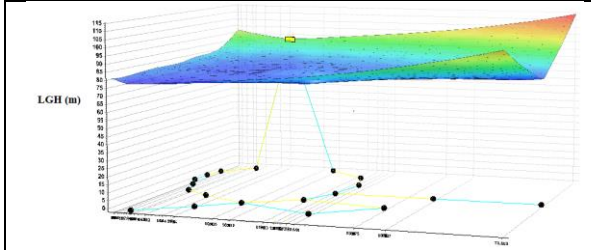


Figura 151. Diseño No Óptimo 1 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

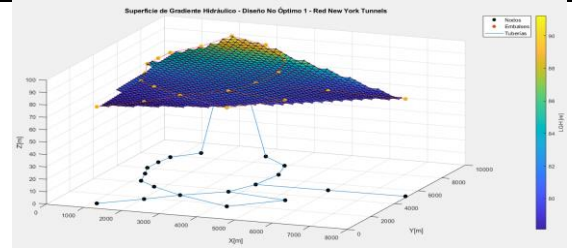


Figura 152. Diseño No Óptimo 1 - Red New York Tunnels - MATLAB.

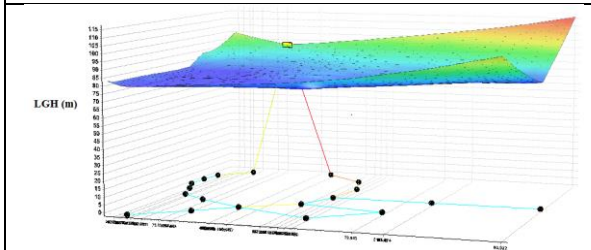


Figura 153. Diseño No Óptimo 2 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

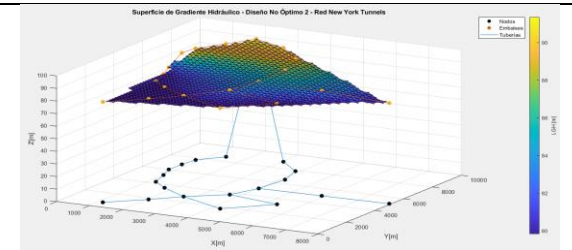


Figura 154. Diseño No Óptimo 2 - Red New York Tunnels - MATLAB.

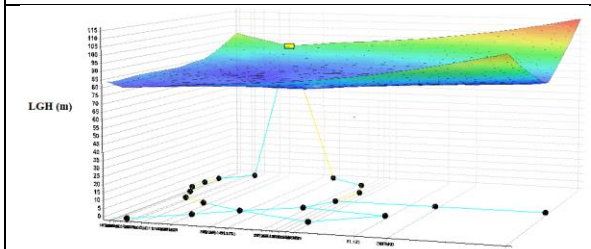


Figura 155. Diseño No Óptimo 3 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

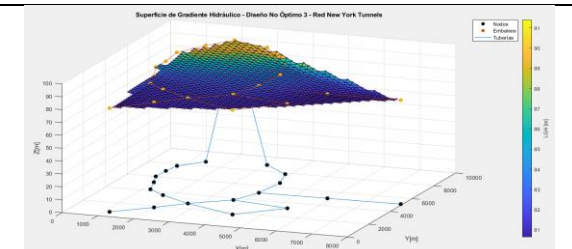


Figura 156. Diseño No Óptimo 3 - Red New York Tunnels - MATLAB.

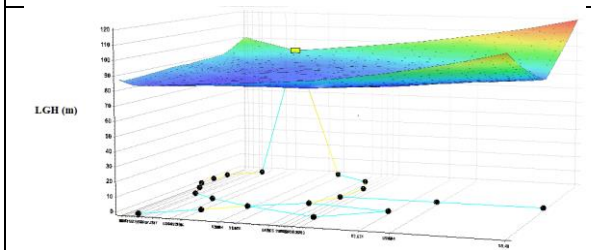


Figura 157. Diseño No Óptimo 4 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

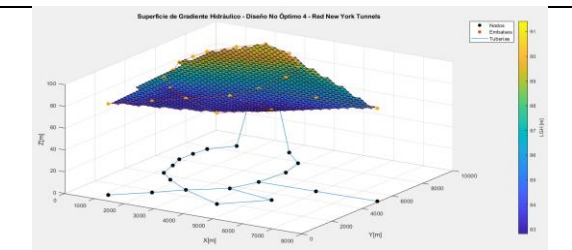


Figura 158. Diseño No Óptimo 4 - Red New York Tunnels - MATLAB.

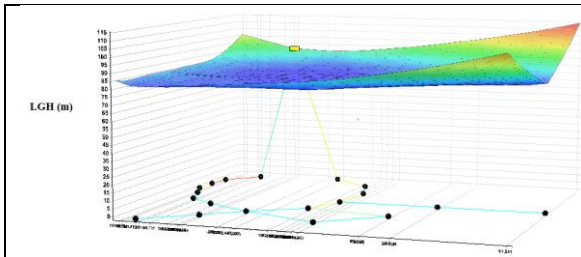


Figura 159. Diseño No Óptimo 5 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

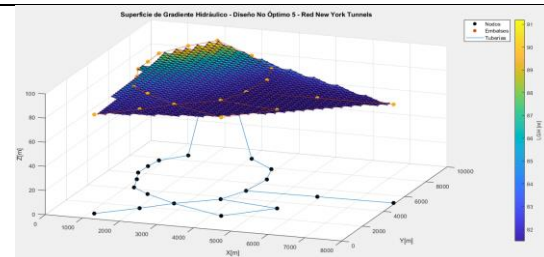


Figura 160. Diseño No Óptimo 5 - Red New York Tunnels - MATLAB.

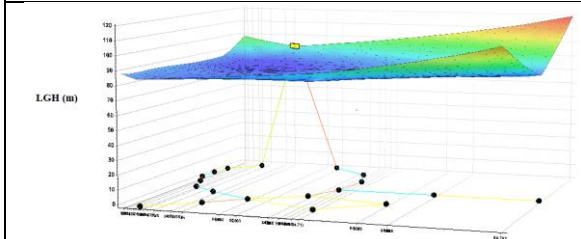


Figura 161. Diseño No Óptimo 6 - Red New York Tunnels - REDES 2019.

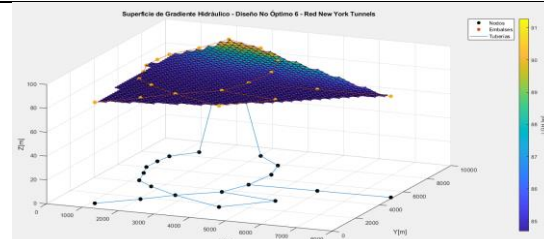


Figura 162. Diseño No Óptimo 6 - Red New York Tunnels - MATLAB.

5.1.3.7 Red BakRyan

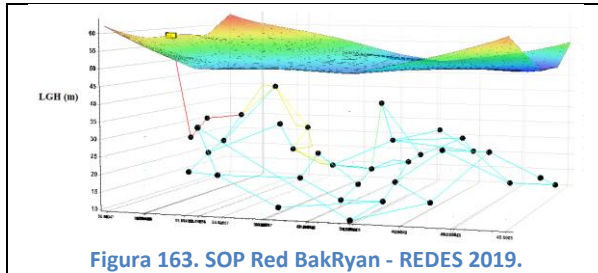


Figura 163. SOP Red BakRyan - REDES 2019.

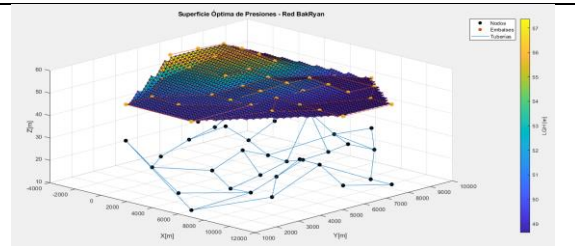


Figura 164. SOP Red BakRyan - MATLAB.

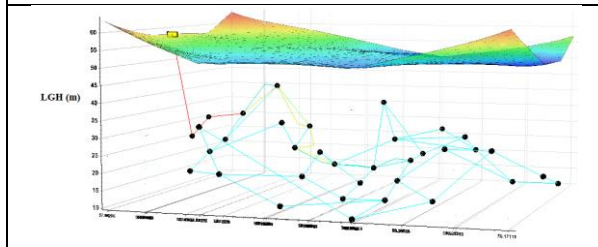


Figura 165. Diseño No Óptimo 1 - Red BakRyan - REDES 2019.

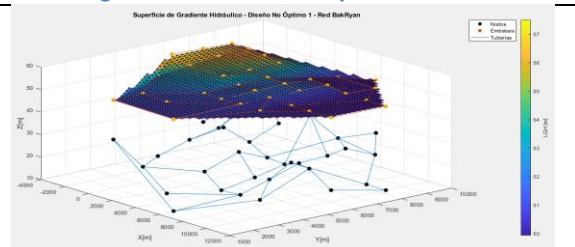


Figura 166. Diseño No Óptimo 1 - Red BakRyan - MATLAB.

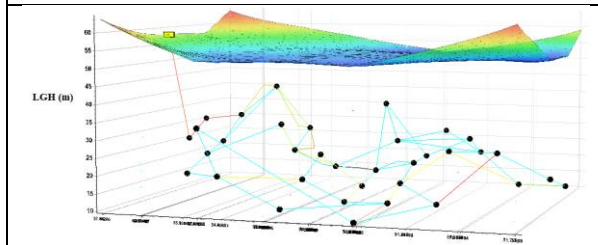


Figura 167. Diseño No Óptimo 2 - Red BakRyan - REDES 2019.

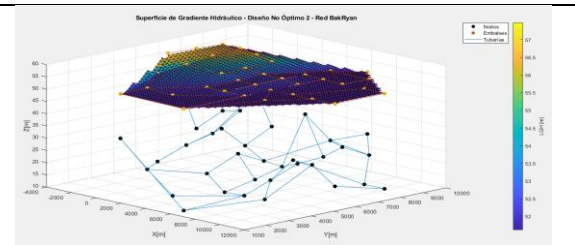


Figura 168. Diseño No Óptimo 2 - Red BakRyan - MATLAB.

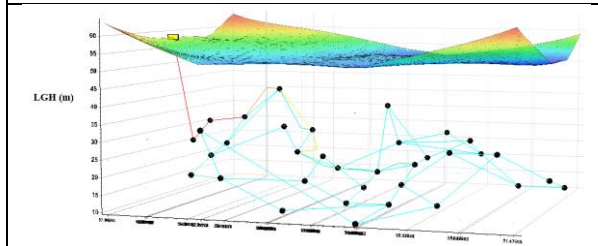


Figura 169. Diseño No Óptimo 3 - Red BakRyan - REDES 2019.

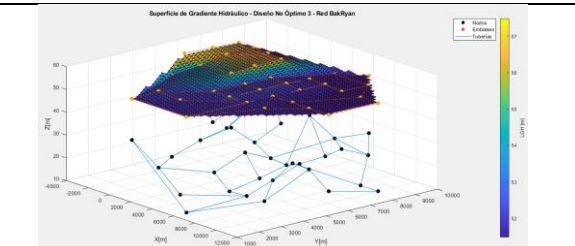


Figura 170. Diseño No Óptimo 3 - Red BakRyan - MATLAB.

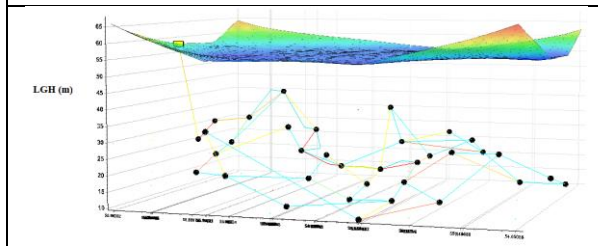


Figura 171. Diseño No Óptimo 4 - Red BakRyan - REDES 2019.

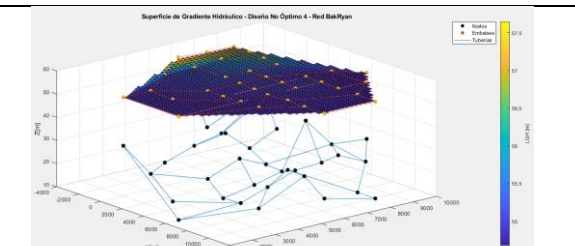


Figura 172. Diseño No Óptimo 4 - Red BakRyan - MATLAB.

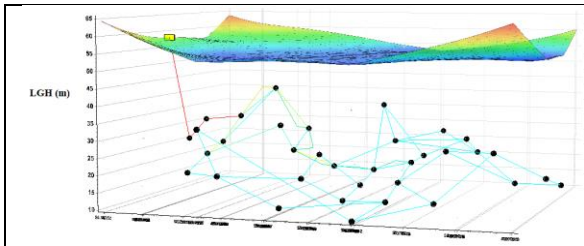


Figura 173. Diseño No Óptimo 5 - Red BakRyan - REDES 2019.

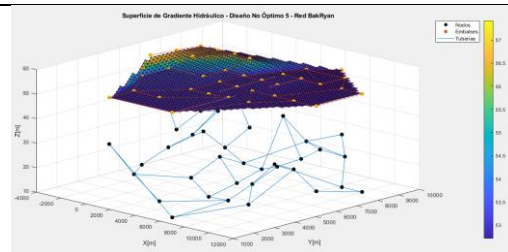


Figura 174. Diseño No Óptimo 5 - Red BakRyan - MATLAB.

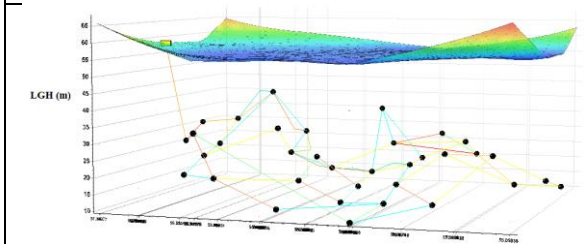


Figura 175. Diseño No Óptimo 6 - Red BakRyan - REDES 2019.

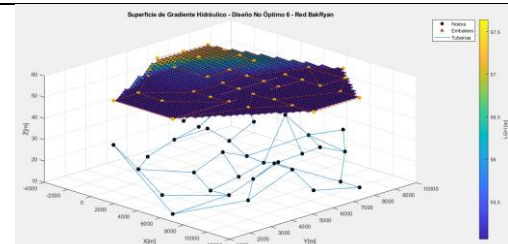


Figura 176. Diseño No Óptimo 6 - Red BakRyan - MATLAB.

5.1.3.8 Red Fossolo

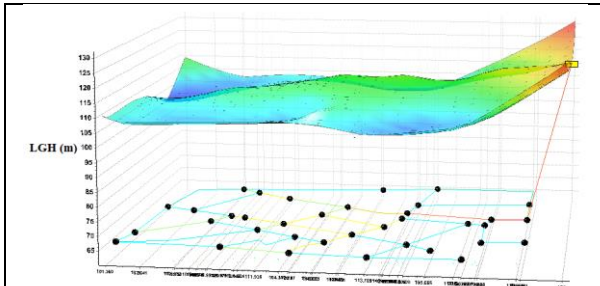


Figura 177. SOP Red Fossolo - REDES 2019.

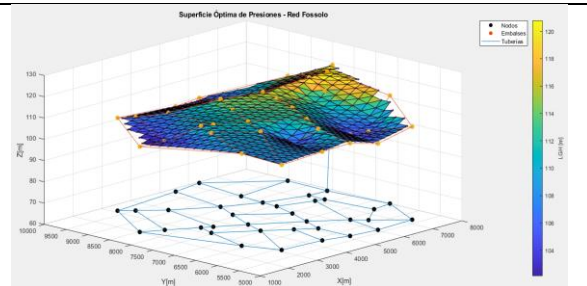


Figura 178. SOP Red Fossolo - MATLAB.

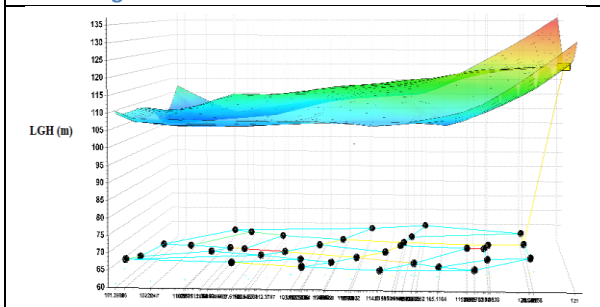


Figura 179. Diseño No Óptimo 1 - Red Fossolo - REDES 2019.

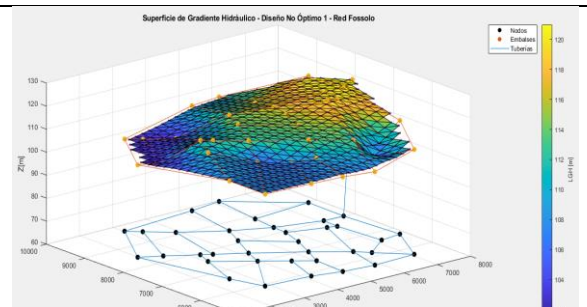


Figura 180. Diseño No Óptimo 1 - Red Fossolo - MATLAB.

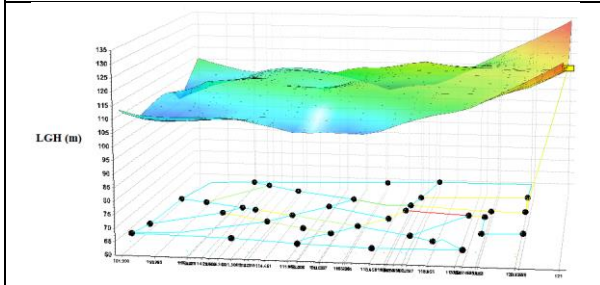


Figura 181. Diseño No Óptimo 2 - Red Fossolo - REDES 2019.

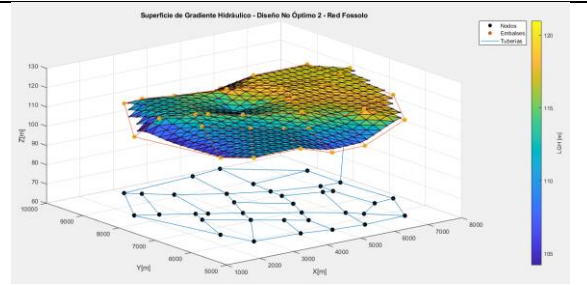


Figura 182. Diseño No Óptimo 2 - Red Fossolo - MATLAB.

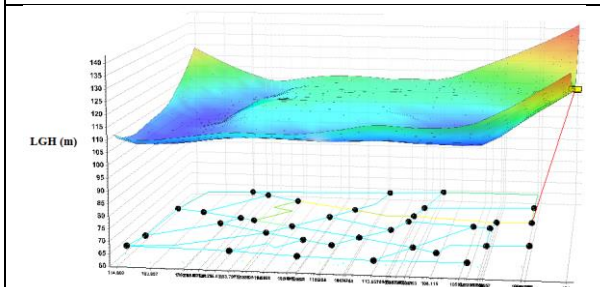


Figura 183. Diseño No Óptimo 3 - Red Fossolo - REDES 2019.

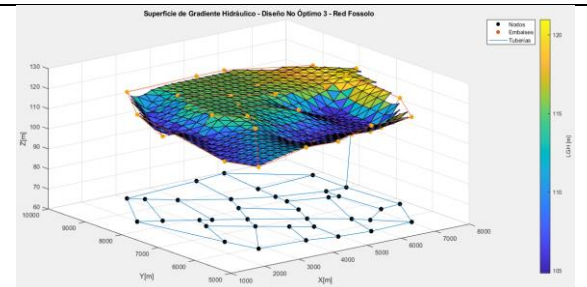


Figura 184. Diseño No Óptimo 3 - Red Fossolo - MATLAB.

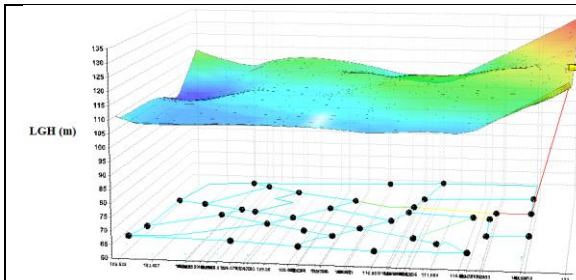


Figura 185. Diseño No Óptimo 4 - Red Fossolo - REDES 2019.

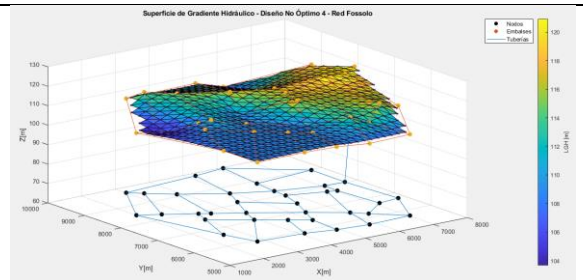


Figura 186. Diseño No Óptimo 4 - Red Fossolo - MATLAB.

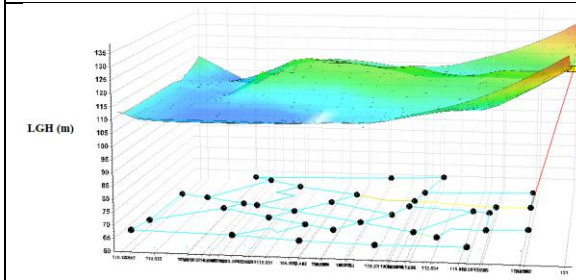


Figura 187. Diseño No Óptimo 5 - Red Fossolo - REDES 2019.

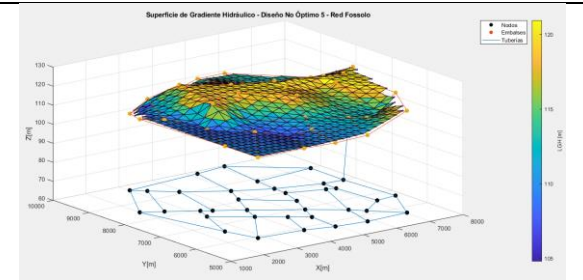


Figura 188. Diseño No Óptimo 5 - Red Fossolo - MATLAB.

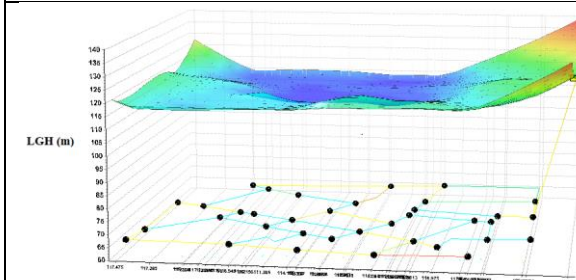


Figura 189. Diseño No Óptimo 6 - Red Fossolo - REDES 2019.

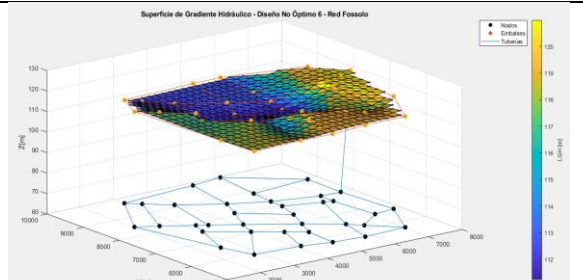


Figura 190. Diseño No Óptimo 6 - Red Fossolo - MATLAB.

5.1.3.9 Red R28

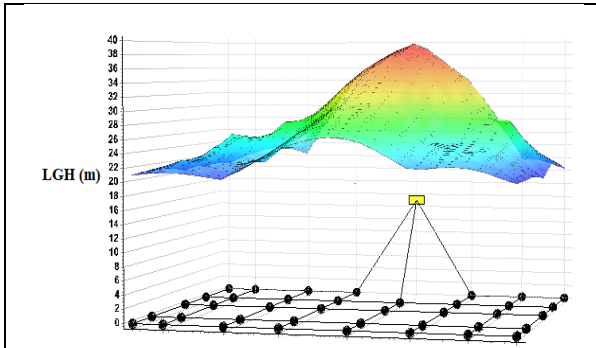


Figura 191. SOP Red R28 - REDES 2019.

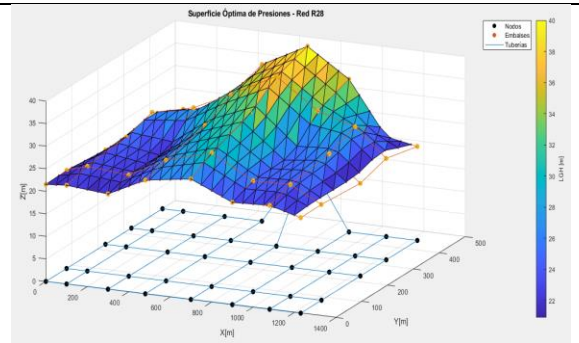


Figura 192. SOP Red R28 - MATLAB.

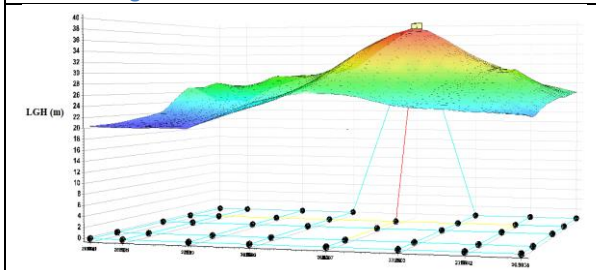


Figura 193. Diseño No Óptimo 1 - Red R28 - REDES 2019.

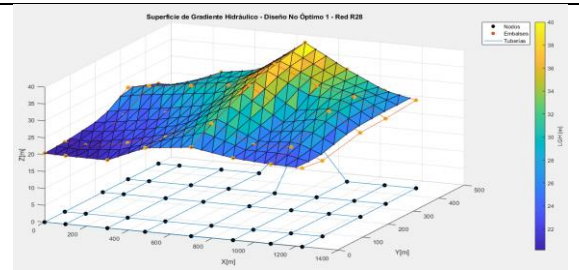


Figura 194. Diseño No Óptimo 1 - Red R28 - MATLAB.

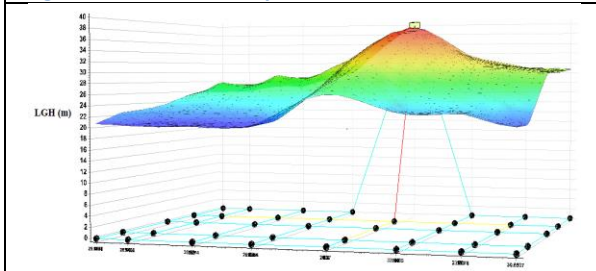


Figura 195. Diseño No Óptimo 2 - Red R28 - REDES 2019.

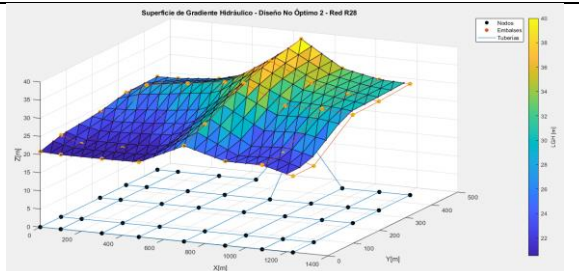


Figura 196. Diseño No Óptimo 2 - Red R28 - MATLAB.

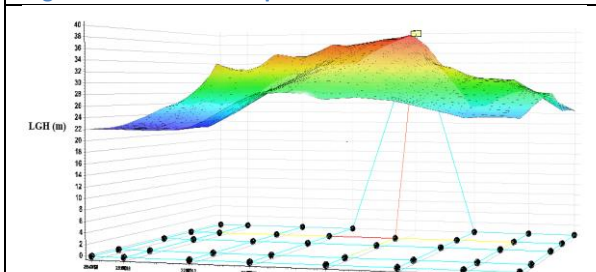


Figura 197. Diseño No Óptimo 3 - Red R28 - REDES 2019.

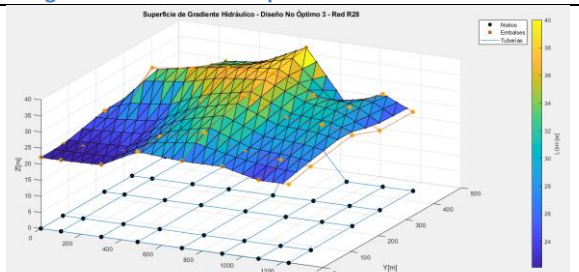


Figura 198. Diseño No Óptimo 3 - Red R28 - MATLAB.

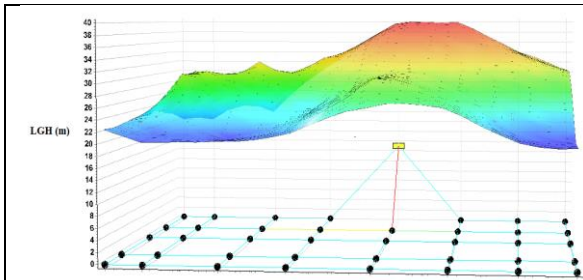


Figura 199. Diseño No Óptimo 4 - Red R28 - REDES 2019.

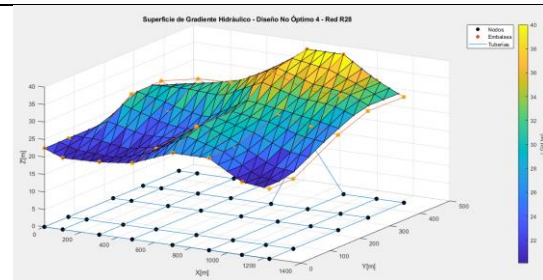


Figura 200. Diseño No Óptimo 4 - Red R28 - MATLAB.

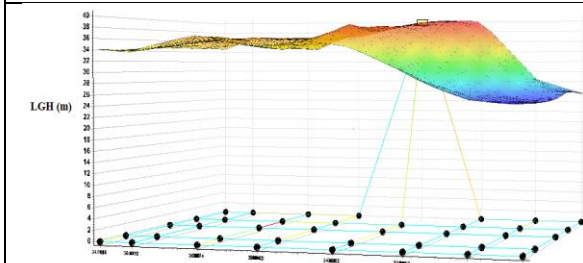


Figura 201. Diseño No Óptimo 5 - Red R28 - REDES 2019.

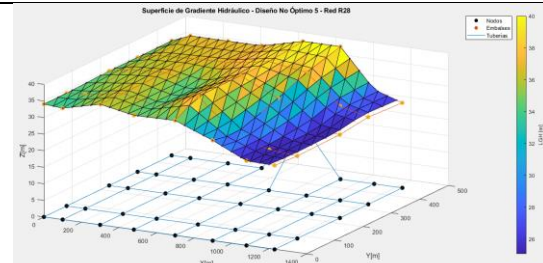


Figura 202. Diseño No Óptimo 5 - Red R28 - MATLAB.

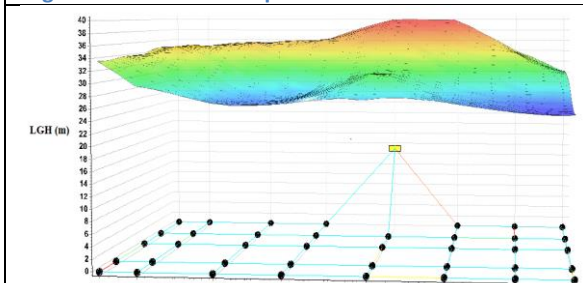


Figura 203. Diseño No Óptimo 6 - Red R28 - REDES 2019.

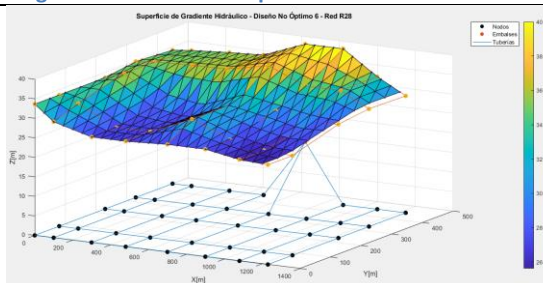
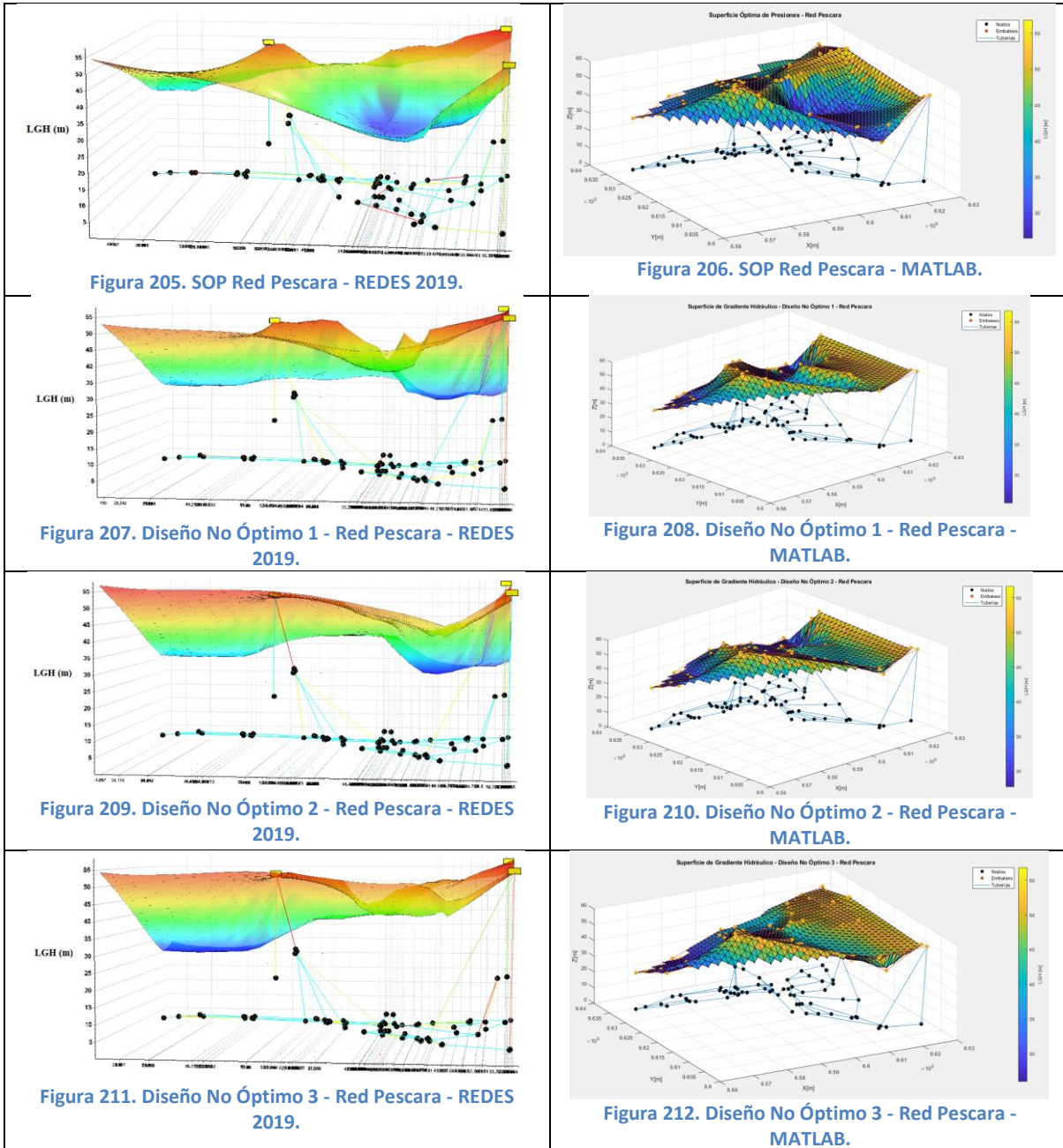


Figura 204. Diseño No Óptimo 6 - Red R28 - MATLAB.

5.1.3.10 Red Pescara



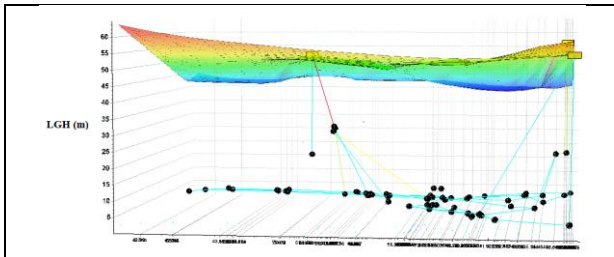


Figura 213. Diseño No Óptimo 4 - Red Pescara - REDES 2019.

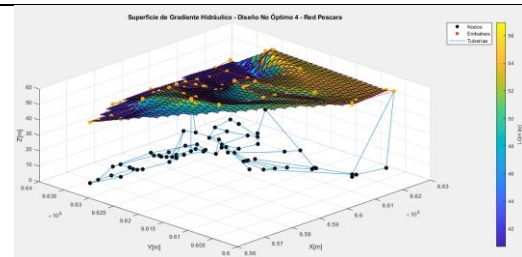


Figura 214. Diseño No Óptimo 4 - Red Pescara - MATLAB.

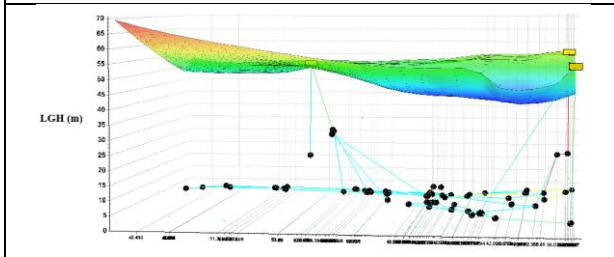


Figura 215. Diseño No Óptimo 5 - Red Pescara - REDES 2019.

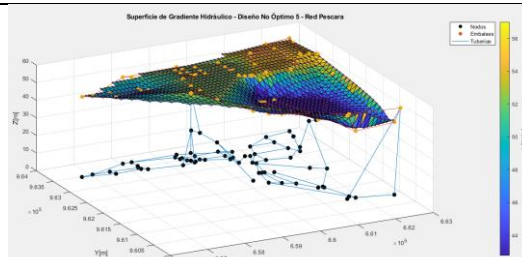


Figura 216. Diseño No Óptimo 5 - Red Pescara - MATLAB.

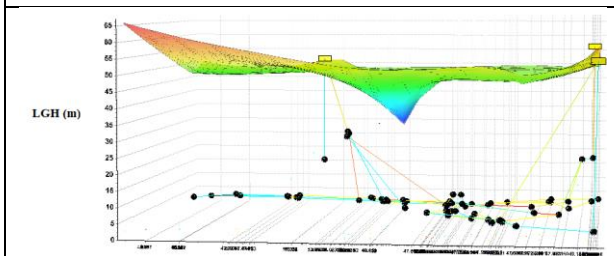


Figura 217. Diseño No Óptimo 6 - Red Pescara – REDES 2019.

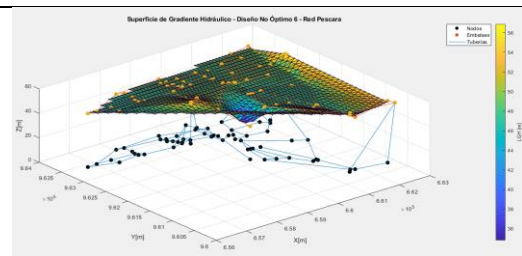


Figura 218. Diseño No Óptimo 6 - Red Pescara - MATLAB.

5.1.3.11 Red Modena

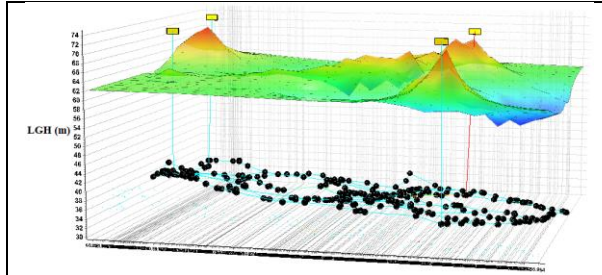


Figura 219. SOP Red Modena - REDES 2019.

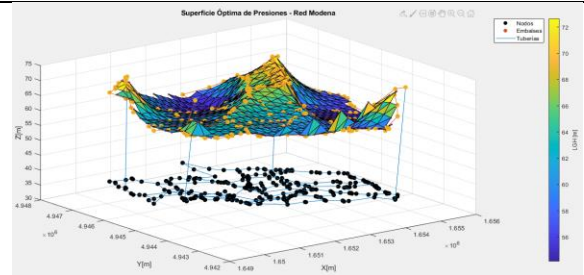


Figura 220. SOP Red Modena - MATLAB.

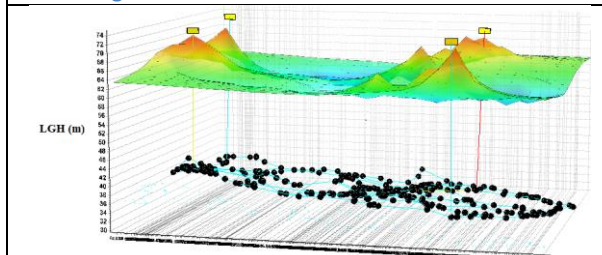


Figura 221. Diseño No Óptimo 1 - Red Modena - REDES 2019.

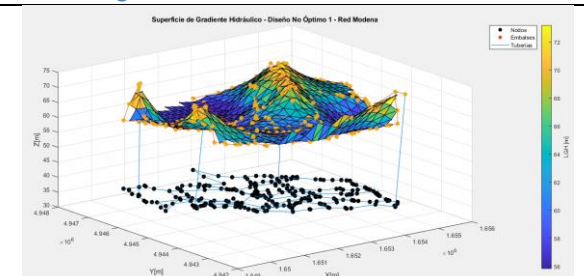


Figura 222. Diseño No Óptimo 1 - Red Modena - MATLAB.

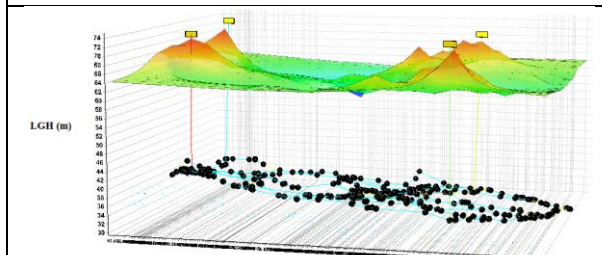


Figura 223. Diseño No Óptimo 2 - Red Modena - REDES 2019.

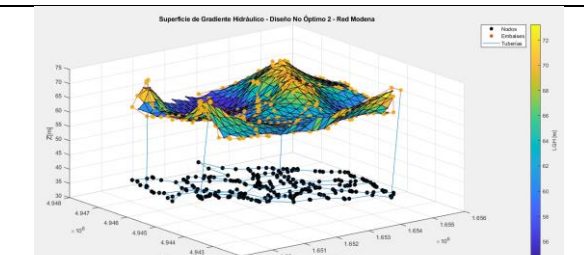


Figura 224. Diseño No Óptimo 2 - Red Modena - MATLAB.

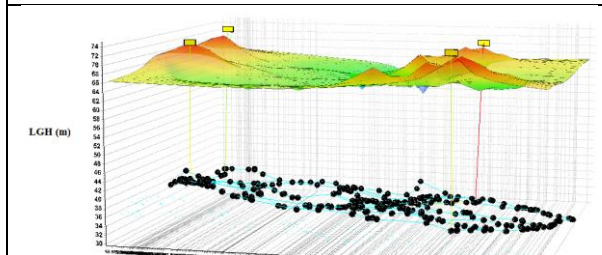


Figura 225. Diseño No Óptimo 3 - Red Modena - REDES 2019.

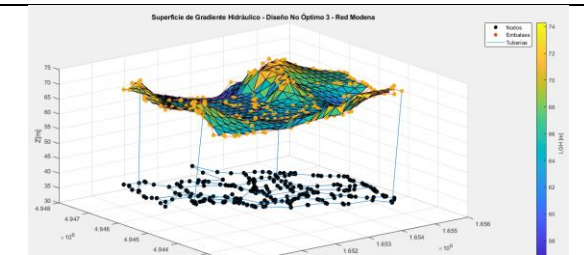


Figura 226. Diseño No Óptimo 3 - Red Modena - MATLAB.

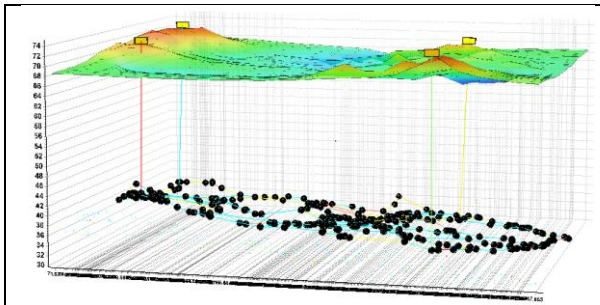


Figura 227. Diseño No Óptimo 4 - Red Modena - REDES 2019.

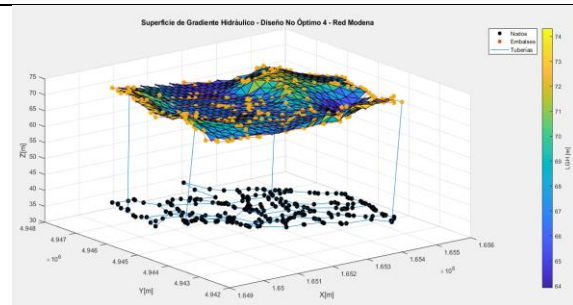


Figura 228. Diseño No Óptimo 4 - Red Modena - MATLAB.

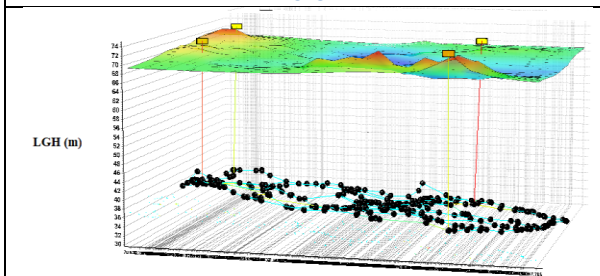


Figura 229. Diseño No Óptimo 5 - Red Modena - REDES 2019.

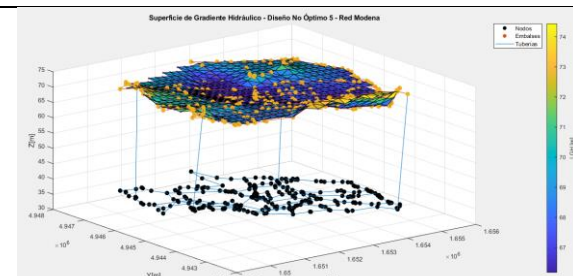


Figura 230. Diseño No Óptimo 5 - Red Modena - MATLAB.

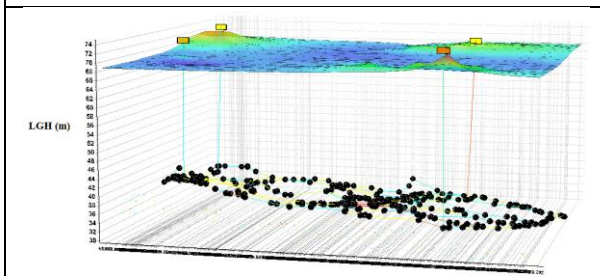


Figura 231. Diseño No Óptimo 6 - Red Modena - REDES 2019.

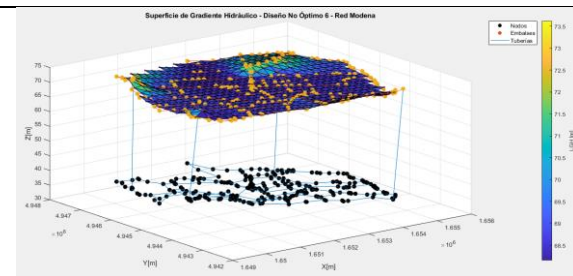
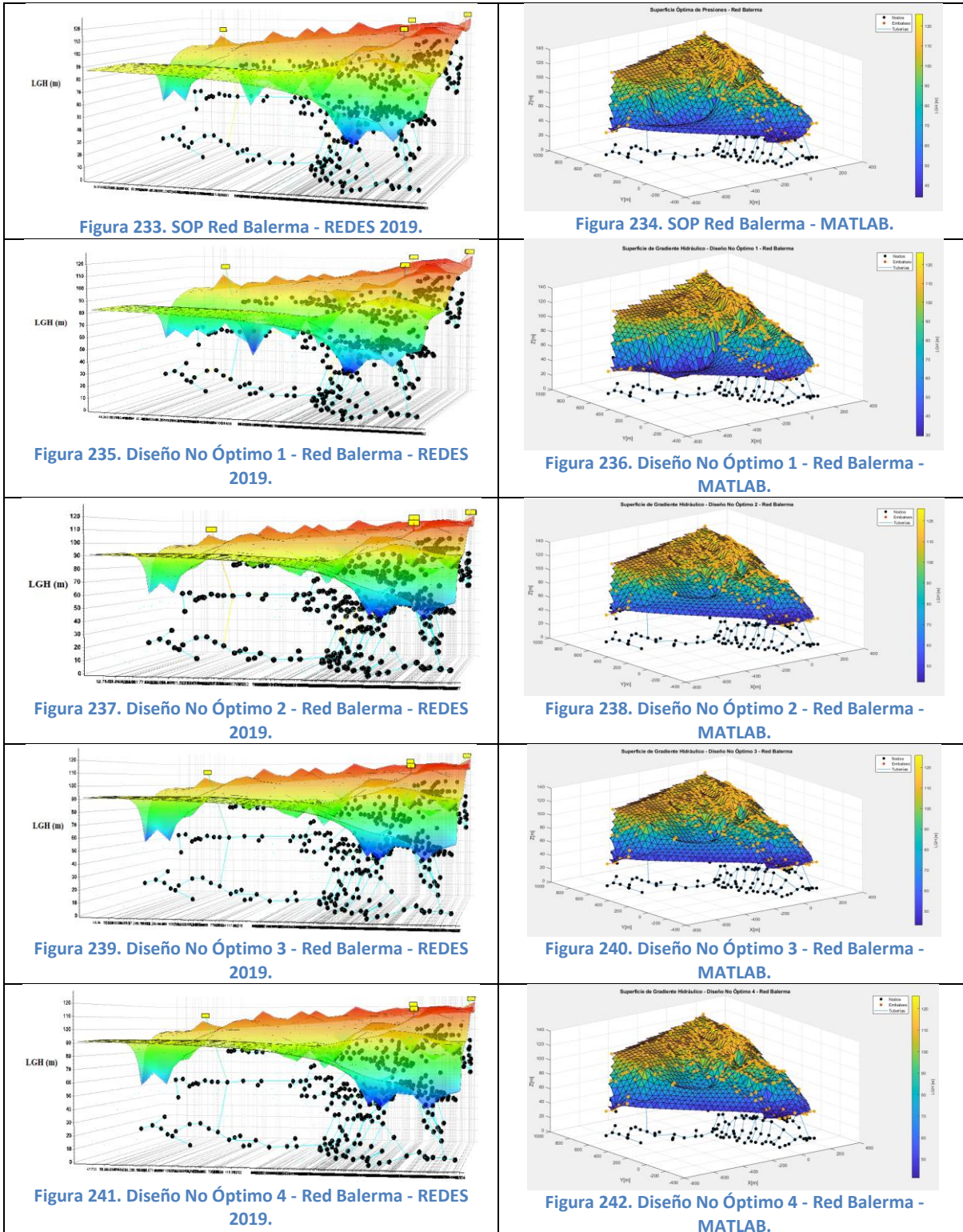


Figura 232. Diseño No Óptimo 6 - Red Modena - MATLAB.

5.1.3.12 Red Balerna



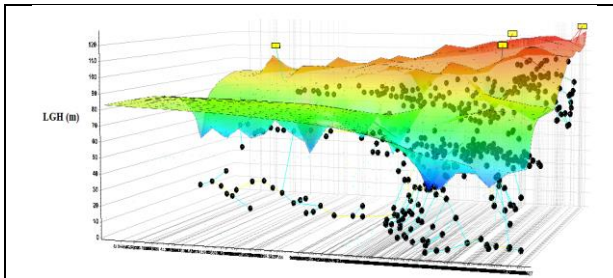


Figura 243. Diseño No Óptimo 5 – Red Balerma - REDES 2019.

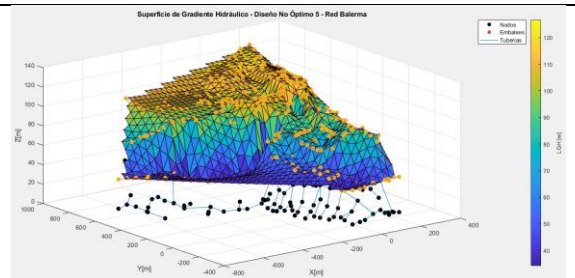


Figura 244. Diseño No Óptimo 5 - Red Balerma - MATLAB.

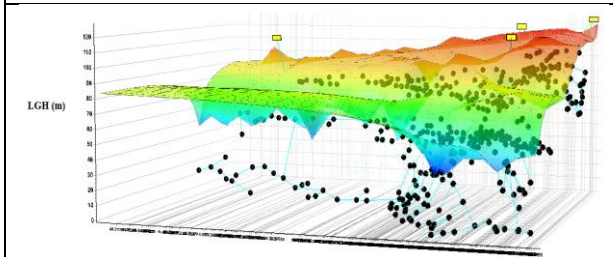


Figura 245. Diseño No Óptimo 6 - Red Balerma - REDES 2019.

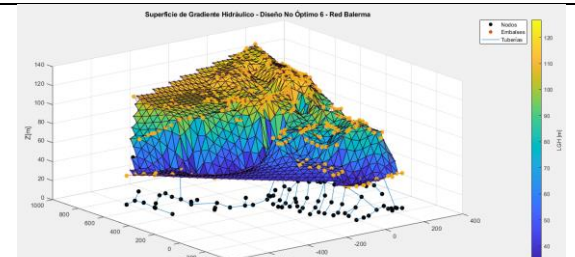


Figura 246. Diseño No Óptimo 6 - Red Balerma - MATLAB.

5.1.3.13 Red San Vicente

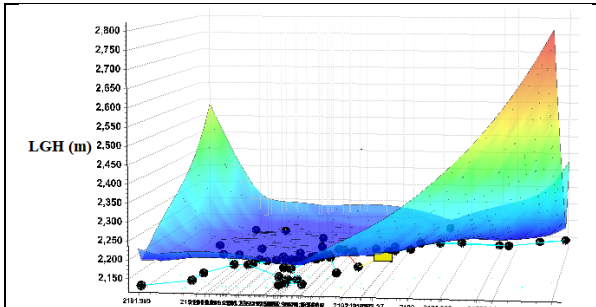


Figura 247. SOP San Vicente - REDES 2019.

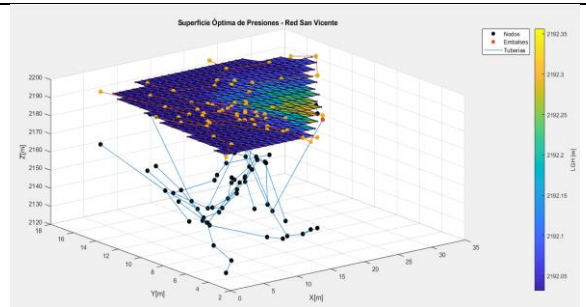


Figura 248. SOP San Vicente - MATLAB.

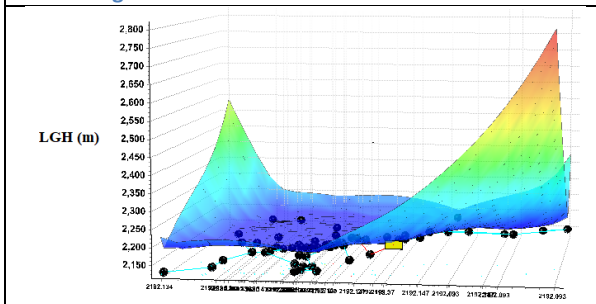


Figura 249. Diseño No Óptimo 1 – Red San Vicente - REDES 2019.

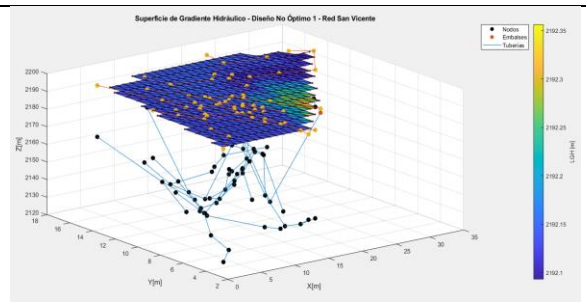


Figura 250. Diseño No Óptimo 1 - Red San Vicente - MATLAB.

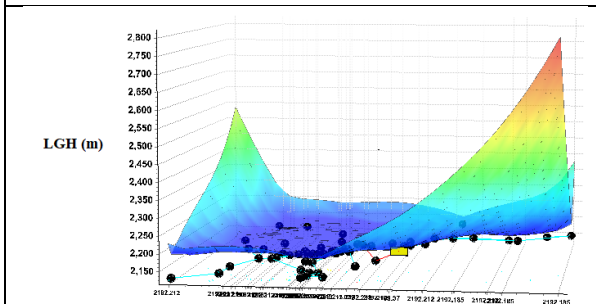


Figura 251. Diseño No Óptimo 2 - Red San Vicente - REDES 2019.

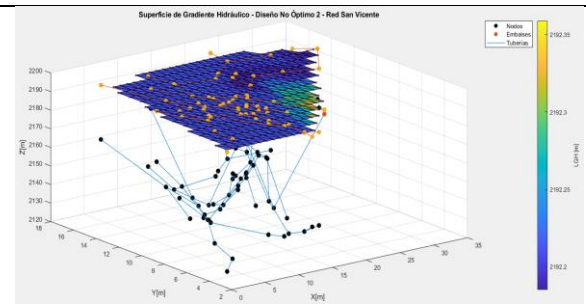


Figura 252. Diseño No Óptimo 2 - Red San Vicente - MATLAB.

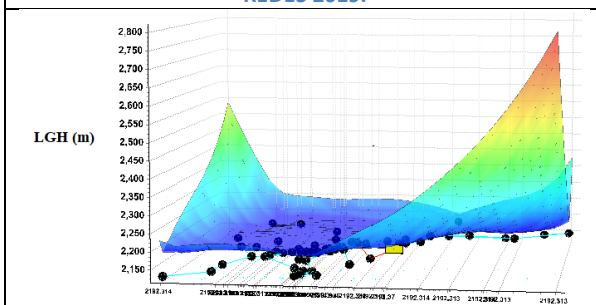


Figura 253. Diseño No Óptimo 3 - Red San Vicente - REDES 2019.

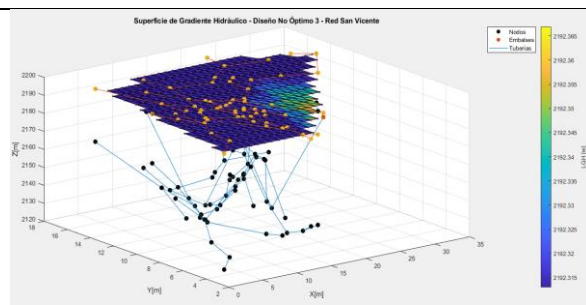


Figura 254. Diseño No Óptimo 3 - Red San Vicente - MATLAB.

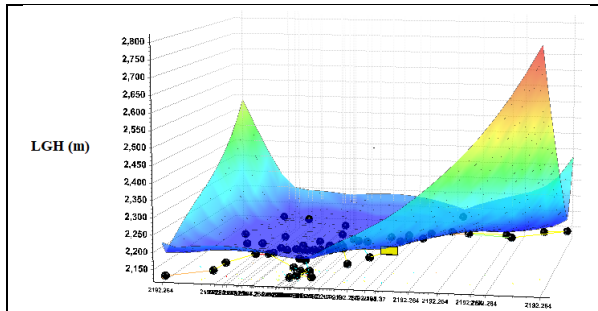


Figura 255. Diseño No Óptimo 4 - Red San Vicente - REDES 2019.

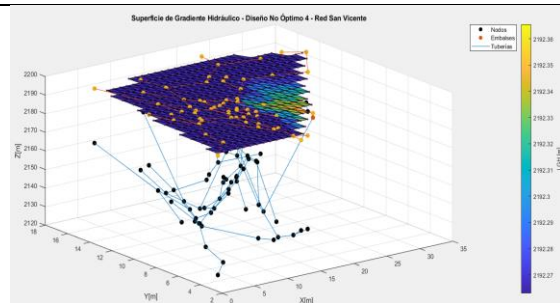


Figura 256. Diseño No Óptimo 4 - Red San Vicente - MATLAB.

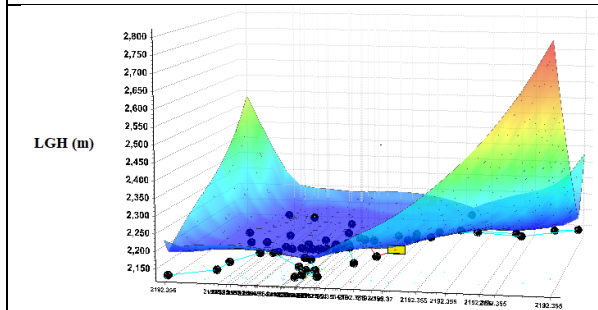


Figura 257. Diseño No Óptimo 5 - Red San Vicente - REDES 2019.

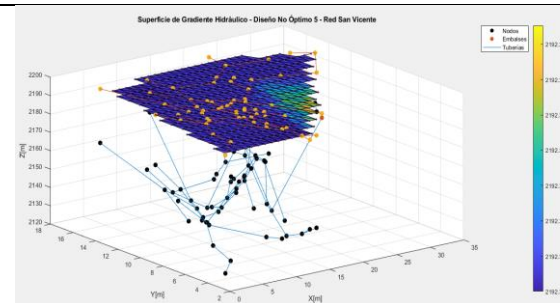


Figura 258. Diseño No Óptimo 5 - Red San Vicente - MATLAB.

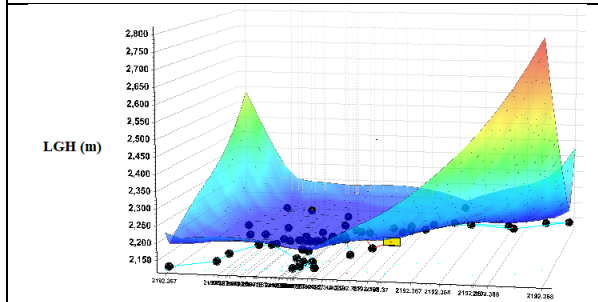


Figura 259. Diseño No Óptimo 6 - Red San Vicente - REDES 2019.

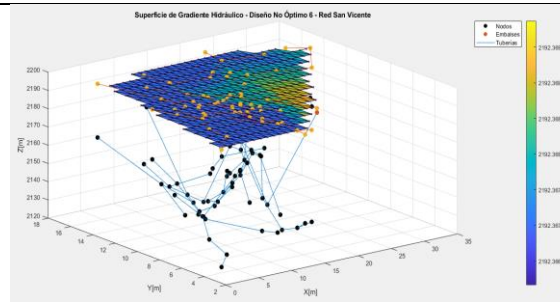


Figura 260. Diseño No Óptimo 6 - Red San Vicente - MATLAB.

5.1.3.14 Red Cazucá

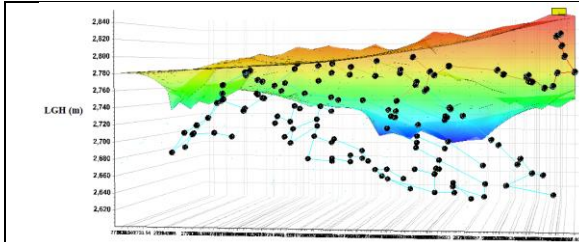


Figura 261. SOP Red Cazucá - REDES 2019.

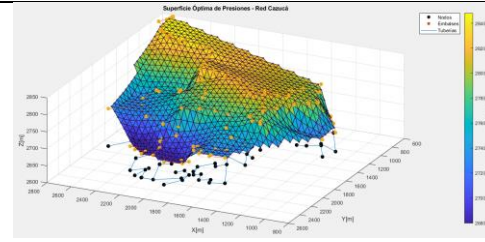


Figura 262. SOP Red Cazucá - MATLAB.

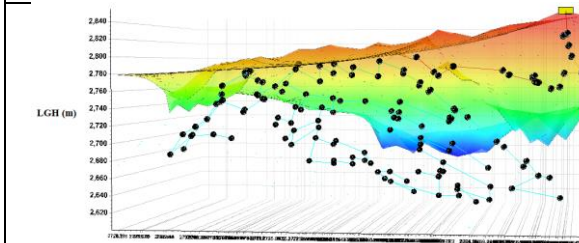


Figura 263. Diseño No Óptimo 1 - Red Cazucá - REDES 2019.

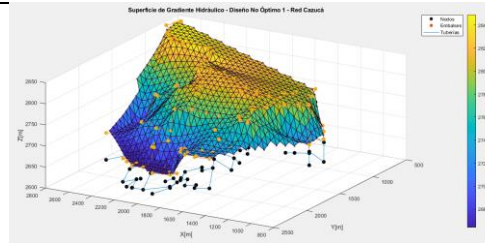


Figura 264. Diseño No Óptimo 1 - Red Cazucá - MATLAB.

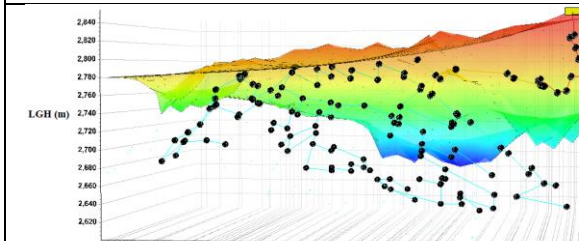


Figura 265. Diseño No Óptimo 2 - Red Cazucá - REDES 2019.

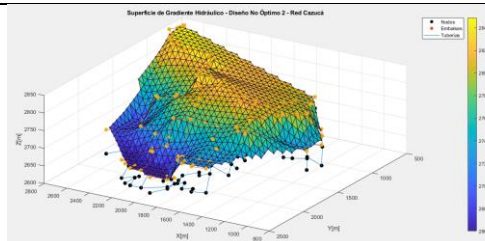


Figura 266. Diseño No Óptimo 2 - Red Cazucá - MATLAB.

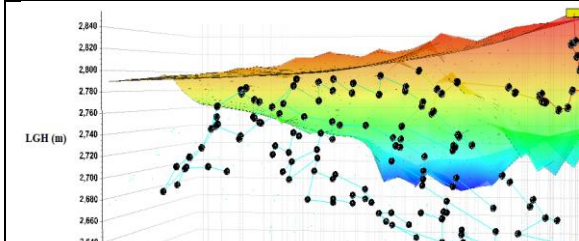


Figura 267. Diseño No Óptimo 3 - Red Cazucá - REDES 2019.

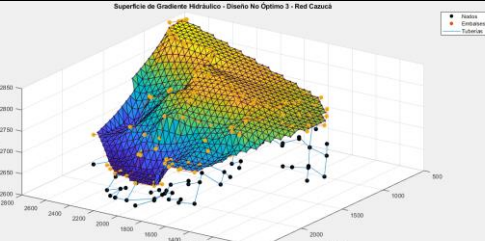


Figura 268. Diseño No Óptimo 3 - Red Cazucá - MATLAB.

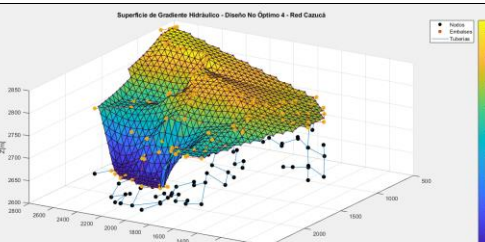
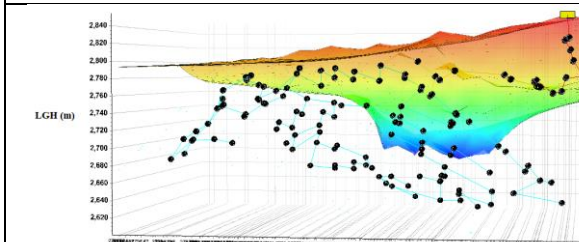


Figura 269. Diseño No Óptimo 4 - Red Cazucá - REDES 2019.

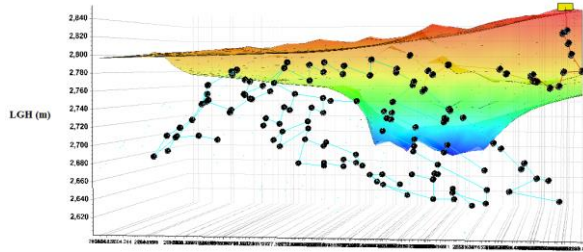


Figura 271. Diseño No Óptimo 5 - Red Cazucá - REDES 2019.

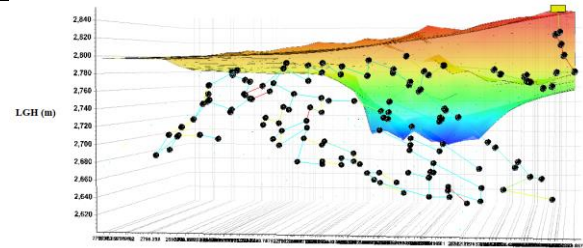


Figura 273. Diseño No Óptimo 6 - Red Cazucá - REDES 2019.

Figura 270. Diseño No Óptimo 4 - Red Cazucá - MATLAB.

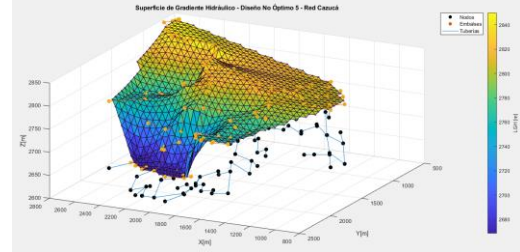


Figura 272. Diseño No Óptimo 5 - Red Cazucá - MATLAB.

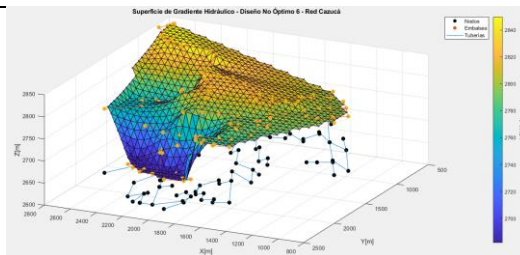


Figura 274. Diseño No Óptimo 6 - Red Cazucá - MATLAB.

5.1.3.15 Red Elevada

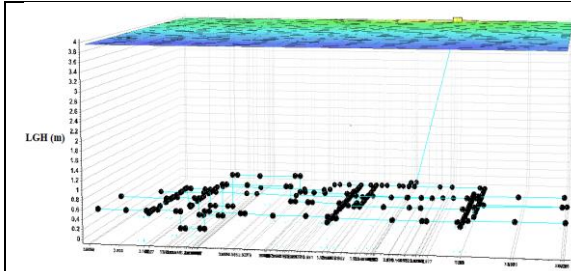


Figura 275. SOP Red Elevada - REDES 2019.

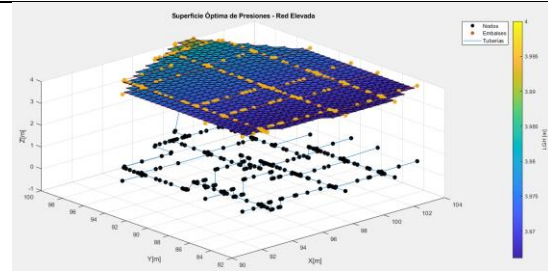


Figura 276. SOP Red Elevada - MATLAB.

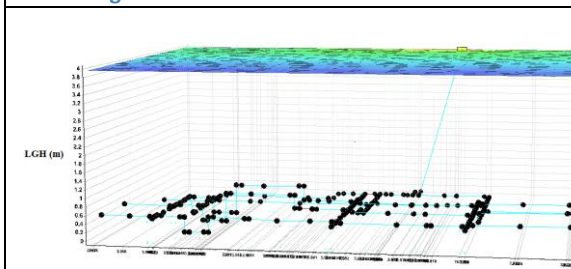


Figura 277. Diseño No Óptimo 1 - Red Elevada - REDES 2019.

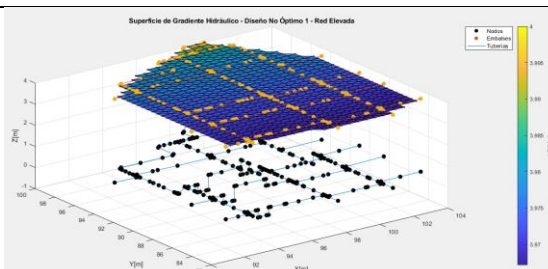


Figura 278. Diseño No Óptimo 1 - Red Elevada - MATLAB.

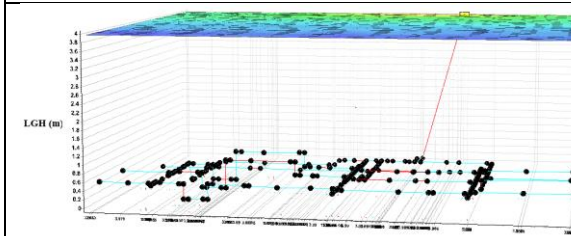


Figura 279. Diseño No Óptimo 2 - Red Elevada - REDES 2019.

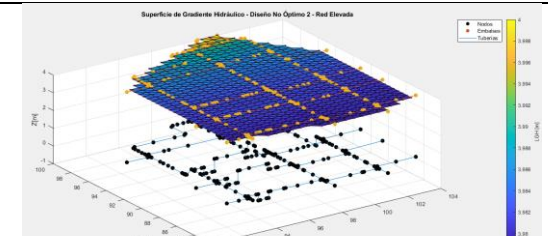


Figura 280. Diseño No Óptimo 2 - Red Elevada - MATLAB.

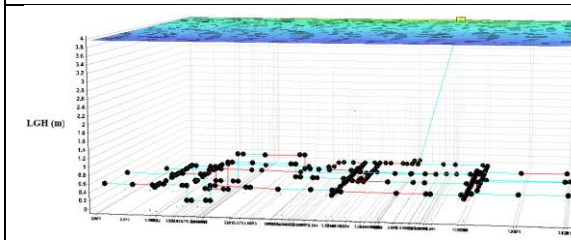


Figura 281. Diseño No Óptimo 3 - Red Elevada - REDES 2019.

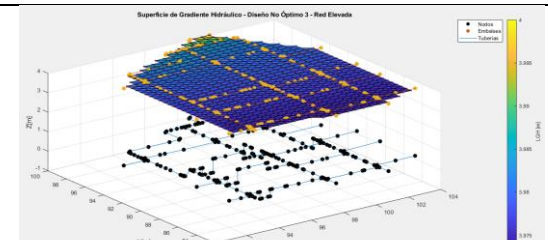


Figura 282. Diseño No Óptimo 3 - Red Elevada - MATLAB.

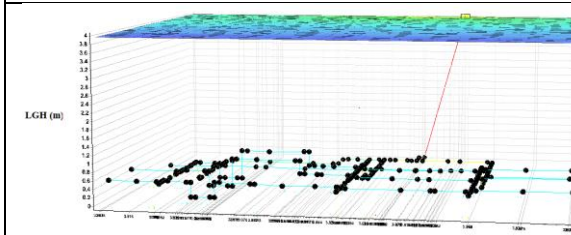


Figura 283. Diseño No Óptimo 4 - Red Elevada - REDES 2019.

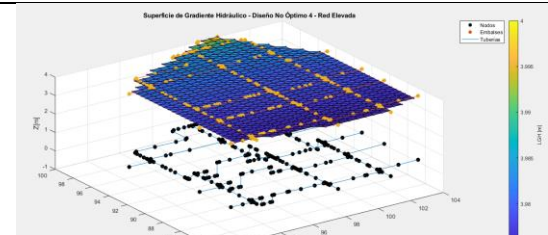


Figura 284. Diseño No Óptimo 4 - Red Elevada - MATLAB.

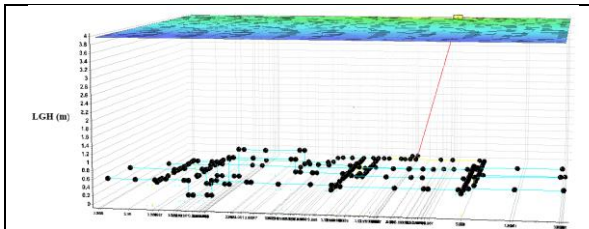


Figura 285. Diseño No Óptimo 5 - Red Elevada - REDES 2019.

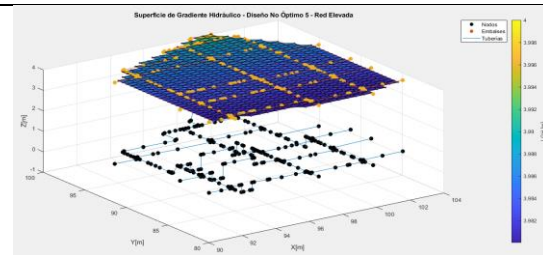


Figura 286. Diseño No Óptimo 5 - Red Elevada - MATLAB.

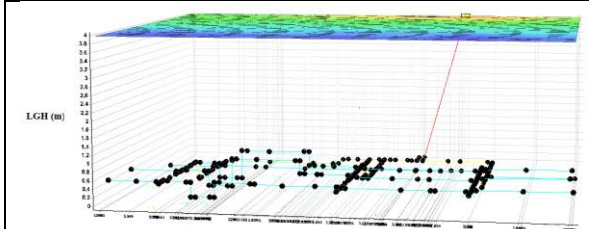


Figura 287. Diseño No Óptimo 6 - Red Elevada - REDES 2019.

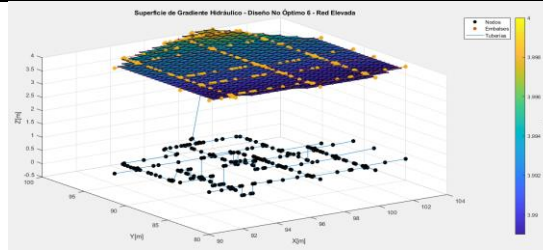


Figura 288. Diseño No Óptimo 6 - Red Elevada - MATLAB.

5.1.3.16 Red Bolívar

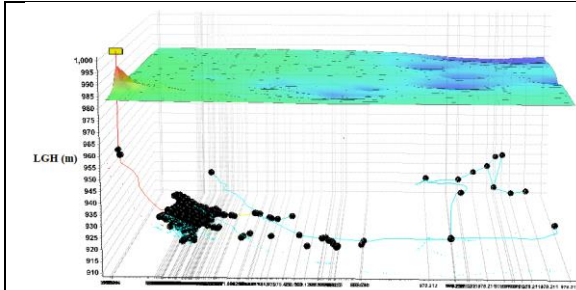


Figura 289. SOP Red Bolívar - REDES 2019.

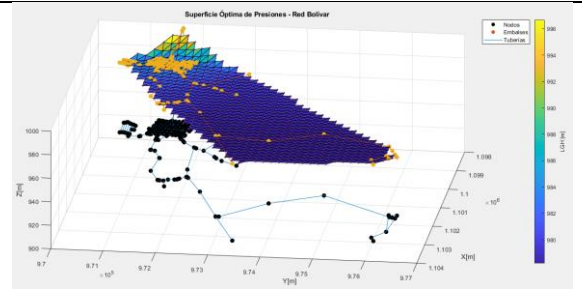


Figura 290. SOP Red Bolívar - MATLAB.

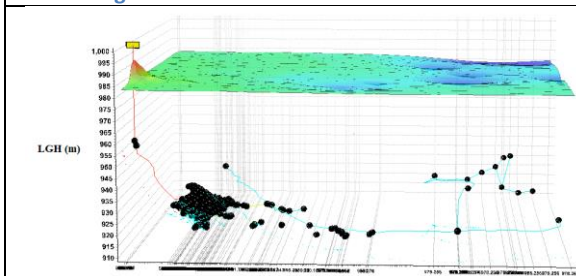


Figura 291. Diseño No Óptimo 1 - Red Bolívar - REDES 2019.

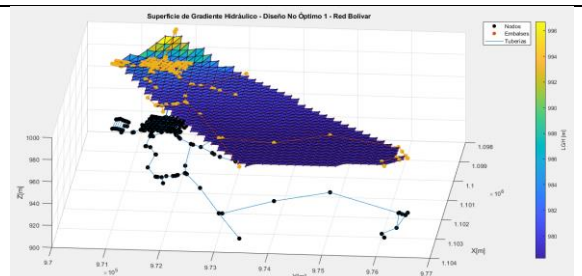


Figura 292. Diseño No Óptimo 1 - Red Bolívar - MATLAB.

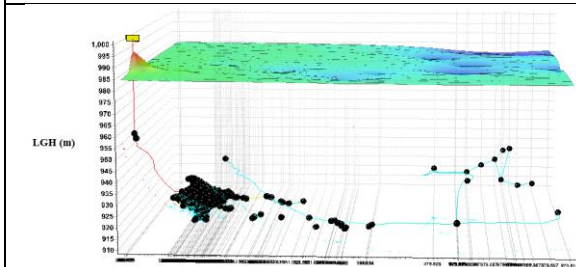


Figura 293. Diseño No Óptimo 2 - Red Bolívar - REDES 2019.

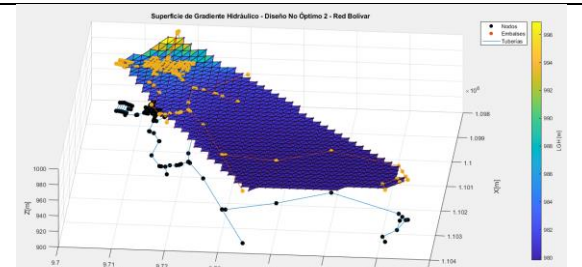


Figura 294. Diseño No Óptimo 2 - Red Bolívar - MATLAB.

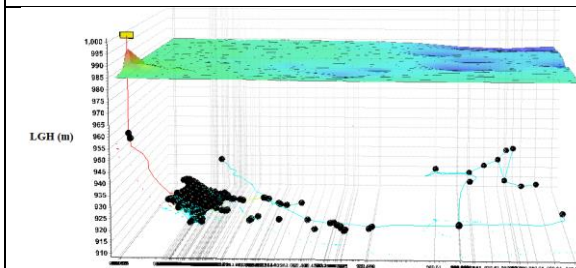


Figura 295. Diseño No Óptimo 3 - Red Bolívar - REDES 2019.

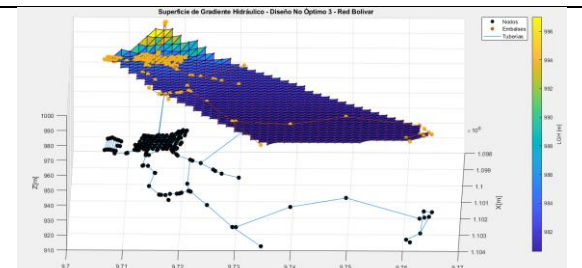


Figura 296. Diseño No Óptimo 3 - Red Bolívar - MATLAB.

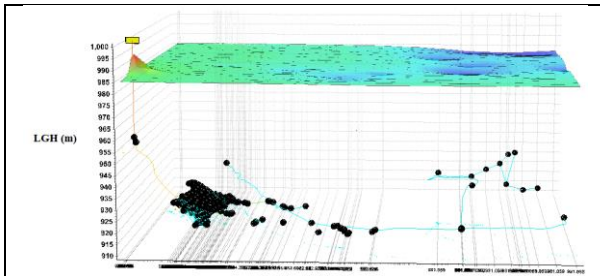


Figura 297. Diseño No Óptimo 4 - Red Bolívar - REDES 2019.

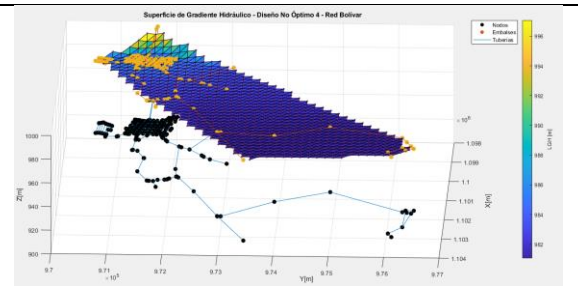


Figura 298. Diseño No Óptimo 4 - Red Bolívar - MATLAB.

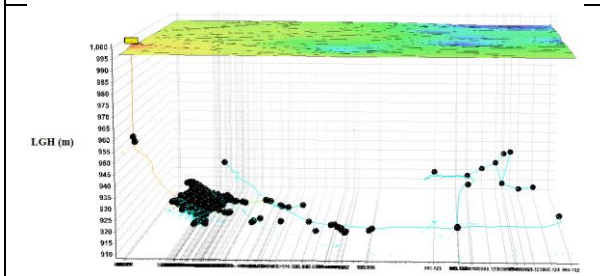


Figura 299. Diseño No Óptimo 5 - Red Bolívar - REDES 2019.

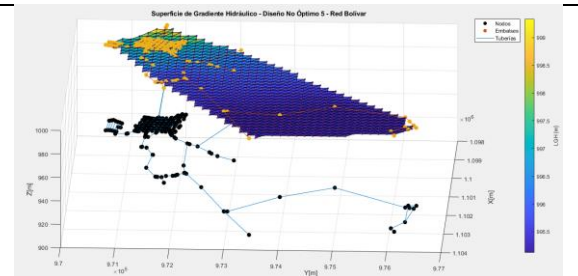


Figura 300. Diseño No Óptimo 5 - Red Bolívar - MATLAB.

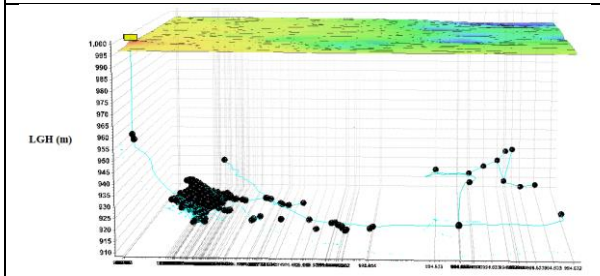


Figura 301. Diseño No Óptimo 6 - Red Bolívar - REDES 2019.

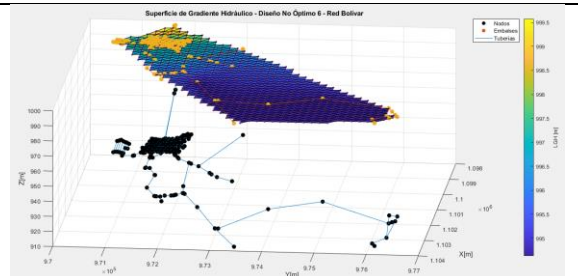


Figura 302. Diseño No Óptimo 6 - Red Bolívar - MATLAB.

5.1.3.17 Red La Cumbre

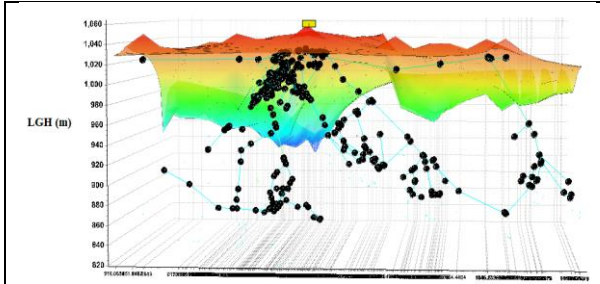


Figura 303. SOP Red La Cumbre - REDES 2019.

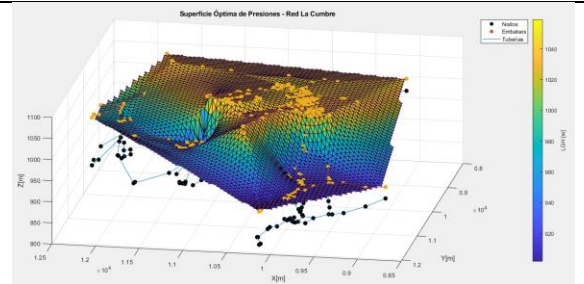


Figura 304. SOP Red La Cumbre - MATLAB.

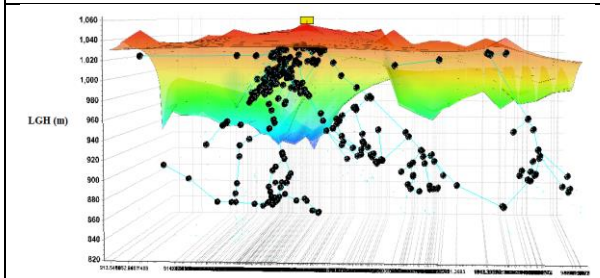


Figura 305. Diseño No Óptimo 1 - Red La Cumbre - REDES 2019.

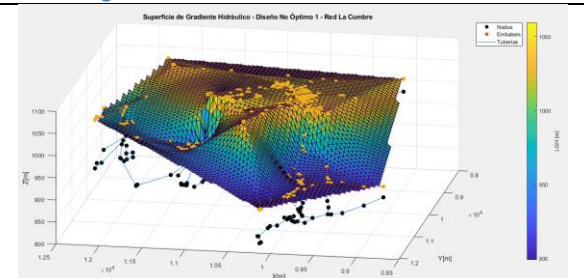


Figura 306. Diseño No Óptimo 1 - Red La Cumbre - MATLAB.

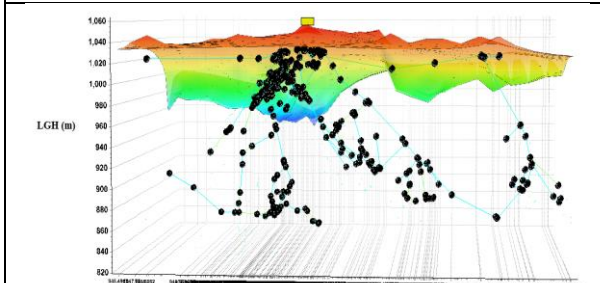


Figura 307. Diseño No Óptimo 2 - Red La Cumbre - REDES 2019.

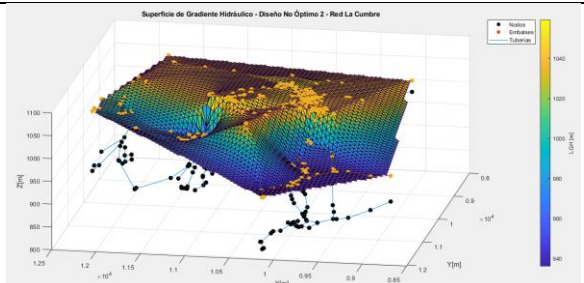


Figura 308. Diseño No Óptimo 2 - Red La Cumbre - MATLAB.

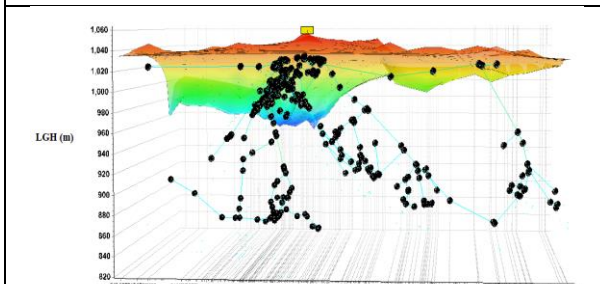


Figura 309. Diseño No Óptimo 3 - Red La Cumbre - REDES 2019.

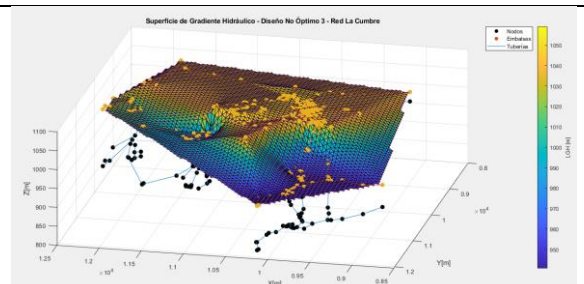


Figura 310. Diseño No Óptimo 3 - Red La Cumbre - MATLAB.

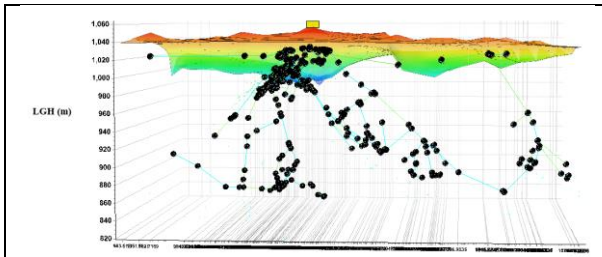


Figura 311. Diseño No Óptimo 4 - Red La Cumbre - REDES 2019.

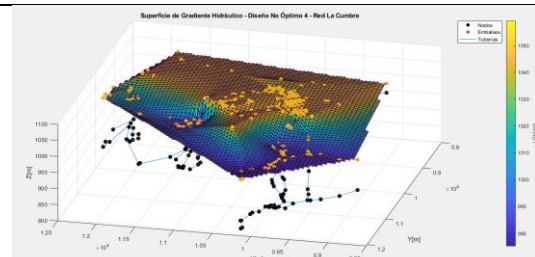


Figura 312. Diseño No Óptimo 4 - Red La Cumbre - MATLAB.

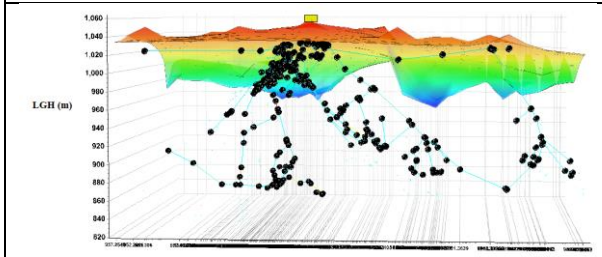


Figura 313. Diseño No Óptimo 5 - Red La Cumbre - REDES 2019.

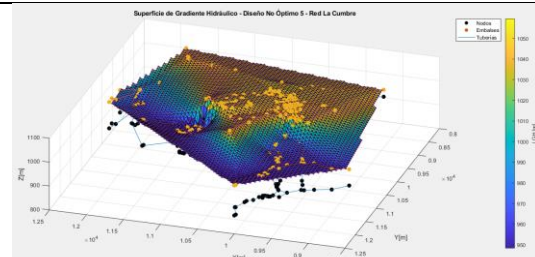


Figura 314. Diseño No Óptimo 5 - Red La Cumbre - MATLAB.

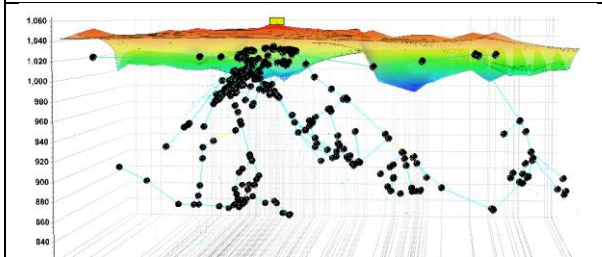


Figura 315. Diseño No Óptimo 6 - Red La Cumbre - REDES 2019.

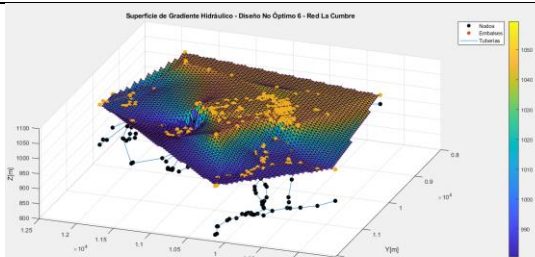


Figura 316. Diseño No Óptimo 6 - Red La Cumbre - MATLAB.

5.1.3.18 Red Candelaria

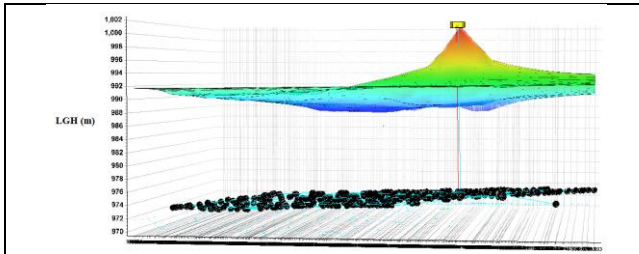


Figura 317. SOP Red Candelaria - REDES 2019.

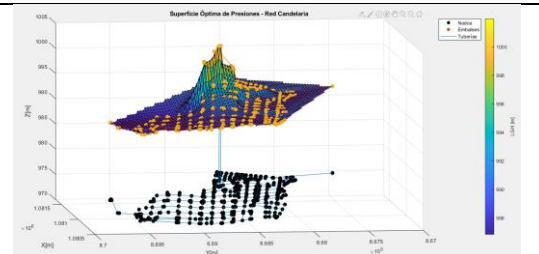


Figura 318. SOP Red Candelaria - MATLAB.

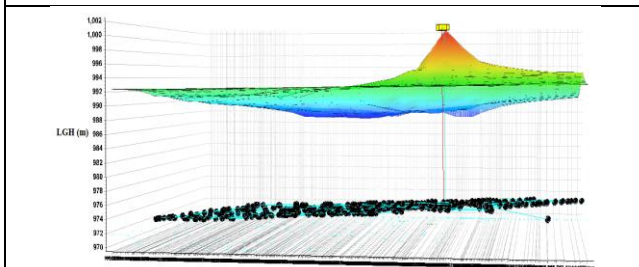


Figura 319. Diseño No Óptimo 1 - Red Candelaria – REDES 2019.

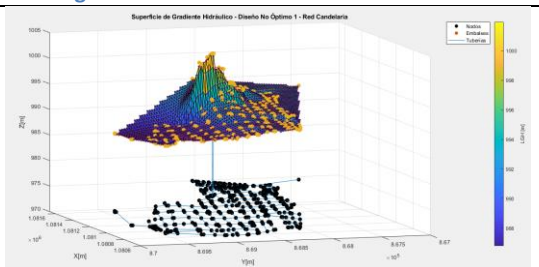


Figura 320. Diseño No Óptimo 1 - Red Candelaria - MATLAB.

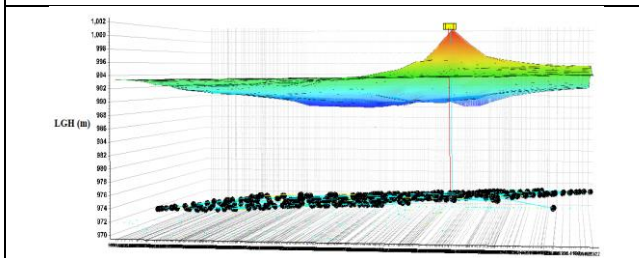


Figura 321. Diseño No Óptimo 2 - Red Candelaria - REDES 2019.

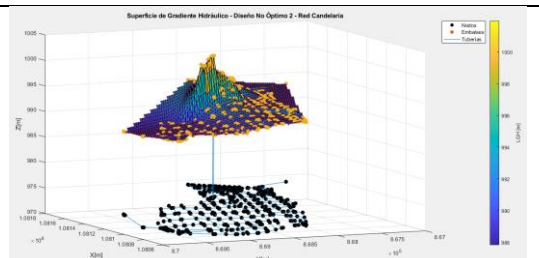


Figura 322. Diseño No Óptimo 2 - Red Candelaria - MATLAB.

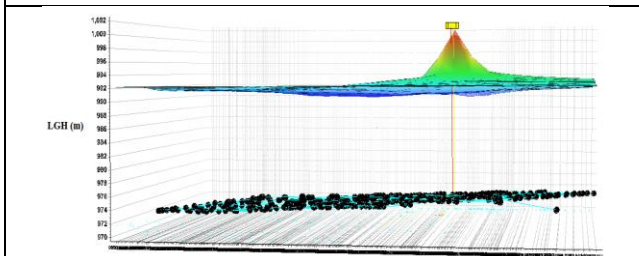


Figura 323. Diseño No Óptimo 3 - Red Candelaria - REDES 2019.

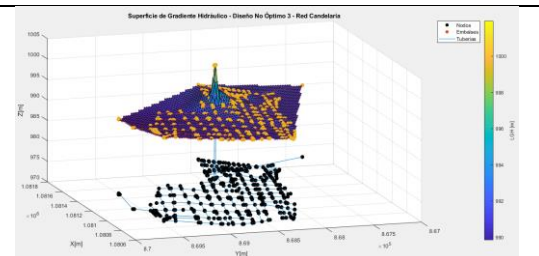
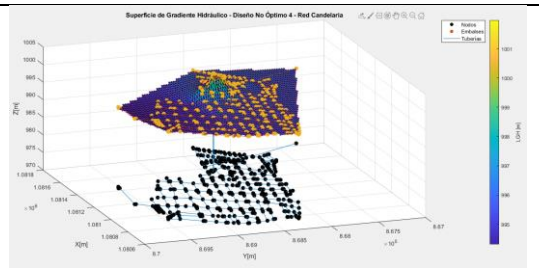
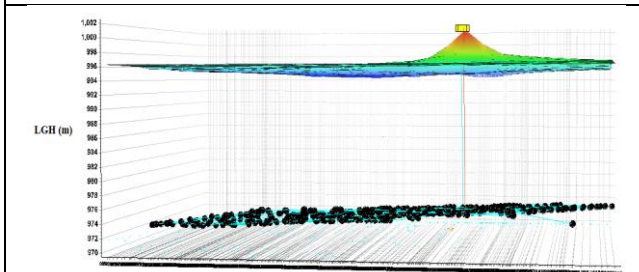
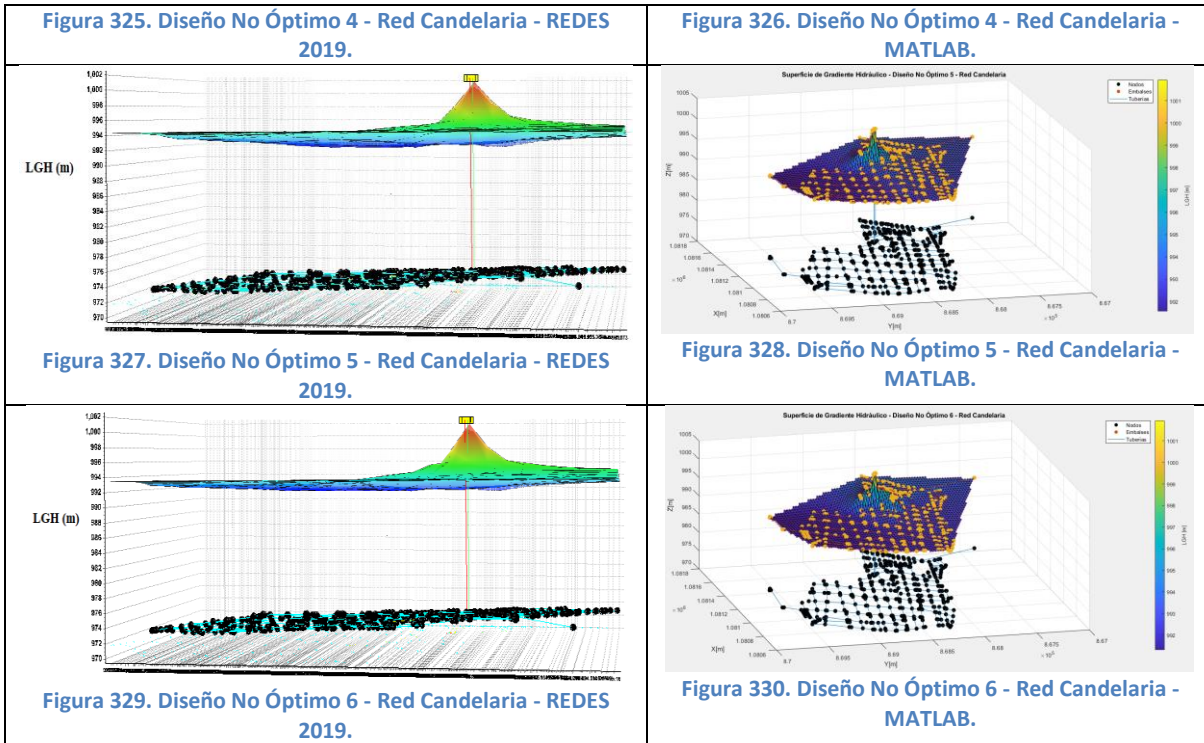
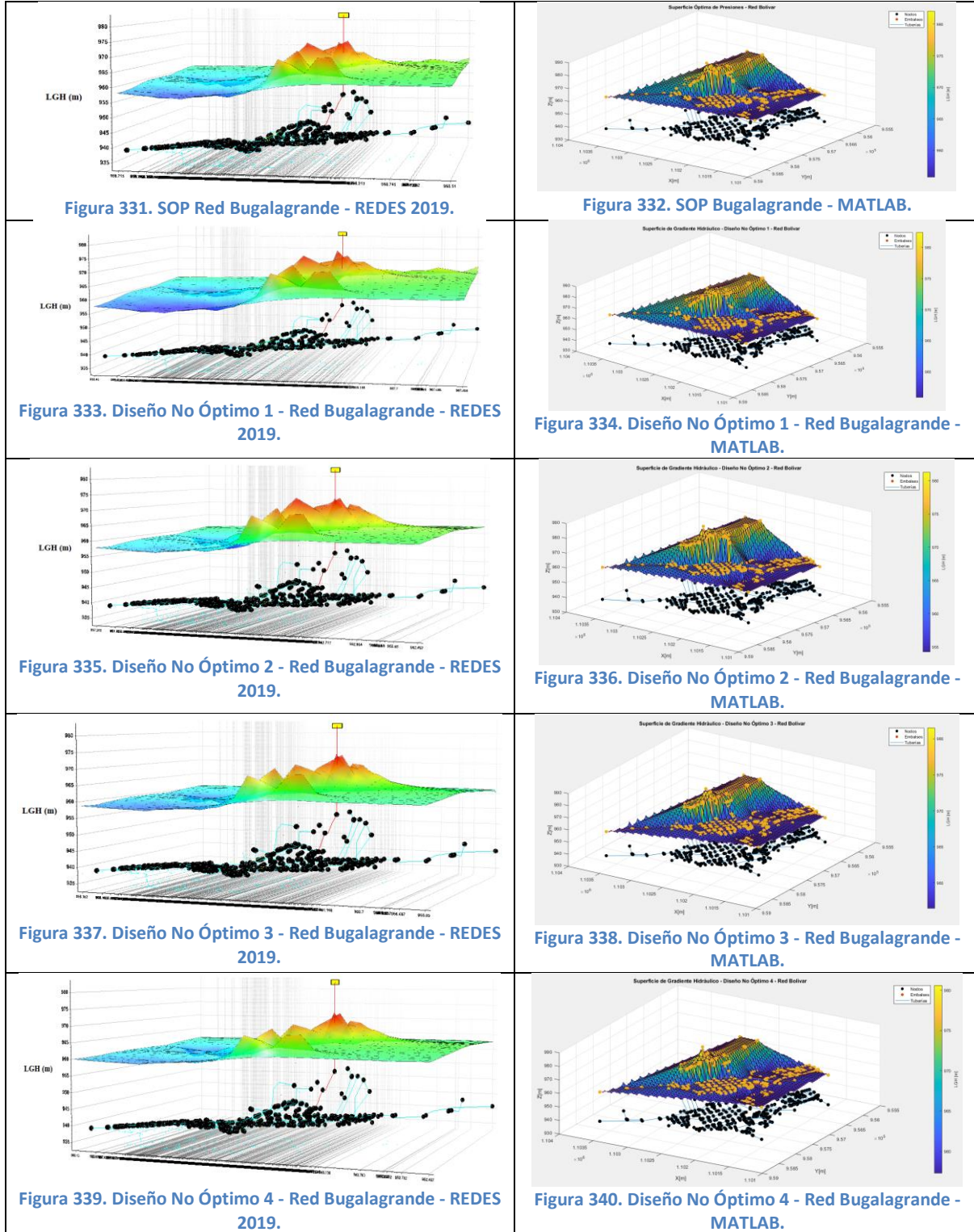


Figura 324. Diseño No Óptimo 3 - Red Candelaria - MATLAB.





5.1.3.19 Red Bugalagrande



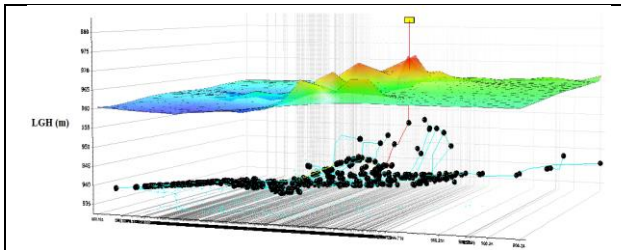


Figura 341. Diseño No Óptimo 5 - Red Bugalagrande - REDES 2019.

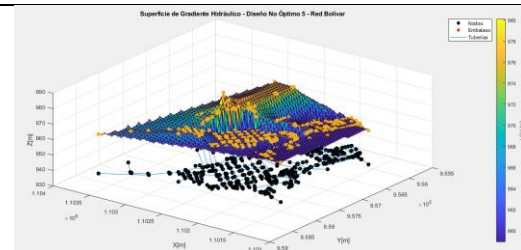


Figura 342. Diseño No Óptimo 5 - Red Bugalagrande - MATLAB.

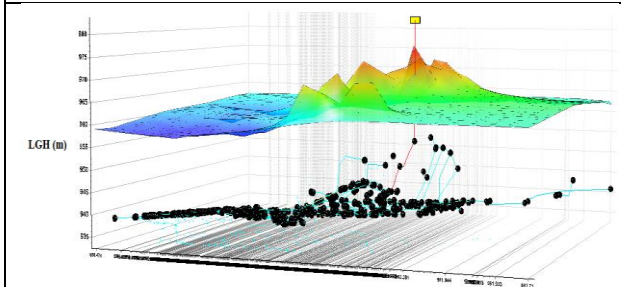


Figura 343. Diseño No Óptimo 6 - Red Bugalagrande - REDES 2019.

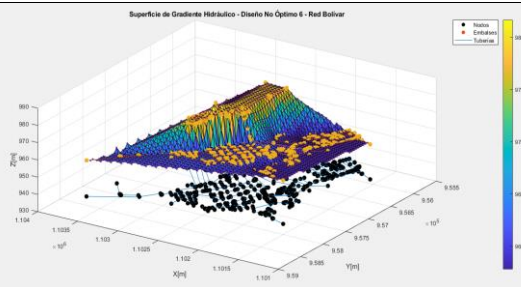


Figura 344. Diseño No Óptimo 6 - Red Bugalagrande - MATLAB.

5.1.3.20 Red Carmen

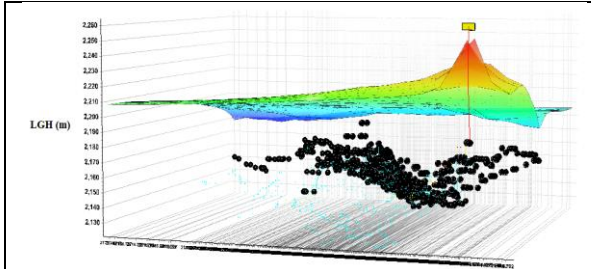


Figura 345. SOP Red Carmen - REDES 2019.

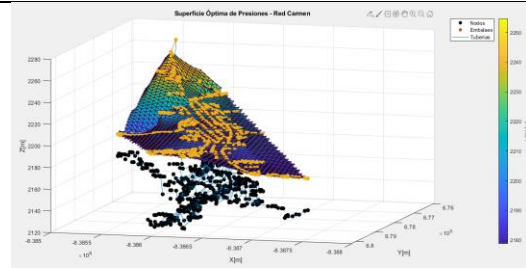


Figura 346. SOP Red Carmen - MATLAB.

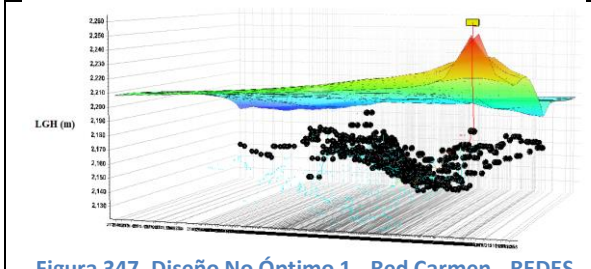


Figura 347. Diseño No Óptimo 1 - Red Carmen - REDES 2019.

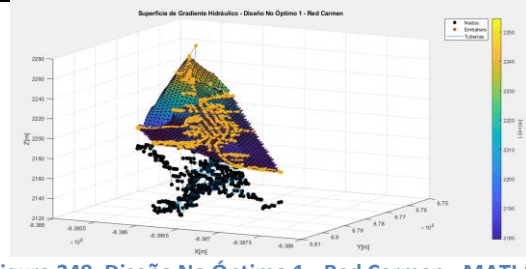


Figura 348. Diseño No Óptimo 1 - Red Carmen - MATLAB.

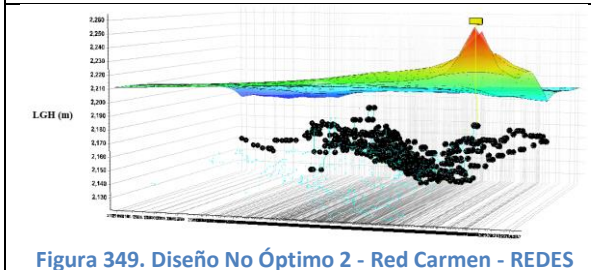


Figura 349. Diseño No Óptimo 2 - Red Carmen - REDES 2019.

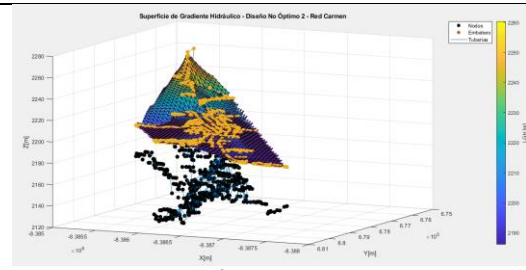


Figura 350. Diseño No Óptimo 2 - Red Carmen - MATLAB.

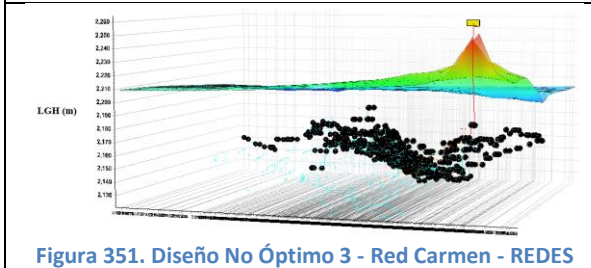


Figura 351. Diseño No Óptimo 3 - Red Carmen - REDES 2019.

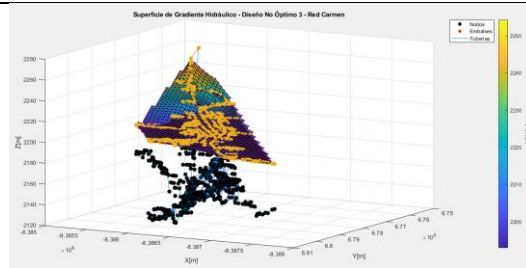


Figura 352. Diseño No Óptimo 3 - Red Carmen - MATLAB.

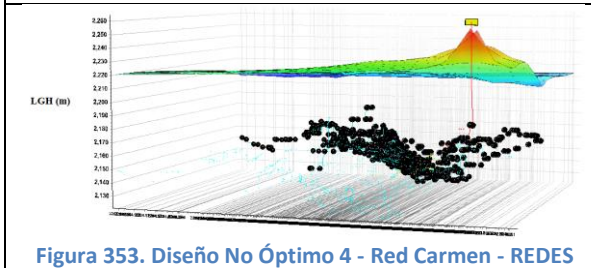


Figura 353. Diseño No Óptimo 4 - Red Carmen - REDES 2019.

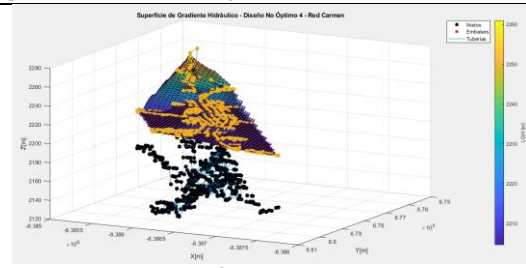


Figura 354. Diseño No Óptimo 4 - Red Carmen - MATLAB.

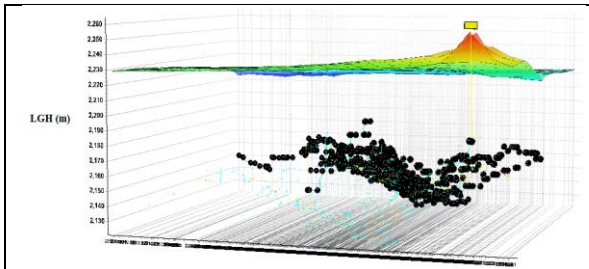


Figura 355. Diseño No Óptimo 5 - Red Carmen - REDES 2019.

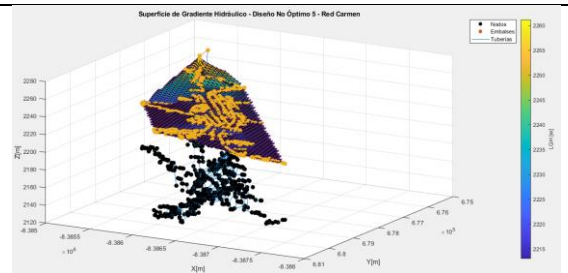


Figura 356. Diseño No Óptimo 5 - Red Carmen - MATLAB.

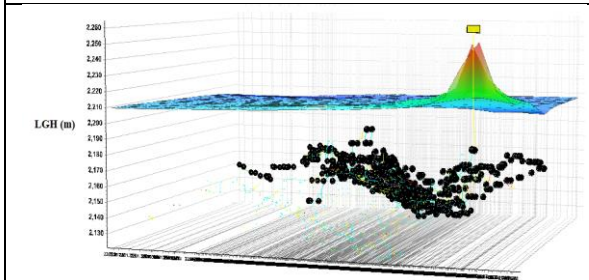


Figura 357. Diseño No Óptimo 6 - Red Carmen - REDES 2019.

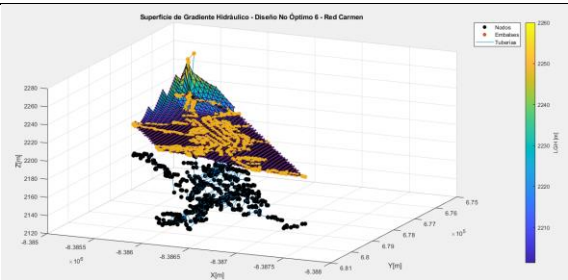


Figura 358. Diseño No Óptimo 6 - Red Carmen - MATLAB.

5.1.3.21 Red Chinú

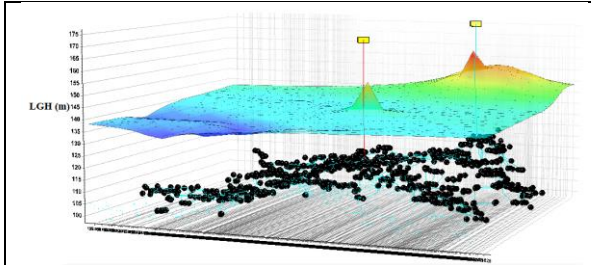


Figura 359. SOP Red Chinú - REDES 2019.

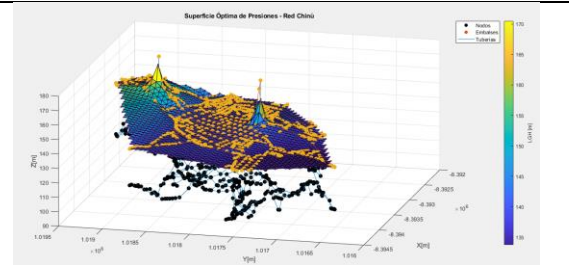


Figura 360. SOP Red Chinú - MATLAB.

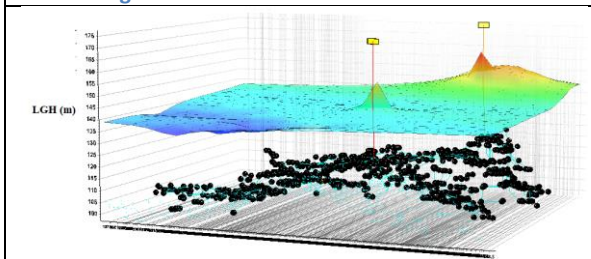


Figura 361. Diseño No Óptimo 1 - Red Chinú - REDES 2019.

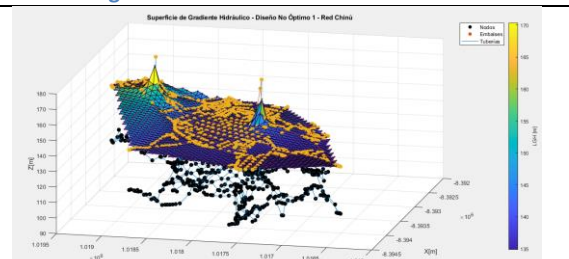


Figura 362. Diseño No Óptimo 1 - Red Chinú - MATLAB.

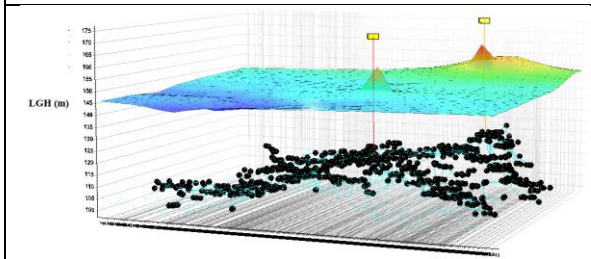


Figura 363. Diseño No Óptimo 2 - Red Chinú - REDES 2019.

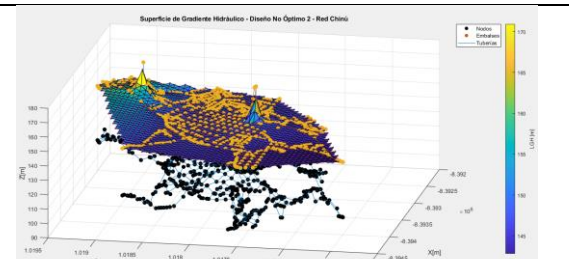


Figura 364. Diseño No Óptimo 2 - Red Chinú - MATLAB.

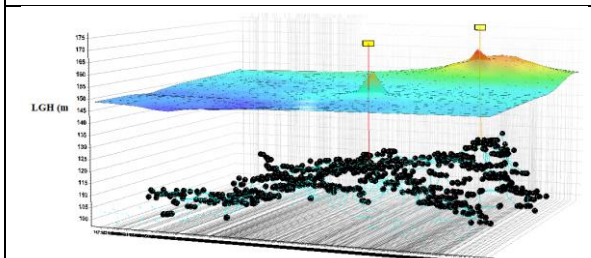


Figura 365. Diseño No Óptimo 3 - Red Chinú - REDES 2019.

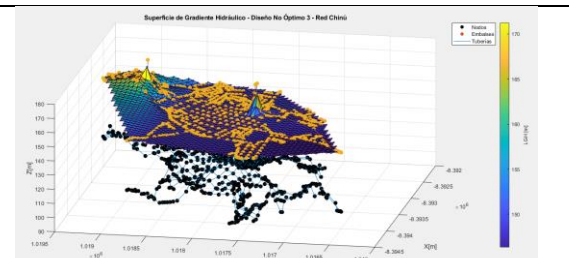


Figura 366. Diseño No Óptimo 3 - Red Chinú - MATLAB.

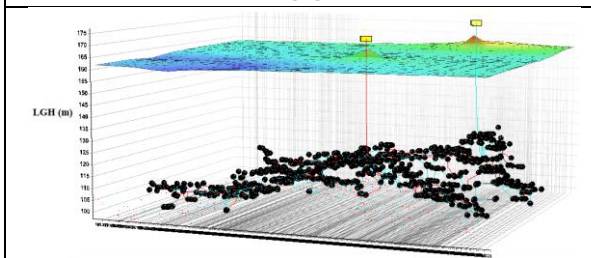


Figura 367. Diseño No Óptimo 4 - Red Chinú - REDES

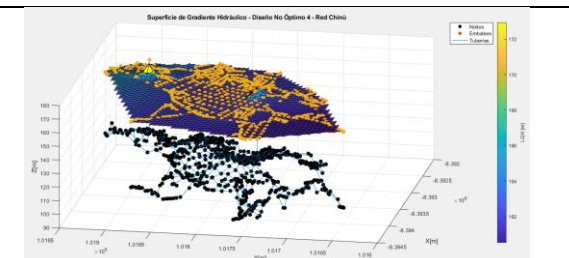
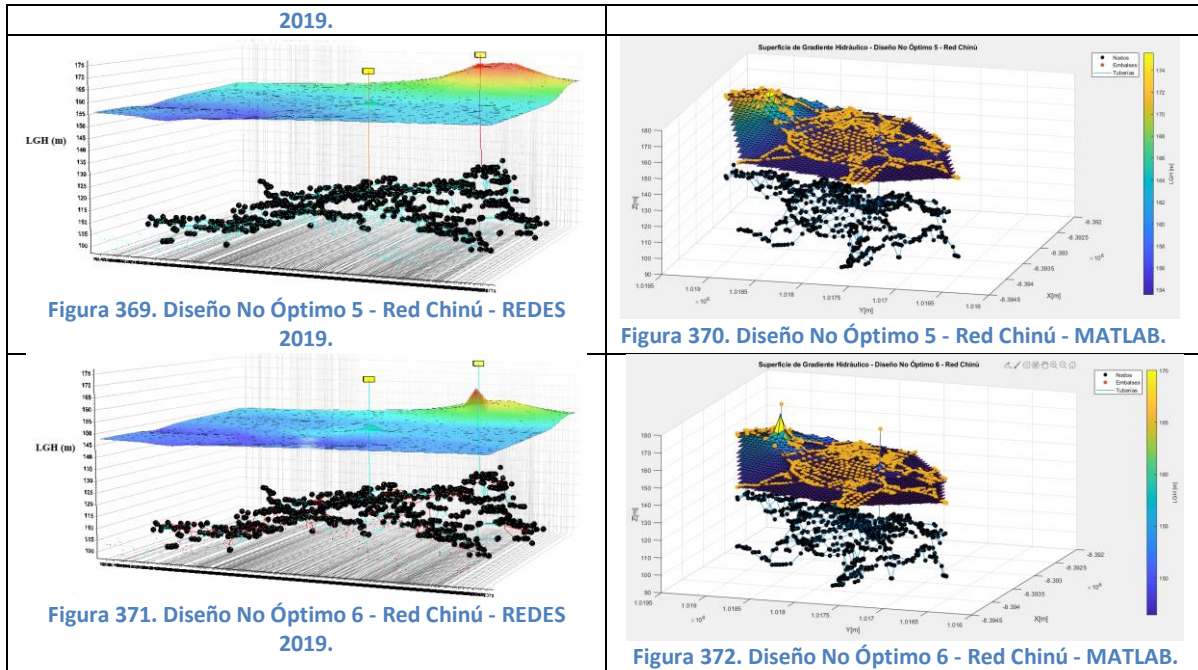
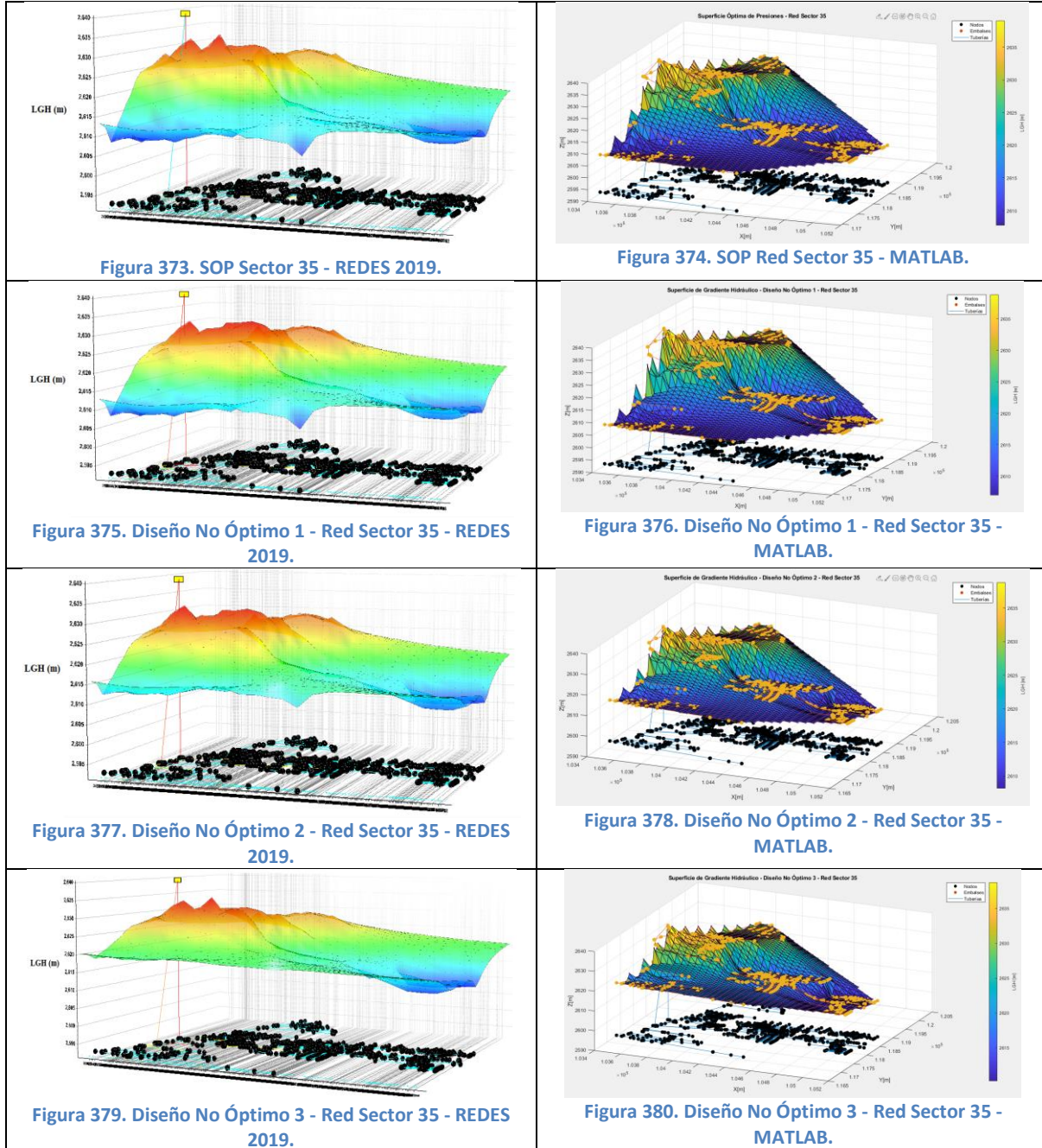


Figura 368. Diseño No Óptimo 4 - Red Chinú - MATLAB.



5.1.3.22 Red Sector 35



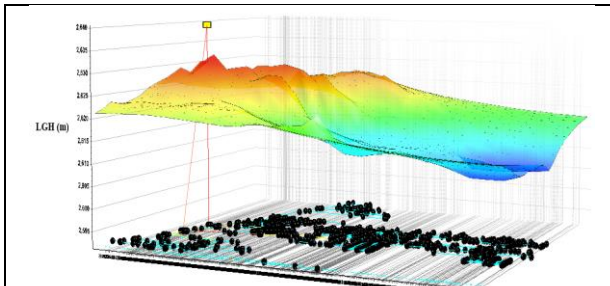


Figura 381. Diseño No Óptimo 4 - Red Sector 35 - REDES 2019.

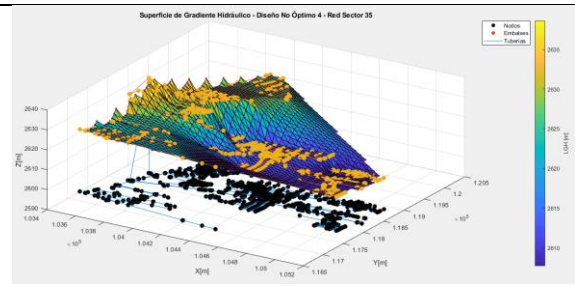


Figura 382. Diseño No Óptimo 4 - Red Sector 35 - MATLAB.

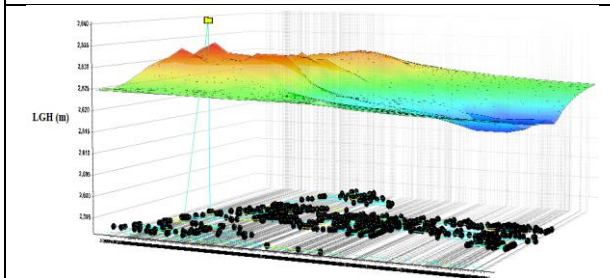


Figura 383. Diseño No Óptimo 5 - Red Sector 35 - REDES 2019.

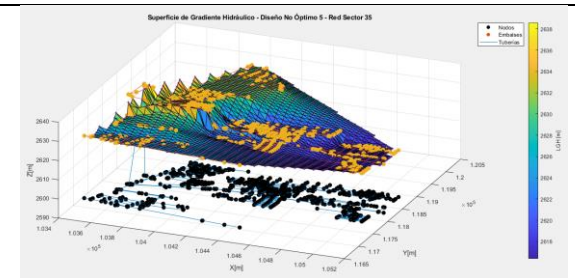


Figura 384. Diseño No Óptimo 5 - Red Sector 35 - MATLAB.

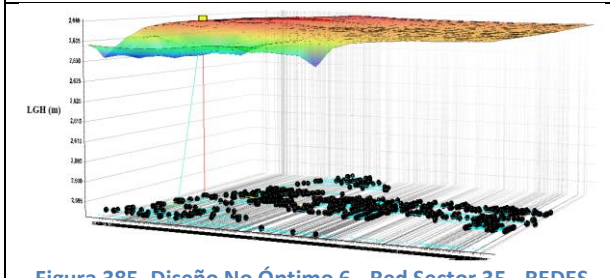


Figura 385. Diseño No Óptimo 6 - Red Sector 35 - REDES 2019.

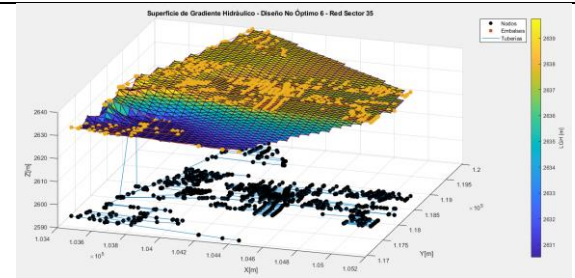


Figura 386. Diseño No Óptimo 6 - Red Sector 35 - MATLAB.

5.1.3.23 Red La Enea

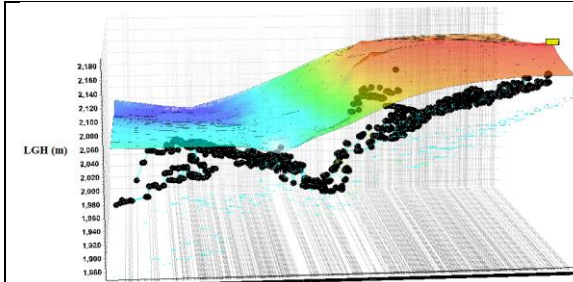


Figura 387. SOP Red La Enea - REDES 2019.

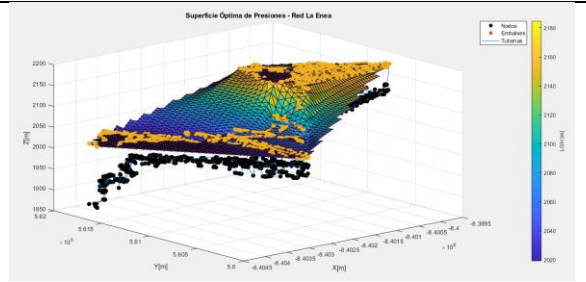


Figura 388. SOP Red La Enea - MATLAB.

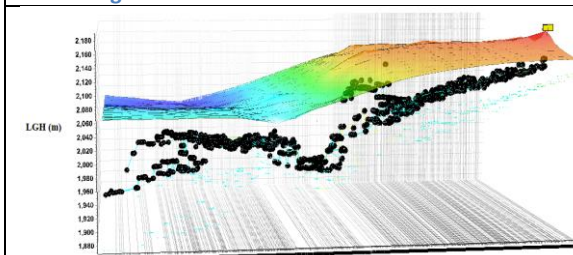


Figura 389. Diseño No Óptimo 1 - Red La Enea - REDES 2019.

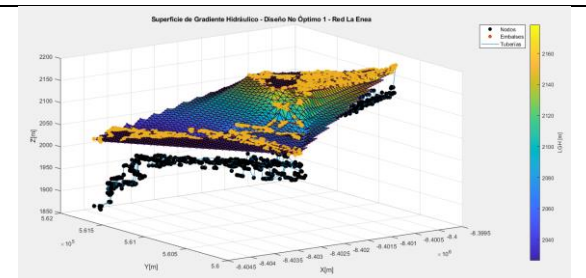


Figura 390. Diseño No Óptimo 1 - Red La Enea - MATLAB.

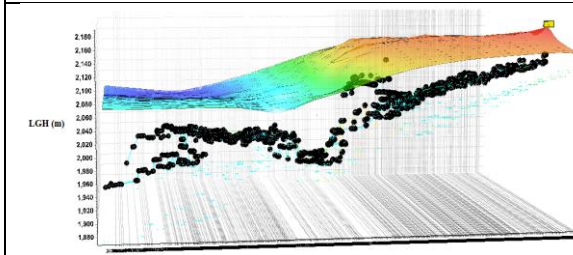


Figura 391. Diseño No Óptimo 2 - Red La Enea - REDES 2019.

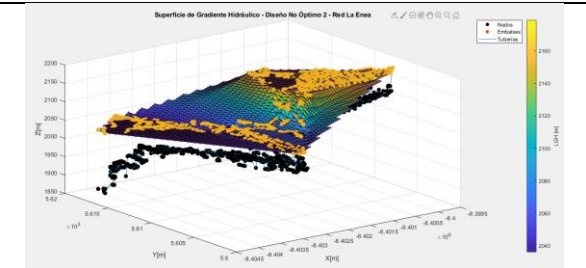


Figura 392. Diseño No Óptimo 2 - Red La Enea - MATLAB.

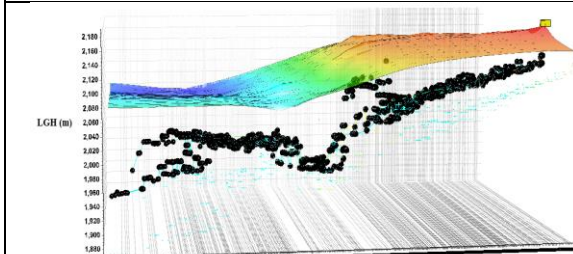


Figura 393. Diseño No Óptimo 3 - Red La Enea - REDES 2019.

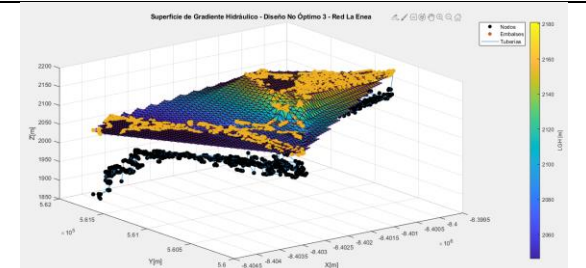


Figura 394. Diseño No Óptimo 3 - Red La Enea - MATLAB.

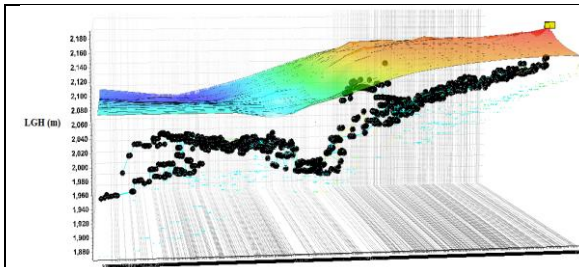


Figura 395. Diseño No Óptimo 4 - Red La Enea - REDES 2019.

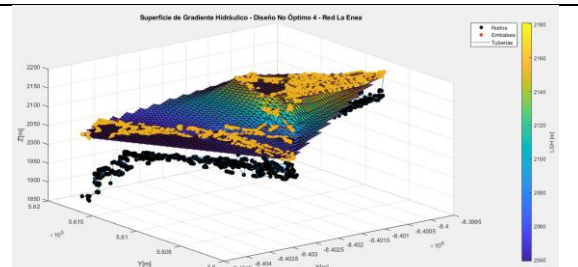


Figura 396. Diseño No Óptimo 4 - Red La Enea - MATLAB.

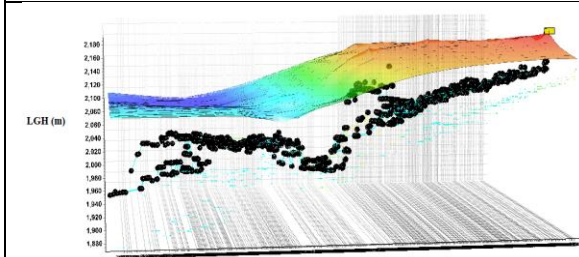


Figura 397. Diseño No Óptimo 5 - Red La Enea - REDES 2019.

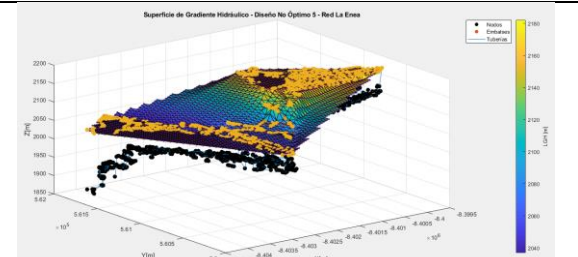


Figura 398. Diseño No Óptimo 5 - Red La Enea - MATLAB.

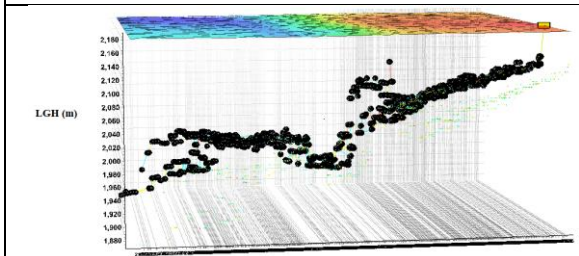


Figura 399. Diseño No Óptimo 6 - Red La Enea - REDES 2019.

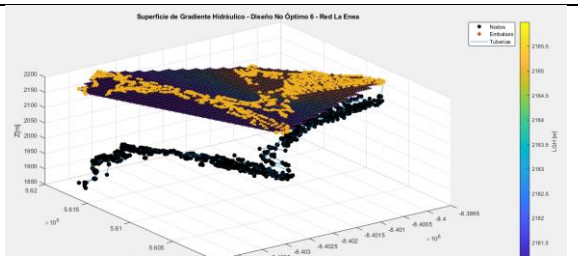


Figura 400. Diseño No Óptimo 6 - Red La Enea - MATLAB.

5.2 Análisis fractal unidimensional de las superficies

5.2.1 Perfil de dimensiones fractales – Eje X

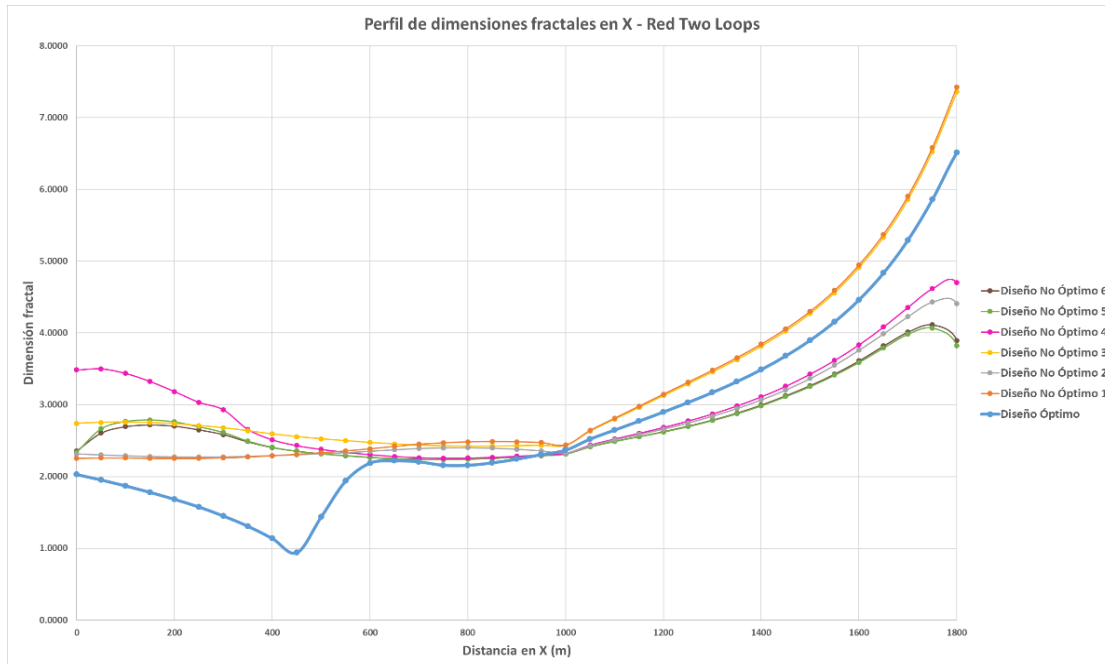


Figura 401. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Two Loops.

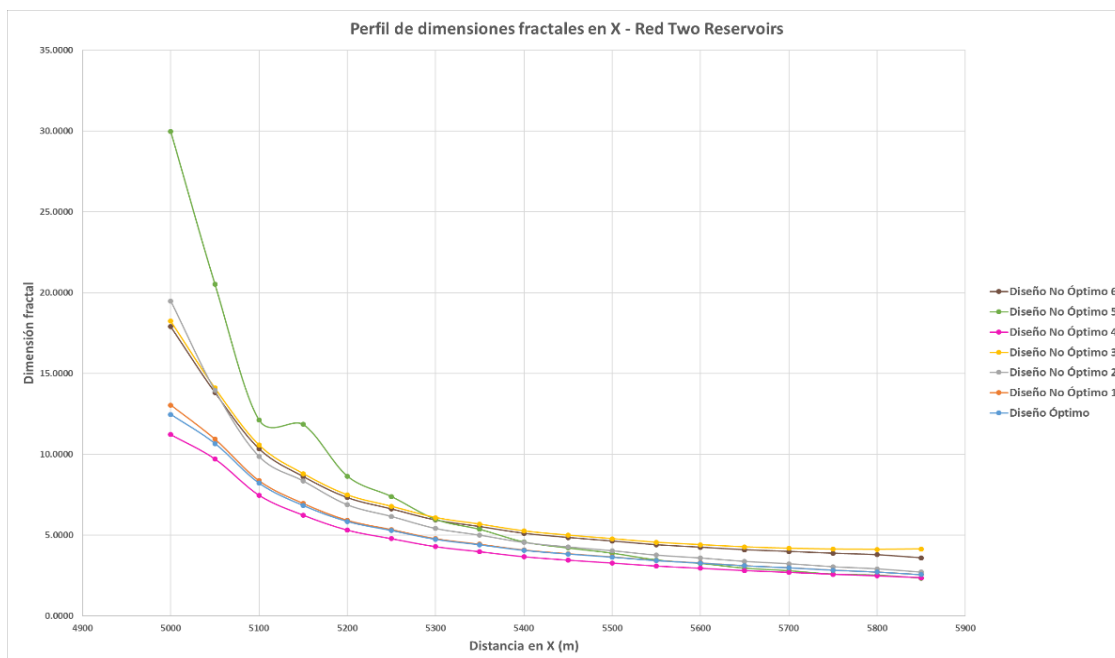


Figura 402. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Two Reservoirs.

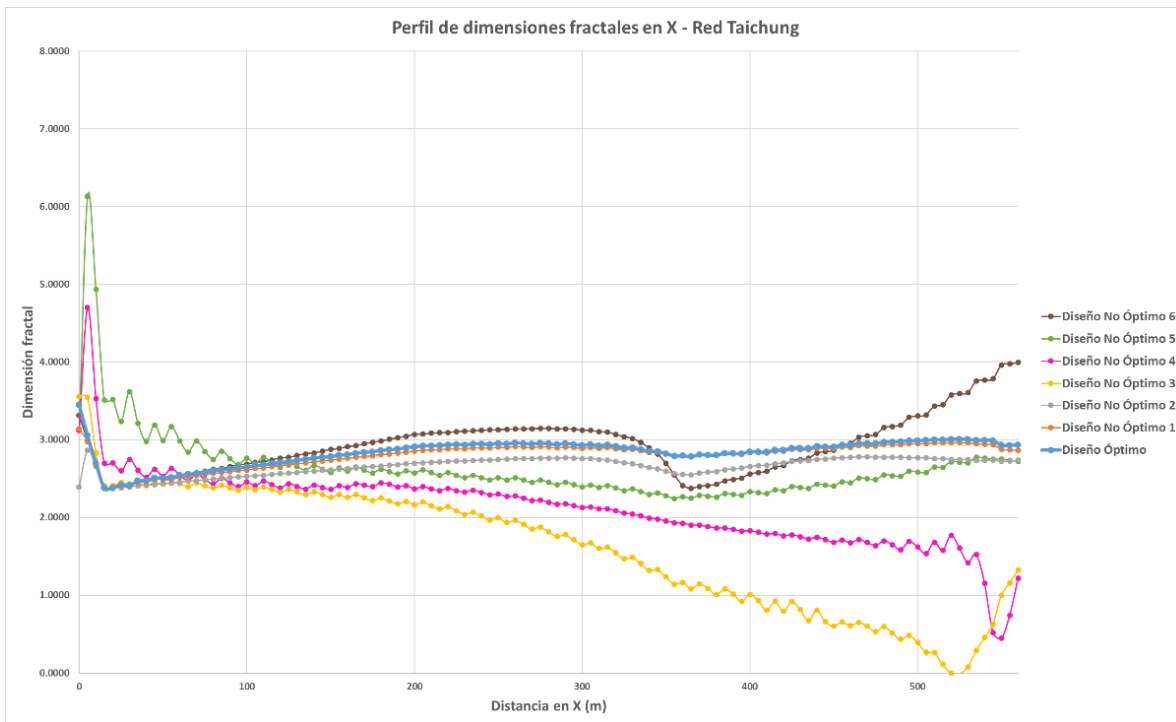


Figura 403. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Taichung.

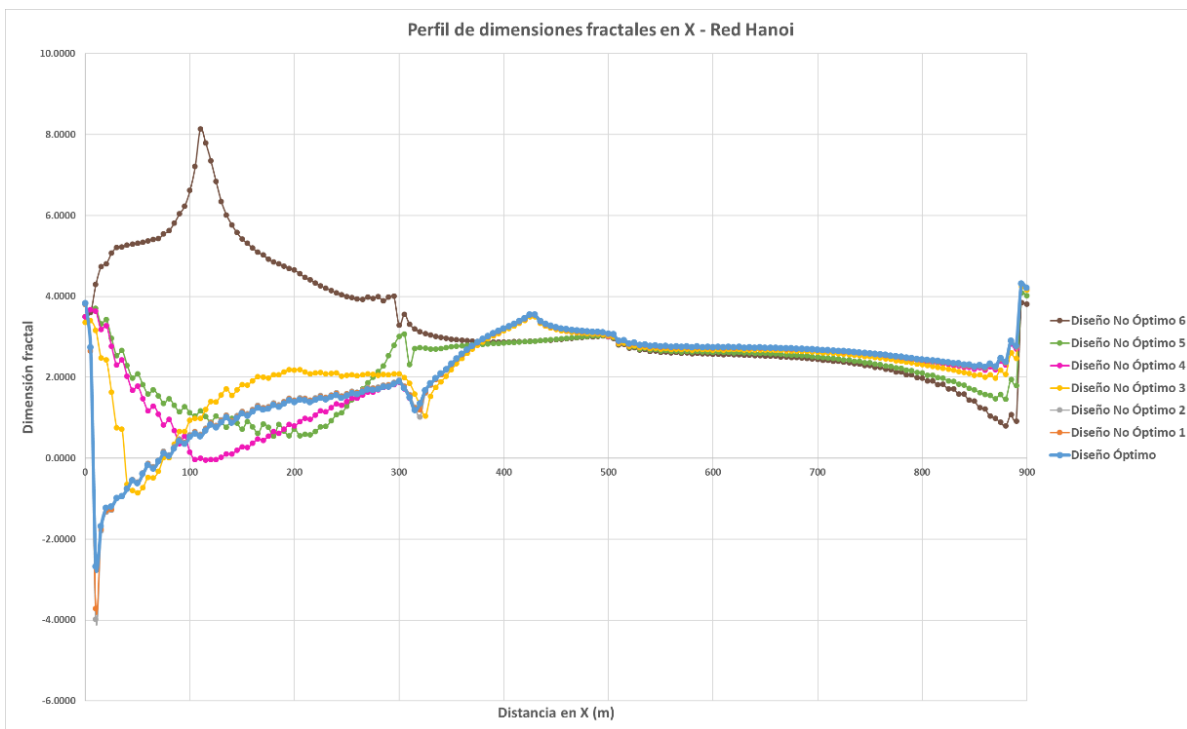


Figura 404. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Hanoi.

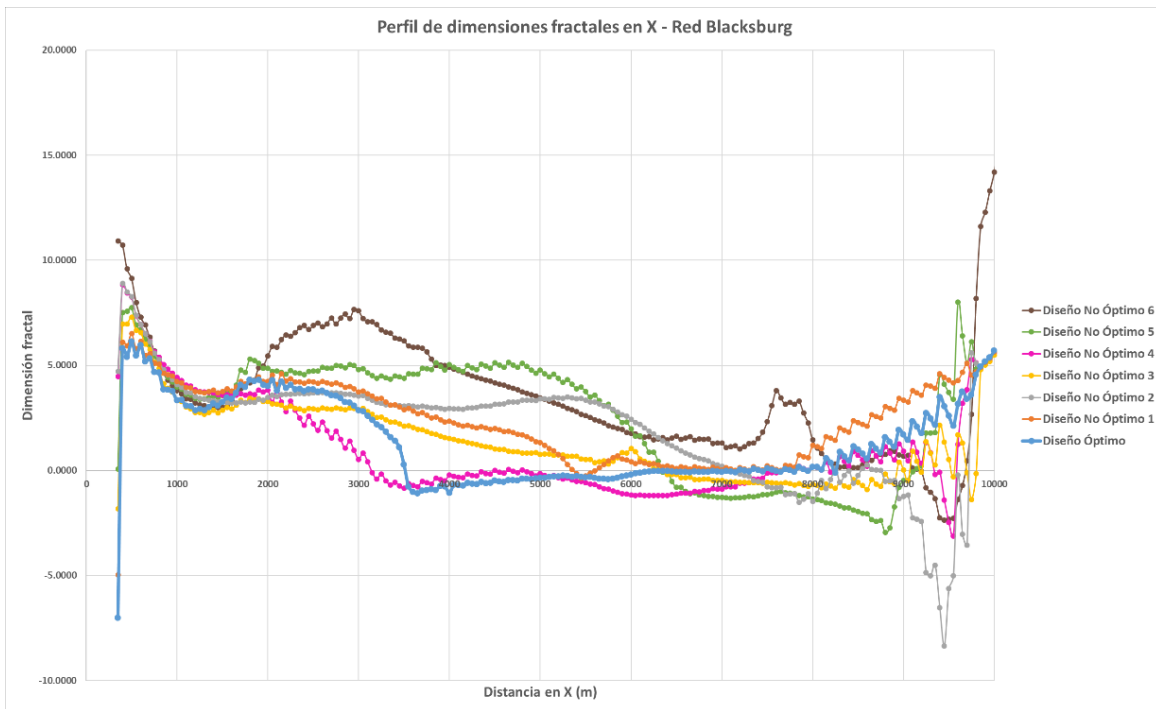


Figura 405. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Blacksburg.

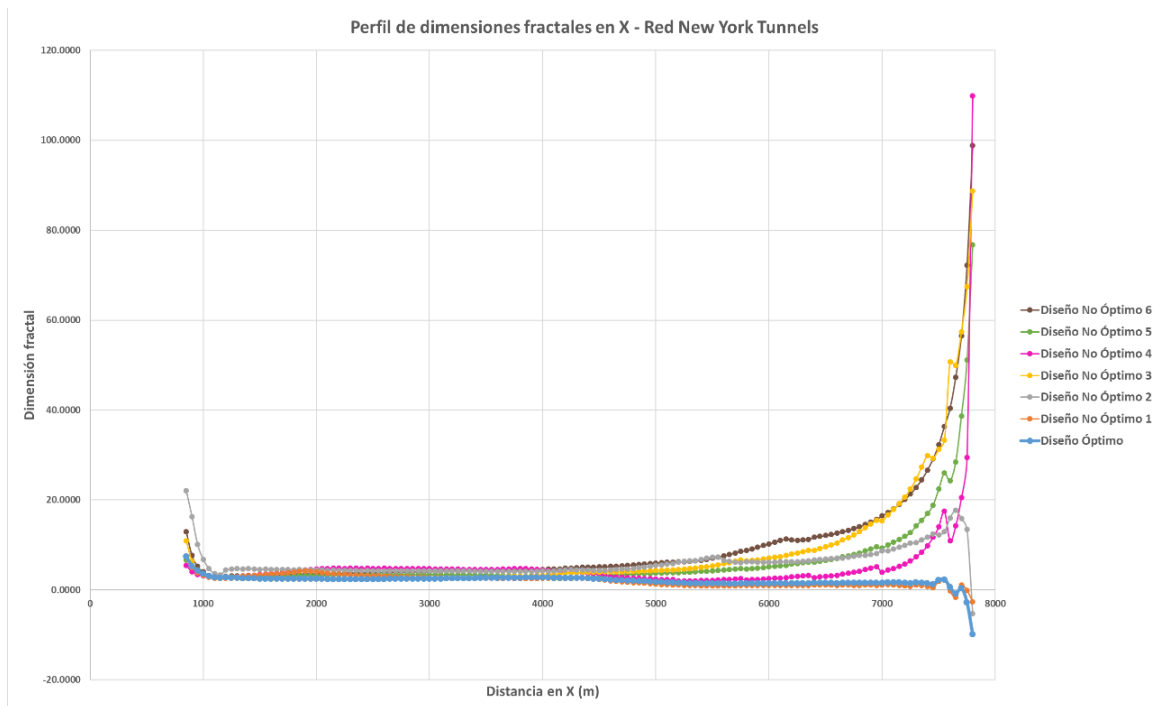


Figura 406. Perfil de dimensiones fractales en X - Red New York Tunnels.

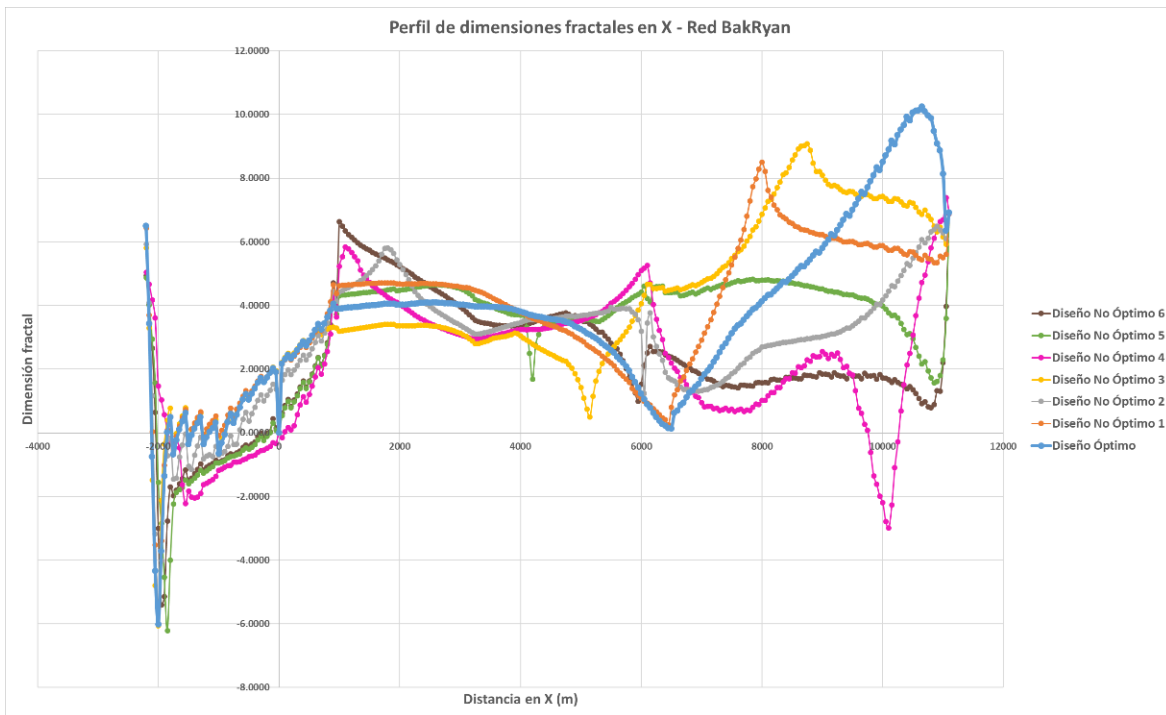


Figura 407. Perfil de dimensiones fractales en X - Red BakRyan.

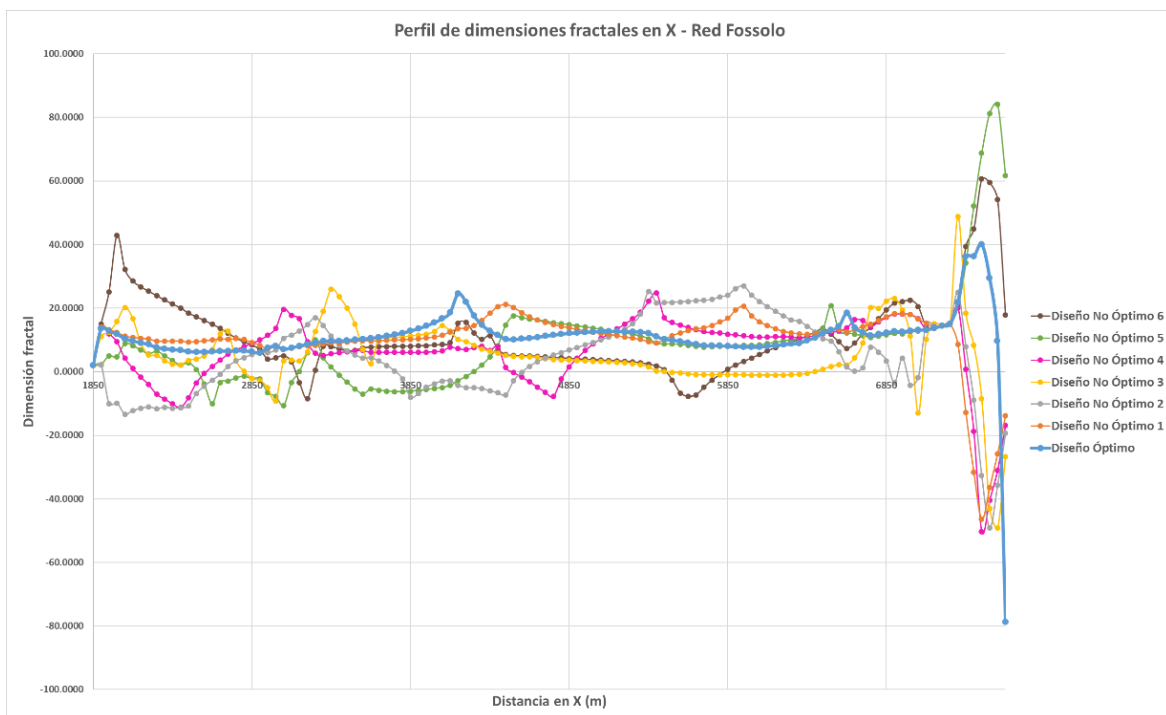


Figura 408. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Fossolo.

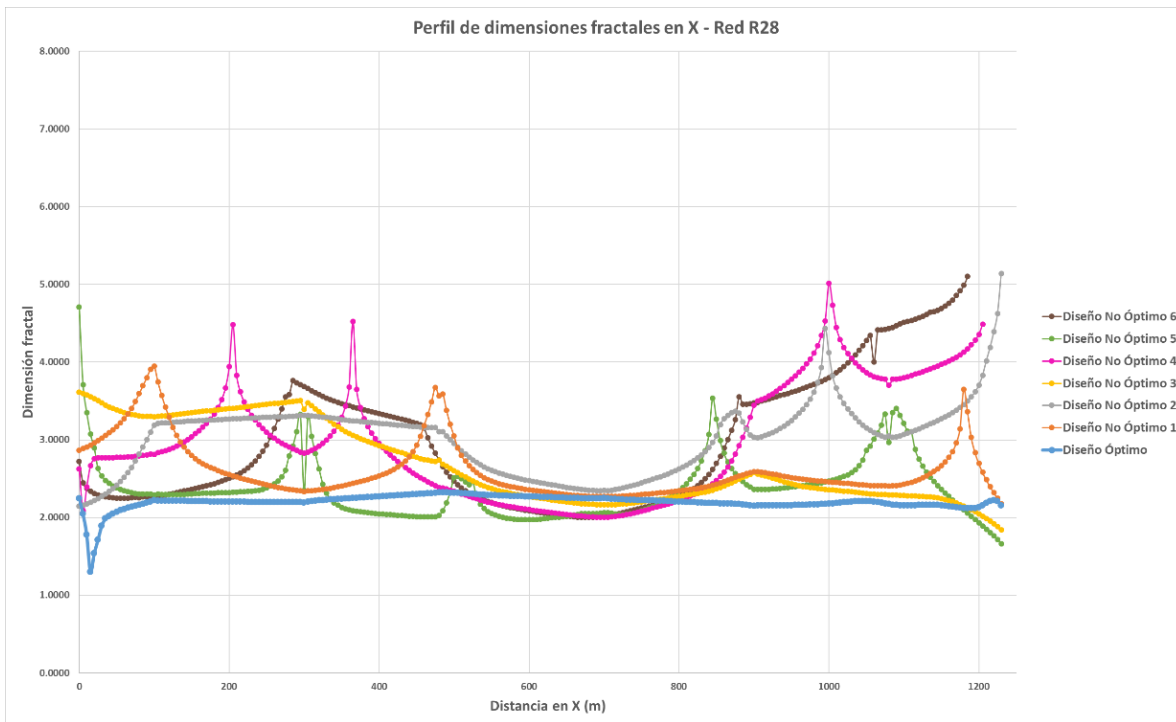


Figura 409. Perfil de dimensiones fractales en X - Red R28.

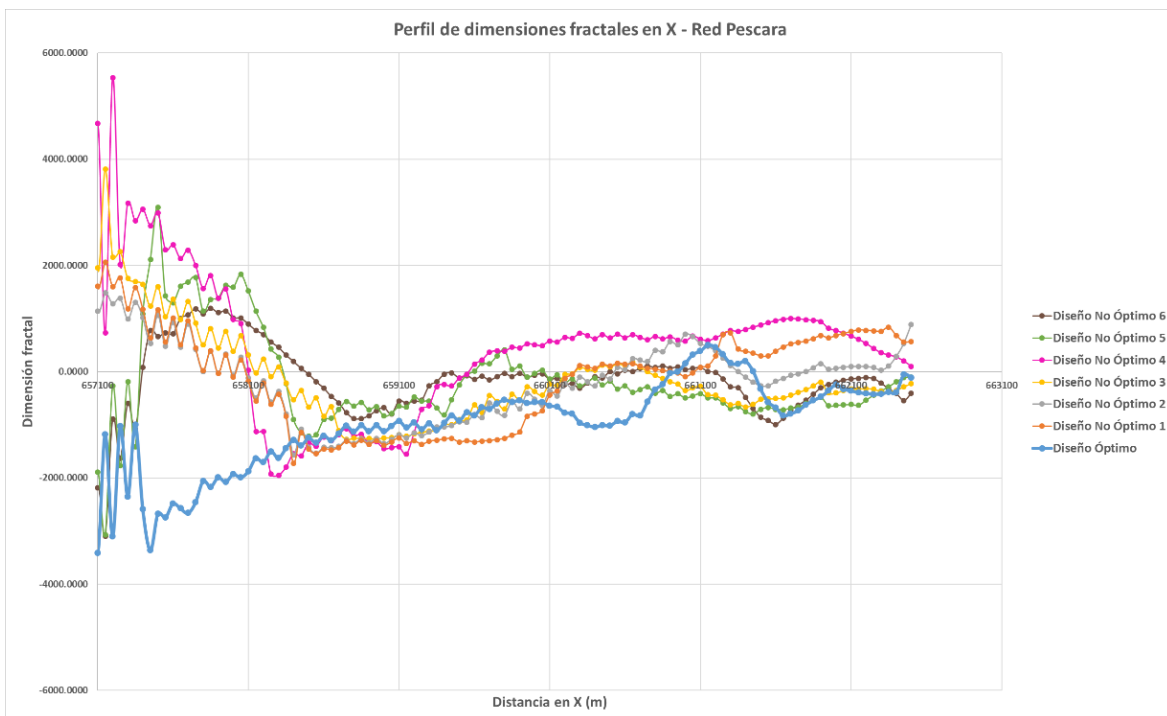


Figura 410. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Pescara.

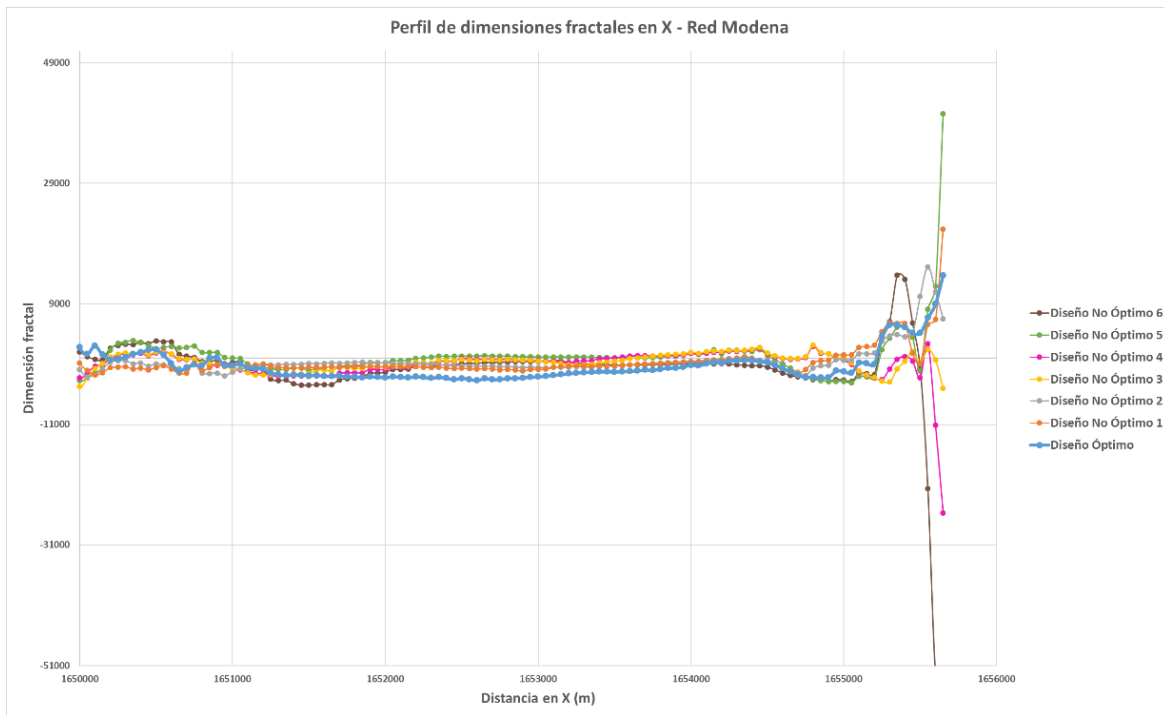


Figura 411. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Modena.

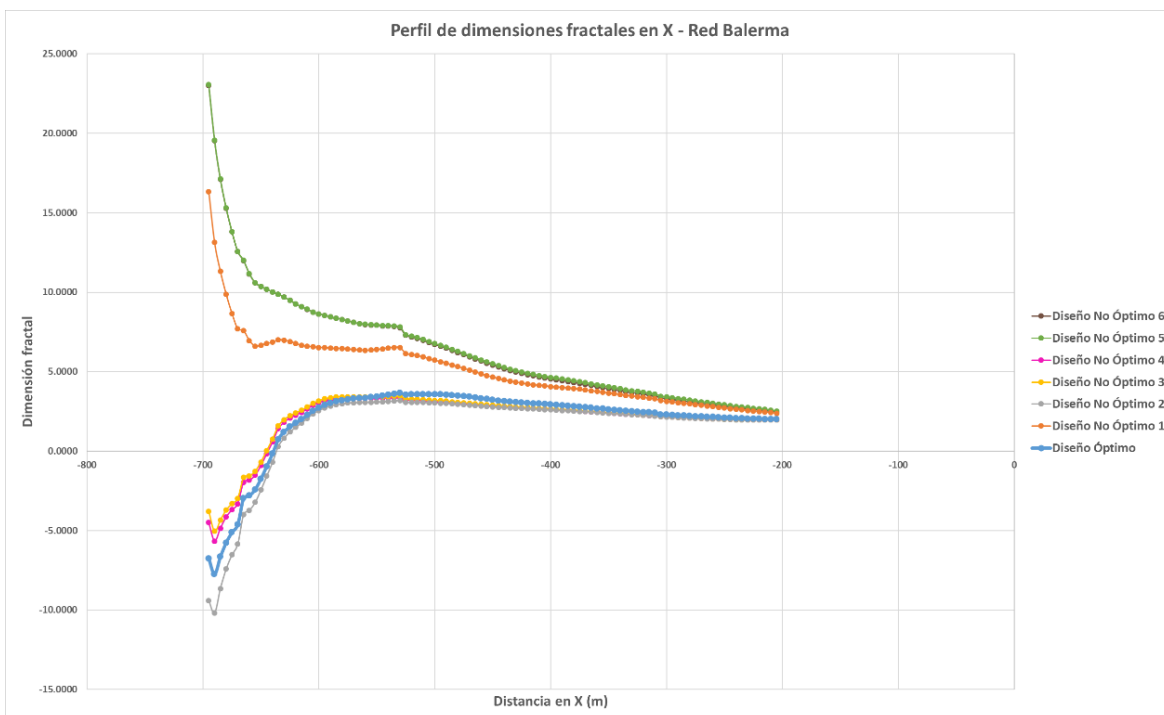


Figura 412. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Balerma.

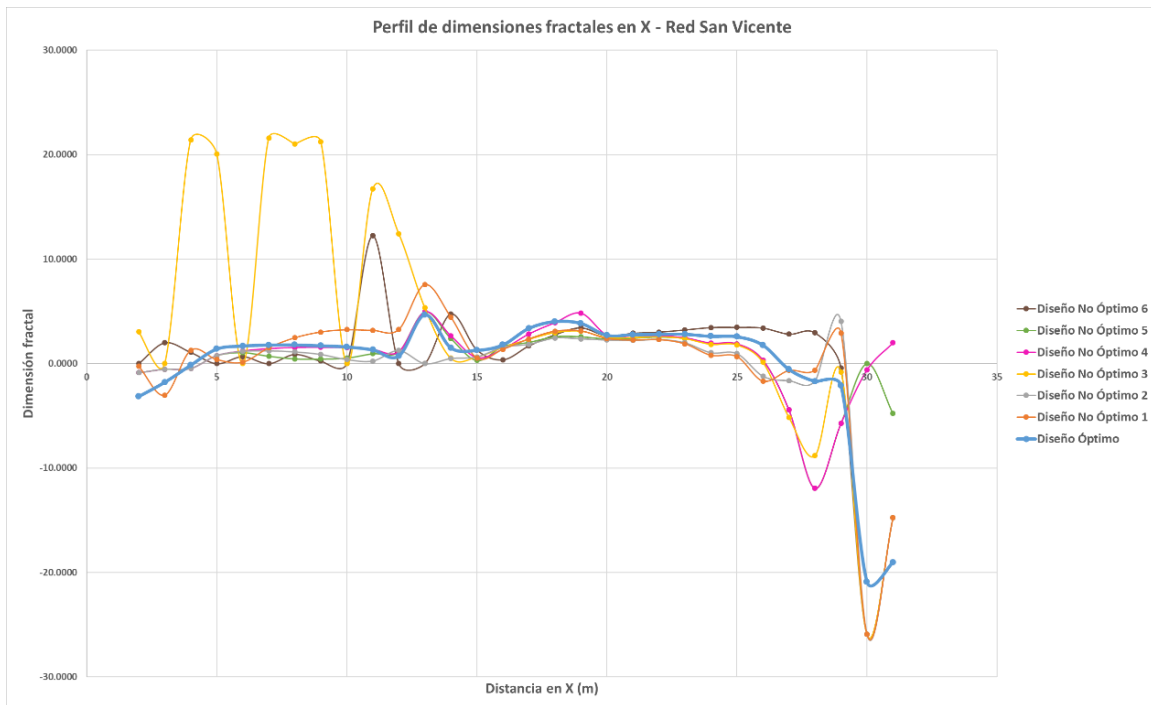


Figura 413. Perfil de dimensiones fractales en X - Red San Vicente.

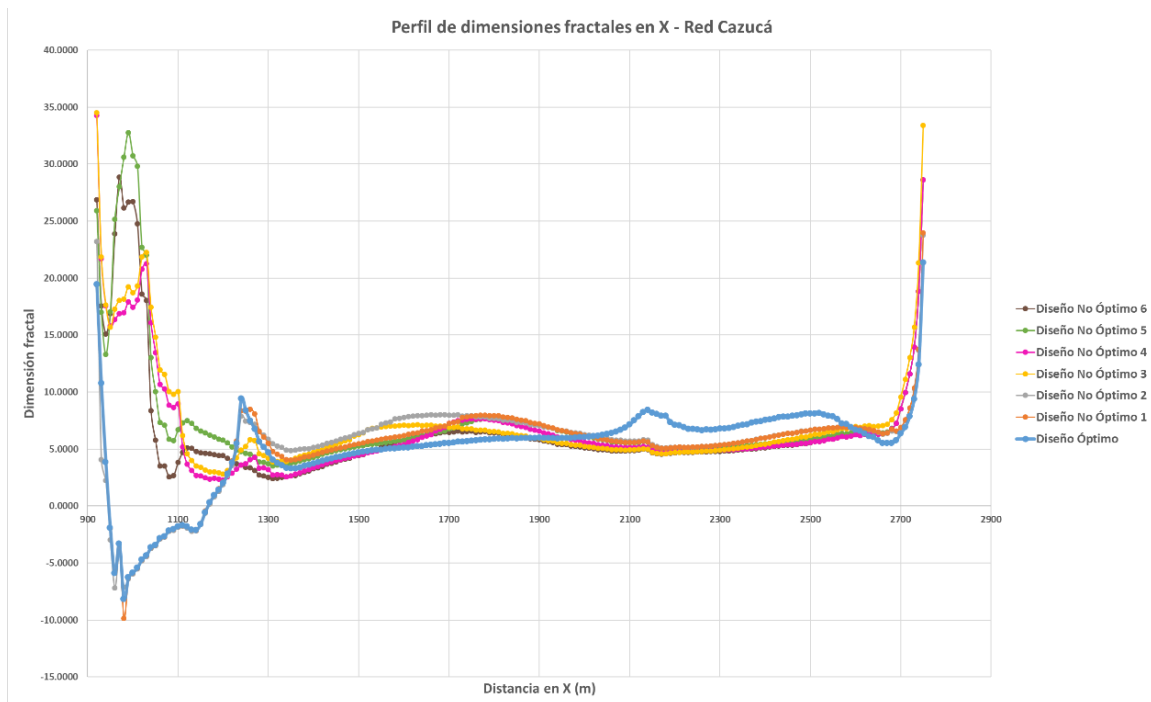


Figura 414. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Cazucá.

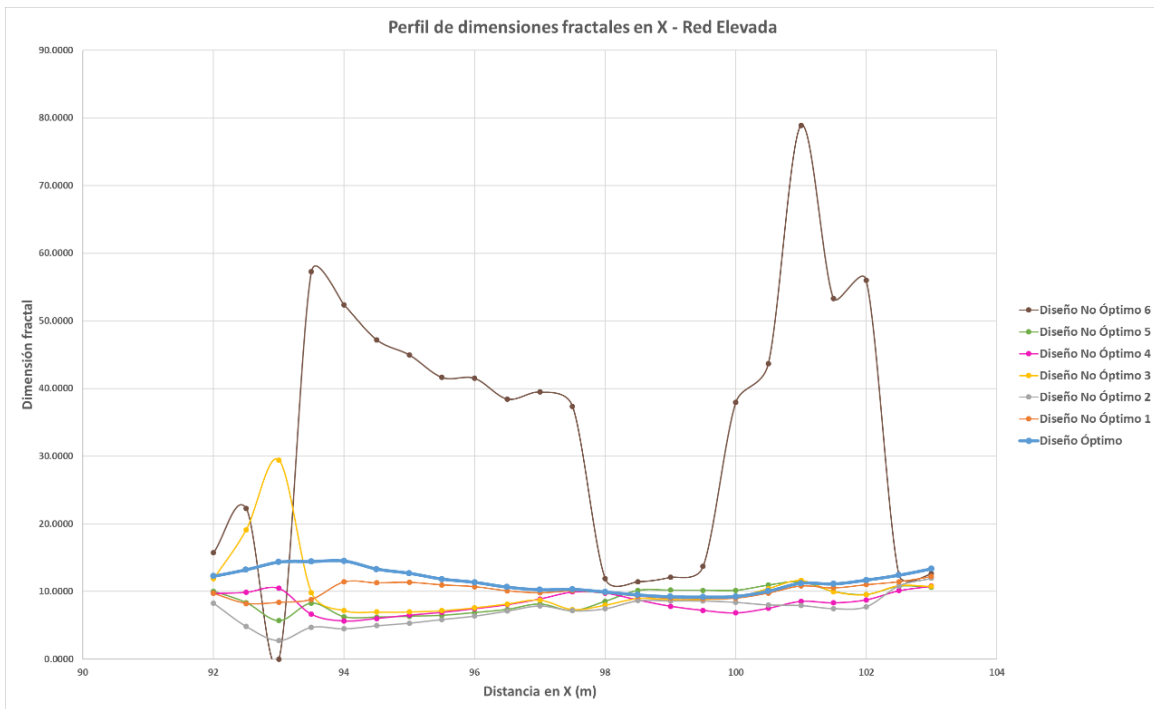


Figura 415. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Elevada.

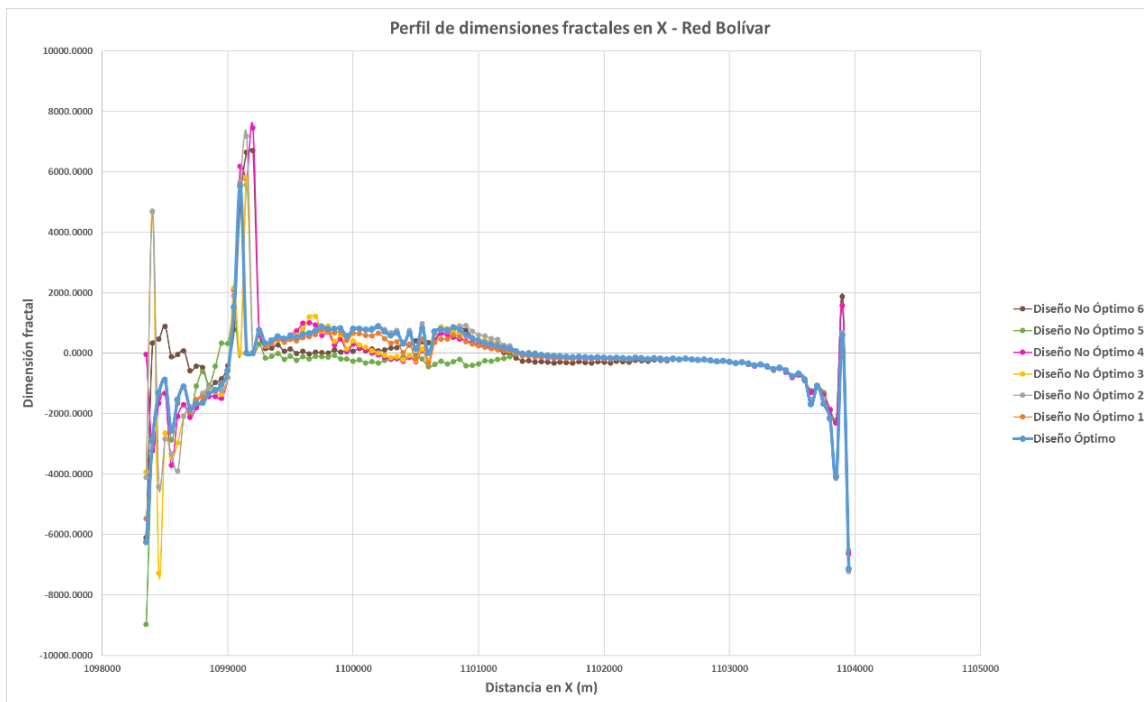


Figura 416. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Bolívar.

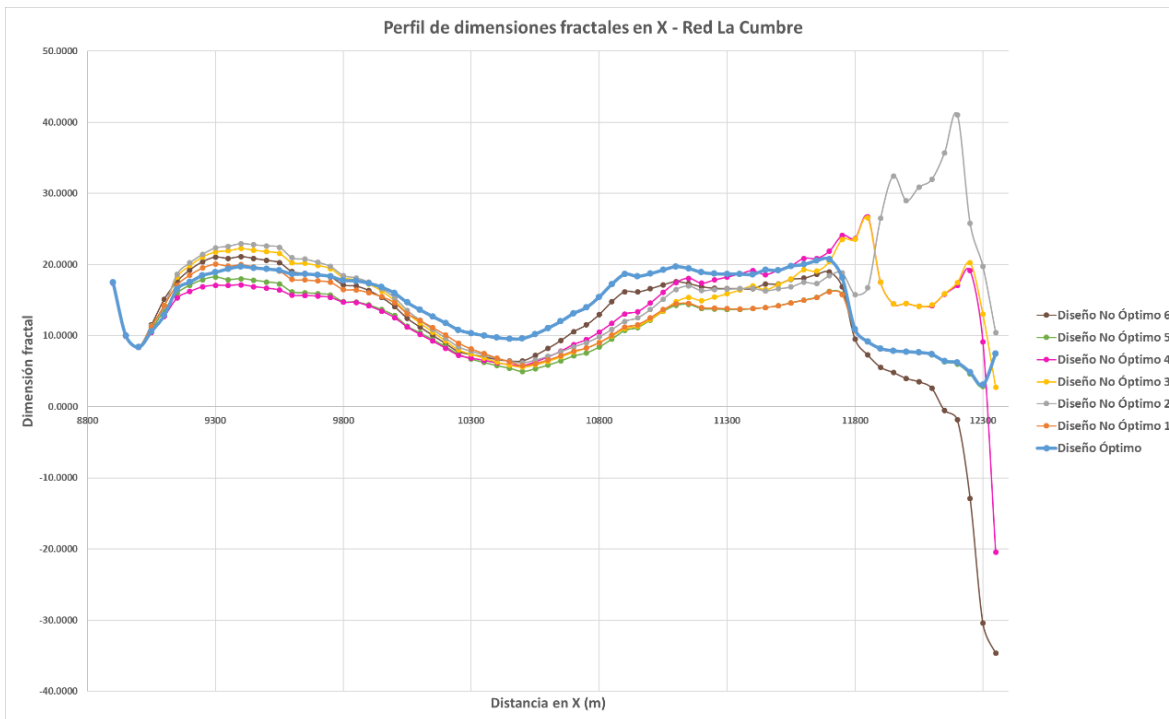


Figura 417. Perfil de dimensiones fractales en X - Red La Cumbre.

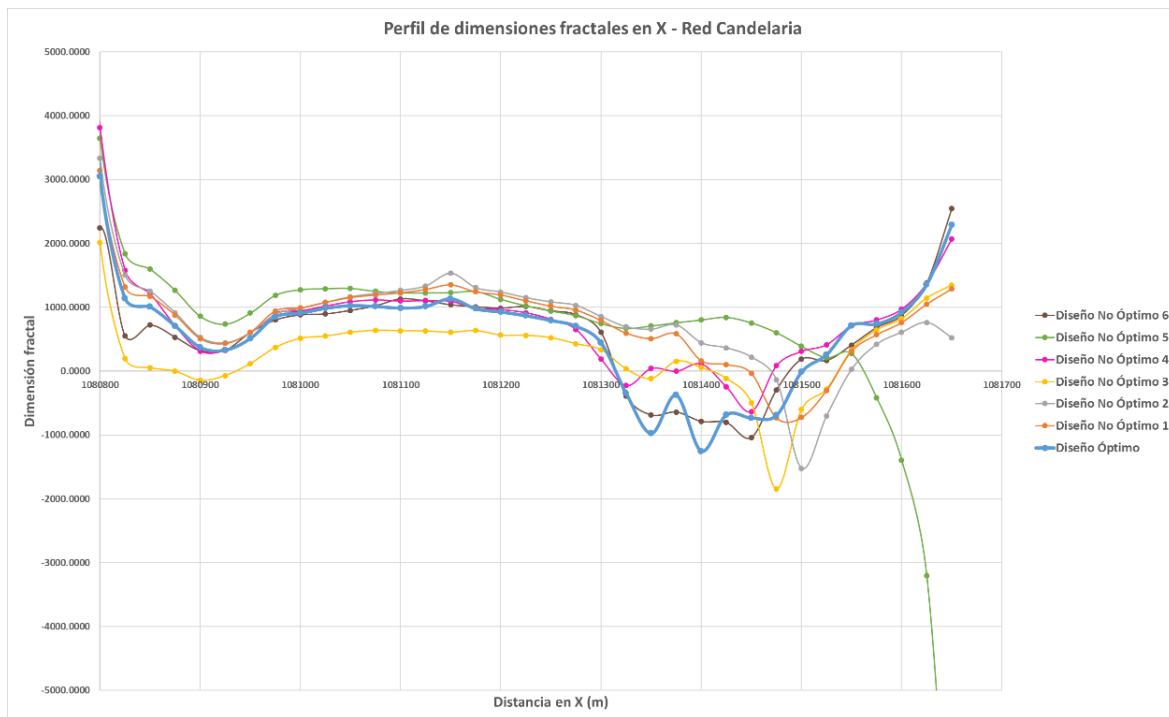


Figura 418. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Candelaria.

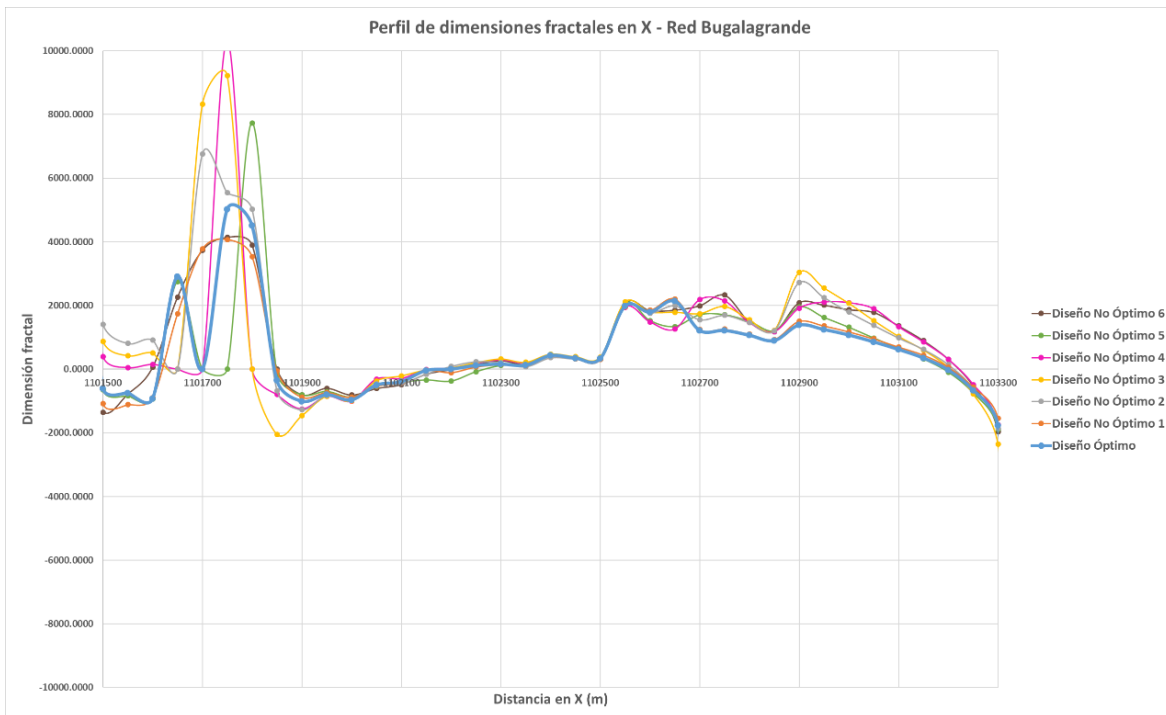


Figura 419. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Bugalagrande.

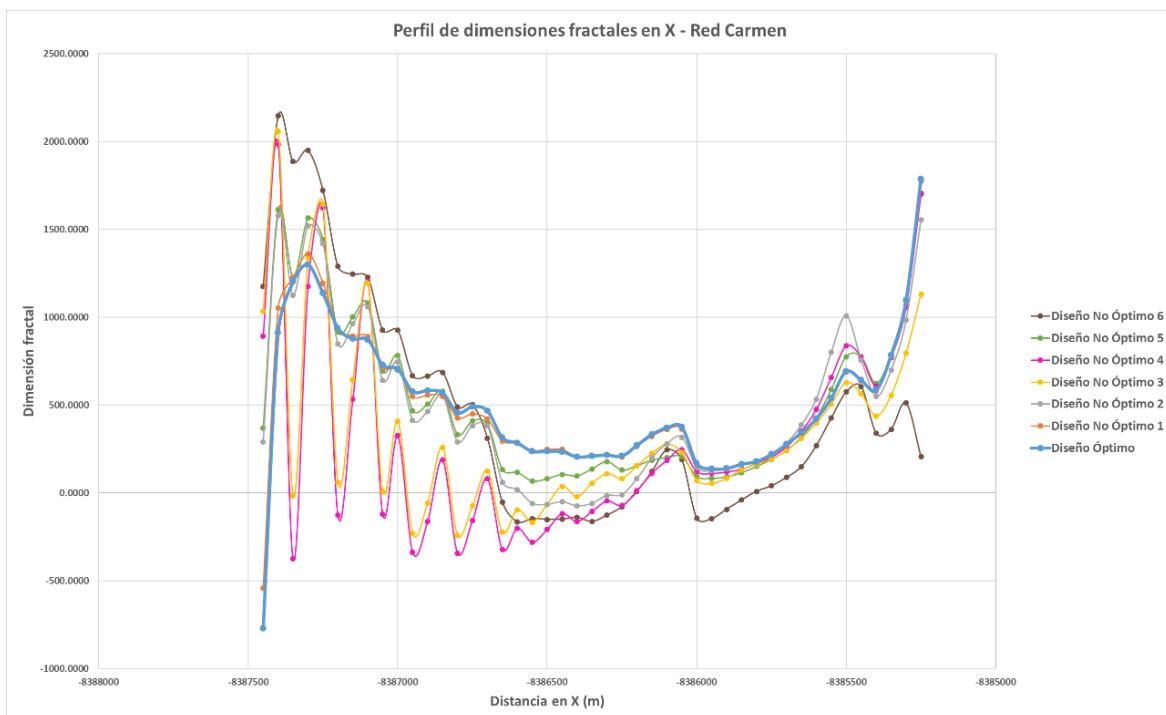


Figura 420. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Carmen.

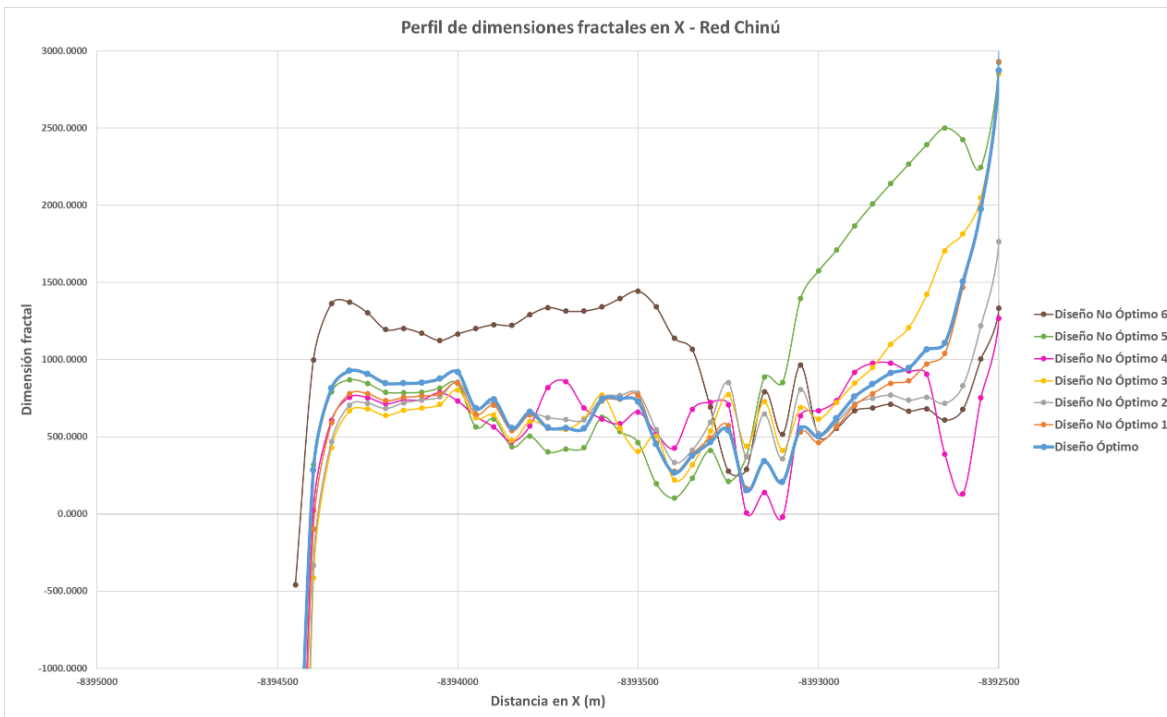


Figura 421. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Chinú.

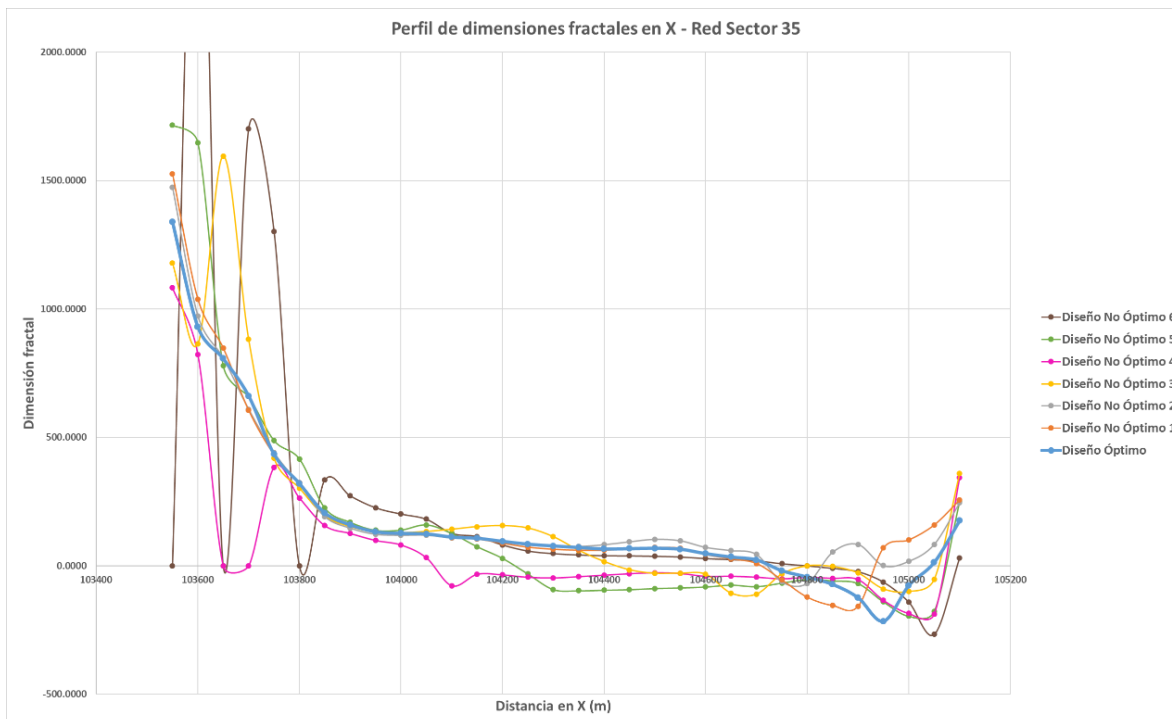


Figura 422. Perfil de dimensiones fractales en X - Red Sector 35.

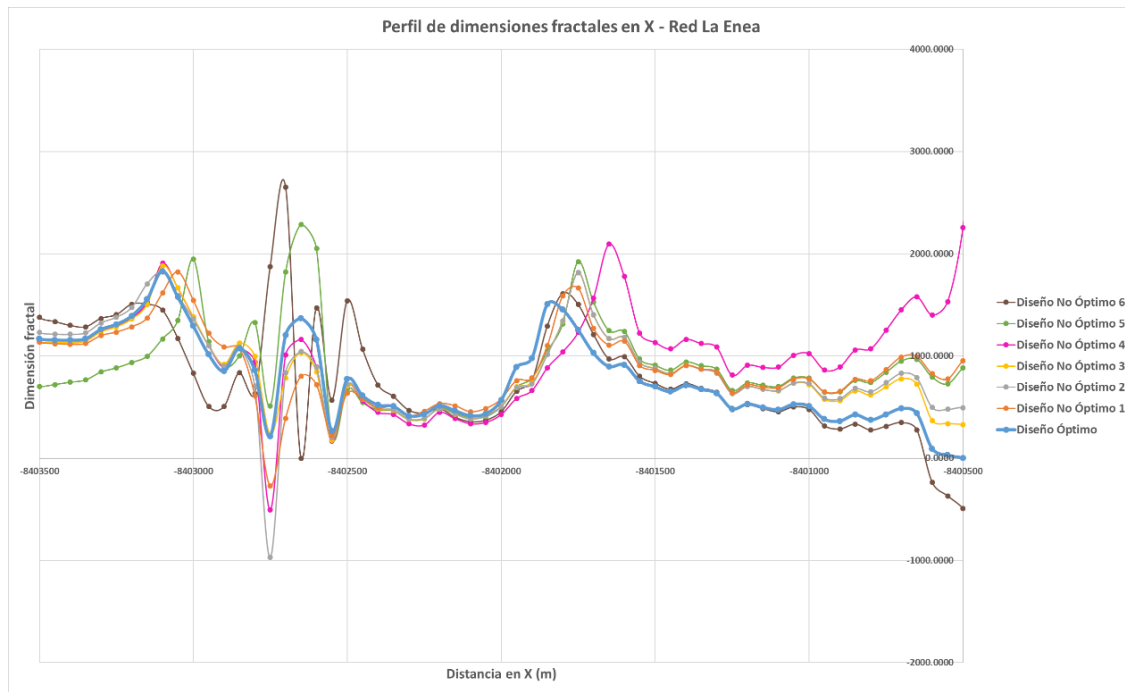


Figura 423. Perfil de dimensiones fractales en X - Red La Enea.

5.2.2 Perfil de dimensiones fractales – Eje Y

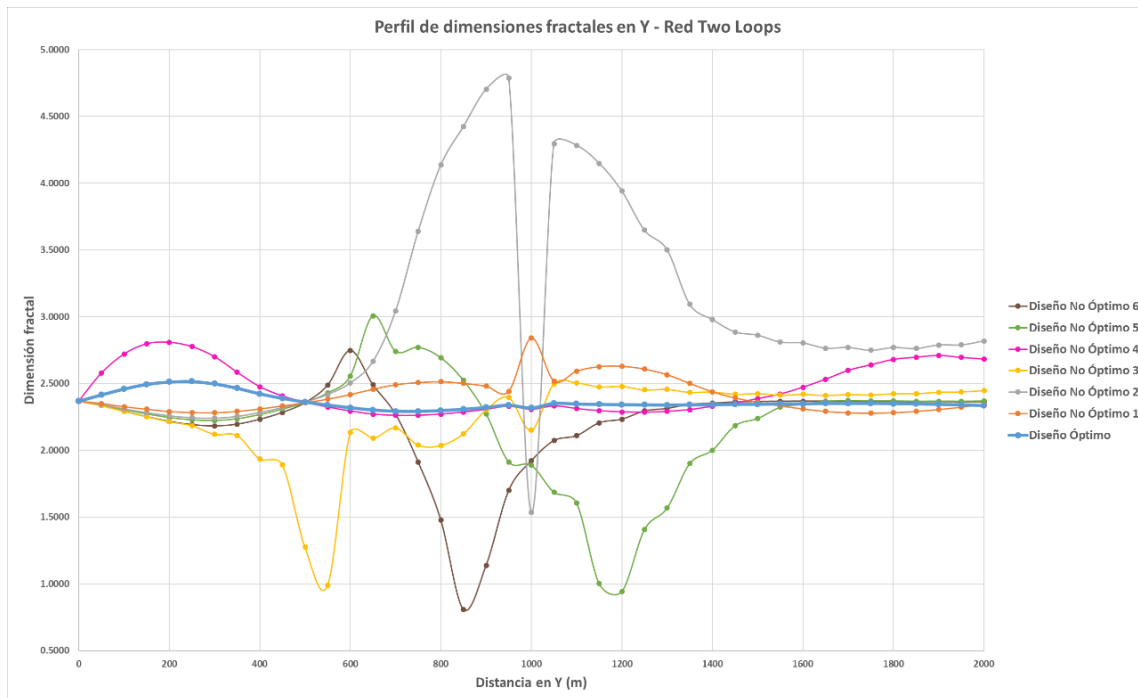


Figura 424. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Two Loops.

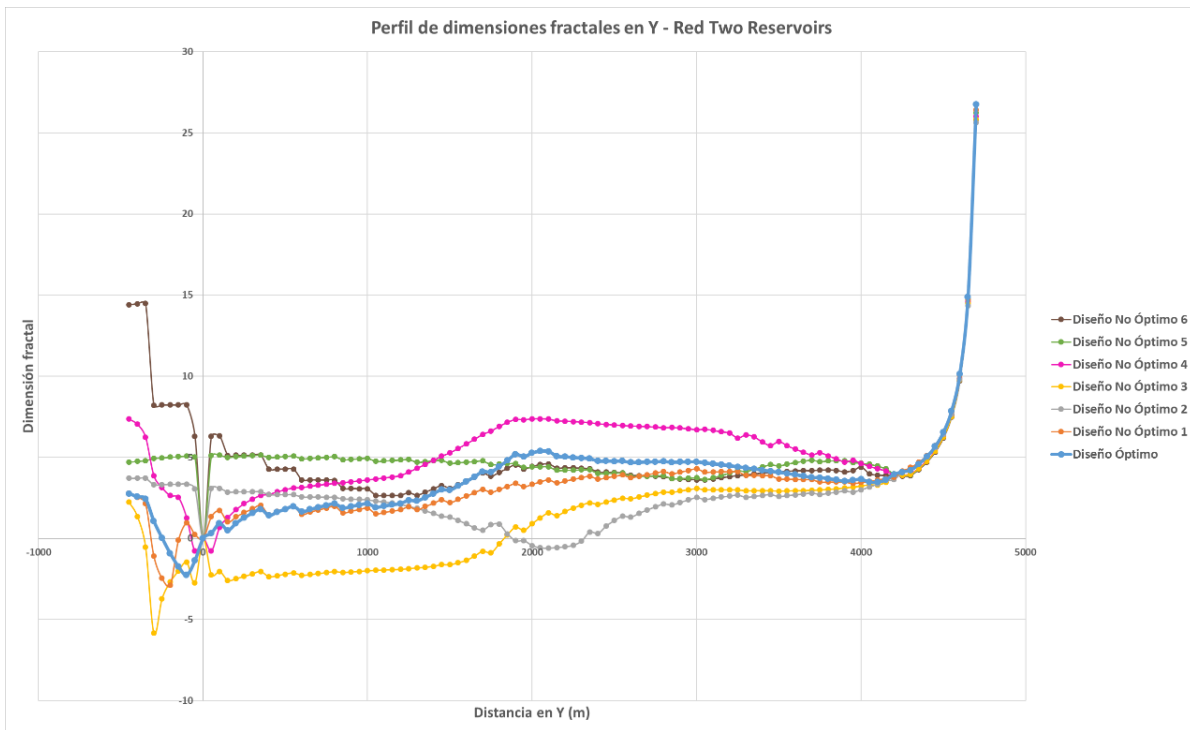


Figura 425. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Two Reservoirs.

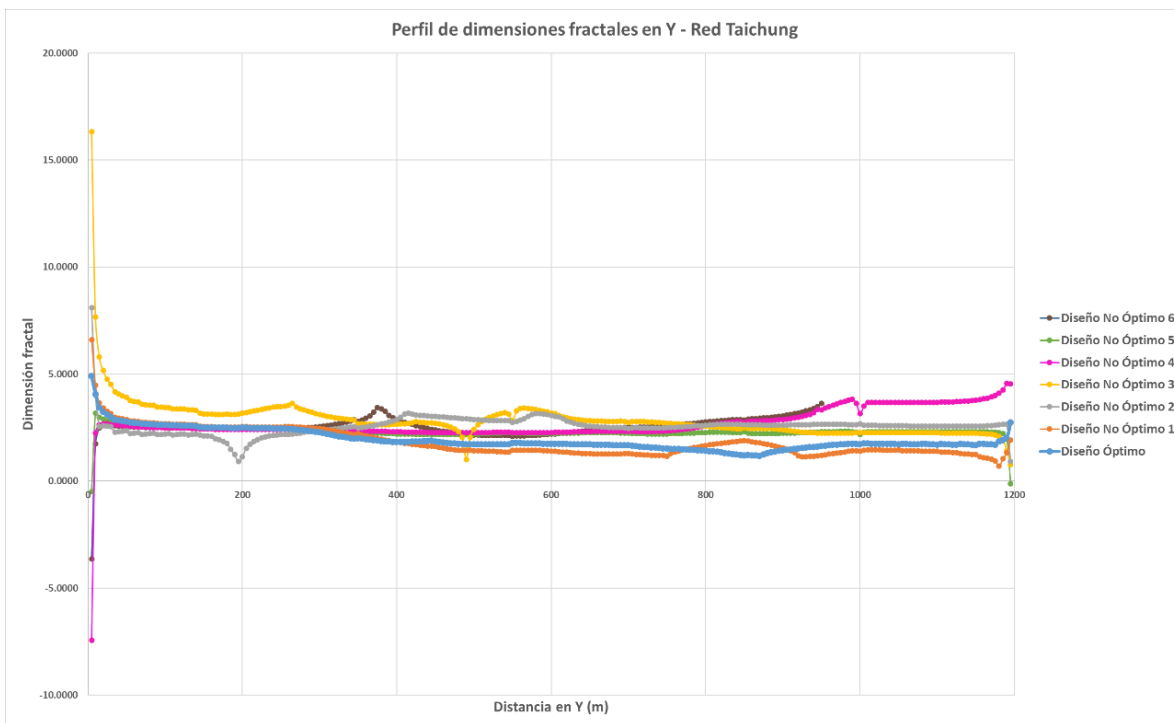


Figura 426. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Taichung.

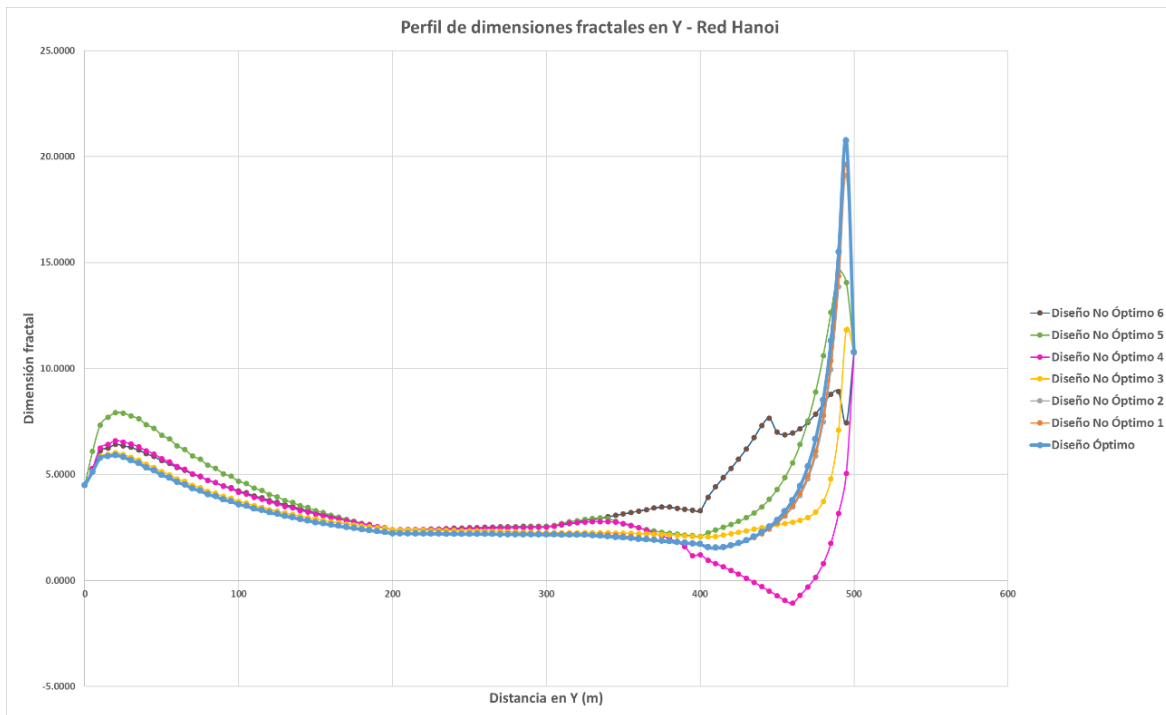


Figura 427. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Hanoi.

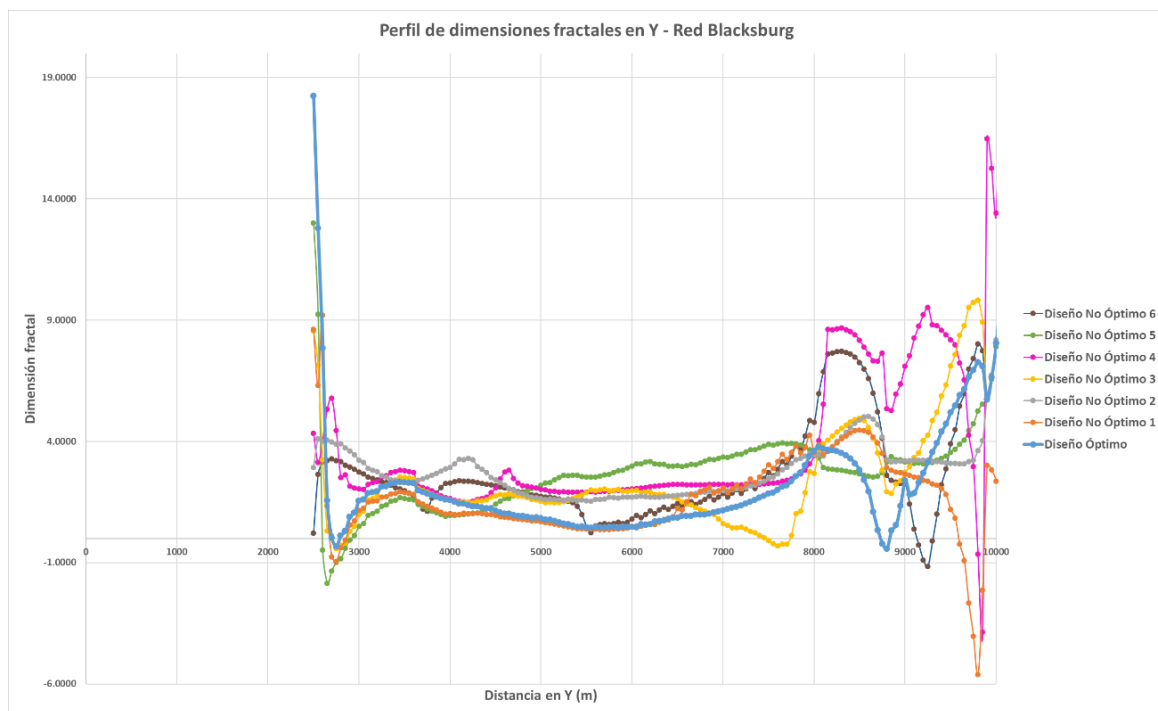


Figura 428. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Blacksburg.

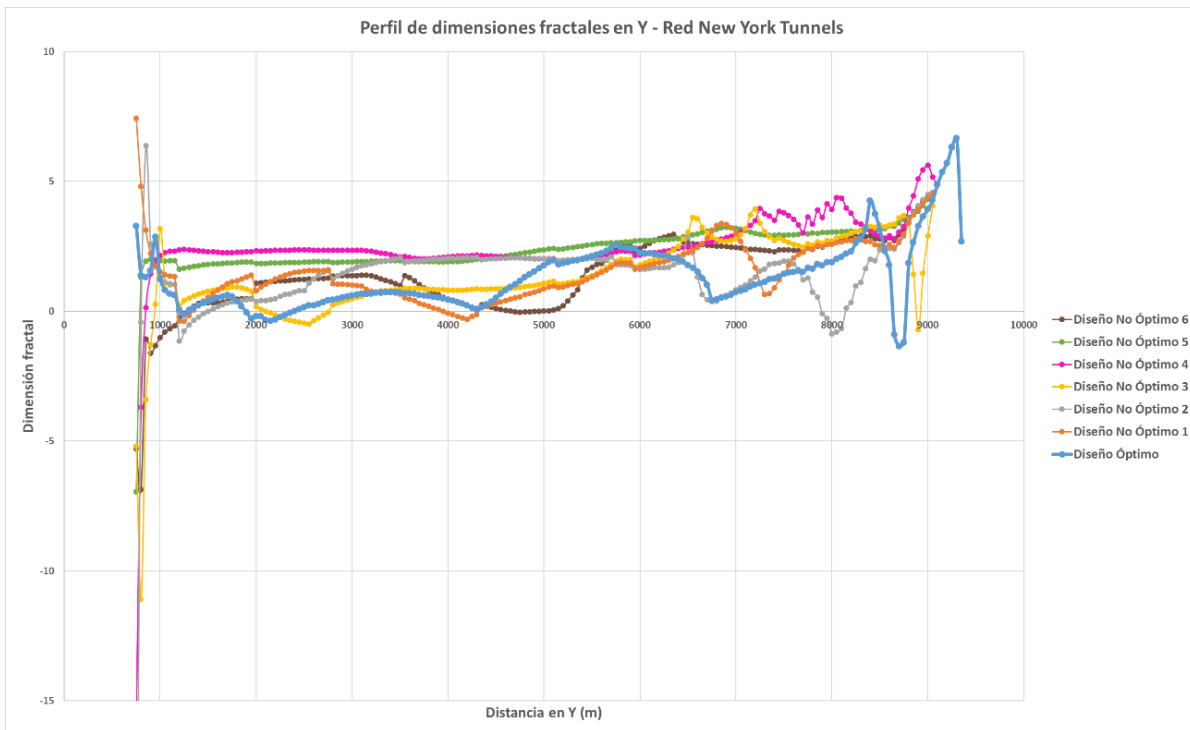


Figura 429. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red New York Tunnels.

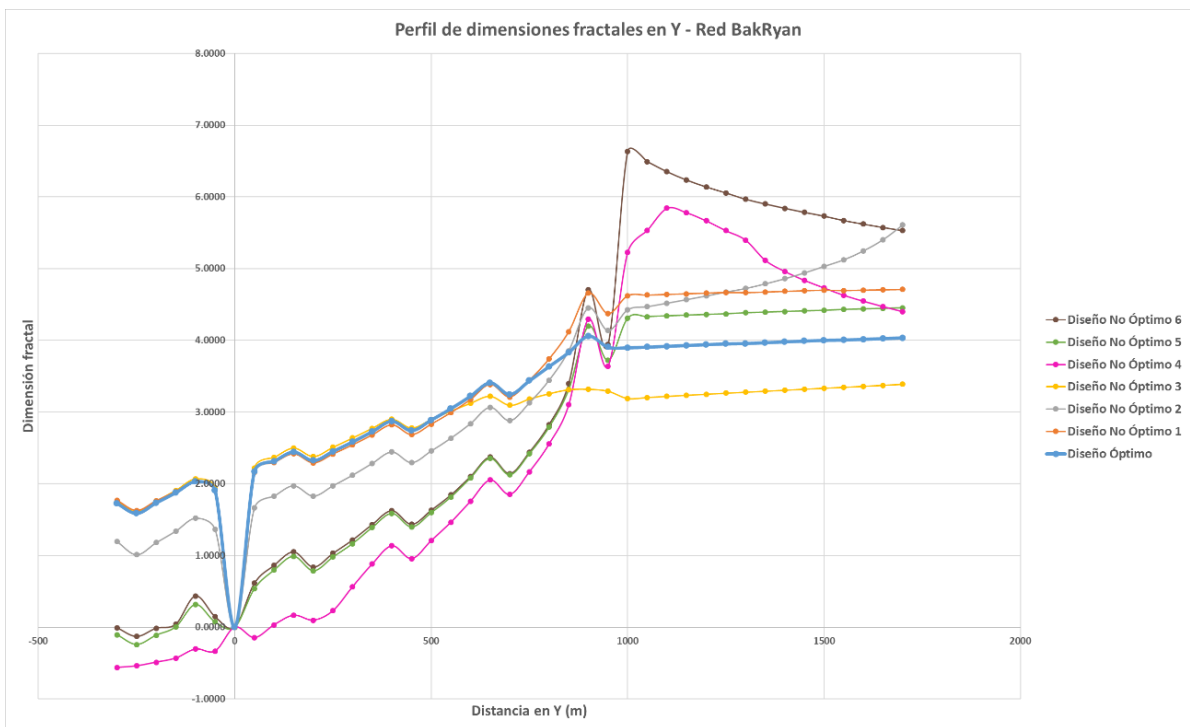


Figura 430. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red BakRyan.

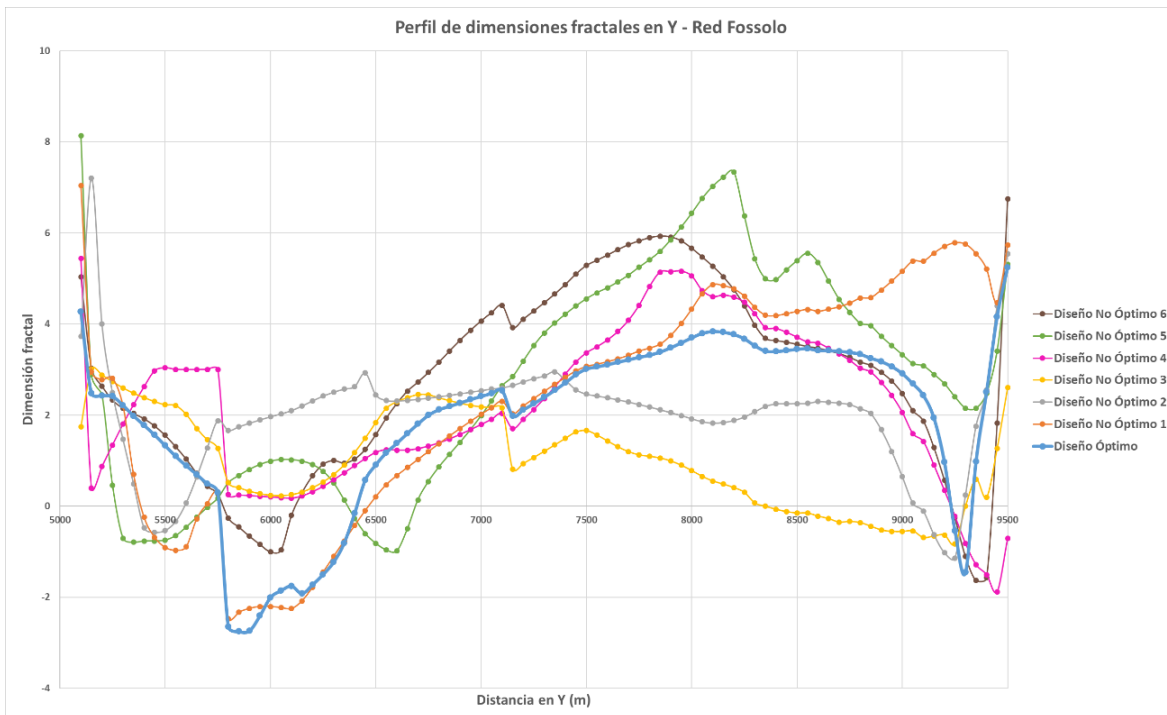


Figura 431. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Fossolo.

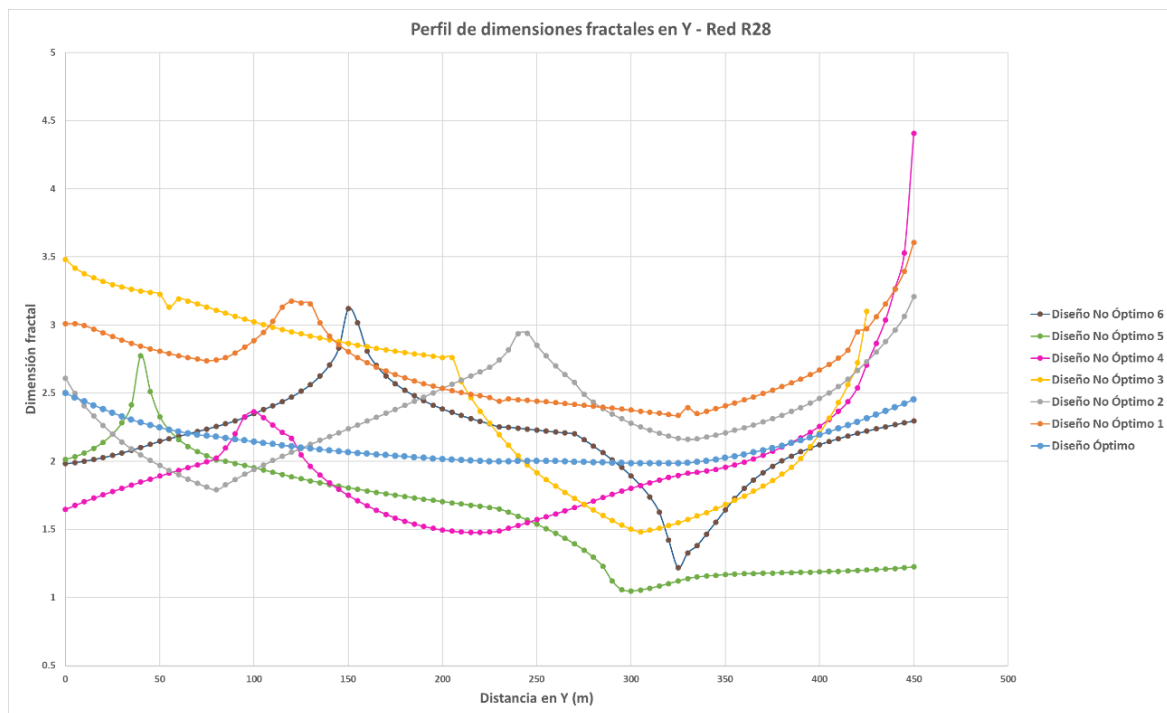


Figura 432. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red R28.

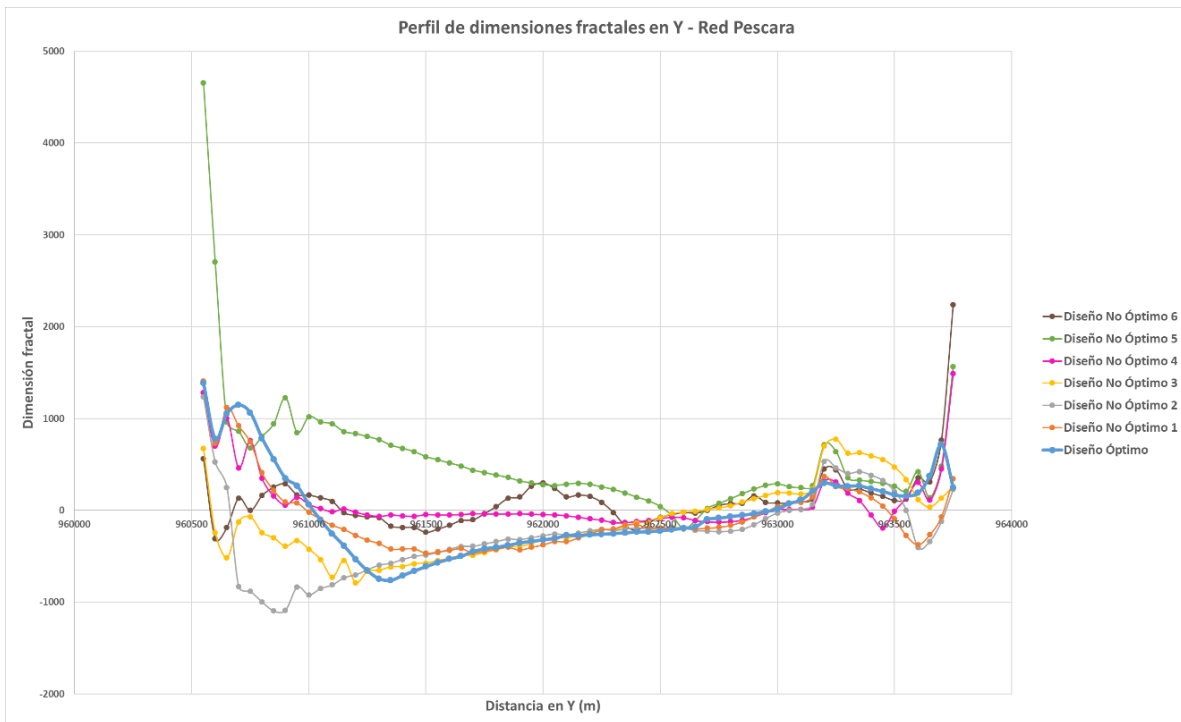


Figura 433. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Pescara.

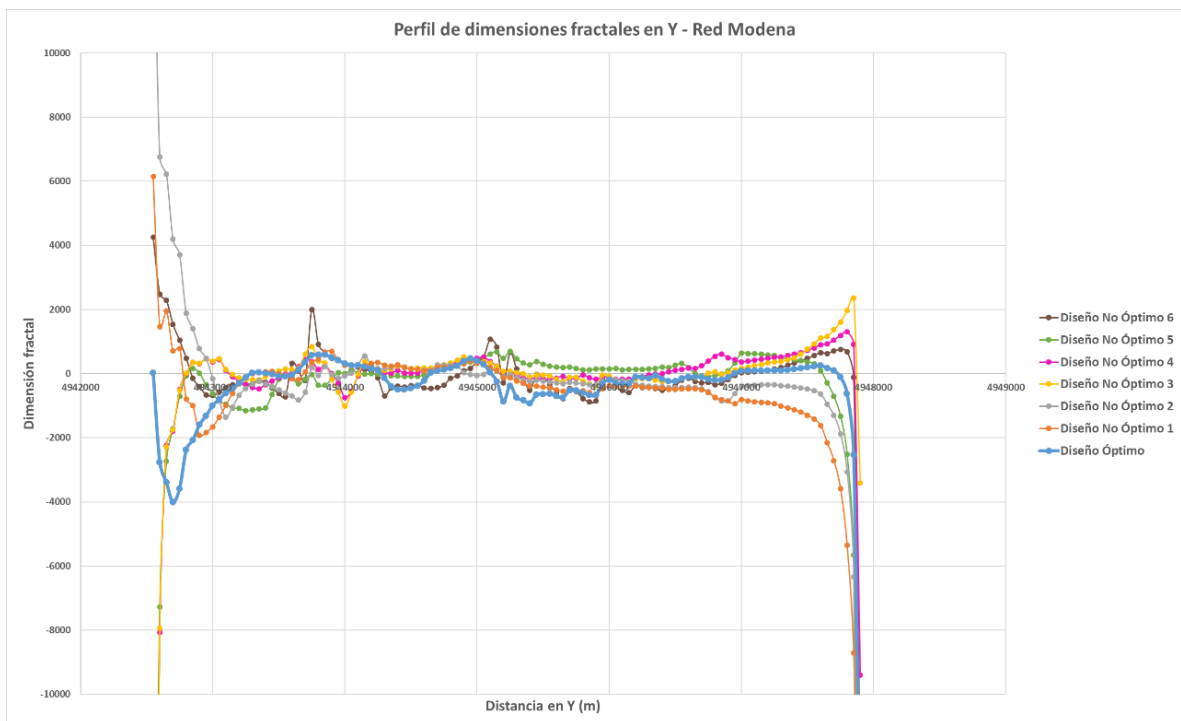


Figura 434. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Modena.

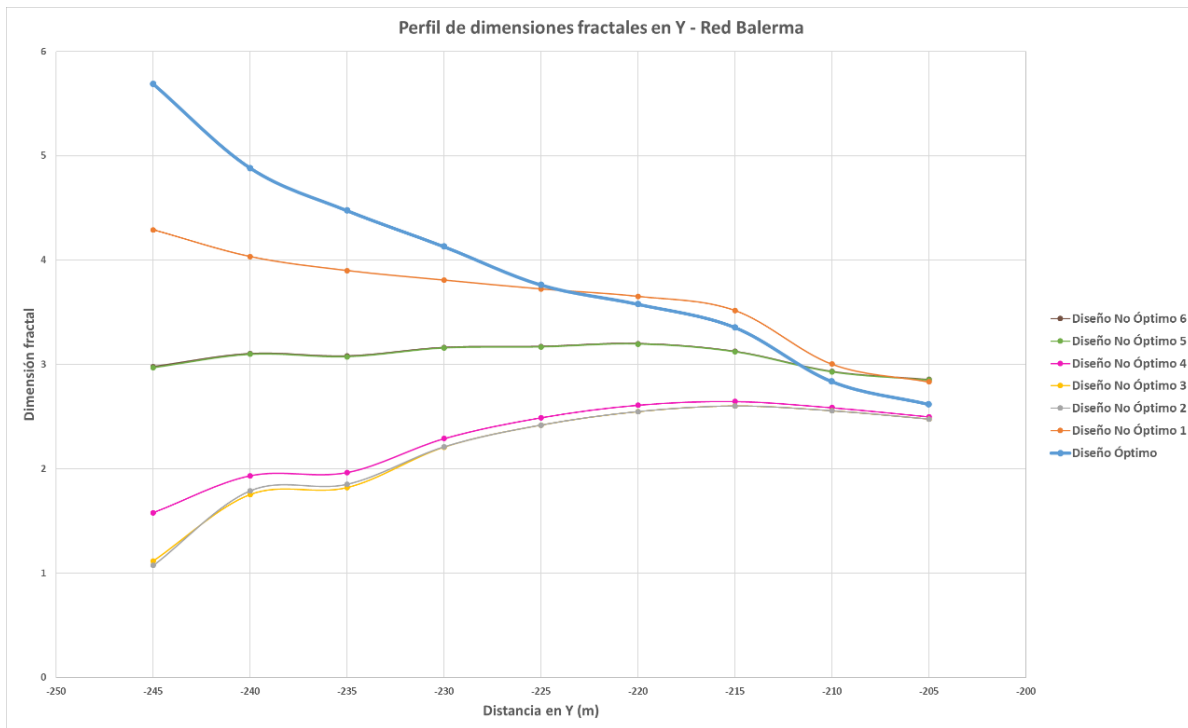


Figura 435. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Balerna.

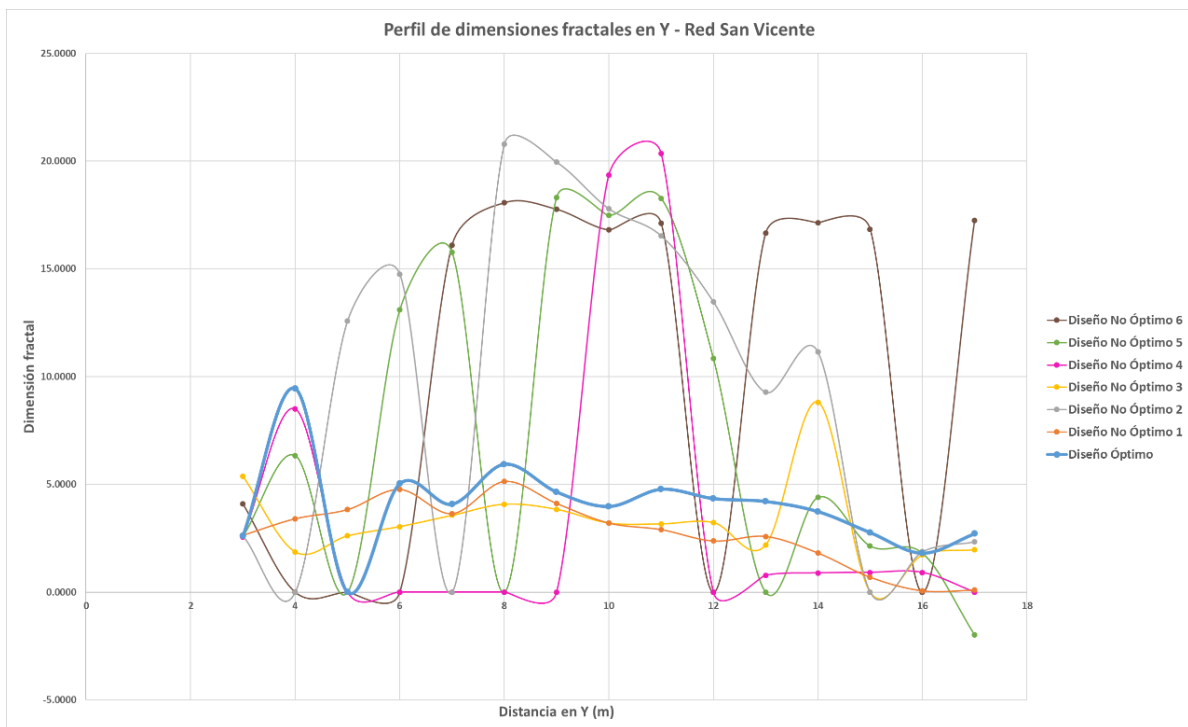


Figura 436. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red San Vicente.

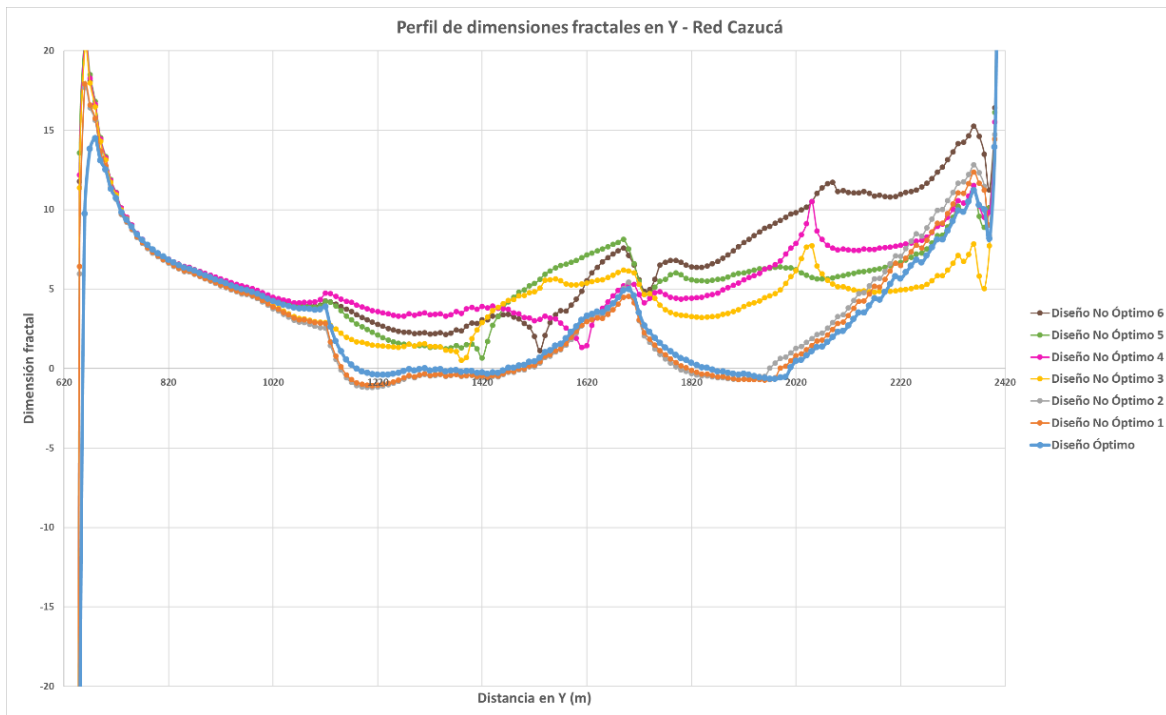


Figura 437. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Cazucá.

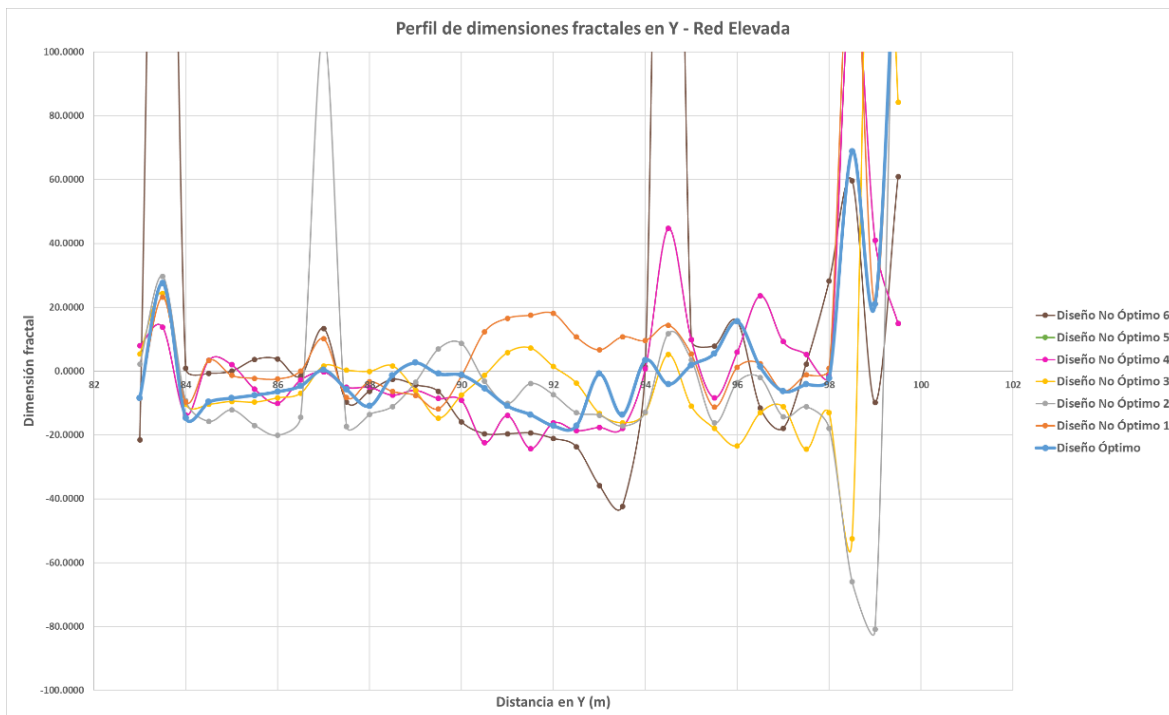


Figura 438. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Elevada.

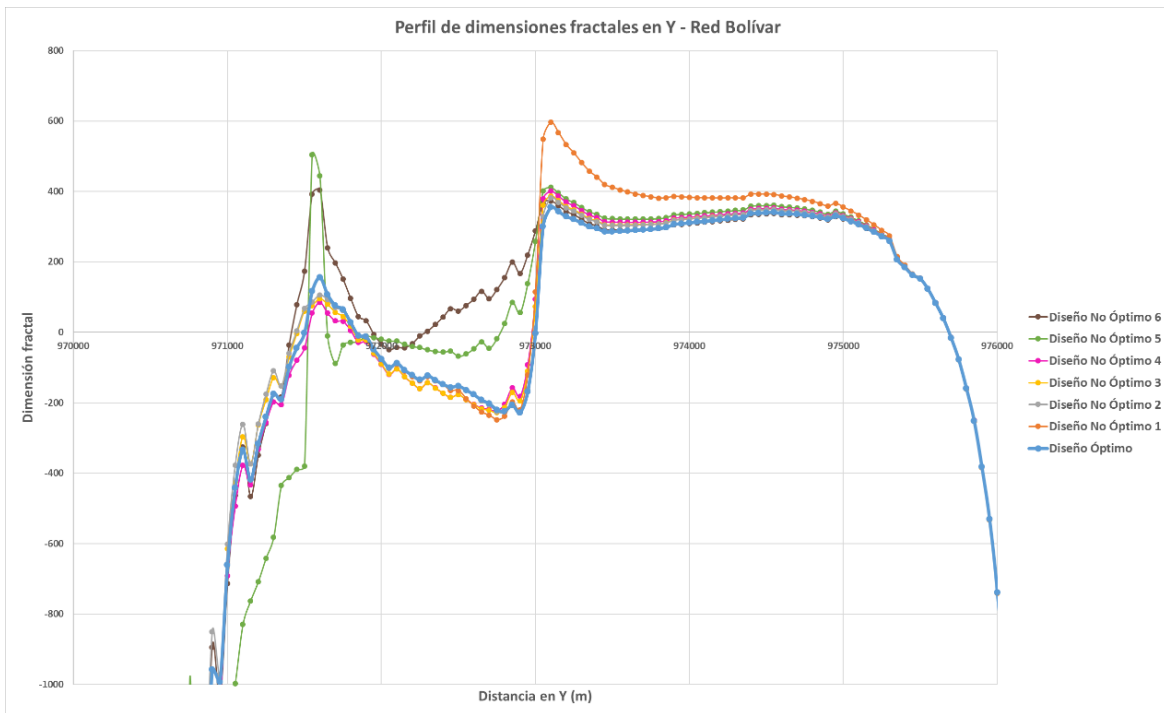


Figura 439. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Bolívar.

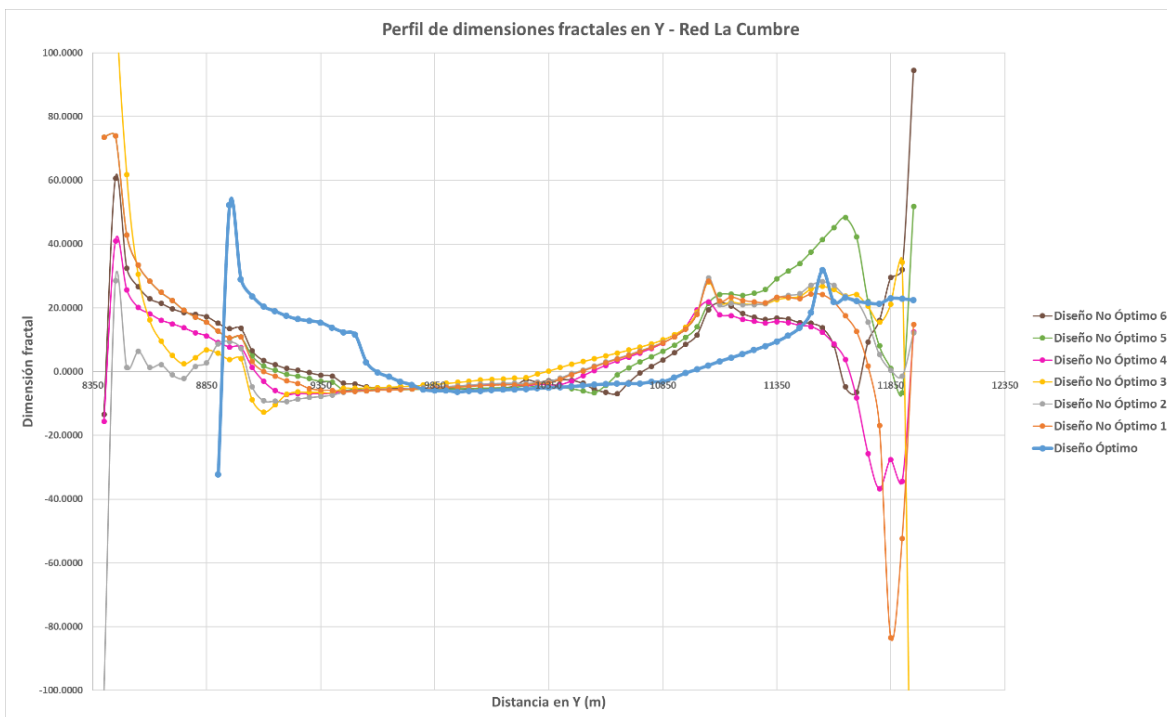


Figura 440. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red La Cumbre.

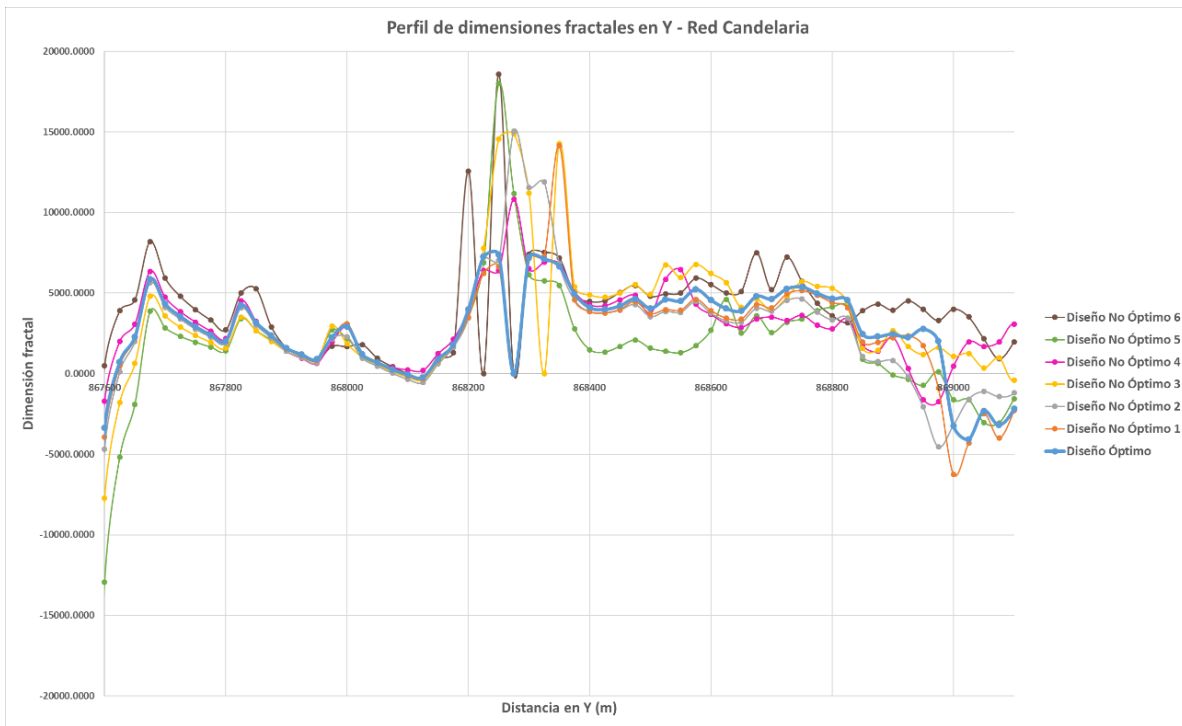


Figura 441. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Candelaria.

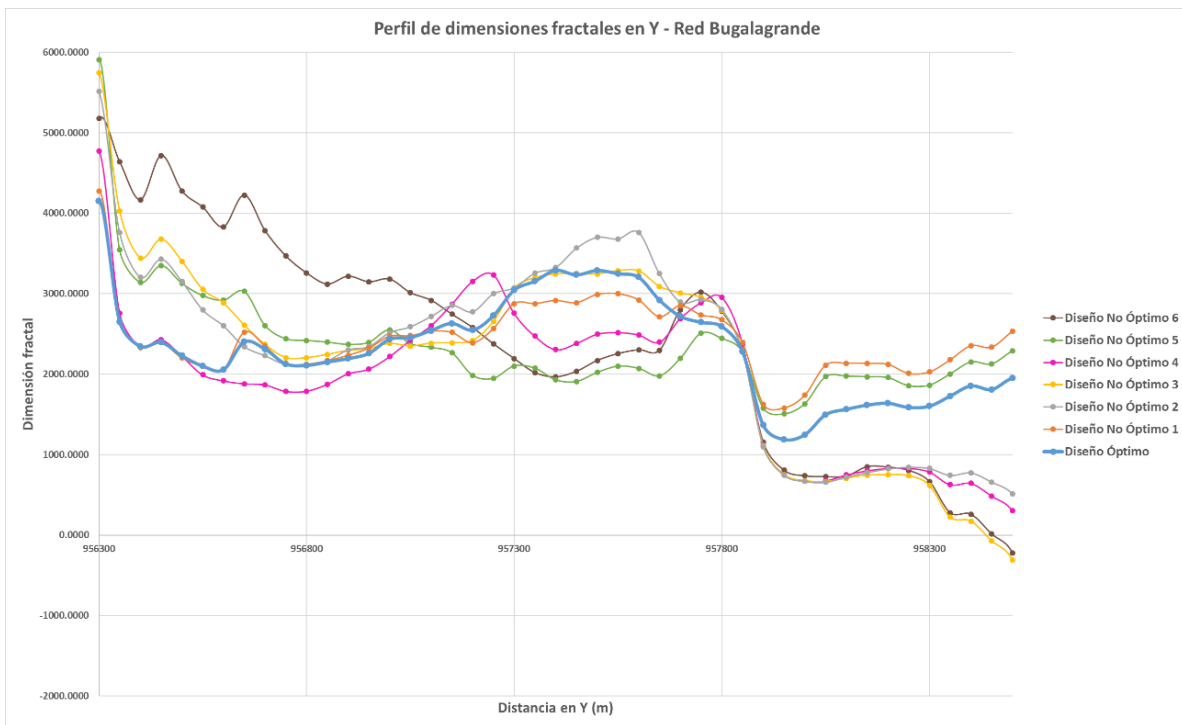


Figura 442. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Bugalagrande.

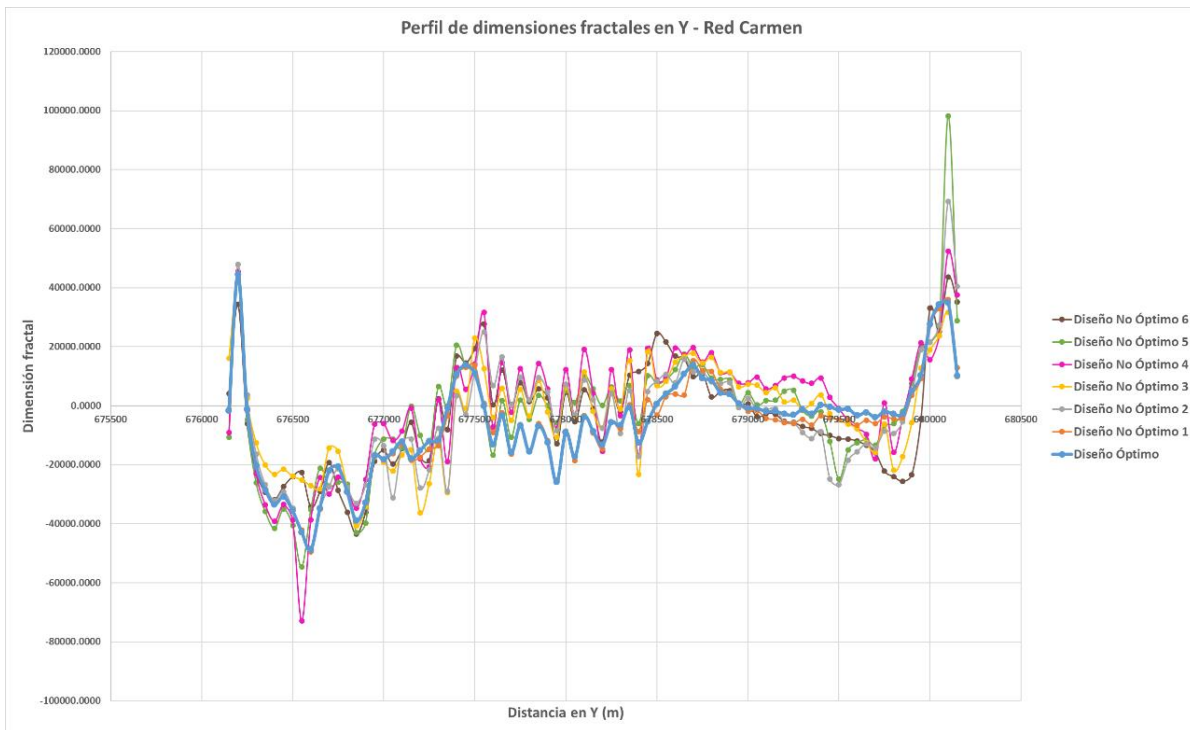


Figura 443. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Carmen.

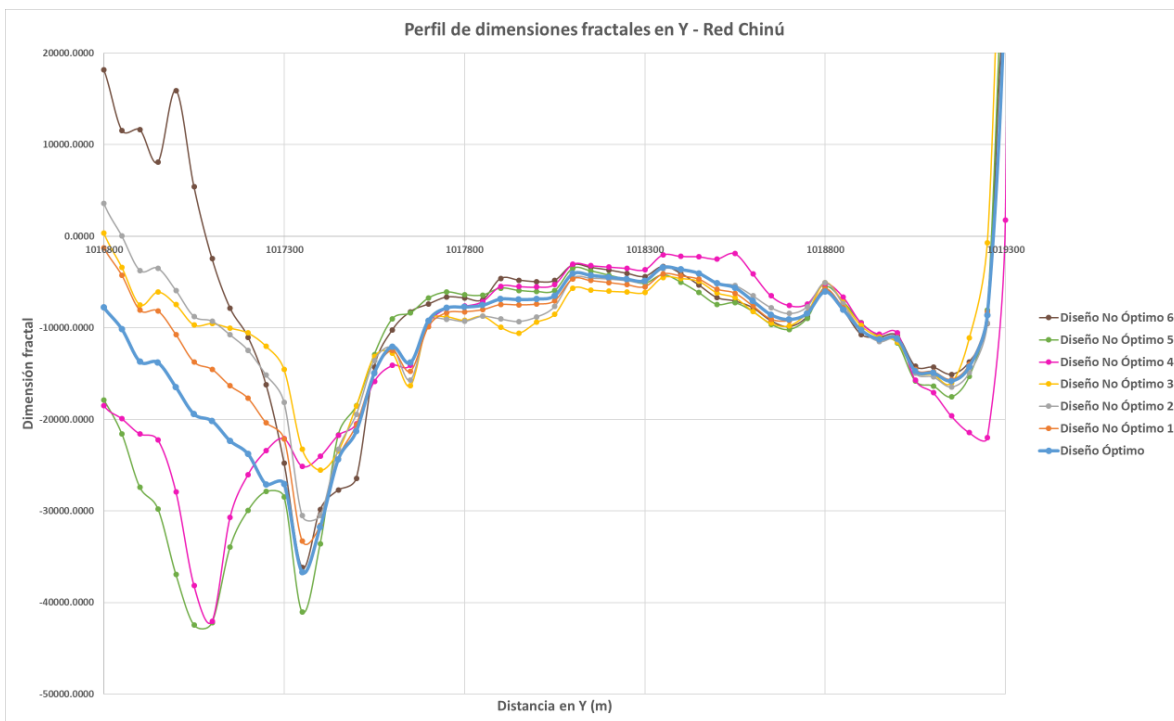


Figura 444. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Carmen.

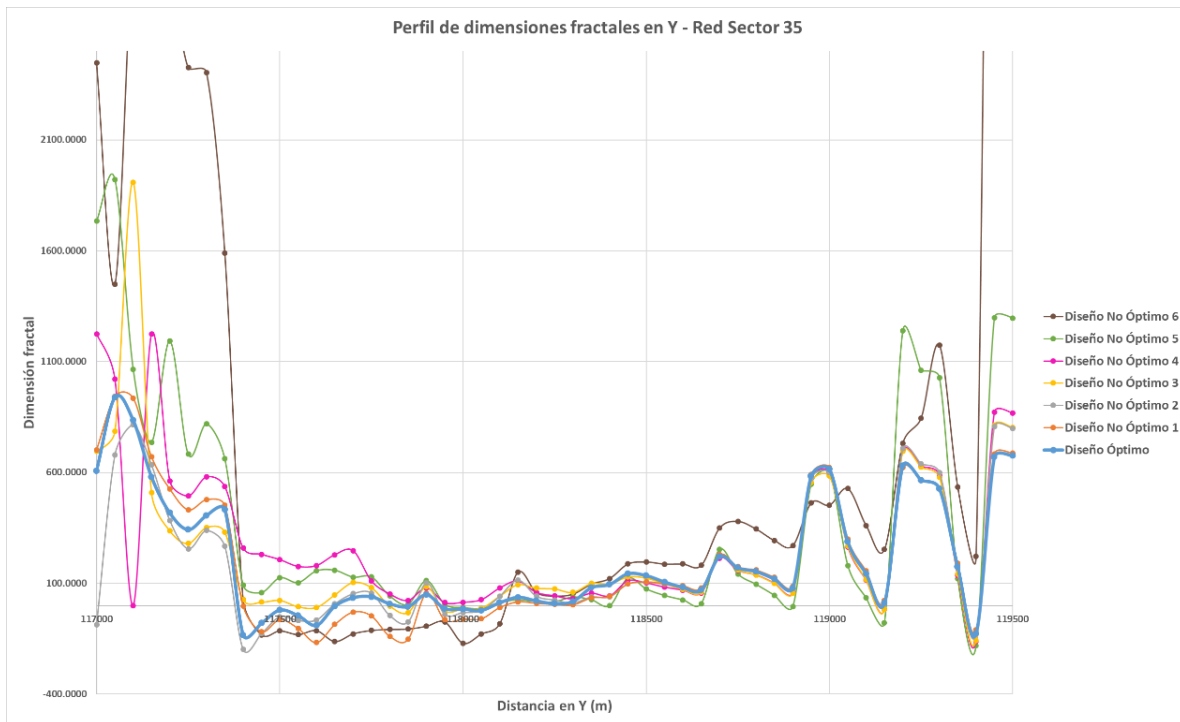


Figura 445. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red Sector 35.

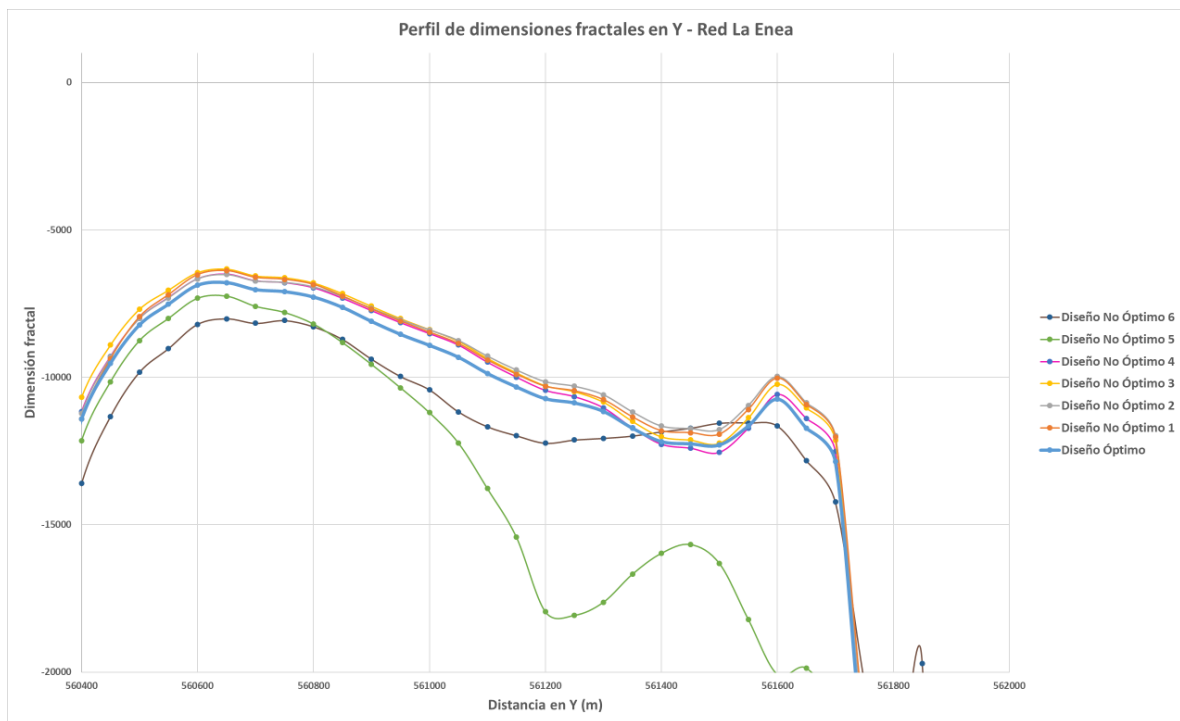
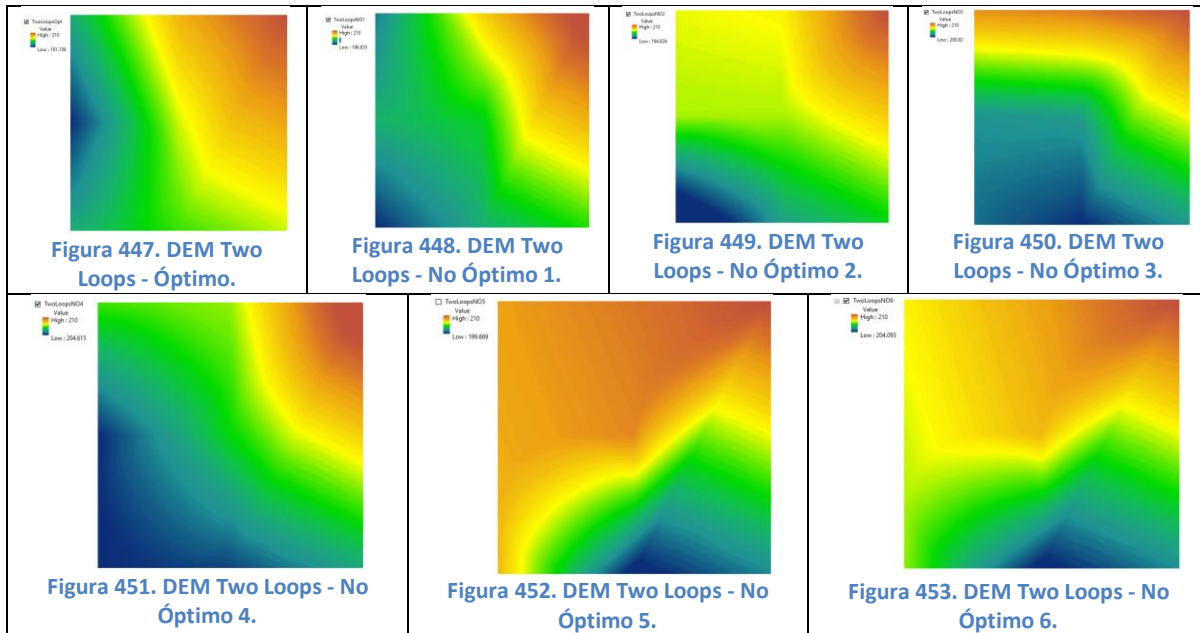


Figura 446. Perfil de dimensiones fractales en Y - Red La Enea.

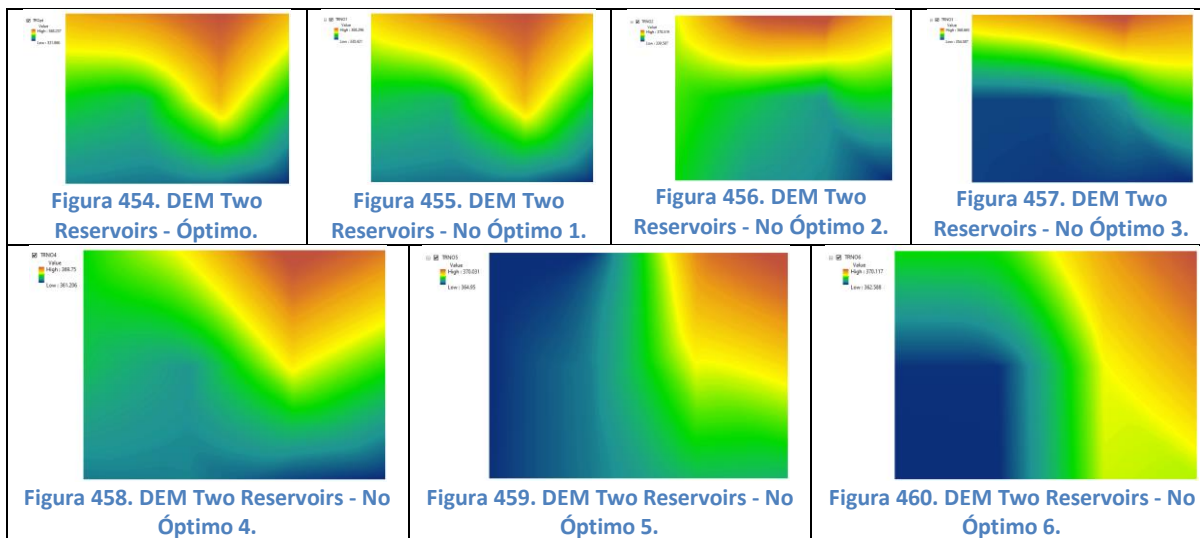
5.3 Análisis fractal bidimensional de las superficies

5.3.1 Modelos Digitales de Elevaciones (DEM)

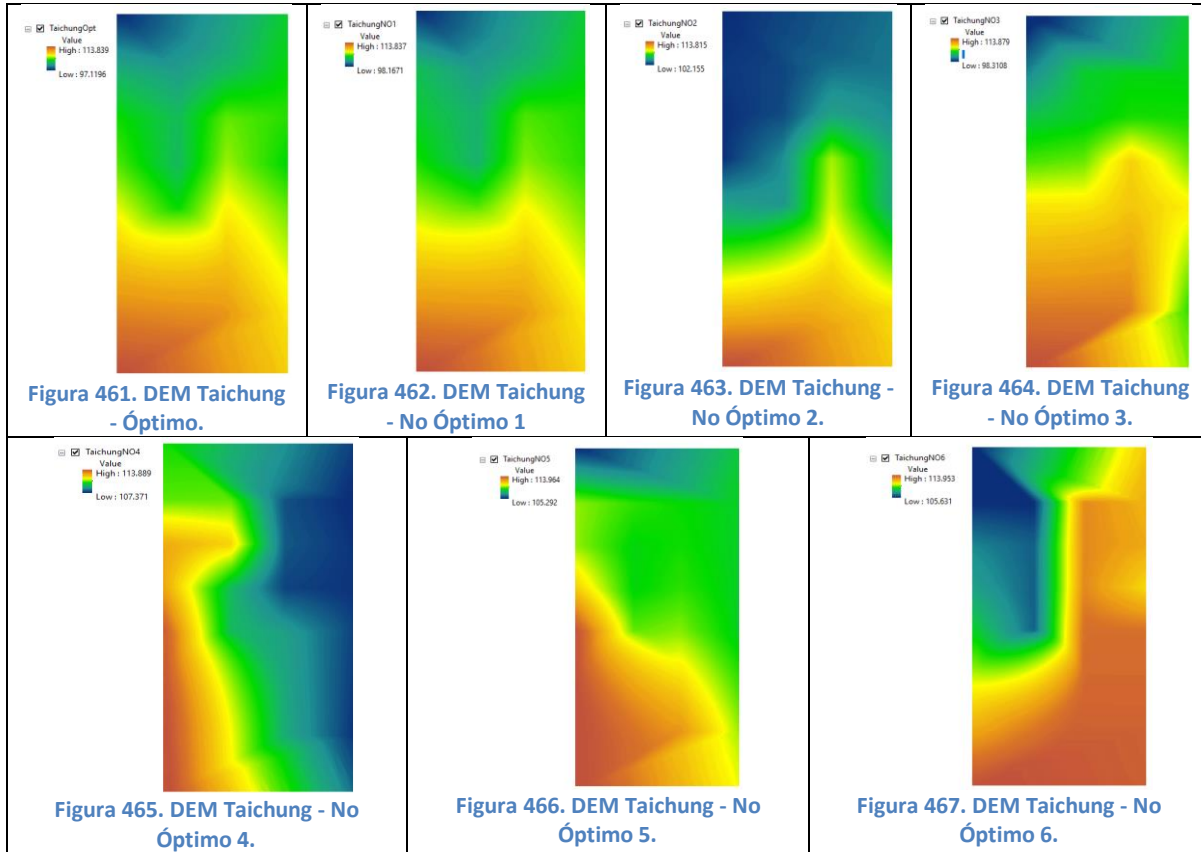
5.3.1.1 Red Two Loops



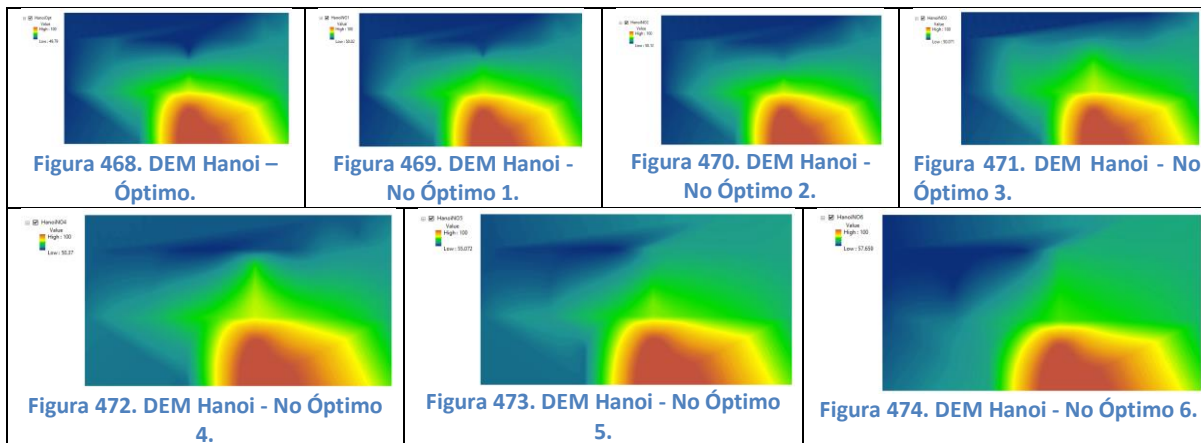
5.3.1.2 Red Two Reservoirs



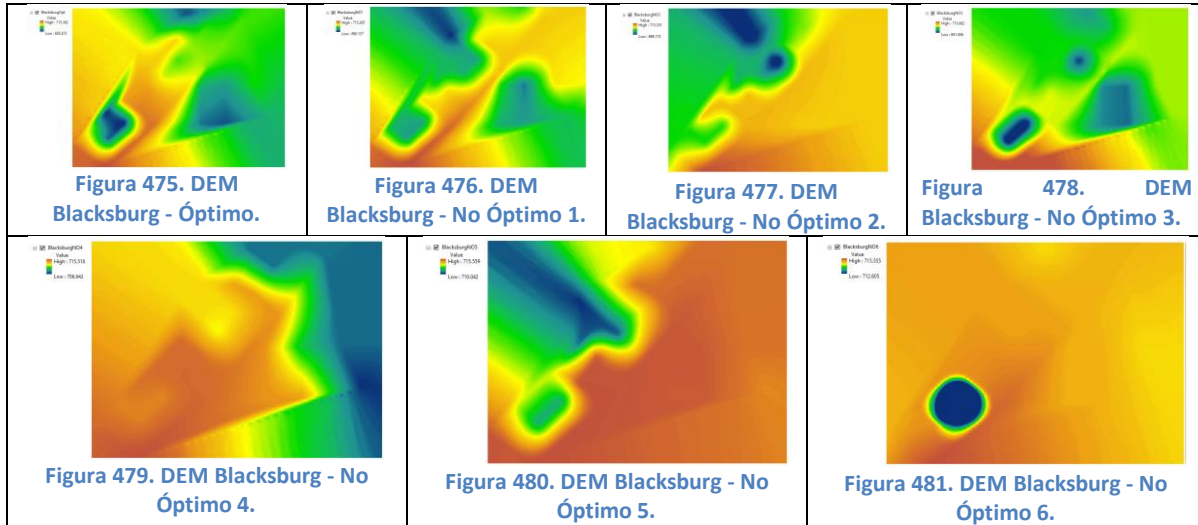
5.3.1.3 Red Taichung



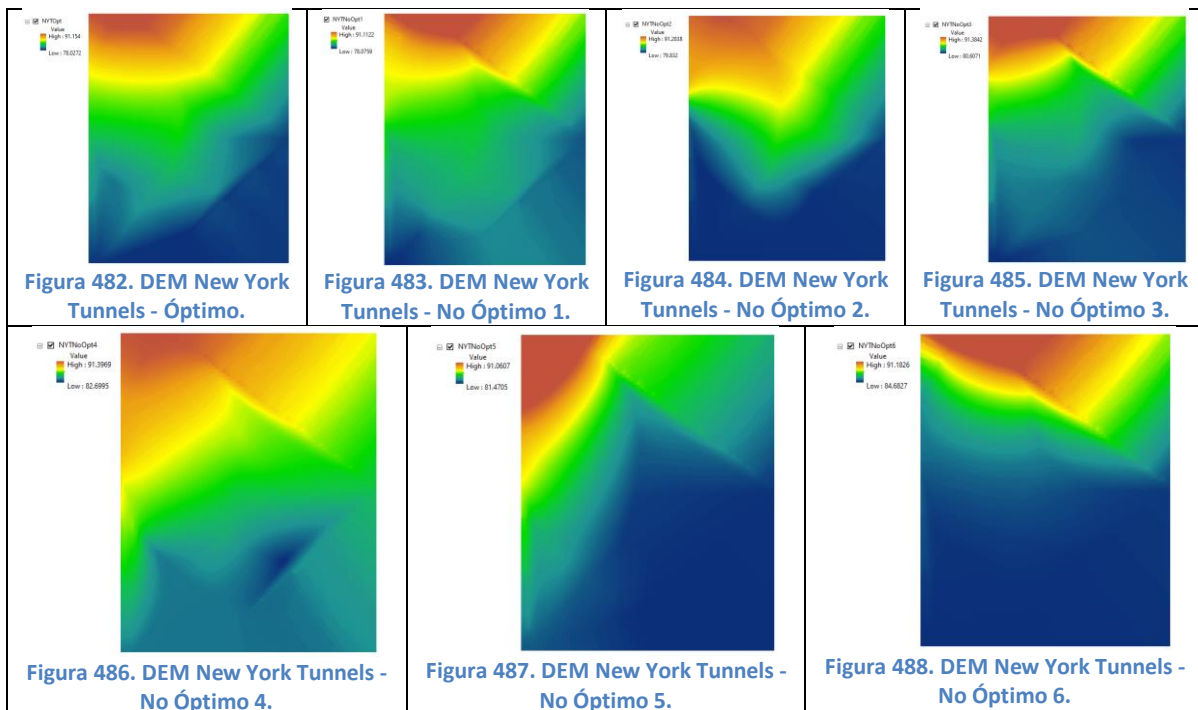
5.3.1.4 Red Hanoi



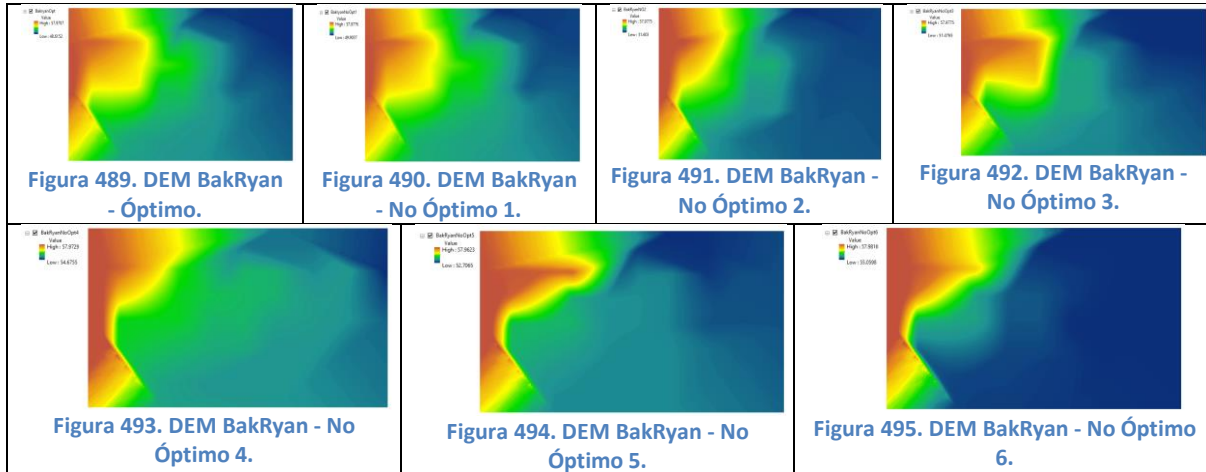
5.3.1.5 Red Blacksburg



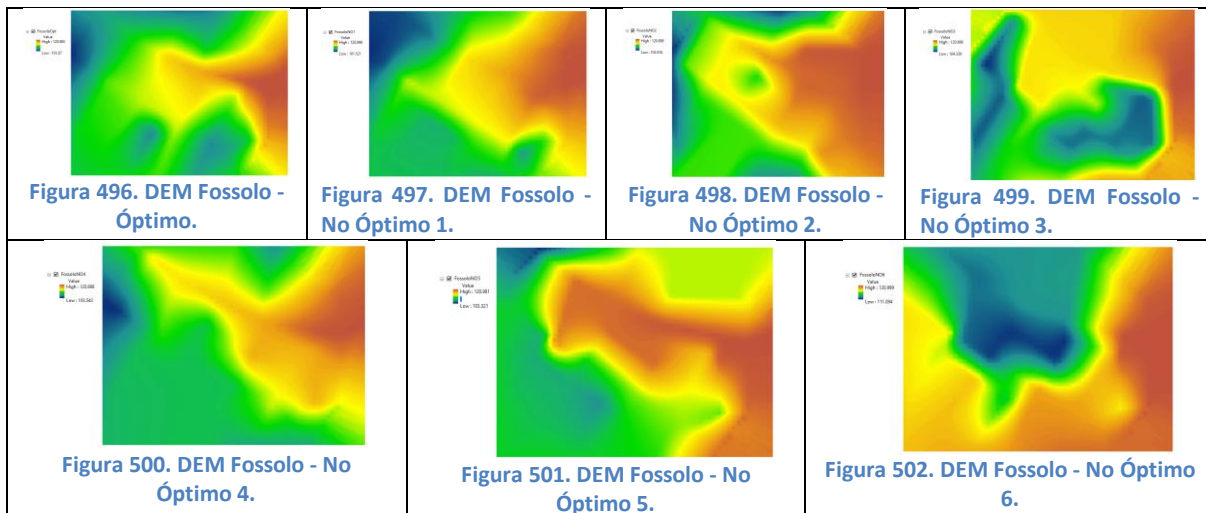
5.3.1.6 Red New York Tunnels



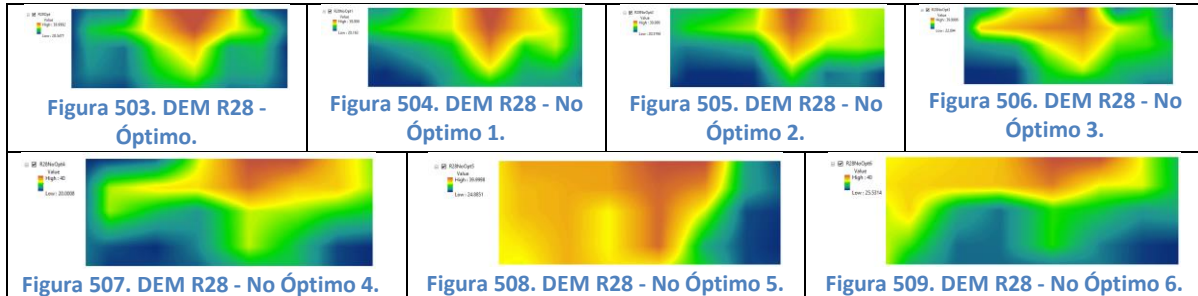
5.3.1.7 Red BakRyan



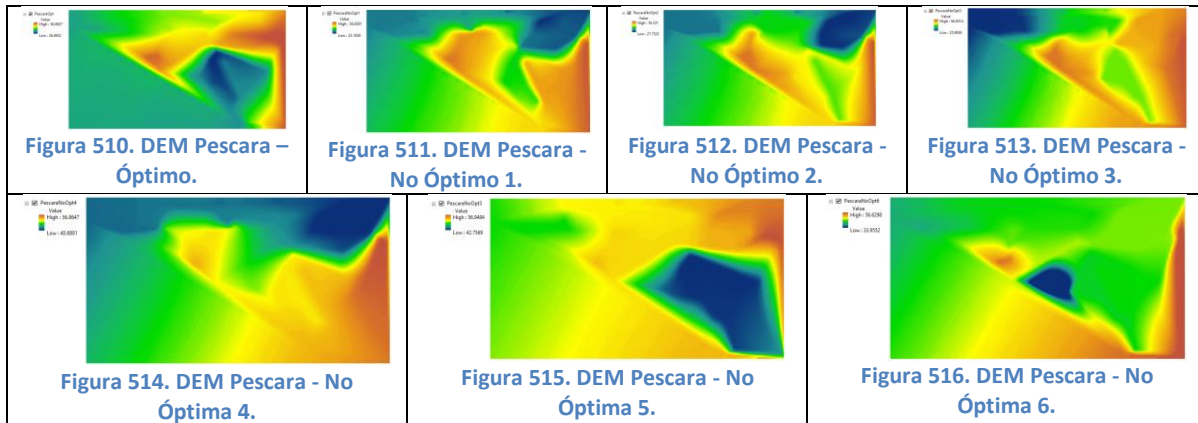
5.3.1.8 Red Fossolo



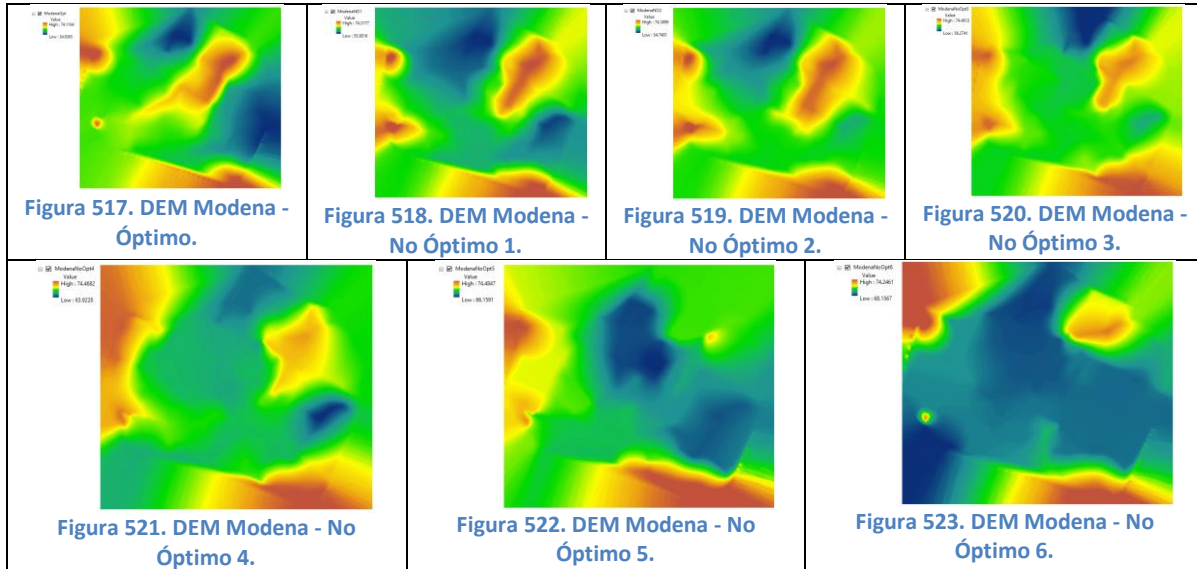
5.3.1.9 Red R28



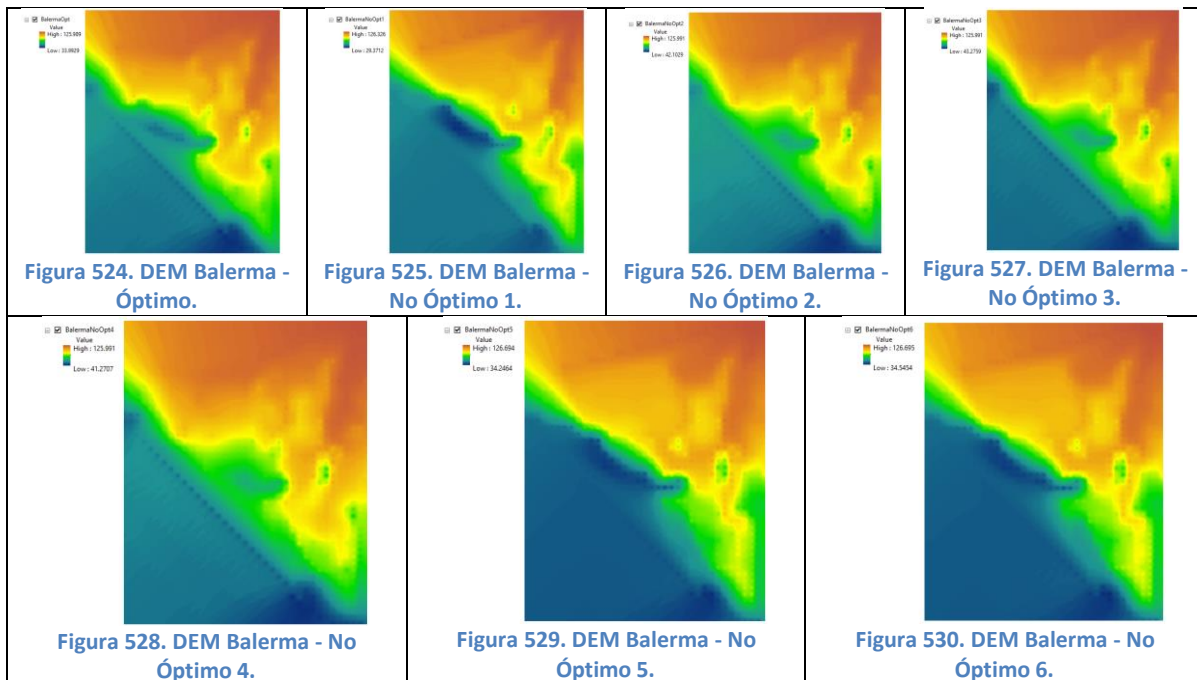
5.3.1.10 Red Pescara



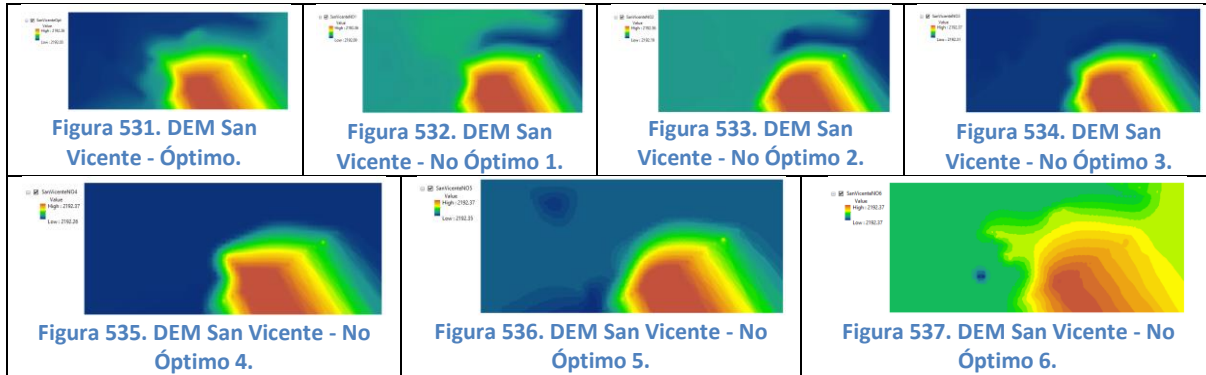
5.3.1.11 Red Modena



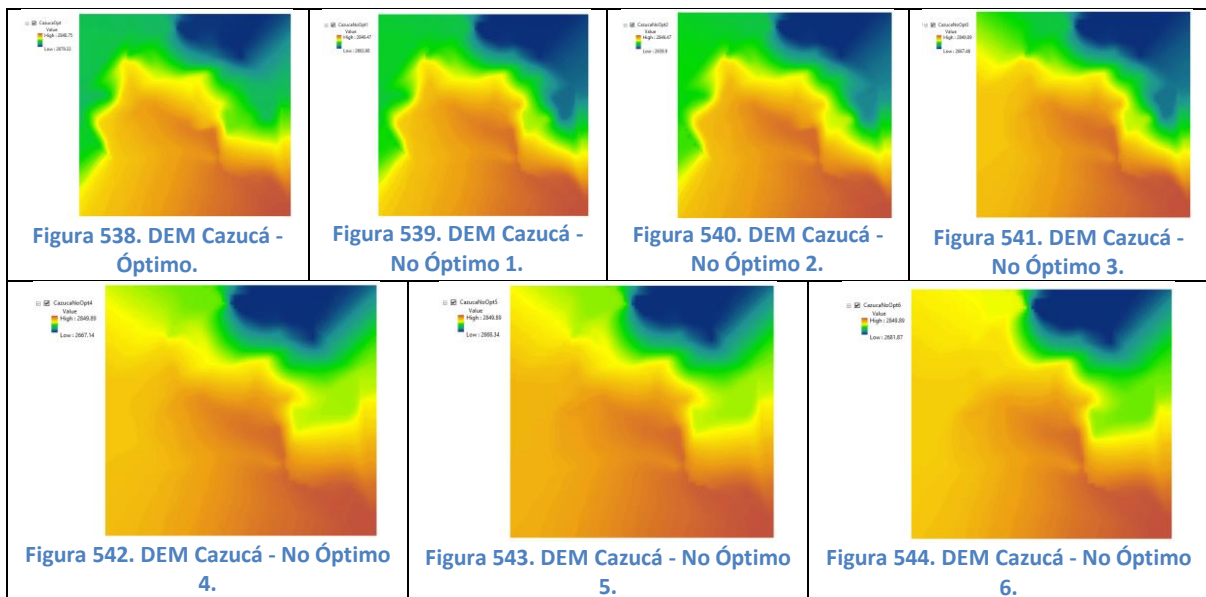
5.3.1.12 Red Balerma



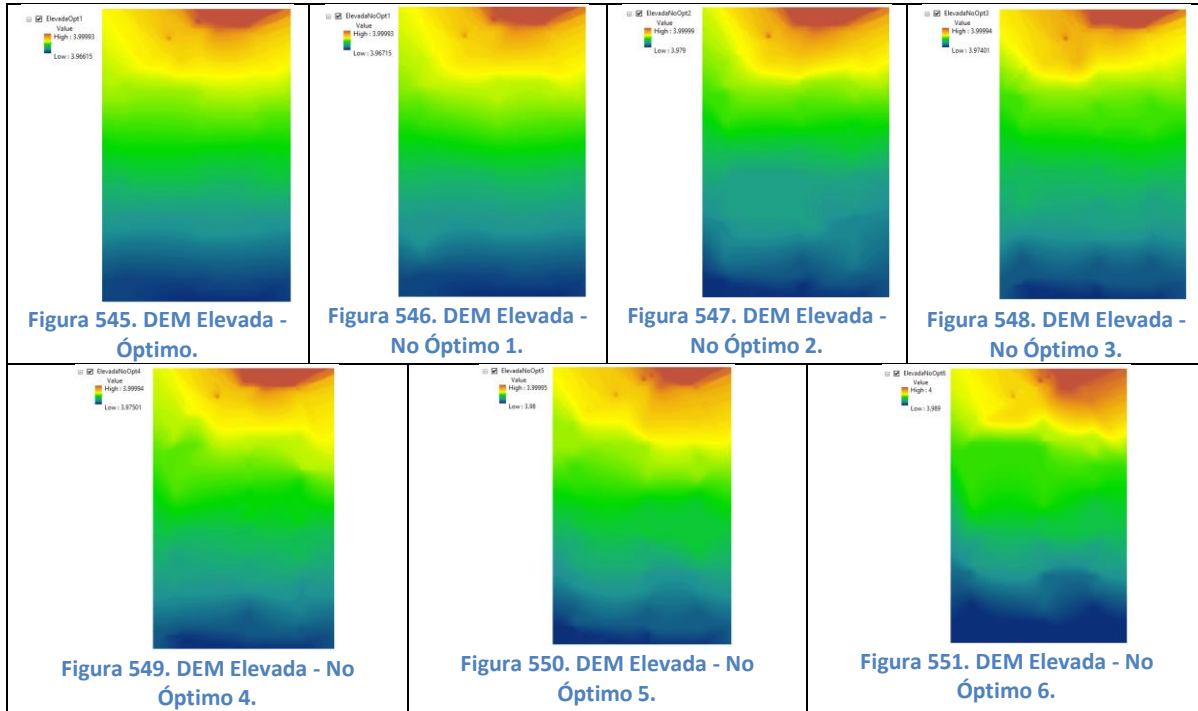
5.3.1.13 Red San Vicente



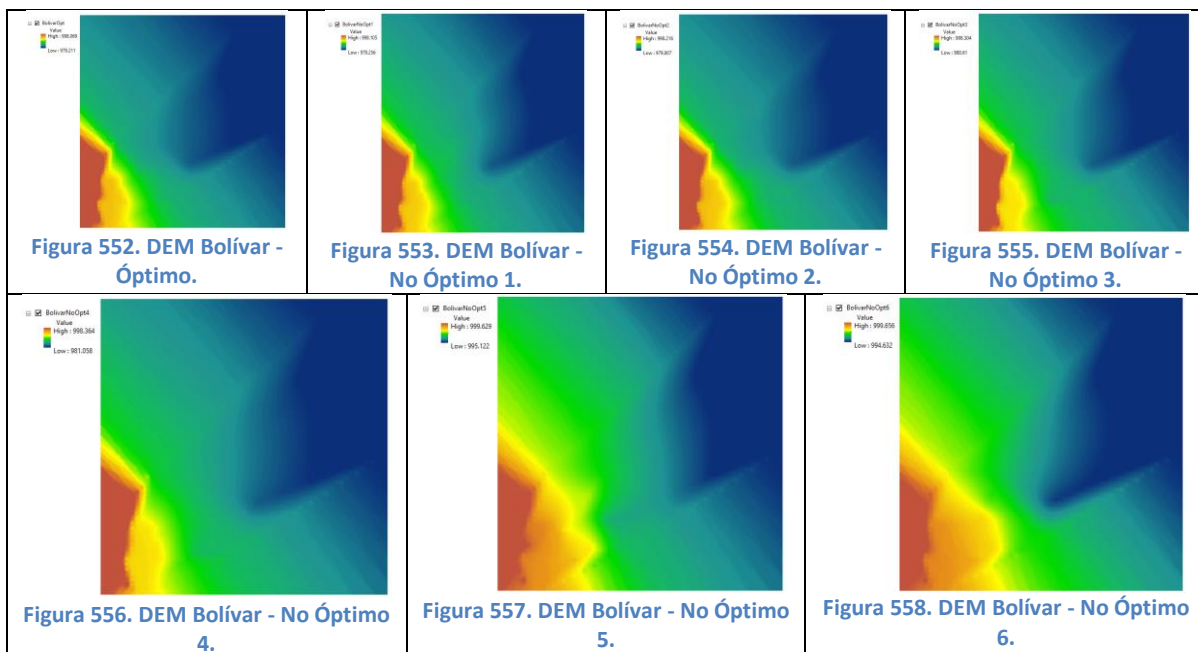
5.3.1.14 Red Cazucá



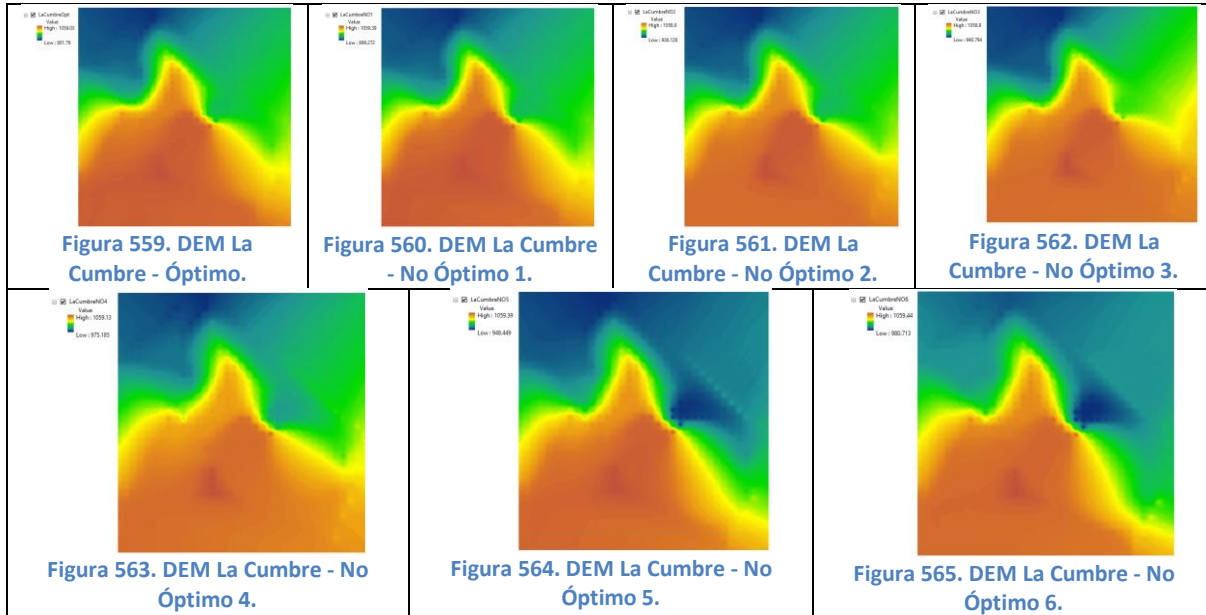
5.3.1.15 Red Elevada



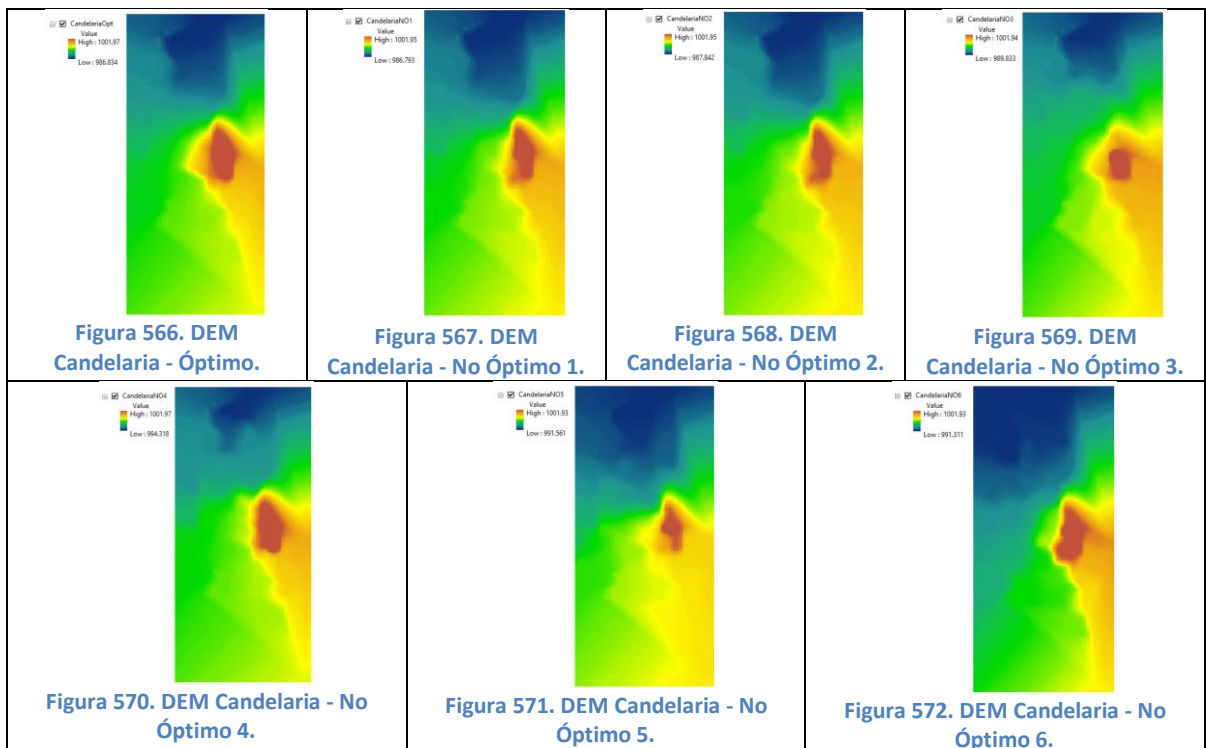
5.3.1.16 Red Bolívar



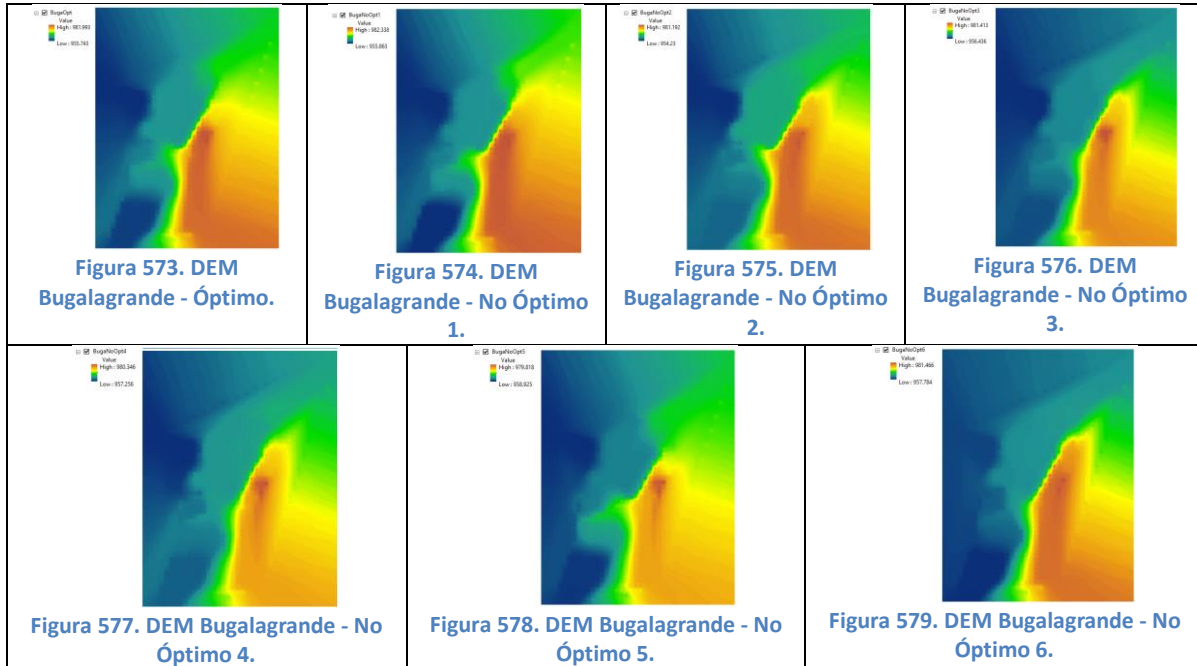
5.3.1.17 Red La Cumbre



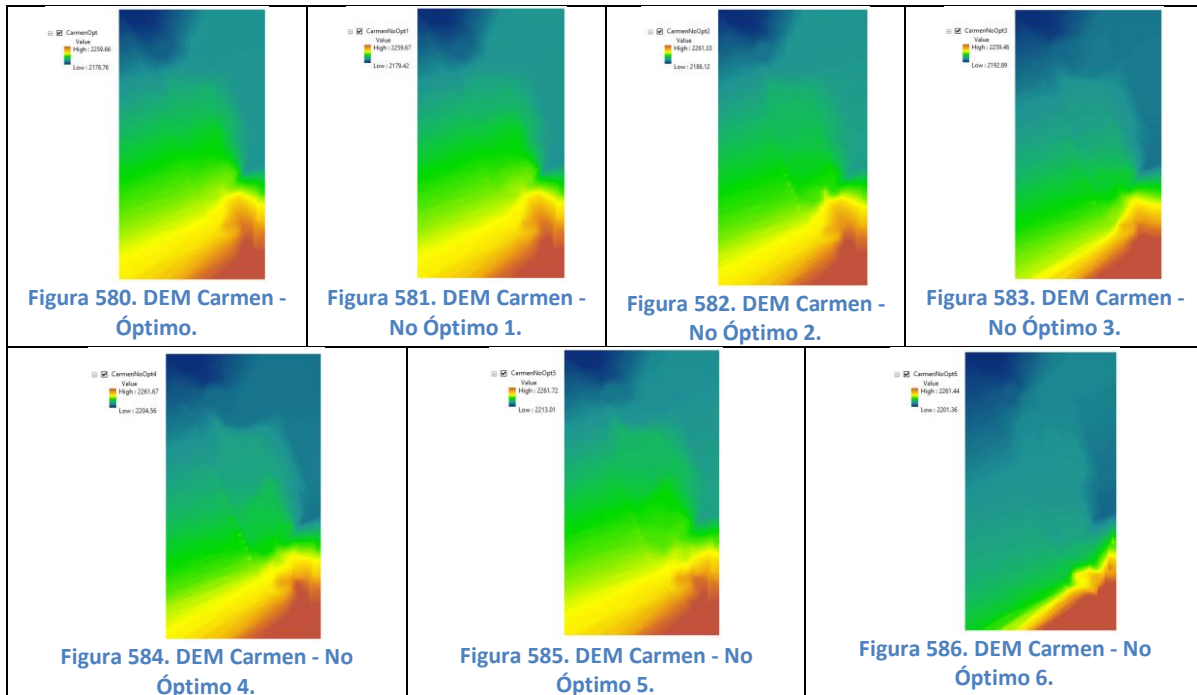
5.3.1.18 Red Candelaria



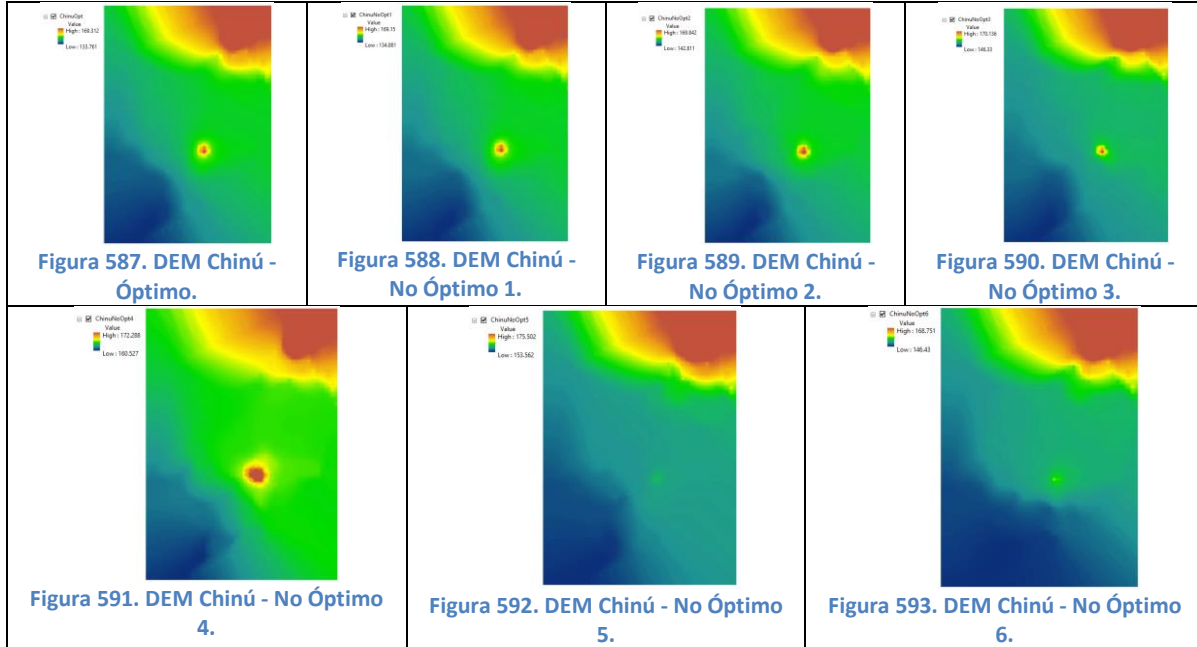
5.3.1.19 Red Bugalagrande



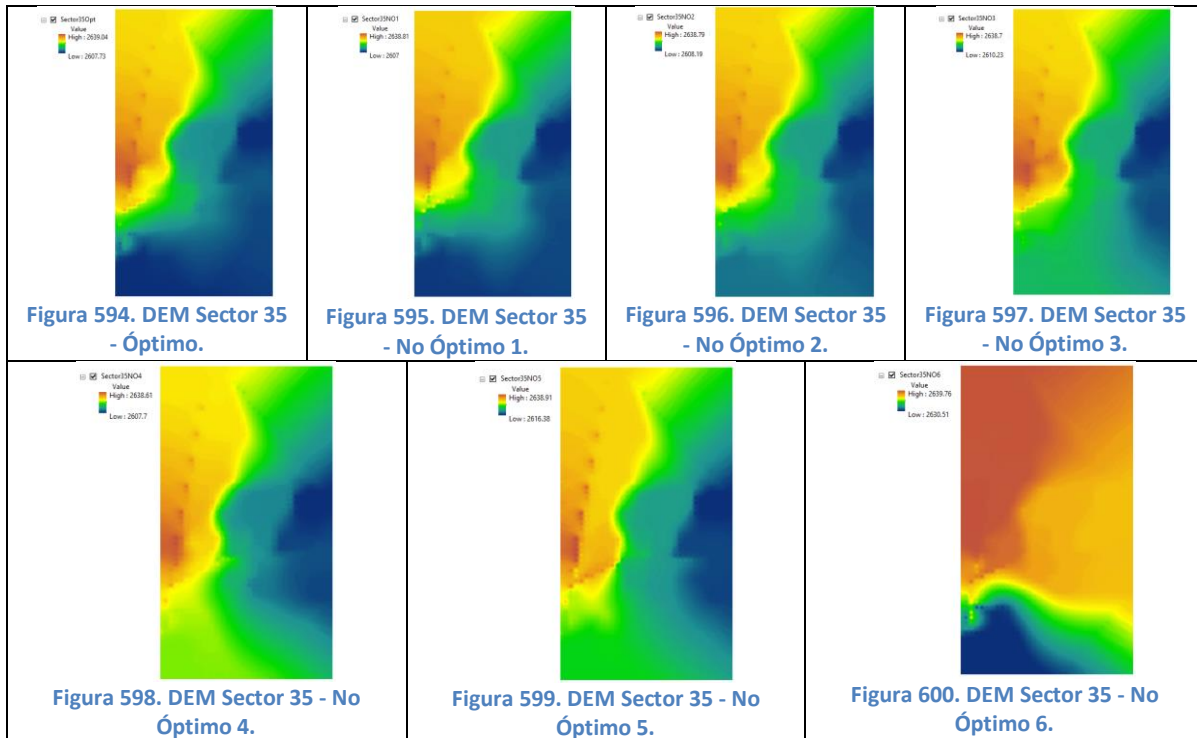
5.3.1.20 Red Carmen



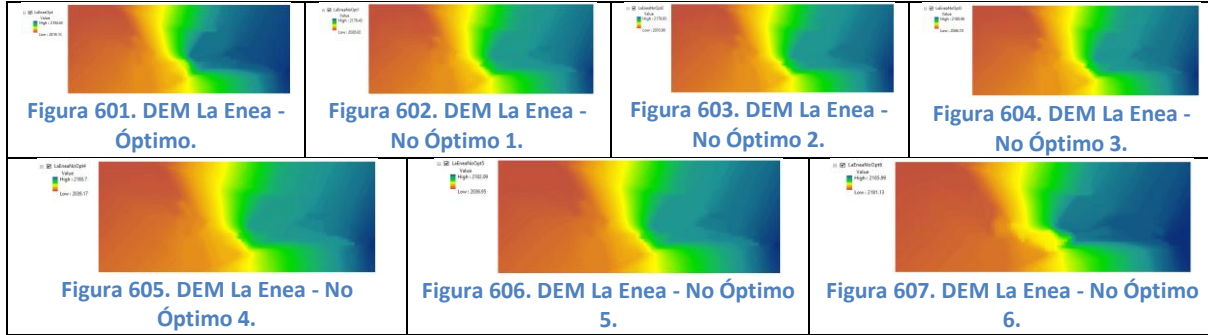
5.3.1.21 Red Chinú



5.3.1.22 Red Sector 35



5.3.1.23 Red La Enea



5.3.2 Dimensiones fractales

5.3.2.1 Altura de caja unitaria

<p>Tabla 3. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Two Loops.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Two Loops</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.05774</td><td>0.79</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.04926</td><td>0.63</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.10320</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.03887</td><td>0.63</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.03500</td><td>0.59</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.07014</td><td>0.88</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.03750</td><td>0.73</td></tr> </tbody> </table>	Red Two Loops			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.05774	0.79	No Óptimo 1	0.04926	0.63	No Óptimo 2	0.10320	0.74	No Óptimo 3	0.03887	0.63	No Óptimo 4	0.03500	0.59	No Óptimo 5	0.07014	0.88	No Óptimo 6	0.03750	0.73	<p>Tabla 4. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Two Loops.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Two Reservoirs</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.04947</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.04747</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.05990</td><td>0.84</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.04779</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.04622</td><td>0.75</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05201</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.05942</td><td>0.70</td></tr> </tbody> </table>	Red Two Reservoirs			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.04947	0.78	No Óptimo 1	0.04747	0.78	No Óptimo 2	0.05990	0.84	No Óptimo 3	0.04779	0.78	No Óptimo 4	0.04622	0.75	No Óptimo 5	0.05201	0.74	No Óptimo 6	0.05942	0.70
Red Two Loops																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.05774	0.79																																																					
No Óptimo 1	0.04926	0.63																																																					
No Óptimo 2	0.10320	0.74																																																					
No Óptimo 3	0.03887	0.63																																																					
No Óptimo 4	0.03500	0.59																																																					
No Óptimo 5	0.07014	0.88																																																					
No Óptimo 6	0.03750	0.73																																																					
Red Two Reservoirs																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.04947	0.78																																																					
No Óptimo 1	0.04747	0.78																																																					
No Óptimo 2	0.05990	0.84																																																					
No Óptimo 3	0.04779	0.78																																																					
No Óptimo 4	0.04622	0.75																																																					
No Óptimo 5	0.05201	0.74																																																					
No Óptimo 6	0.05942	0.70																																																					
<p>Tabla 5. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Taichung.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Taichung</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.02420</td><td>0.46</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.01915</td><td>0.39</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.05187</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.00682</td><td>0.21</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.01233</td><td>0.32</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.00787</td><td>0.09</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.05448</td><td>0.52</td></tr> </tbody> </table>	Red Taichung			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.02420	0.46	No Óptimo 1	0.01915	0.39	No Óptimo 2	0.05187	0.89	No Óptimo 3	0.00682	0.21	No Óptimo 4	0.01233	0.32	No Óptimo 5	0.00787	0.09	No Óptimo 6	0.05448	0.52	<p>Tabla 6. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Hanoi.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Hanoi</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.01580</td><td>0.05</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.00774</td><td>0.01</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.01650</td><td>0.07</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.03478</td><td>0.26</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.01637</td><td>0.07</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.02138</td><td>0.12</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.03228</td><td>0.33</td></tr> </tbody> </table>	Red Hanoi			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.01580	0.05	No Óptimo 1	0.00774	0.01	No Óptimo 2	0.01650	0.07	No Óptimo 3	0.03478	0.26	No Óptimo 4	0.01637	0.07	No Óptimo 5	0.02138	0.12	No Óptimo 6	0.03228	0.33
Red Taichung																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.02420	0.46																																																					
No Óptimo 1	0.01915	0.39																																																					
No Óptimo 2	0.05187	0.89																																																					
No Óptimo 3	0.00682	0.21																																																					
No Óptimo 4	0.01233	0.32																																																					
No Óptimo 5	0.00787	0.09																																																					
No Óptimo 6	0.05448	0.52																																																					
Red Hanoi																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.01580	0.05																																																					
No Óptimo 1	0.00774	0.01																																																					
No Óptimo 2	0.01650	0.07																																																					
No Óptimo 3	0.03478	0.26																																																					
No Óptimo 4	0.01637	0.07																																																					
No Óptimo 5	0.02138	0.12																																																					
No Óptimo 6	0.03228	0.33																																																					
<p>Tabla 7. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Blacksburg.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Blacksburg</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.00122</td><td>0.00</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.01207</td><td>0.07</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.02965</td><td>0.09</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.03864</td><td>0.48</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.01573</td><td>0.07</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05030</td><td>0.68</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.11497</td><td>0.37</td></tr> </tbody> </table>	Red Blacksburg			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.00122	0.00	No Óptimo 1	0.01207	0.07	No Óptimo 2	0.02965	0.09	No Óptimo 3	0.03864	0.48	No Óptimo 4	0.01573	0.07	No Óptimo 5	0.05030	0.68	No Óptimo 6	0.11497	0.37	<p>Tabla 8. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red New York Tunnels.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red New York Tunnels</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.06398</td><td>0.95</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.05821</td><td>0.97</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.07005</td><td>0.79</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.07955</td><td>0.91</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.05256</td><td>0.67</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.07063</td><td>0.50</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.05013</td><td>0.86</td></tr> </tbody> </table>	Red New York Tunnels			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.06398	0.95	No Óptimo 1	0.05821	0.97	No Óptimo 2	0.07005	0.79	No Óptimo 3	0.07955	0.91	No Óptimo 4	0.05256	0.67	No Óptimo 5	0.07063	0.50	No Óptimo 6	0.05013	0.86
Red Blacksburg																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.00122	0.00																																																					
No Óptimo 1	0.01207	0.07																																																					
No Óptimo 2	0.02965	0.09																																																					
No Óptimo 3	0.03864	0.48																																																					
No Óptimo 4	0.01573	0.07																																																					
No Óptimo 5	0.05030	0.68																																																					
No Óptimo 6	0.11497	0.37																																																					
Red New York Tunnels																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.06398	0.95																																																					
No Óptimo 1	0.05821	0.97																																																					
No Óptimo 2	0.07005	0.79																																																					
No Óptimo 3	0.07955	0.91																																																					
No Óptimo 4	0.05256	0.67																																																					
No Óptimo 5	0.07063	0.50																																																					
No Óptimo 6	0.05013	0.86																																																					
<p>Tabla 9. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red BakRyan.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red BakRyan</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.06608</td><td>0.90</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.04618</td><td>0.70</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.06480</td><td>0.87</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.05112</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.01912</td><td>0.47</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05046</td><td>0.97</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.05514</td><td>0.90</td></tr> </tbody> </table>	Red BakRyan			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.06608	0.90	No Óptimo 1	0.04618	0.70	No Óptimo 2	0.06480	0.87	No Óptimo 3	0.05112	0.78	No Óptimo 4	0.01912	0.47	No Óptimo 5	0.05046	0.97	No Óptimo 6	0.05514	0.90	<p>Tabla 10. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Fossolo.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Fossolo</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.02652</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.02285</td><td>0.86</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.02503</td><td>0.12</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.09170</td><td>0.41</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.00028</td><td>0.00</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.07504</td><td>0.34</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.00096</td><td>0.00</td></tr> </tbody> </table>	Red Fossolo			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.02652	0.78	No Óptimo 1	0.02285	0.86	No Óptimo 2	-0.02503	0.12	No Óptimo 3	-0.09170	0.41	No Óptimo 4	0.00028	0.00	No Óptimo 5	-0.07504	0.34	No Óptimo 6	-0.00096	0.00
Red BakRyan																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.06608	0.90																																																					
No Óptimo 1	0.04618	0.70																																																					
No Óptimo 2	0.06480	0.87																																																					
No Óptimo 3	0.05112	0.78																																																					
No Óptimo 4	0.01912	0.47																																																					
No Óptimo 5	0.05046	0.97																																																					
No Óptimo 6	0.05514	0.90																																																					
Red Fossolo																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.02652	0.78																																																					
No Óptimo 1	0.02285	0.86																																																					
No Óptimo 2	-0.02503	0.12																																																					
No Óptimo 3	-0.09170	0.41																																																					
No Óptimo 4	0.00028	0.00																																																					
No Óptimo 5	-0.07504	0.34																																																					
No Óptimo 6	-0.00096	0.00																																																					

<p>Tabla 11. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red R28.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red R28</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.03631</td><td>0.67</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.03337</td><td>0.67</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.03108</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.00926</td><td>0.21</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.00038</td><td>0.00</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.06454</td><td>0.77</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.04142</td><td>0.86</td></tr> </tbody> </table>	Red R28			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.03631	0.67	No Óptimo 1	0.03337	0.67	No Óptimo 2	0.03108	0.89	No Óptimo 3	0.00926	0.21	No Óptimo 4	0.00038	0.00	No Óptimo 5	0.06454	0.77	No Óptimo 6	0.04142	0.86	<p>Tabla 12. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Pescara.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Pescara</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.05113</td><td>0.27</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.12111</td><td>0.67</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.10704</td><td>0.65</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.01616</td><td>0.51</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.09817</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.09898</td><td>0.51</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.02575</td><td>0.07</td></tr> </tbody> </table>	Red Pescara			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.05113	0.27	No Óptimo 1	-0.12111	0.67	No Óptimo 2	-0.10704	0.65	No Óptimo 3	0.01616	0.51	No Óptimo 4	-0.09817	0.54	No Óptimo 5	-0.09898	0.51	No Óptimo 6	-0.02575	0.07
Red R28																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.03631	0.67																																																					
No Óptimo 1	0.03337	0.67																																																					
No Óptimo 2	0.03108	0.89																																																					
No Óptimo 3	0.00926	0.21																																																					
No Óptimo 4	0.00038	0.00																																																					
No Óptimo 5	0.06454	0.77																																																					
No Óptimo 6	0.04142	0.86																																																					
Red Pescara																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.05113	0.27																																																					
No Óptimo 1	-0.12111	0.67																																																					
No Óptimo 2	-0.10704	0.65																																																					
No Óptimo 3	0.01616	0.51																																																					
No Óptimo 4	-0.09817	0.54																																																					
No Óptimo 5	-0.09898	0.51																																																					
No Óptimo 6	-0.02575	0.07																																																					
<p>Tabla 13. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Modena.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Modena</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.02120</td><td>0.27</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.02550</td><td>0.31</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.01241</td><td>0.18</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.01152</td><td>0.56</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.01294</td><td>0.64</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.02687</td><td>0.18</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.00310</td><td>0.03</td></tr> </tbody> </table>	Red Modena			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.02120	0.27	No Óptimo 1	-0.02550	0.31	No Óptimo 2	-0.01241	0.18	No Óptimo 3	0.01152	0.56	No Óptimo 4	0.01294	0.64	No Óptimo 5	-0.02687	0.18	No Óptimo 6	0.00310	0.03	<p>Tabla 14. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Balerna.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Balerna</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.05649</td><td>0.40</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.04797</td><td>0.45</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.06618</td><td>0.43</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.06386</td><td>0.43</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.06917</td><td>0.45</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.07275</td><td>0.49</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.07916</td><td>0.51</td></tr> </tbody> </table>	Red Balerna			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.05649	0.40	No Óptimo 1	-0.04797	0.45	No Óptimo 2	-0.06618	0.43	No Óptimo 3	-0.06386	0.43	No Óptimo 4	-0.06917	0.45	No Óptimo 5	-0.07275	0.49	No Óptimo 6	-0.07916	0.51
Red Modena																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.02120	0.27																																																					
No Óptimo 1	-0.02550	0.31																																																					
No Óptimo 2	-0.01241	0.18																																																					
No Óptimo 3	0.01152	0.56																																																					
No Óptimo 4	0.01294	0.64																																																					
No Óptimo 5	-0.02687	0.18																																																					
No Óptimo 6	0.00310	0.03																																																					
Red Balerna																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.05649	0.40																																																					
No Óptimo 1	-0.04797	0.45																																																					
No Óptimo 2	-0.06618	0.43																																																					
No Óptimo 3	-0.06386	0.43																																																					
No Óptimo 4	-0.06917	0.45																																																					
No Óptimo 5	-0.07275	0.49																																																					
No Óptimo 6	-0.07916	0.51																																																					
<p>Tabla 15. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Cazucá.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Cazucá</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.02464</td><td>0.12</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.09929</td><td>0.42</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.08102</td><td>0.38</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.06156</td><td>0.34</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.02891</td><td>0.13</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.03447</td><td>0.16</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.05286</td><td>0.24</td></tr> </tbody> </table>	Red Cazucá			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.02464	0.12	No Óptimo 1	-0.09929	0.42	No Óptimo 2	-0.08102	0.38	No Óptimo 3	-0.06156	0.34	No Óptimo 4	-0.02891	0.13	No Óptimo 5	-0.03447	0.16	No Óptimo 6	-0.05286	0.24	<p>Tabla 16. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Bolívar.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Bolívar</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.15250</td><td>0.48</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.14340</td><td>0.45</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.13716</td><td>0.41</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.13443</td><td>0.44</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.14570</td><td>0.51</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05966</td><td>0.71</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.03720</td><td>0.39</td></tr> </tbody> </table>	Red Bolívar			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.15250	0.48	No Óptimo 1	0.14340	0.45	No Óptimo 2	0.13716	0.41	No Óptimo 3	0.13443	0.44	No Óptimo 4	0.14570	0.51	No Óptimo 5	0.05966	0.71	No Óptimo 6	0.03720	0.39
Red Cazucá																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.02464	0.12																																																					
No Óptimo 1	-0.09929	0.42																																																					
No Óptimo 2	-0.08102	0.38																																																					
No Óptimo 3	-0.06156	0.34																																																					
No Óptimo 4	-0.02891	0.13																																																					
No Óptimo 5	-0.03447	0.16																																																					
No Óptimo 6	-0.05286	0.24																																																					
Red Bolívar																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.15250	0.48																																																					
No Óptimo 1	0.14340	0.45																																																					
No Óptimo 2	0.13716	0.41																																																					
No Óptimo 3	0.13443	0.44																																																					
No Óptimo 4	0.14570	0.51																																																					
No Óptimo 5	0.05966	0.71																																																					
No Óptimo 6	0.03720	0.39																																																					
<p>Tabla 17. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red La Cumbre.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red La Cumbre</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.04899</td><td>0.64</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.04692</td><td>0.57</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.05348</td><td>0.70</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.07815</td><td>0.83</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.04967</td><td>0.77</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.03712</td><td>0.22</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.04363</td><td>0.26</td></tr> </tbody> </table>	Red La Cumbre			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.04899	0.64	No Óptimo 1	0.04692	0.57	No Óptimo 2	0.05348	0.70	No Óptimo 3	0.07815	0.83	No Óptimo 4	0.04967	0.77	No Óptimo 5	-0.03712	0.22	No Óptimo 6	-0.04363	0.26	<p>Tabla 18. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Candelaria.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Candelaria</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.13102</td><td>0.77</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.12437</td><td>0.79</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.12292</td><td>0.79</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.18384</td><td>0.64</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.14446</td><td>0.71</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.17943</td><td>0.71</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.16991</td><td>0.70</td></tr> </tbody> </table>	Red Candelaria			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.13102	0.77	No Óptimo 1	0.12437	0.79	No Óptimo 2	0.12292	0.79	No Óptimo 3	0.18384	0.64	No Óptimo 4	0.14446	0.71	No Óptimo 5	0.17943	0.71	No Óptimo 6	0.16991	0.70
Red La Cumbre																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.04899	0.64																																																					
No Óptimo 1	0.04692	0.57																																																					
No Óptimo 2	0.05348	0.70																																																					
No Óptimo 3	0.07815	0.83																																																					
No Óptimo 4	0.04967	0.77																																																					
No Óptimo 5	-0.03712	0.22																																																					
No Óptimo 6	-0.04363	0.26																																																					
Red Candelaria																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.13102	0.77																																																					
No Óptimo 1	0.12437	0.79																																																					
No Óptimo 2	0.12292	0.79																																																					
No Óptimo 3	0.18384	0.64																																																					
No Óptimo 4	0.14446	0.71																																																					
No Óptimo 5	0.17943	0.71																																																					
No Óptimo 6	0.16991	0.70																																																					
<p>Tabla 19. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Bugalagrande.</p>	<p>Tabla 20. Dimensiones fractales - Altura unitaria - Red Carmen.</p>																																																						

Red Bugalagrande			Red Carmen		
Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Diseño	Dimensión Fractal	R ²
Óptimo	0.12632	0.70	Óptimo	-0.06574	0.22
No Óptimo 1	0.12714	0.73	No Óptimo 1	-0.06395	0.21
No Óptimo 2	0.11630	0.78	No Óptimo 2	-0.04994	0.12
No Óptimo 3	0.09962	0.89	No Óptimo 3	-0.00229	0.00
No Óptimo 4	0.11470	0.83	No Óptimo 4	-0.02677	0.04
No Óptimo 5	0.12841	0.70	No Óptimo 5	-0.01631	0.02
No Óptimo 6	0.09472	0.92	No Óptimo 6	0.00266	0.00

Red Chinú			Red Sector 35		
Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Diseño	Dimensión Fractal	R ²
Óptimo	0.03018	0.09	Óptimo	0.07538	0.93
No Óptimo 1	0.03083	0.08	No Óptimo 1	0.06820	0.89
No Óptimo 2	0.04874	0.17	No Óptimo 2	0.07717	0.90
No Óptimo 3	0.03188	0.09	No Óptimo 3	0.07273	0.80
No Óptimo 4	0.07879	0.40	No Óptimo 4	0.04265	0.70
No Óptimo 5	0.07330	0.61	No Óptimo 5	0.06078	0.71
No Óptimo 6	0.11612	0.62	No Óptimo 6	0.09070	0.94

Tabla 23. Análisis fractal bidimensional - Altura unitaria - Red La Enea.

Red La Enea		
Diseño	Dimensión Fractal	R ²
Óptimo	0.01665	0.08
No Óptimo 1	0.03985	0.73
No Óptimo 2	0.04021	0.67
No Óptimo 3	0.04221	0.66
No Óptimo 4	0.04959	0.89
No Óptimo 5	0.04395	0.66
No Óptimo 6	0.08423	0.87

5.3.2.2 Altura de caja por tanteo

Mediante ensayo y error se obtienen las siguientes alturas de caja como posibles opciones que mejoran la correlación del modelo fractal a comparación de la altura unitaria. Si el coeficiente de determinación de la red para una altura unitaria es superior a 0.90, no se realiza la búsqueda de una nueva altura.

Tabla 24. Alturas de caja por tanteo.

	Nombre	Altura de caja (m)
Redes patrón	Two Loops	5.00
	Two Reservoirs	0.10
	Taichung	14.00
	Hanoi	20.00
	Blacksburg	7.00
	New York Tunnels	1.00
	Bakryan	1.00
	Fossolo	0.50
	R28	5.00
	Pescara	1.00.E-03
	Modena	5.00.E-03
	Balerna	5.00.E-03
	Redes reales	San Vicente
Cazucá		15.00
Elevada		1.00.E-06
Bolívar		2.80
La Cumbre		25.00
Candelaria		4.00
Bugalagrande		4.00
Carmen		5.00.E-04
Chinú		17.00
Sector 35		1.00
La Enea		15.00

<p>Tabla 25. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Two Loops.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Two Loops</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.03008</td><td>0.93</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.01549</td><td>0.31</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.01630</td><td>0.30</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.00846</td><td>0.20</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.03838</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05099</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.03820</td><td>0.80</td></tr> </tbody> </table>	Red Two Loops			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.03008	0.93	No Óptimo 1	0.01549	0.31	No Óptimo 2	0.01630	0.30	No Óptimo 3	0.00846	0.20	No Óptimo 4	0.03838	0.54	No Óptimo 5	0.05099	0.89	No Óptimo 6	0.03820	0.80	<p>Tabla 26. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Reservoirs.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Two Reservoirs</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.05596</td><td>0.90</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.05317</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.05638</td><td>0.83</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.05637</td><td>0.88</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.06922</td><td>0.87</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.09161</td><td>0.95</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.10018</td><td>0.86</td></tr> </tbody> </table>	Red Two Reservoirs			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.05596	0.90	No Óptimo 1	0.05317	0.89	No Óptimo 2	0.05638	0.83	No Óptimo 3	0.05637	0.88	No Óptimo 4	0.06922	0.87	No Óptimo 5	0.09161	0.95	No Óptimo 6	0.10018	0.86
Red Two Loops																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.03008	0.93																																																					
No Óptimo 1	0.01549	0.31																																																					
No Óptimo 2	0.01630	0.30																																																					
No Óptimo 3	0.00846	0.20																																																					
No Óptimo 4	0.03838	0.54																																																					
No Óptimo 5	0.05099	0.89																																																					
No Óptimo 6	0.03820	0.80																																																					
Red Two Reservoirs																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.05596	0.90																																																					
No Óptimo 1	0.05317	0.89																																																					
No Óptimo 2	0.05638	0.83																																																					
No Óptimo 3	0.05637	0.88																																																					
No Óptimo 4	0.06922	0.87																																																					
No Óptimo 5	0.09161	0.95																																																					
No Óptimo 6	0.10018	0.86																																																					
<p>Tabla 27. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Taichung.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Taichung</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.02831</td><td>0.92</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.02913</td><td>0.42</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.03621</td><td>0.55</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.04208</td><td>0.61</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.03030</td><td>0.44</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.04179</td><td>0.65</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.00427</td><td>0.05</td></tr> </tbody> </table>	Red Taichung			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.02831	0.92	No Óptimo 1	0.02913	0.42	No Óptimo 2	0.03621	0.55	No Óptimo 3	0.04208	0.61	No Óptimo 4	0.03030	0.44	No Óptimo 5	0.04179	0.65	No Óptimo 6	0.00427	0.05	<p>Tabla 28. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Hanoi.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Hanoi</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.03369</td><td>0.92</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.03383</td><td>0.93</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.03420</td><td>0.91</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.03011</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.03444</td><td>0.87</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.02513</td><td>0.62</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.02457</td><td>0.63</td></tr> </tbody> </table>	Red Hanoi			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.03369	0.92	No Óptimo 1	0.03383	0.93	No Óptimo 2	0.03420	0.91	No Óptimo 3	0.03011	0.69	No Óptimo 4	0.03444	0.87	No Óptimo 5	0.02513	0.62	No Óptimo 6	0.02457	0.63
Red Taichung																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.02831	0.92																																																					
No Óptimo 1	0.02913	0.42																																																					
No Óptimo 2	0.03621	0.55																																																					
No Óptimo 3	0.04208	0.61																																																					
No Óptimo 4	0.03030	0.44																																																					
No Óptimo 5	0.04179	0.65																																																					
No Óptimo 6	0.00427	0.05																																																					
Red Hanoi																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.03369	0.92																																																					
No Óptimo 1	0.03383	0.93																																																					
No Óptimo 2	0.03420	0.91																																																					
No Óptimo 3	0.03011	0.69																																																					
No Óptimo 4	0.03444	0.87																																																					
No Óptimo 5	0.02513	0.62																																																					
No Óptimo 6	0.02457	0.63																																																					
<p>Tabla 29. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Blacksburg.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Blacksburg</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.04121</td><td>0.67</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.01797</td><td>0.63</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.04878</td><td>0.71</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.04111</td><td>0.55</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.02216</td><td>0.77</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.02238</td><td>0.71</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.03215</td><td>0.35</td></tr> </tbody> </table>	Red Blacksburg			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.04121	0.67	No Óptimo 1	0.01797	0.63	No Óptimo 2	0.04878	0.71	No Óptimo 3	0.04111	0.55	No Óptimo 4	0.02216	0.77	No Óptimo 5	0.02238	0.71	No Óptimo 6	0.03215	0.35	<p>Tabla 30. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Fossolo.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Fossolo</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.03034</td><td>0.82</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.02278</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.03997</td><td>0.24</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.14650</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.00059</td><td>0.00</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.11162</td><td>0.47</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.01775</td><td>0.08</td></tr> </tbody> </table>	Red Fossolo			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.03034	0.82	No Óptimo 1	0.02278	0.78	No Óptimo 2	-0.03997	0.24	No Óptimo 3	-0.14650	0.54	No Óptimo 4	-0.00059	0.00	No Óptimo 5	-0.11162	0.47	No Óptimo 6	-0.01775	0.08
Red Blacksburg																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.04121	0.67																																																					
No Óptimo 1	0.01797	0.63																																																					
No Óptimo 2	0.04878	0.71																																																					
No Óptimo 3	0.04111	0.55																																																					
No Óptimo 4	0.02216	0.77																																																					
No Óptimo 5	0.02238	0.71																																																					
No Óptimo 6	0.03215	0.35																																																					
Red Fossolo																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.03034	0.82																																																					
No Óptimo 1	0.02278	0.78																																																					
No Óptimo 2	-0.03997	0.24																																																					
No Óptimo 3	-0.14650	0.54																																																					
No Óptimo 4	-0.00059	0.00																																																					
No Óptimo 5	-0.11162	0.47																																																					
No Óptimo 6	-0.01775	0.08																																																					
<p>Tabla 31. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red R28.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red R28</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.02300</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.00453</td><td>0.05</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.01779</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.00580</td><td>0.09</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.00689</td><td>0.11</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.00344</td><td>0.01</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.00948</td><td>0.20</td></tr> </tbody> </table>	Red R28			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.02300	0.69	No Óptimo 1	0.00453	0.05	No Óptimo 2	0.01779	0.69	No Óptimo 3	-0.00580	0.09	No Óptimo 4	0.00689	0.11	No Óptimo 5	0.00344	0.01	No Óptimo 6	0.00948	0.20	<p>Tabla 32. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Pescara.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Pescara</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.13371</td><td>0.68</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.21642</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.19020</td><td>0.75</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.04555</td><td>0.40</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.26270</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.26169</td><td>0.80</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.23261</td><td>0.70</td></tr> </tbody> </table>	Red Pescara			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.13371	0.68	No Óptimo 1	-0.21642	0.74	No Óptimo 2	-0.19020	0.75	No Óptimo 3	-0.04555	0.40	No Óptimo 4	-0.26270	0.74	No Óptimo 5	-0.26169	0.80	No Óptimo 6	-0.23261	0.70
Red R28																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.02300	0.69																																																					
No Óptimo 1	0.00453	0.05																																																					
No Óptimo 2	0.01779	0.69																																																					
No Óptimo 3	-0.00580	0.09																																																					
No Óptimo 4	0.00689	0.11																																																					
No Óptimo 5	0.00344	0.01																																																					
No Óptimo 6	0.00948	0.20																																																					
Red Pescara																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.13371	0.68																																																					
No Óptimo 1	-0.21642	0.74																																																					
No Óptimo 2	-0.19020	0.75																																																					
No Óptimo 3	-0.04555	0.40																																																					
No Óptimo 4	-0.26270	0.74																																																					
No Óptimo 5	-0.26169	0.80																																																					
No Óptimo 6	-0.23261	0.70																																																					

<p>Tabla 33. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Modena.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Modena</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.08694</td><td>0.72</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.12696</td><td>0.77</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.09830</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.04581</td><td>0.49</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.05365</td><td>0.53</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.23764</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.05795</td><td>0.70</td></tr> </tbody> </table>	Red Modena			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.08694	0.72	No Óptimo 1	-0.12696	0.77	No Óptimo 2	-0.09830	0.69	No Óptimo 3	-0.04581	0.49	No Óptimo 4	-0.05365	0.53	No Óptimo 5	-0.23764	0.78	No Óptimo 6	-0.05795	0.70	<p>Tabla 34. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Balerma.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Balerma</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.10807</td><td>0.72</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.09217</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.11819</td><td>0.72</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.11684</td><td>0.72</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.12246</td><td>0.73</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.12226</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.13029</td><td>0.75</td></tr> </tbody> </table>	Red Balerma			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.10807	0.72	No Óptimo 1	-0.09217	0.74	No Óptimo 2	-0.11819	0.72	No Óptimo 3	-0.11684	0.72	No Óptimo 4	-0.12246	0.73	No Óptimo 5	-0.12226	0.74	No Óptimo 6	-0.13029	0.75
Red Modena																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.08694	0.72																																																					
No Óptimo 1	-0.12696	0.77																																																					
No Óptimo 2	-0.09830	0.69																																																					
No Óptimo 3	-0.04581	0.49																																																					
No Óptimo 4	-0.05365	0.53																																																					
No Óptimo 5	-0.23764	0.78																																																					
No Óptimo 6	-0.05795	0.70																																																					
Red Balerma																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.10807	0.72																																																					
No Óptimo 1	-0.09217	0.74																																																					
No Óptimo 2	-0.11819	0.72																																																					
No Óptimo 3	-0.11684	0.72																																																					
No Óptimo 4	-0.12246	0.73																																																					
No Óptimo 5	-0.12226	0.74																																																					
No Óptimo 6	-0.13029	0.75																																																					
<p>Tabla 35. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red San Vicente.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red San Vicente</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.21341</td><td>0.63</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.14559</td><td>0.63</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.22756</td><td>0.73</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.44976</td><td>0.74</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.60339</td><td>0.76</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.46482</td><td>0.75</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.31417</td><td>0.66</td></tr> </tbody> </table>	Red San Vicente			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.21341	0.63	No Óptimo 1	-0.14559	0.63	No Óptimo 2	-0.22756	0.73	No Óptimo 3	-0.44976	0.74	No Óptimo 4	-0.60339	0.76	No Óptimo 5	-0.46482	0.75	No Óptimo 6	-0.31417	0.66	<p>Tabla 36. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Cazucá.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Cazucá</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.04331</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.01046</td><td>0.06</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.01532</td><td>0.15</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.02167</td><td>0.42</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.05251</td><td>0.83</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.05020</td><td>0.82</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.04419</td><td>0.64</td></tr> </tbody> </table>	Red Cazucá			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.04331	0.89	No Óptimo 1	0.01046	0.06	No Óptimo 2	0.01532	0.15	No Óptimo 3	0.02167	0.42	No Óptimo 4	0.05251	0.83	No Óptimo 5	0.05020	0.82	No Óptimo 6	0.04419	0.64
Red San Vicente																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.21341	0.63																																																					
No Óptimo 1	-0.14559	0.63																																																					
No Óptimo 2	-0.22756	0.73																																																					
No Óptimo 3	-0.44976	0.74																																																					
No Óptimo 4	-0.60339	0.76																																																					
No Óptimo 5	-0.46482	0.75																																																					
No Óptimo 6	-0.31417	0.66																																																					
Red Cazucá																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.04331	0.89																																																					
No Óptimo 1	0.01046	0.06																																																					
No Óptimo 2	0.01532	0.15																																																					
No Óptimo 3	0.02167	0.42																																																					
No Óptimo 4	0.05251	0.83																																																					
No Óptimo 5	0.05020	0.82																																																					
No Óptimo 6	0.04419	0.64																																																					
<p>Tabla 37. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Elevada.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Elevada</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>-0.15043</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>-0.15463</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>-0.11915</td><td>0.66</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>-0.18478</td><td>0.70</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>-0.16858</td><td>0.69</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>-0.17682</td><td>0.72</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>-0.05063</td><td>0.48</td></tr> </tbody> </table>	Red Elevada			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	-0.15043	0.69	No Óptimo 1	-0.15463	0.69	No Óptimo 2	-0.11915	0.66	No Óptimo 3	-0.18478	0.70	No Óptimo 4	-0.16858	0.69	No Óptimo 5	-0.17682	0.72	No Óptimo 6	-0.05063	0.48	<p>Tabla 38. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Bolívar.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Bolívar</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.11855</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.09665</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.09721</td><td>0.45</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.12352</td><td>0.49</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.09141</td><td>0.59</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.04248</td><td>0.46</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.04216</td><td>0.44</td></tr> </tbody> </table>	Red Bolívar			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.11855	0.54	No Óptimo 1	0.09665	0.54	No Óptimo 2	0.09721	0.45	No Óptimo 3	0.12352	0.49	No Óptimo 4	0.09141	0.59	No Óptimo 5	0.04248	0.46	No Óptimo 6	0.04216	0.44
Red Elevada																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	-0.15043	0.69																																																					
No Óptimo 1	-0.15463	0.69																																																					
No Óptimo 2	-0.11915	0.66																																																					
No Óptimo 3	-0.18478	0.70																																																					
No Óptimo 4	-0.16858	0.69																																																					
No Óptimo 5	-0.17682	0.72																																																					
No Óptimo 6	-0.05063	0.48																																																					
Red Bolívar																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.11855	0.54																																																					
No Óptimo 1	0.09665	0.54																																																					
No Óptimo 2	0.09721	0.45																																																					
No Óptimo 3	0.12352	0.49																																																					
No Óptimo 4	0.09141	0.59																																																					
No Óptimo 5	0.04248	0.46																																																					
No Óptimo 6	0.04216	0.44																																																					
<p>Tabla 39. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red La Cumbre.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red La Cumbre</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.05175</td><td>0.86</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.05032</td><td>0.82</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.05237</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.06752</td><td>0.89</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.05435</td><td>0.91</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.02739</td><td>0.40</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.02533</td><td>0.72</td></tr> </tbody> </table>	Red La Cumbre			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.05175	0.86	No Óptimo 1	0.05032	0.82	No Óptimo 2	0.05237	0.89	No Óptimo 3	0.06752	0.89	No Óptimo 4	0.05435	0.91	No Óptimo 5	0.02739	0.40	No Óptimo 6	0.02533	0.72	<p>Tabla 40. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Candelaria.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Red Candelaria</th> </tr> <tr> <th>Diseño</th> <th>Dimensión Fractal</th> <th>R²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Óptimo</td><td>0.05033</td><td>0.93</td></tr> <tr><td>No Óptimo 1</td><td>0.07236</td><td>0.83</td></tr> <tr><td>No Óptimo 2</td><td>0.07695</td><td>0.92</td></tr> <tr><td>No Óptimo 3</td><td>0.09775</td><td>0.68</td></tr> <tr><td>No Óptimo 4</td><td>0.05874</td><td>0.78</td></tr> <tr><td>No Óptimo 5</td><td>0.07350</td><td>0.90</td></tr> <tr><td>No Óptimo 6</td><td>0.09963</td><td>0.85</td></tr> </tbody> </table>	Red Candelaria			Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Óptimo	0.05033	0.93	No Óptimo 1	0.07236	0.83	No Óptimo 2	0.07695	0.92	No Óptimo 3	0.09775	0.68	No Óptimo 4	0.05874	0.78	No Óptimo 5	0.07350	0.90	No Óptimo 6	0.09963	0.85
Red La Cumbre																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.05175	0.86																																																					
No Óptimo 1	0.05032	0.82																																																					
No Óptimo 2	0.05237	0.89																																																					
No Óptimo 3	0.06752	0.89																																																					
No Óptimo 4	0.05435	0.91																																																					
No Óptimo 5	0.02739	0.40																																																					
No Óptimo 6	0.02533	0.72																																																					
Red Candelaria																																																							
Diseño	Dimensión Fractal	R ²																																																					
Óptimo	0.05033	0.93																																																					
No Óptimo 1	0.07236	0.83																																																					
No Óptimo 2	0.07695	0.92																																																					
No Óptimo 3	0.09775	0.68																																																					
No Óptimo 4	0.05874	0.78																																																					
No Óptimo 5	0.07350	0.90																																																					
No Óptimo 6	0.09963	0.85																																																					



Tabla 41. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Bugalagrande.			Tabla 42. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Carmen.		
Red Bugalagrande			Red Carmen		
Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Diseño	Dimensión Fractal	R ²
Óptimo	0.09402	0.79	Óptimo	-0.20511	0.76
No Óptimo 1	0.08367	0.72	No Óptimo 1	-0.20111	0.76
No Óptimo 2	0.08062	0.75	No Óptimo 2	-0.19752	0.75
No Óptimo 3	0.08751	0.84	No Óptimo 3	-0.17352	0.70
No Óptimo 4	0.09636	0.84	No Óptimo 4	-0.20410	0.75
No Óptimo 5	0.06878	0.77	No Óptimo 5	-0.18820	0.76
No Óptimo 6	0.08666	0.88	No Óptimo 6	-0.18246	0.56

Tabla 43. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red Chinú.			Tabla 44. Dimensiones fractales - Altura por tanteo - Red La Enea.		
Red Chinú			Red La Enea		
Diseño	Dimensión Fractal	R ²	Diseño	Dimensión Fractal	R ²
Óptimo	0.04778	0.82	Óptimo	0.06912	0.93
No Óptimo 1	0.04055	0.77	No Óptimo 1	0.06956	0.91
No Óptimo 2	0.00817	0.15	No Óptimo 2	0.04939	0.94
No Óptimo 3	0.02256	0.48	No Óptimo 3	0.05570	0.96
No Óptimo 4	0.03643	0.67	No Óptimo 4	0.04235	0.77
No Óptimo 5	0.02107	0.77	No Óptimo 5	0.05520	0.95
No Óptimo 6	0.02127	0.78	No Óptimo 6	0.00000	0.00

5.3.3 Gráficas

5.3.3.1 Altura de caja unitaria

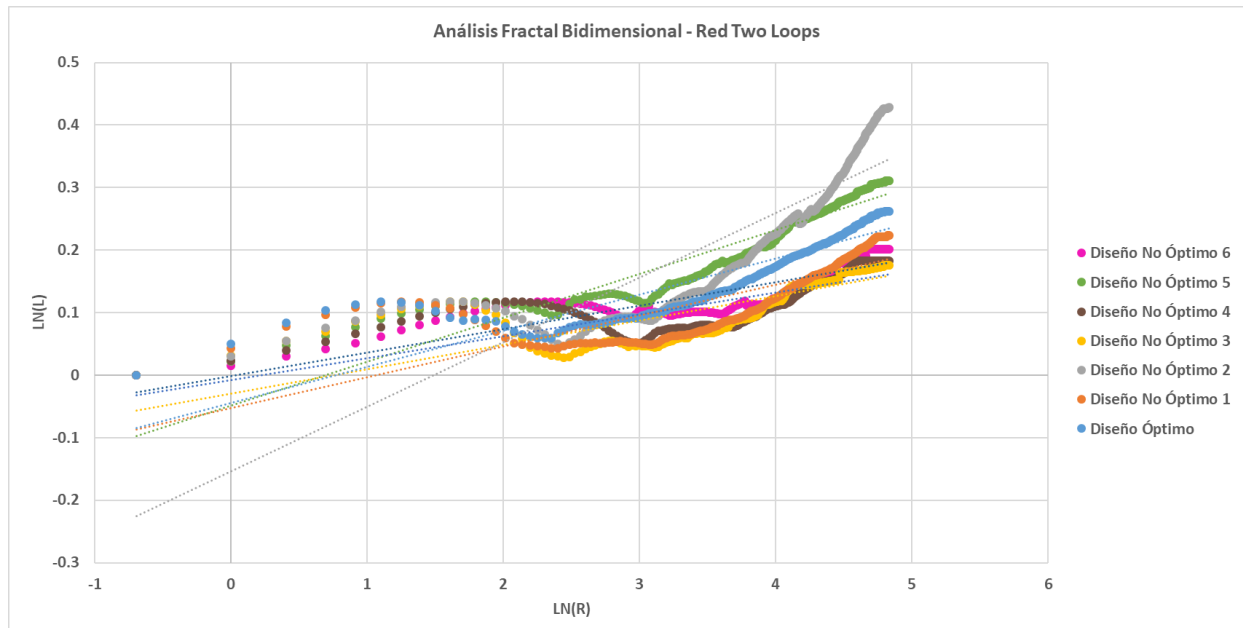


Figura 608. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Two Loops.

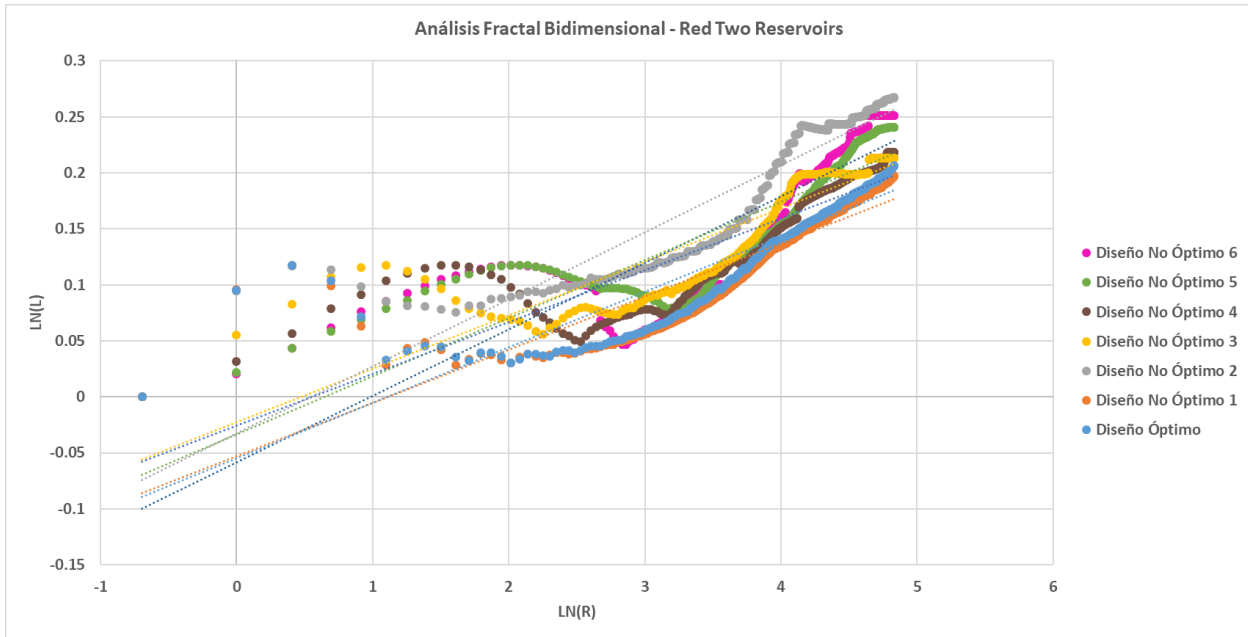


Figura 609. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Two Reservoirs.

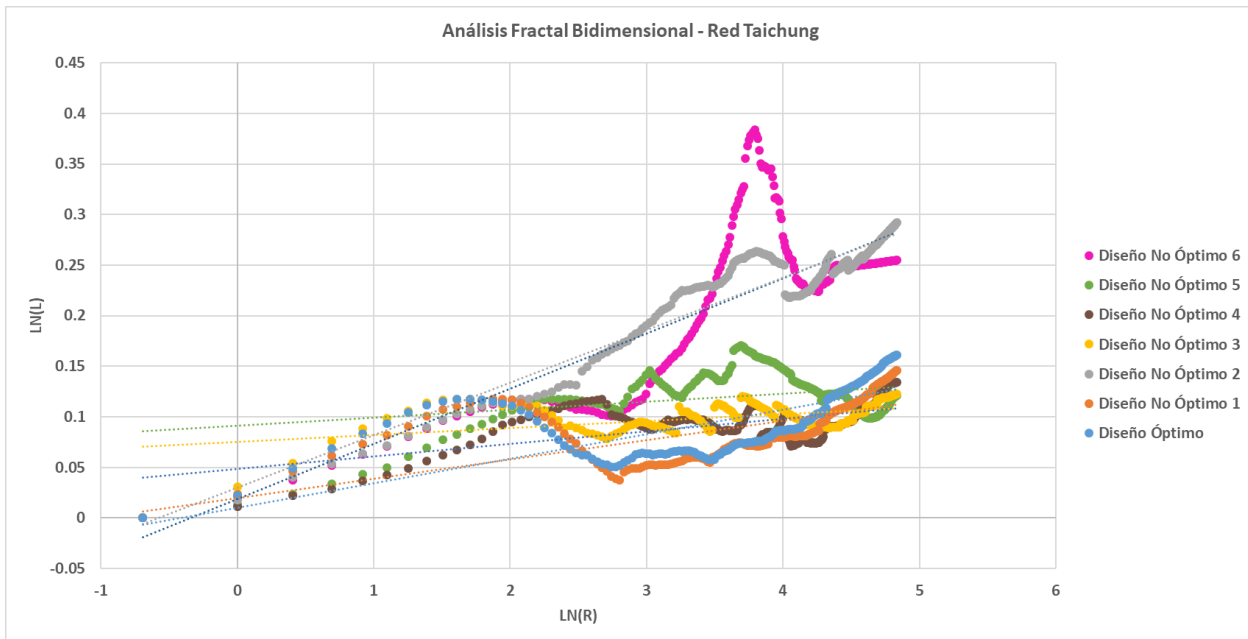


Figura 610. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Taichung.

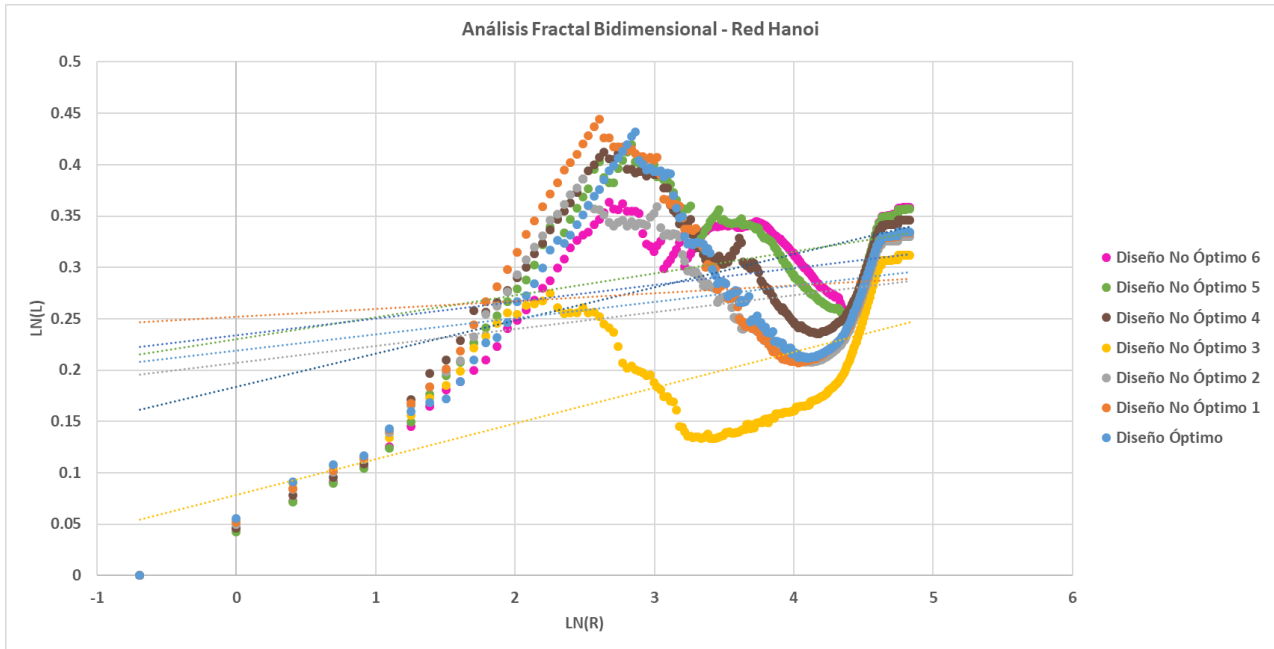


Figura 611. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Hanoi.

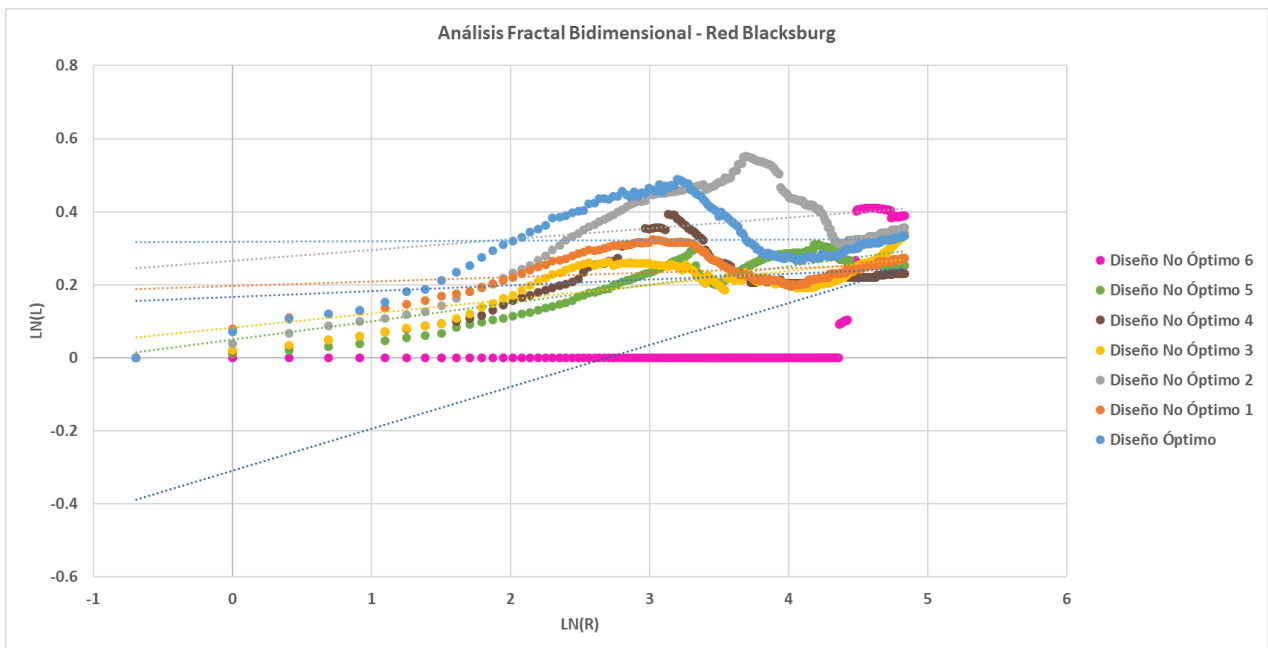


Figura 612. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Blacksburg.

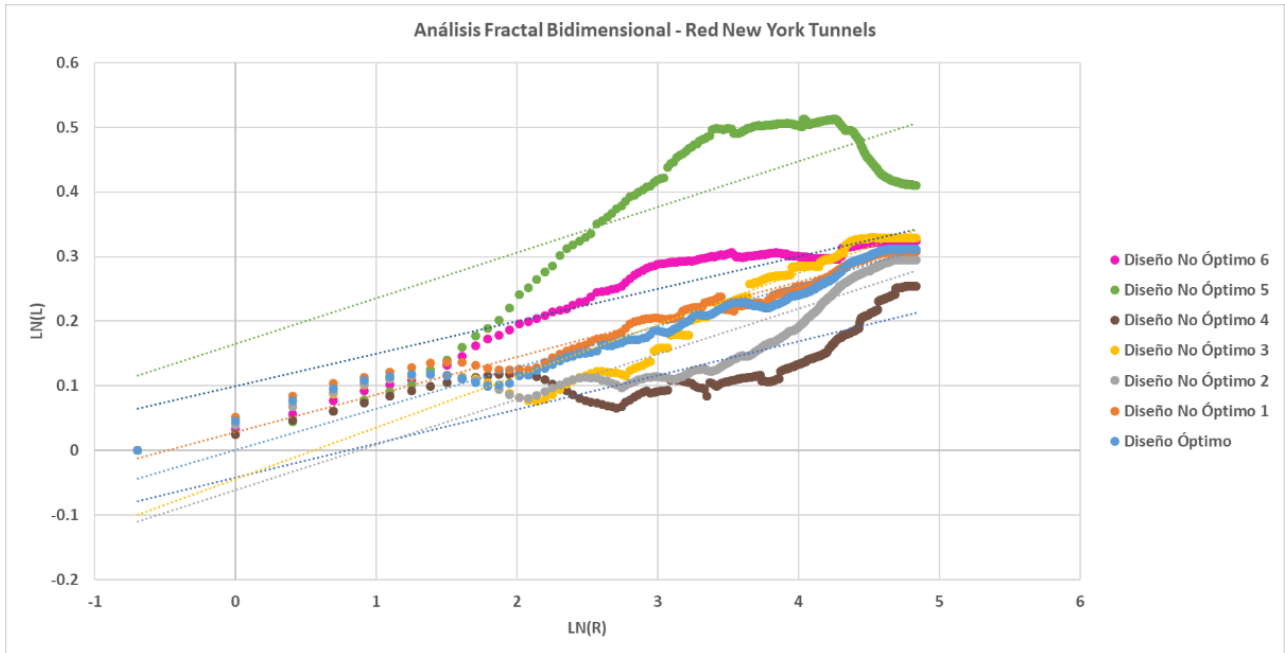


Figura 613. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red New York Tunnels.

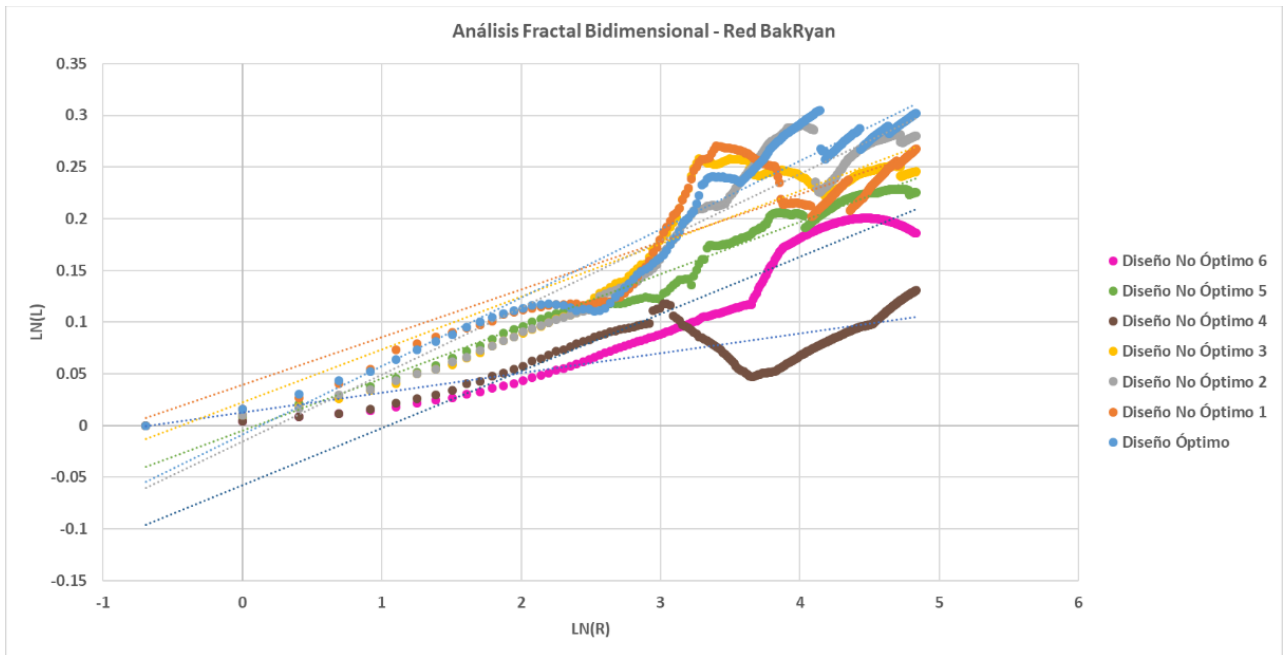


Figura 614. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red BakRyan.

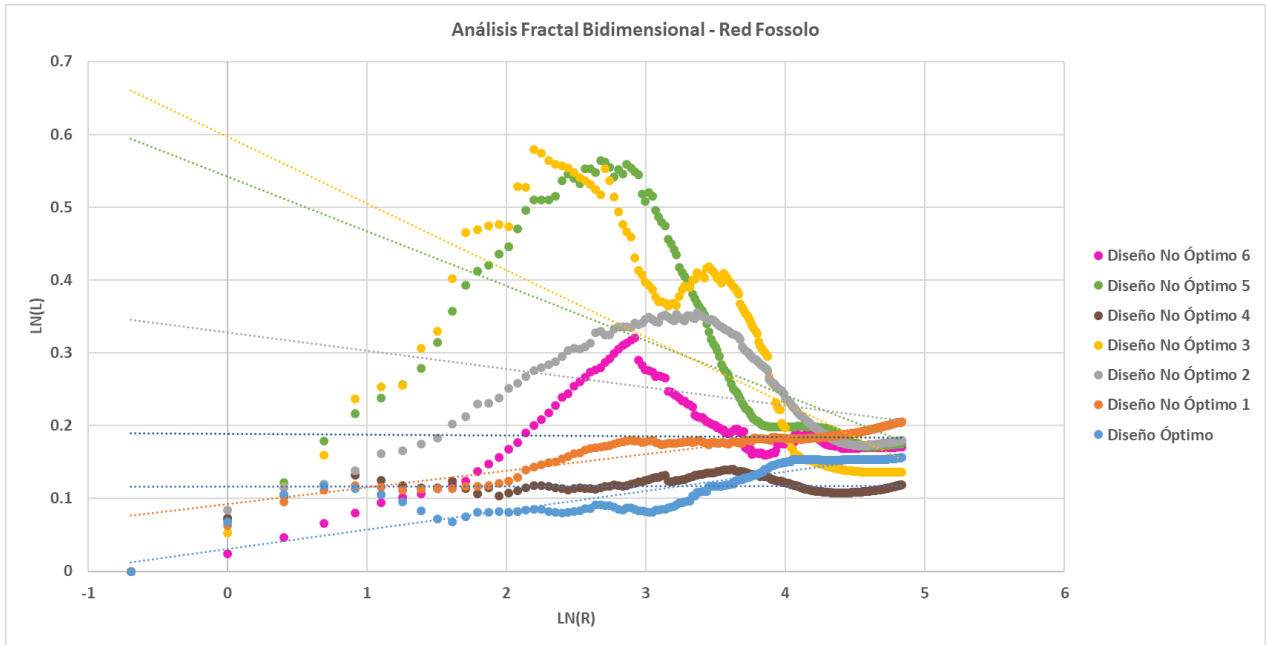


Figura 615. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Fossolo.

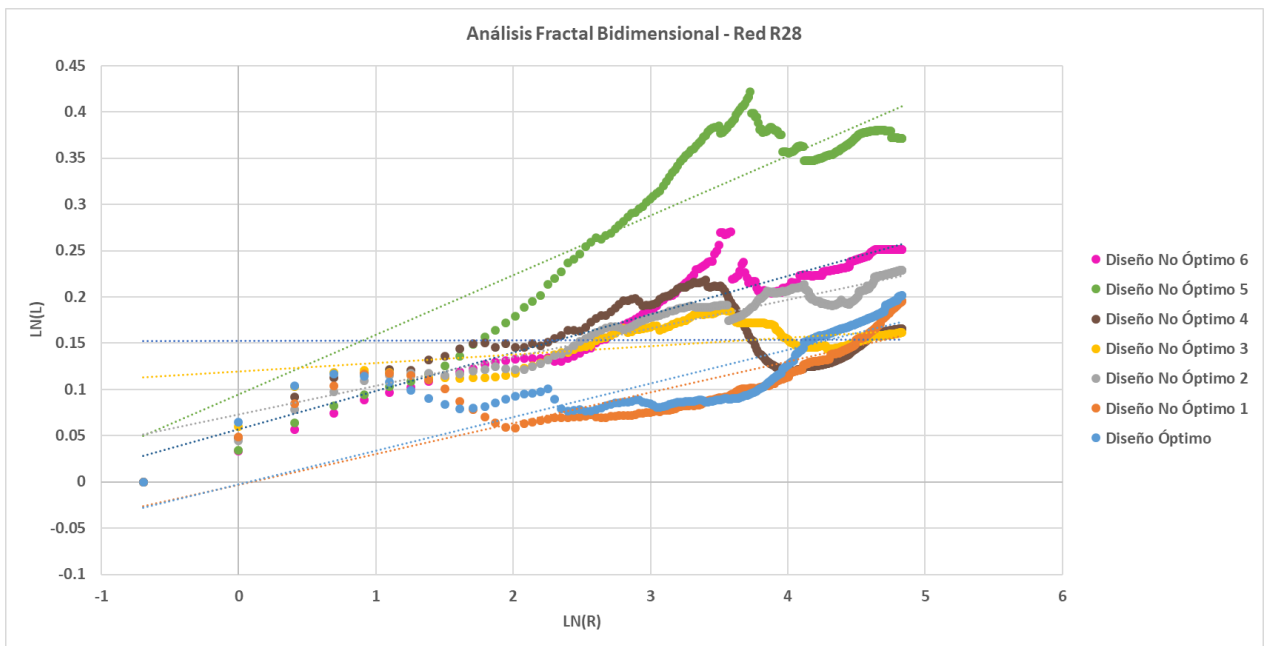


Figura 616. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red R28.

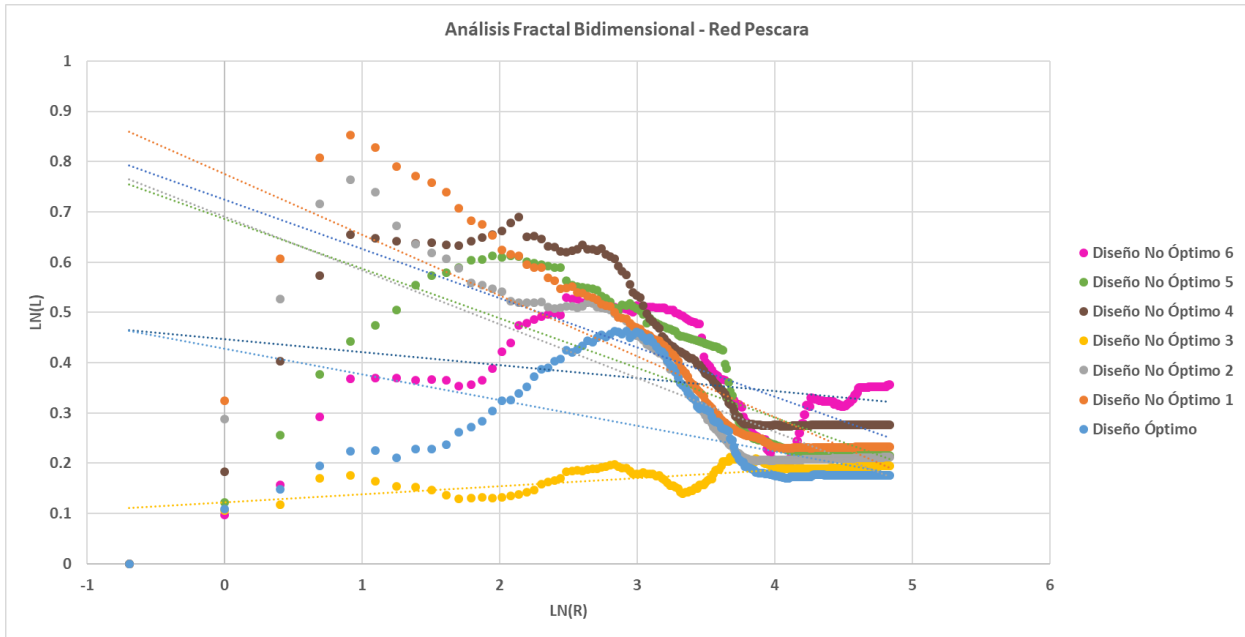


Figura 617. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Pescara.

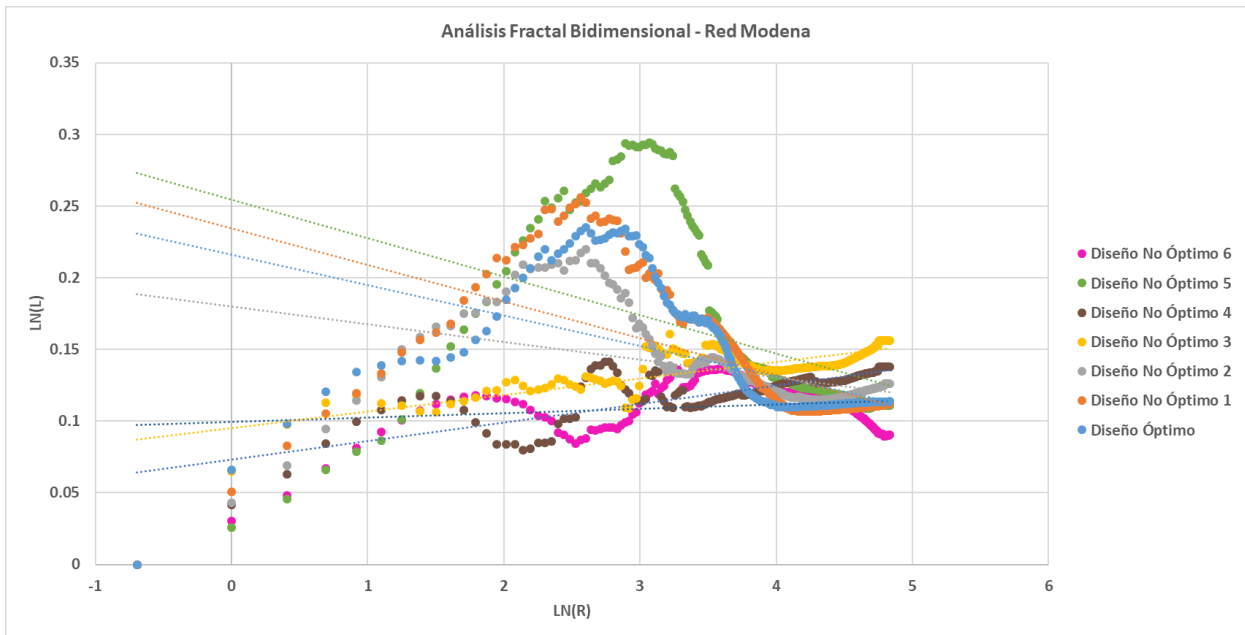


Figura 618. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Modena.

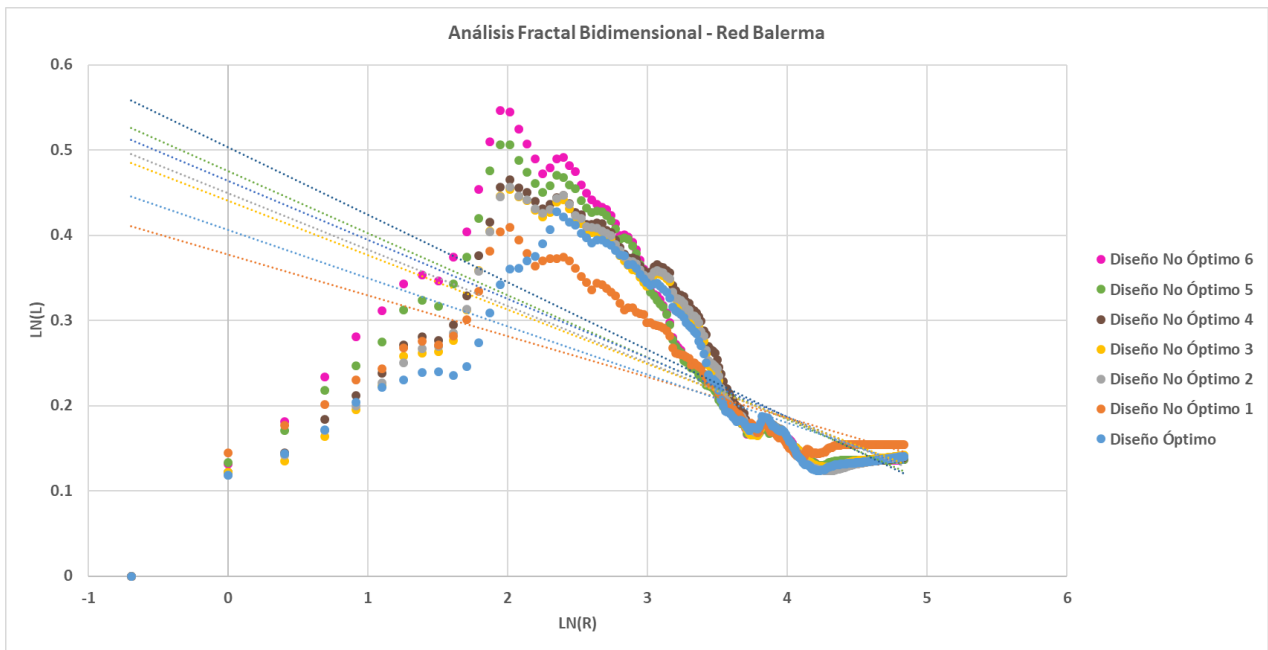


Figura 619. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Balerna.

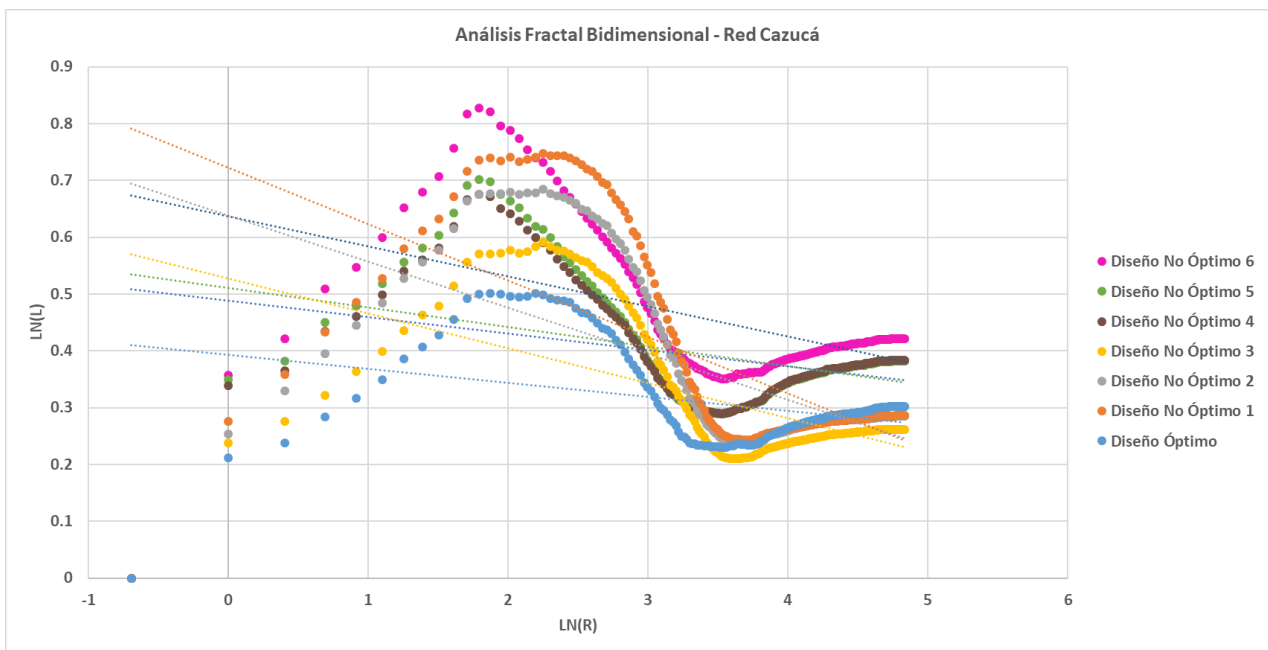


Figura 620. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Cazucá.

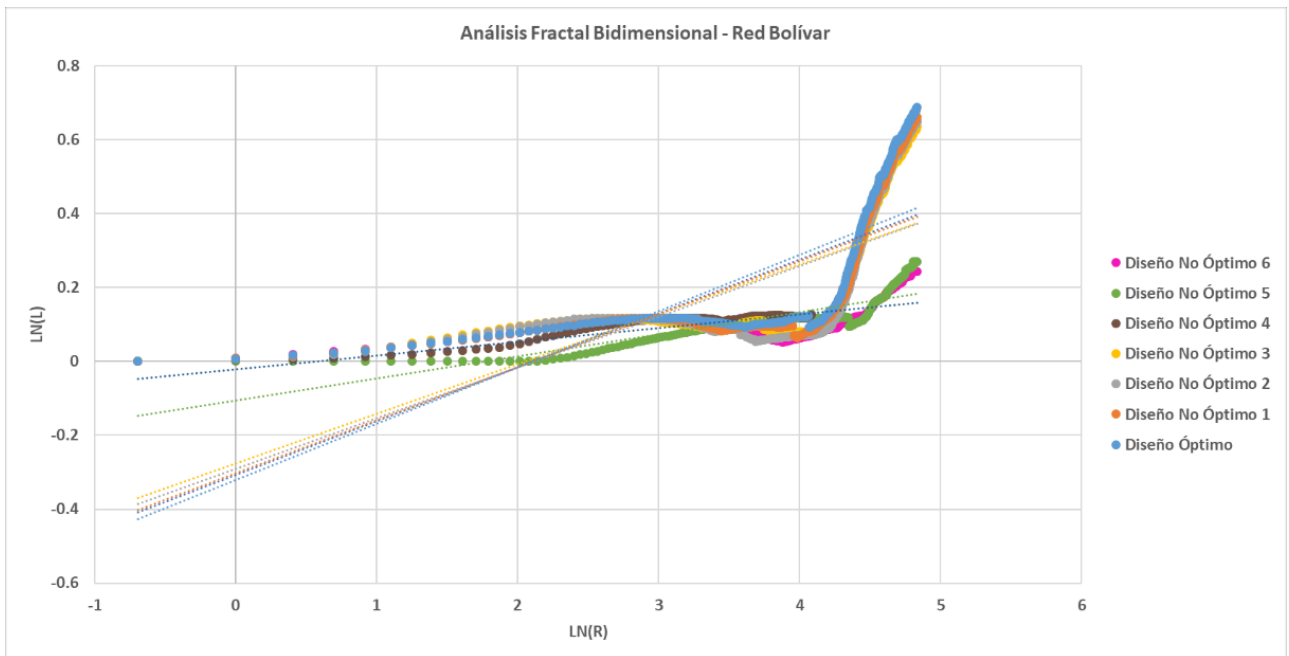


Figura 621. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Bolívar.

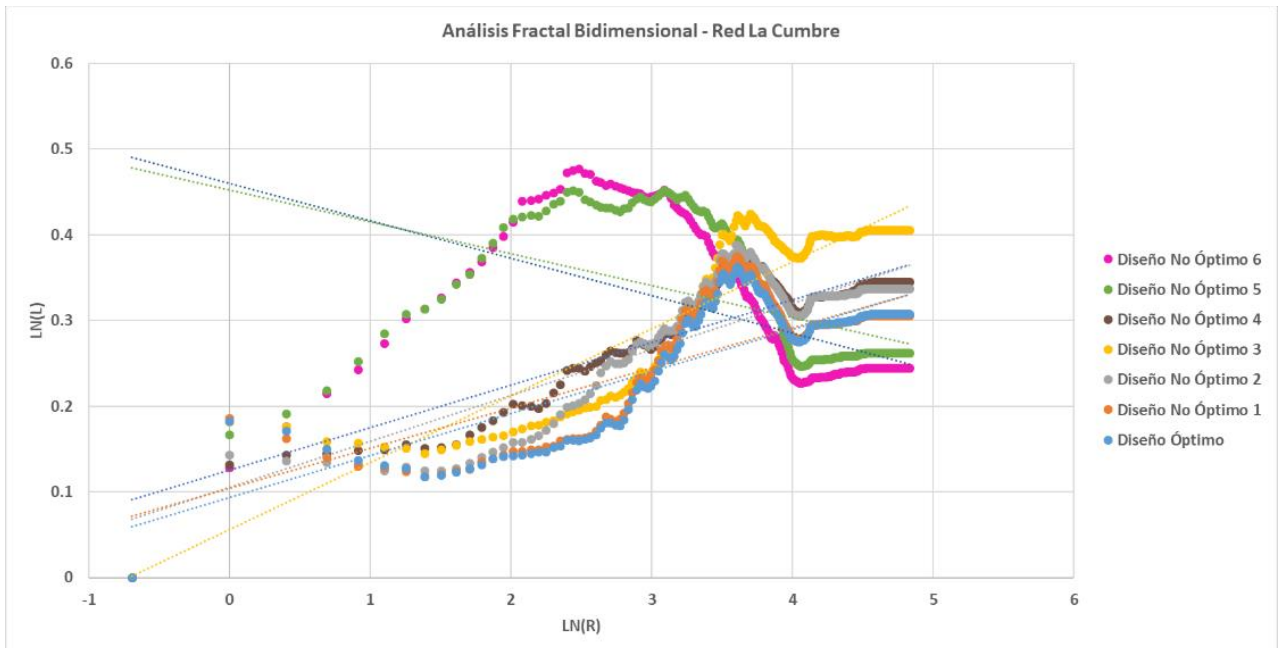


Figura 622. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red La Cumbre.

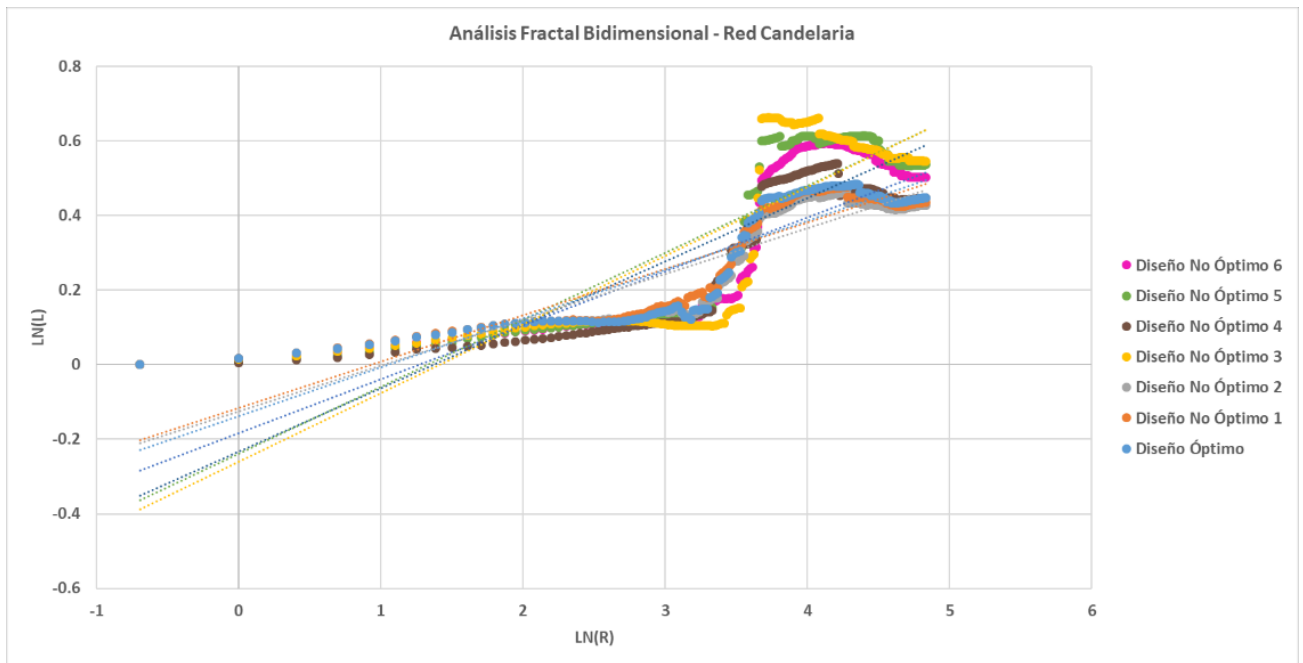


Figura 623. Análisis fractal bidimensional - Altura unitaria - Red Candelaria.

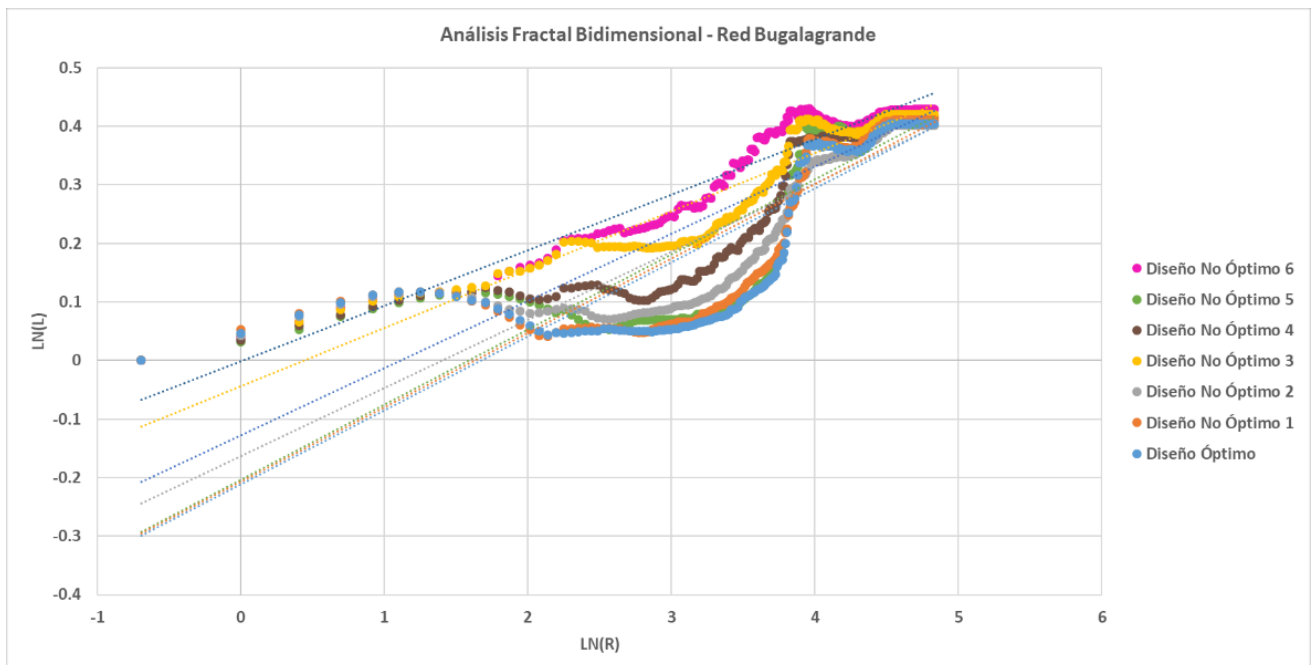


Figura 624. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Bugalagrande.

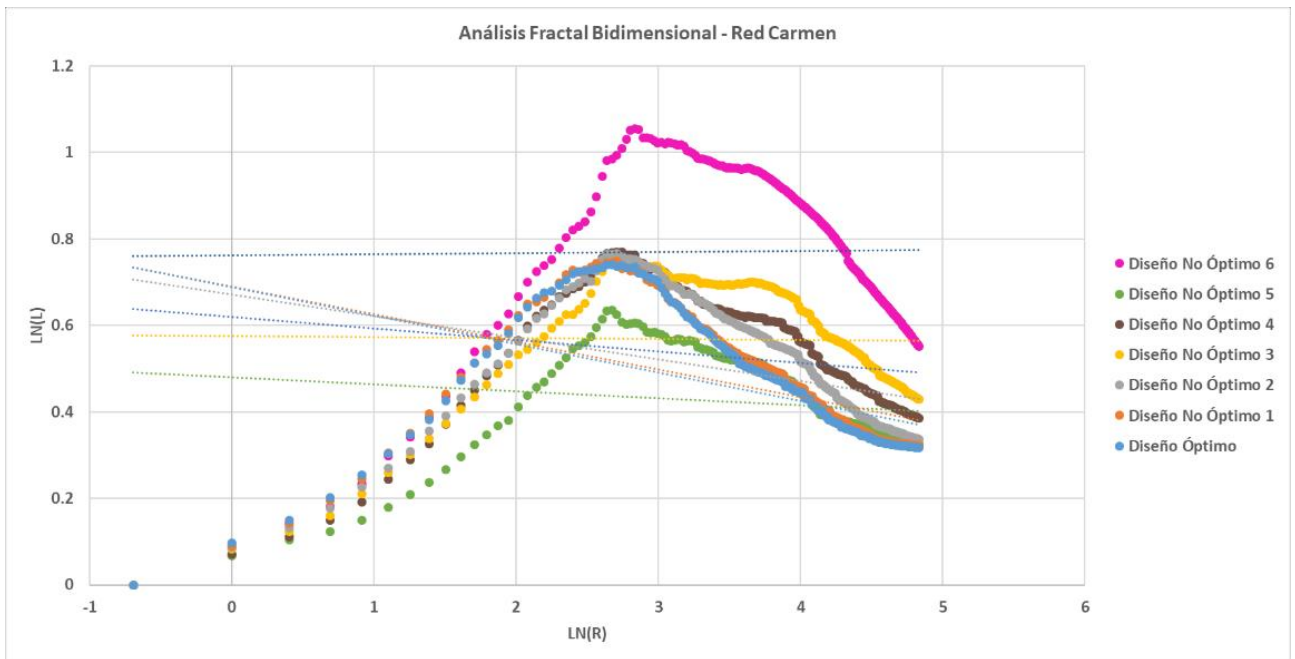


Figura 625. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Carmen.

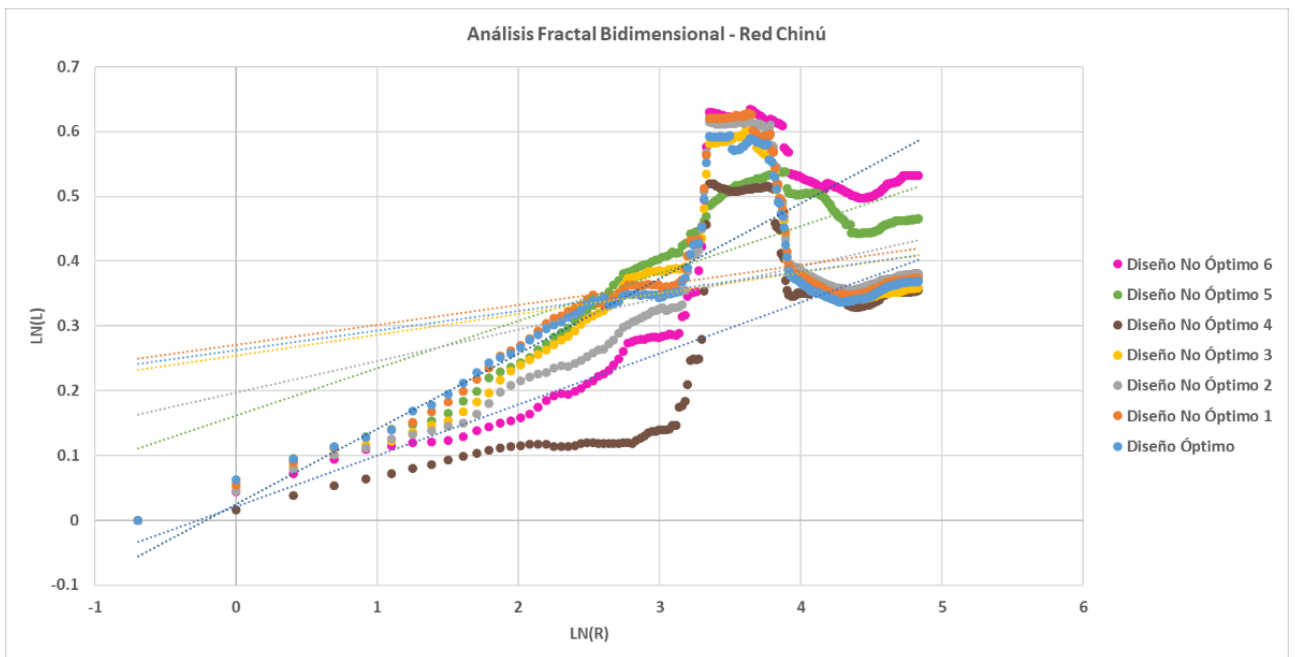


Figura 626. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Chinú.

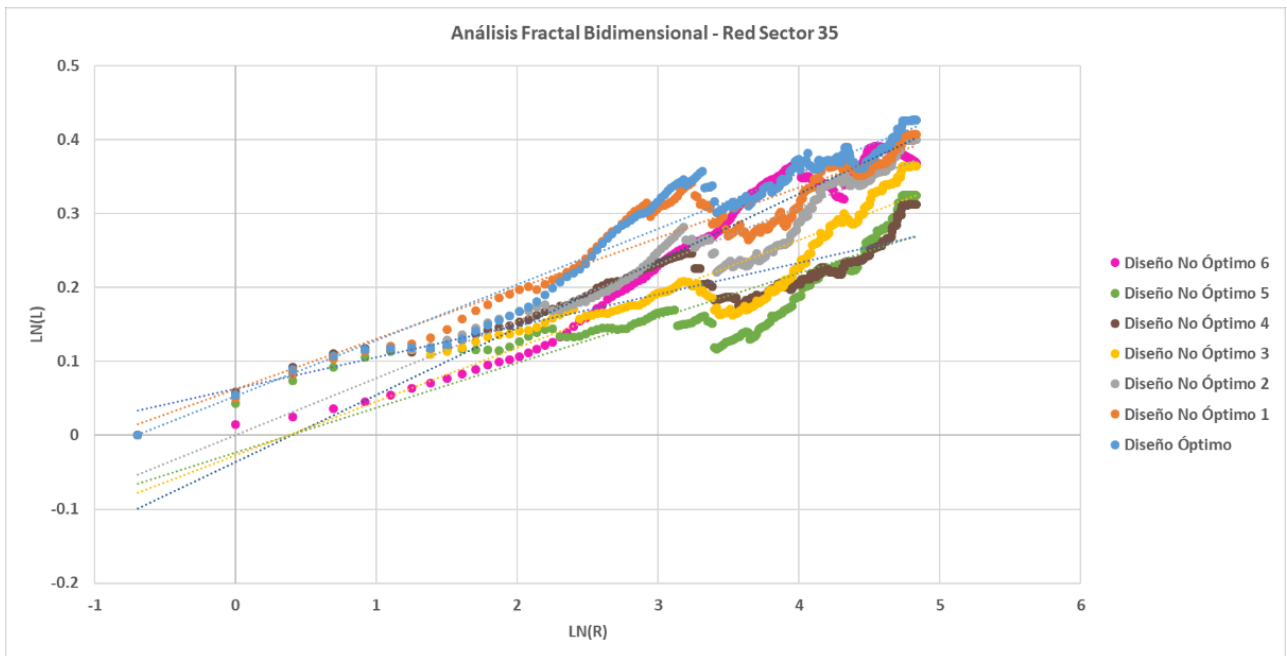


Figura 627. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red Sector 35.

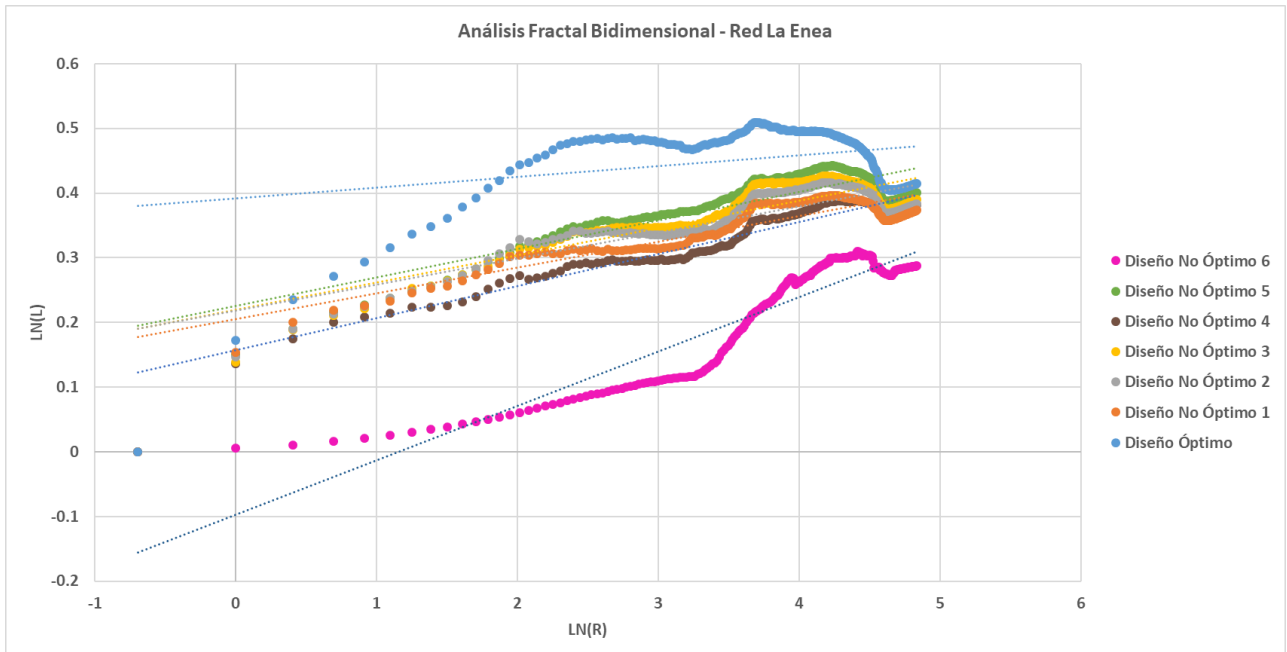


Figura 628. Análisis fractal bidimensional – Altura unitaria - Red La Enea.

5.3.3.2 Altura de caja por tanteo

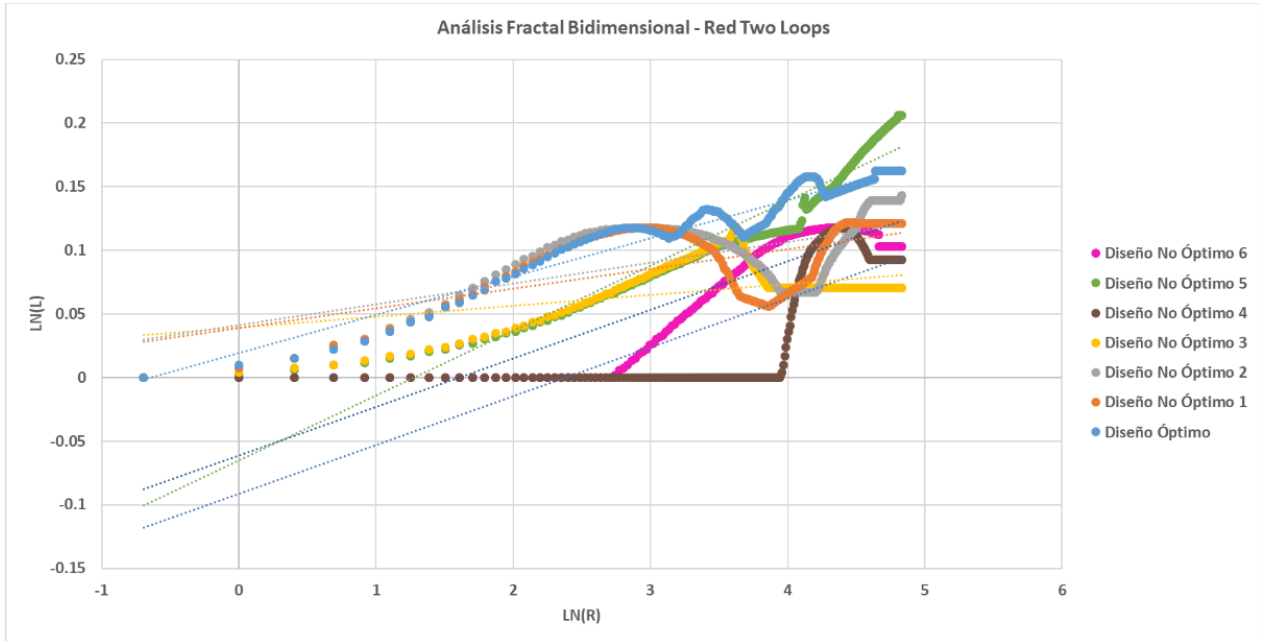


Figura 629. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Two Loops.

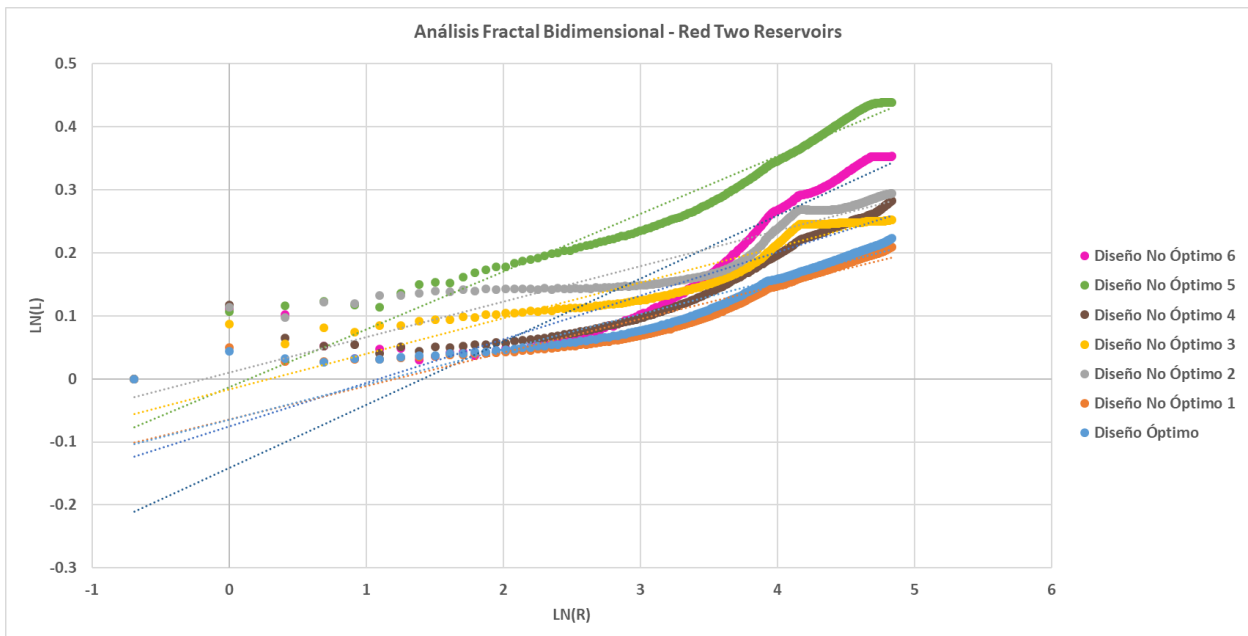


Figura 630. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Two Reservoirs.

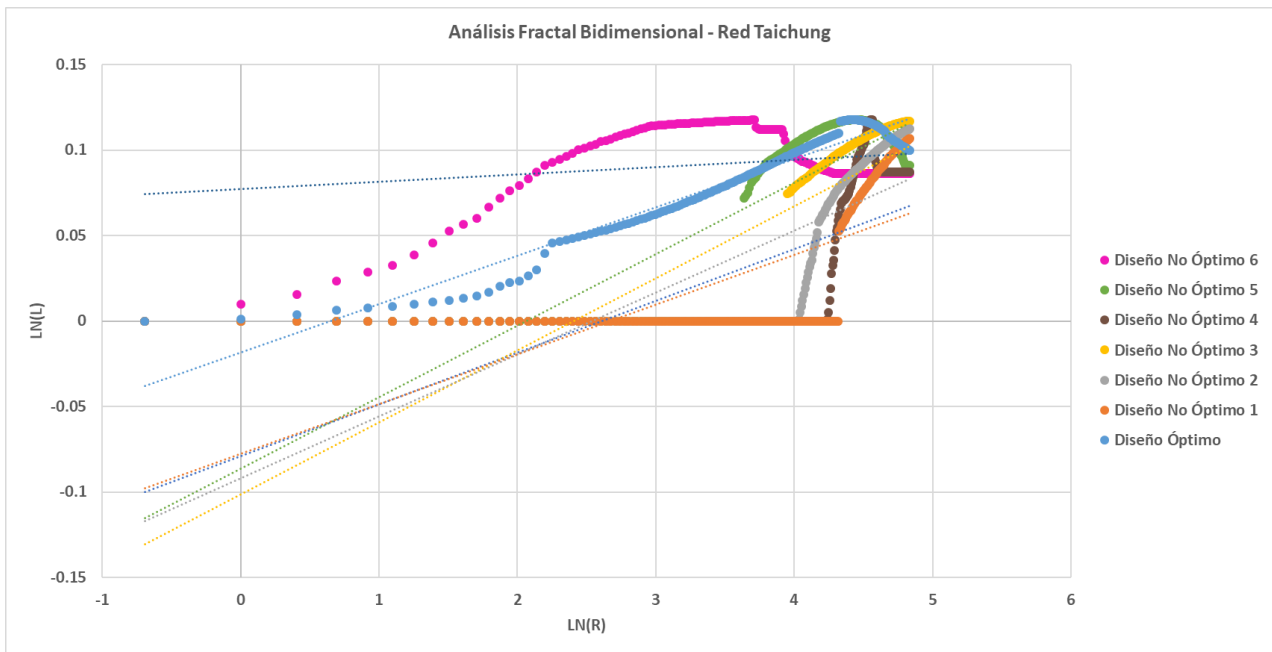


Figura 631. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Taichung.

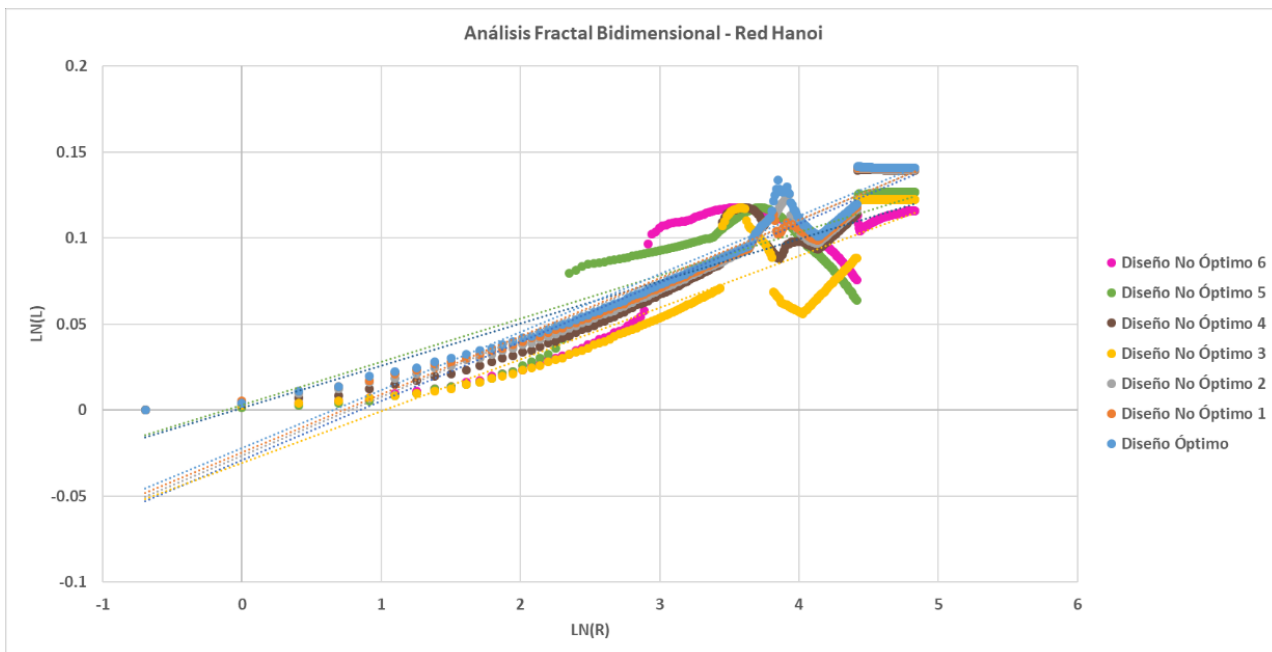


Figura 632. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Hanoi.

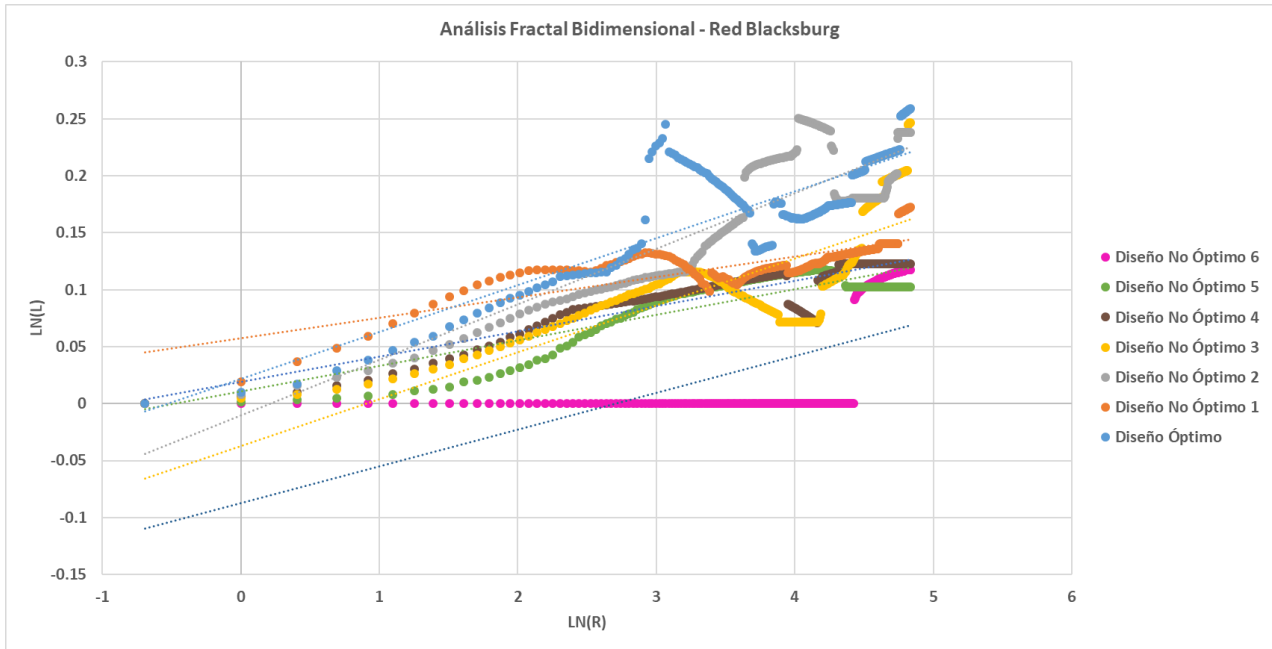


Figura 633. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Blacksburg.

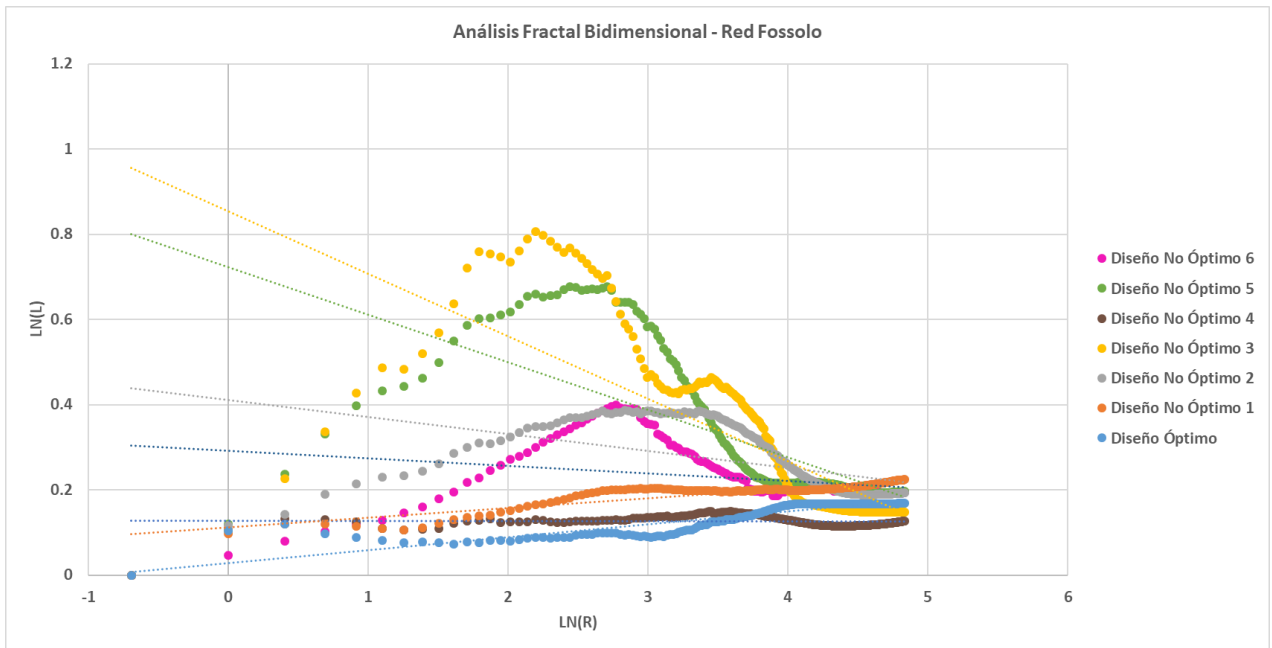


Figura 634. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Fossolo.

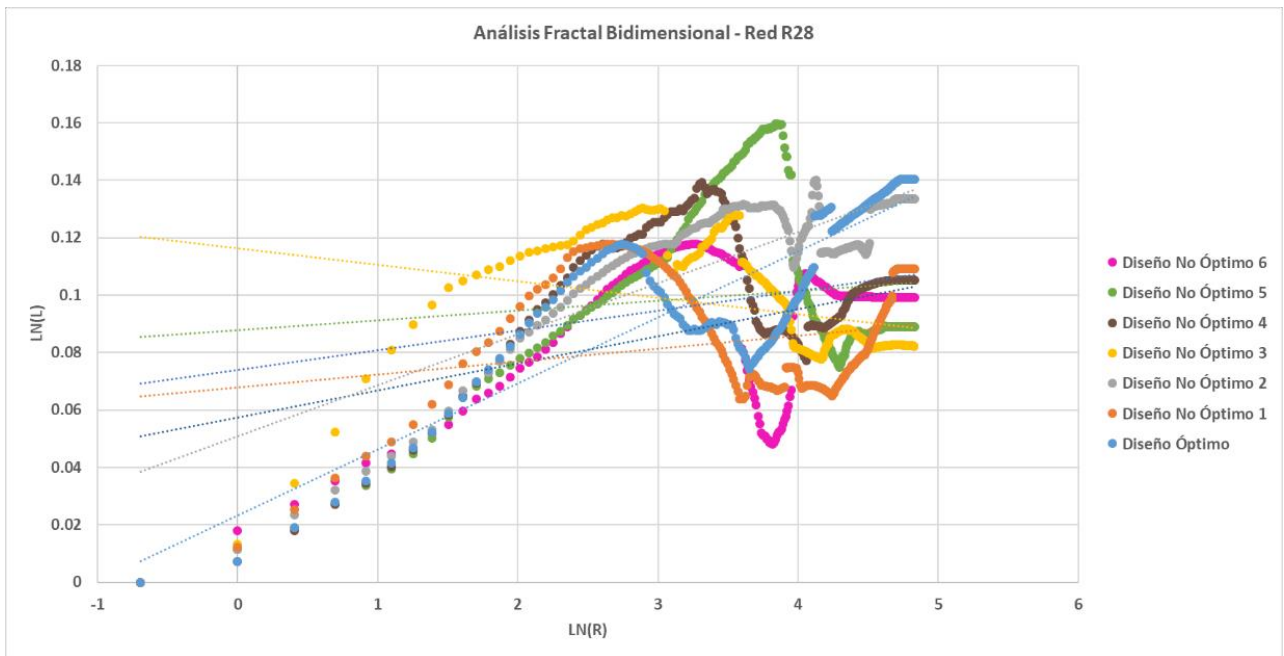


Figura 635. Análisis fractal bidimensional – Altura por tanteo - Red R28.

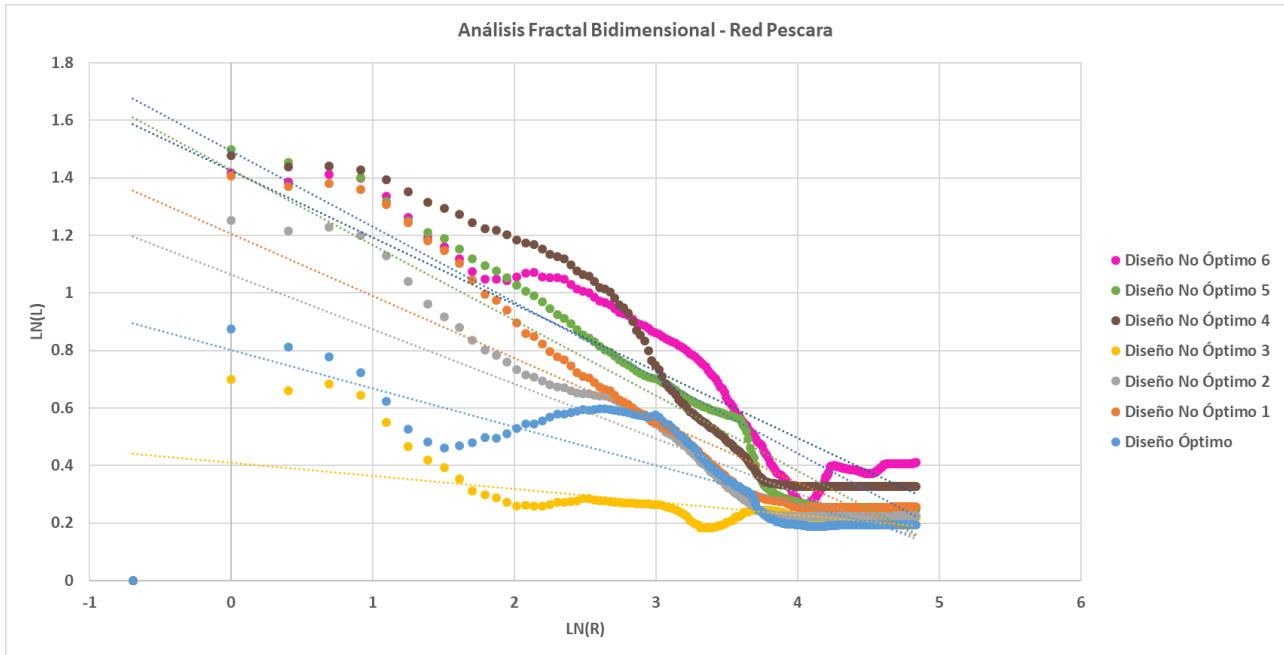


Figura 636. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Pescara.

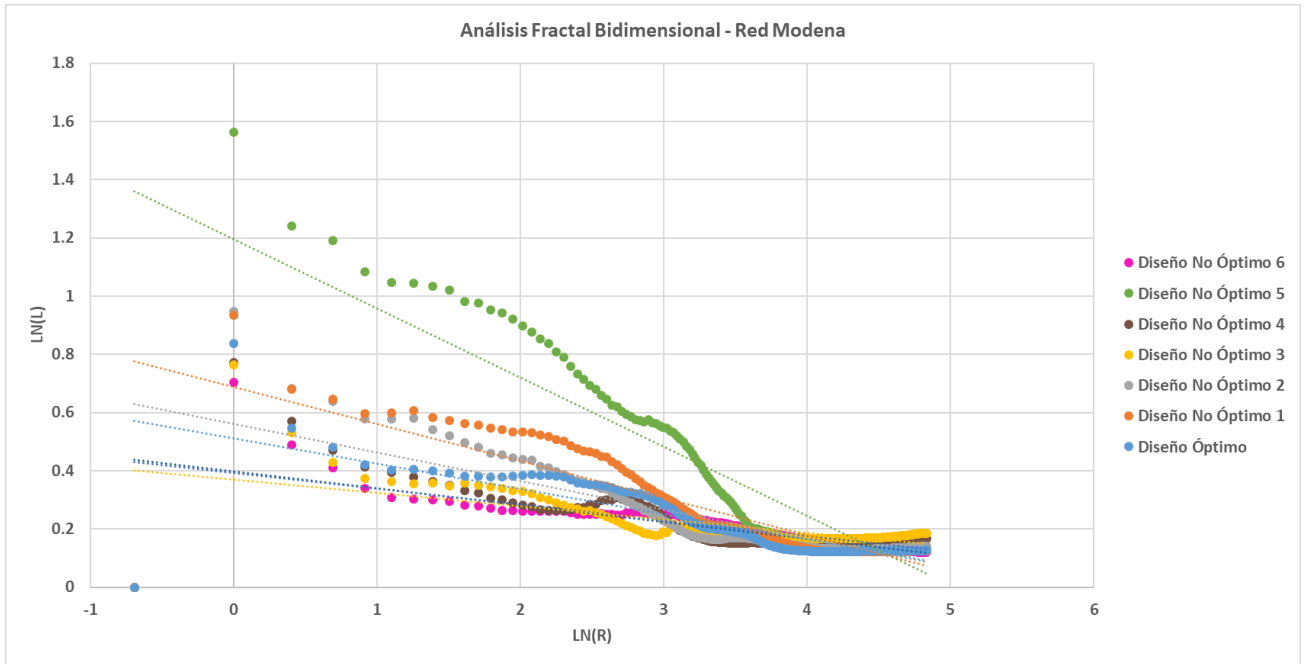


Figura 637. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Modena.

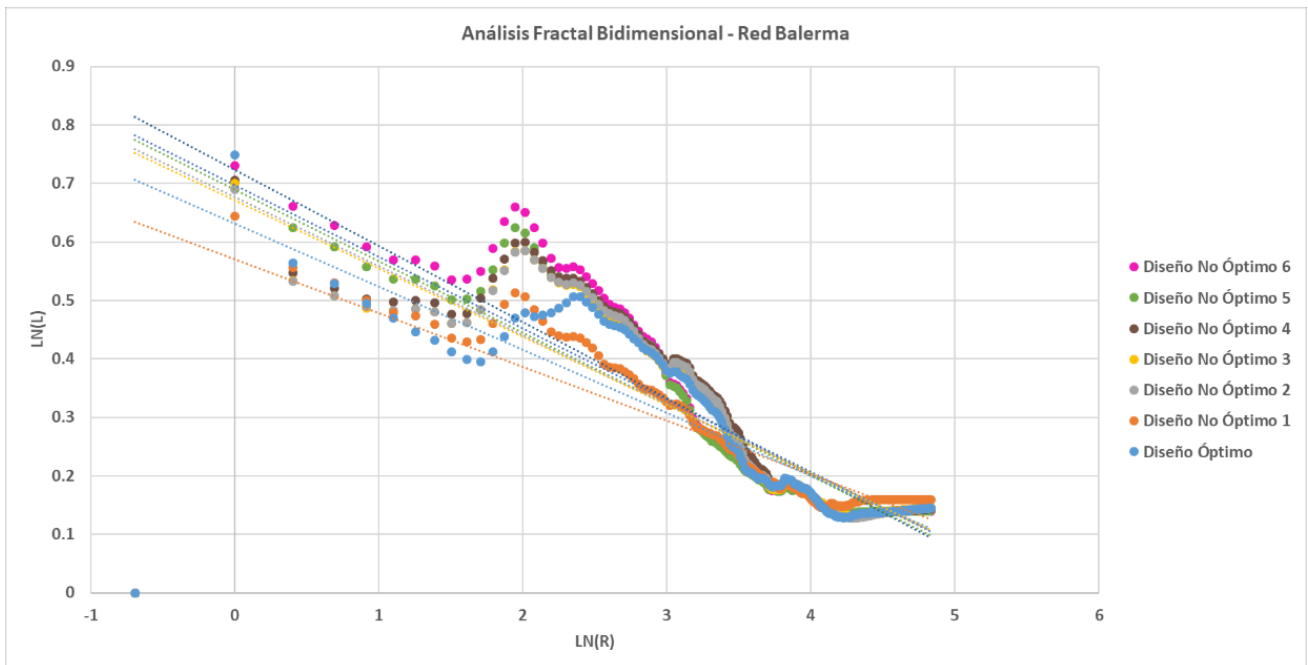


Figura 638. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Balerna.

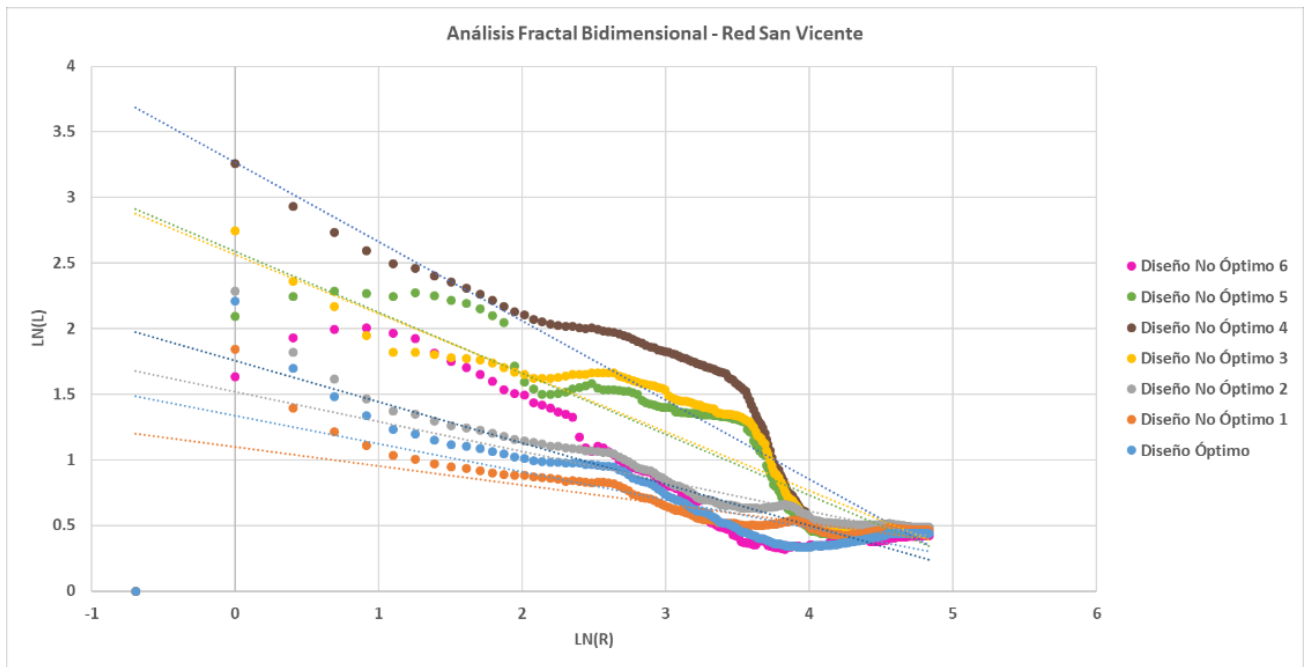


Figura 639. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red San Vicente.

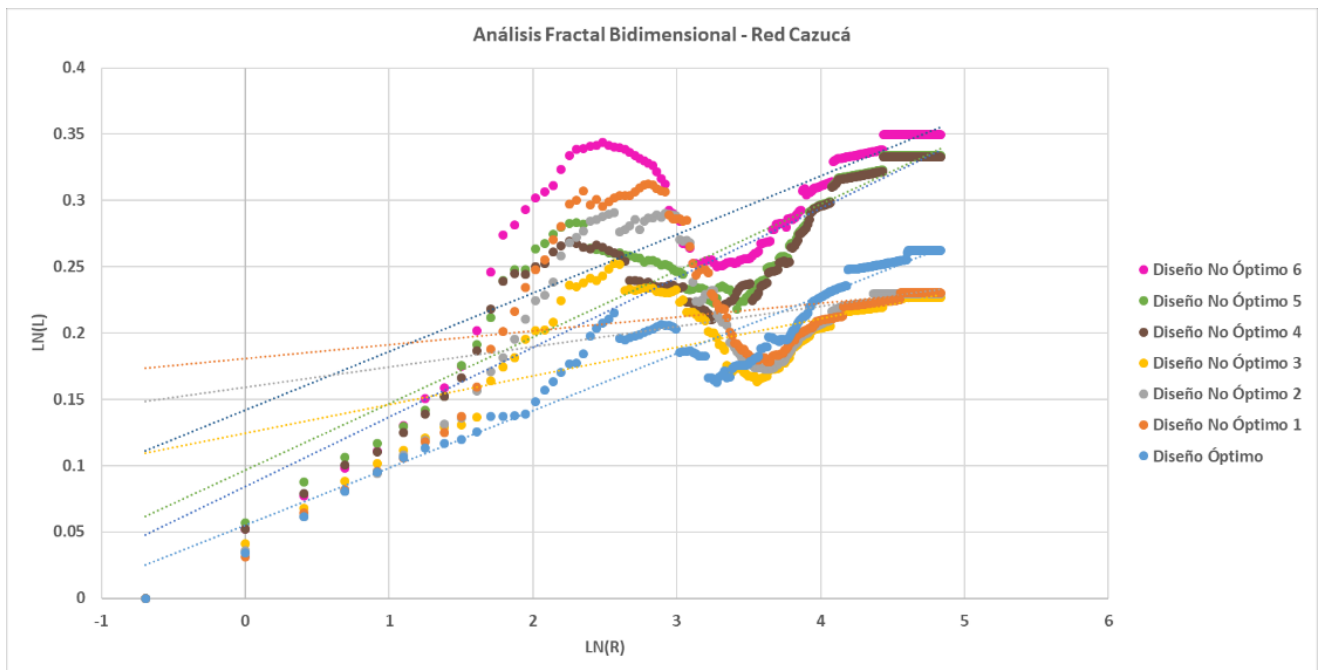


Figura 640. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Cazucá.

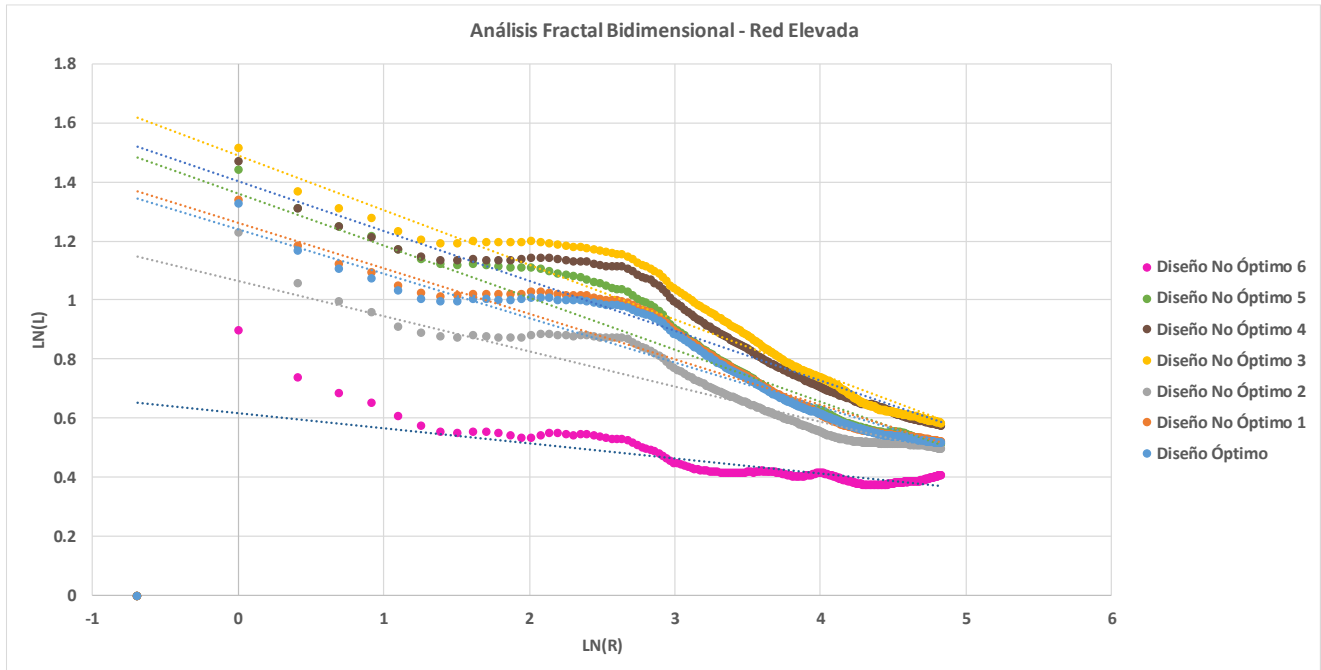


Figura 641. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Elevada.

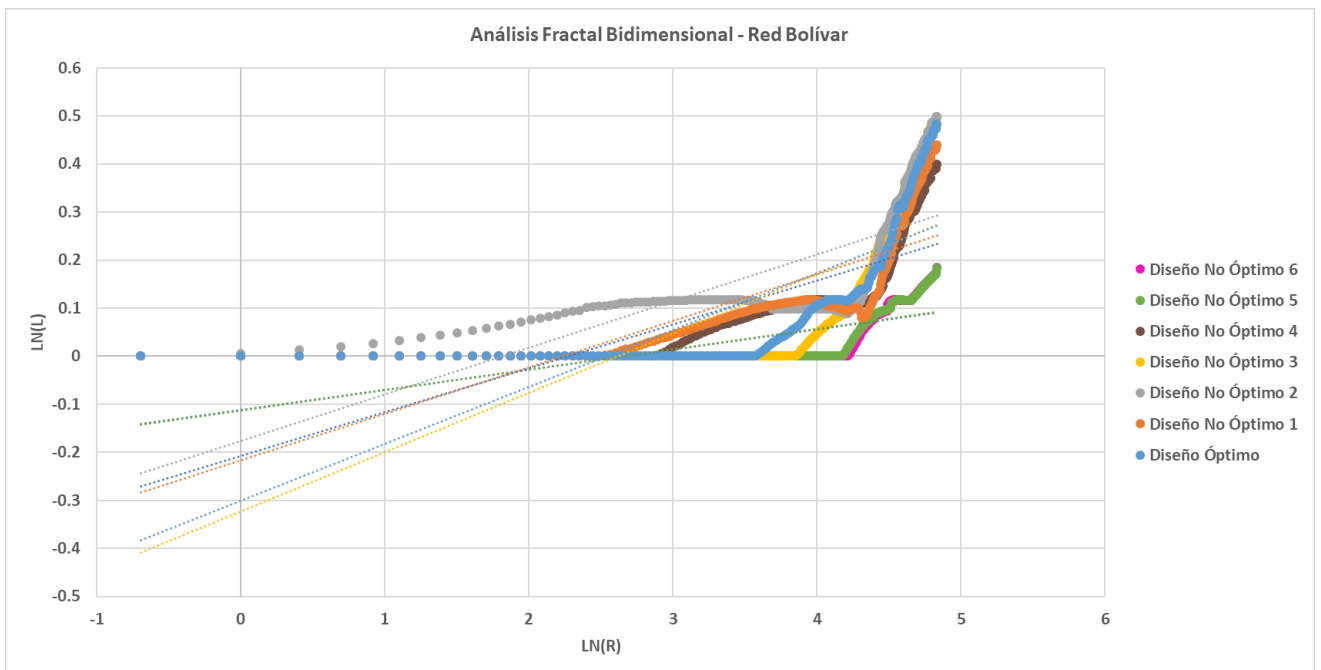


Figura 642. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Bolívar.

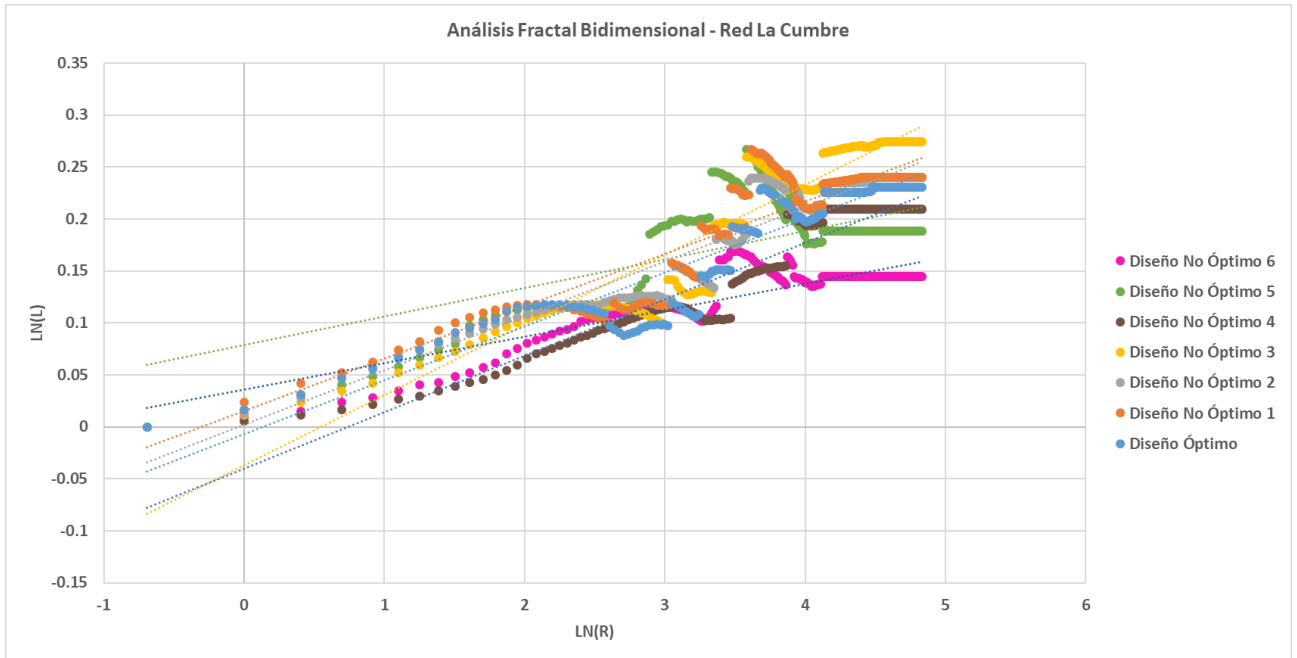


Figura 643. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red La Cumbre.

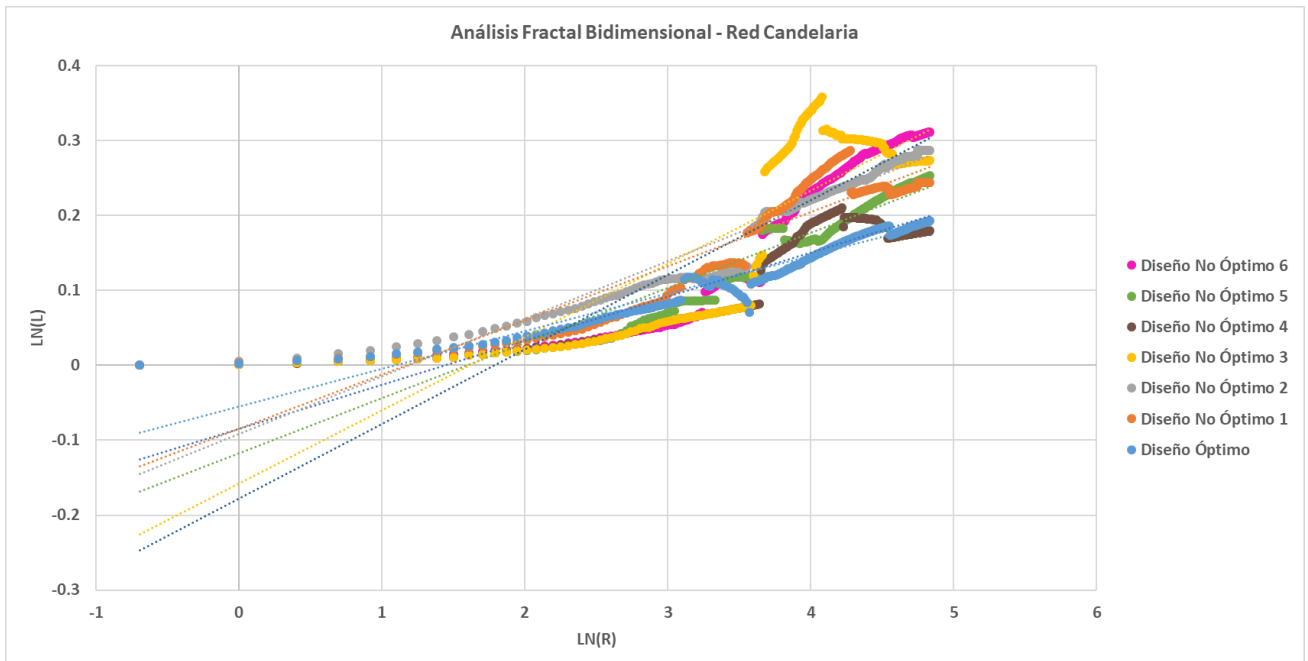


Figura 644. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Candelaria.

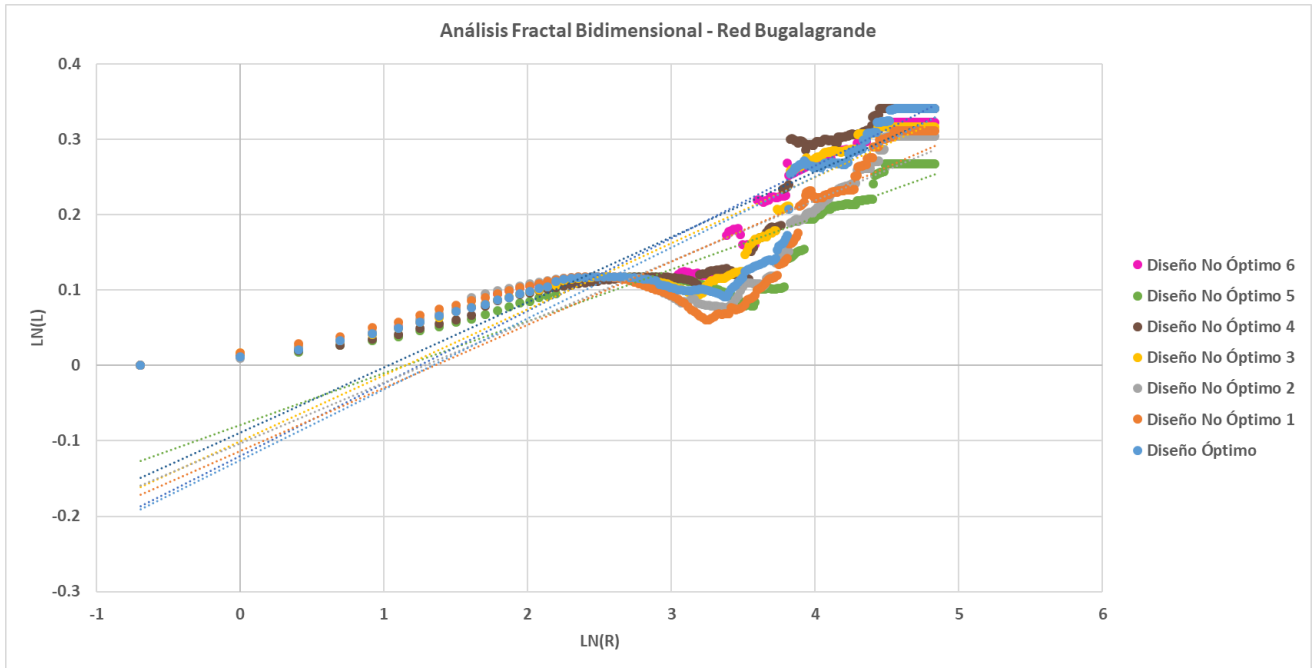


Figura 645. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Bugalagrande.

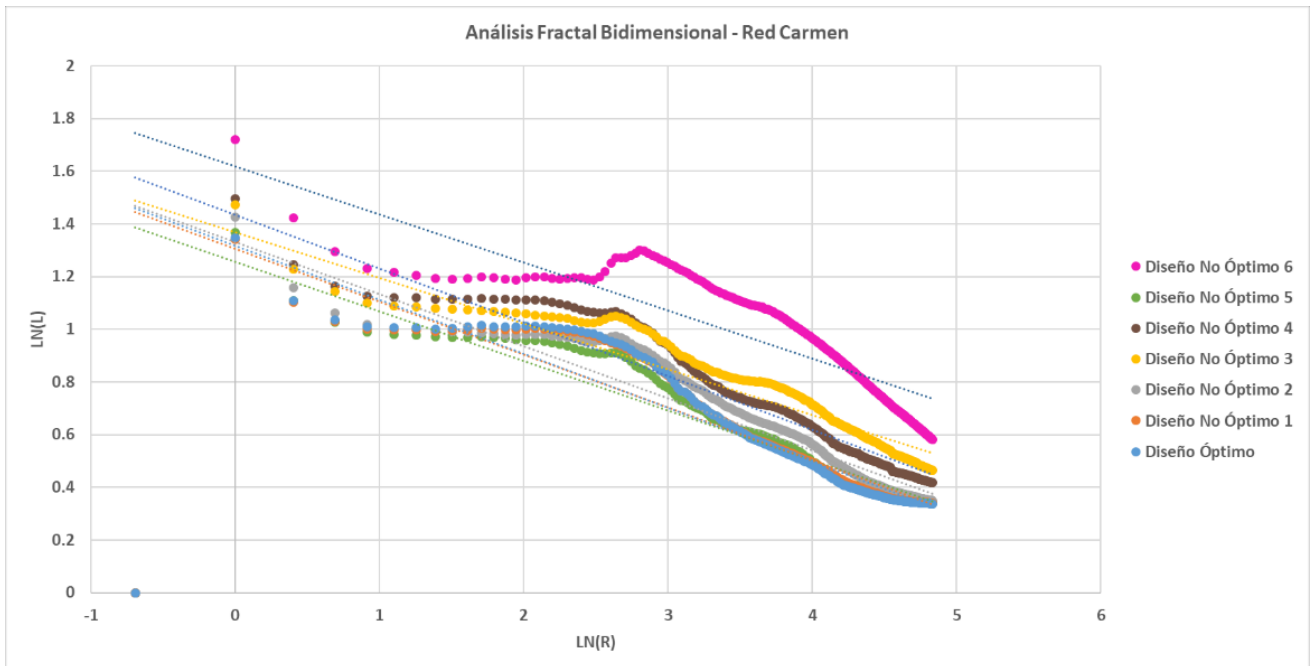


Figura 646. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Carmen.

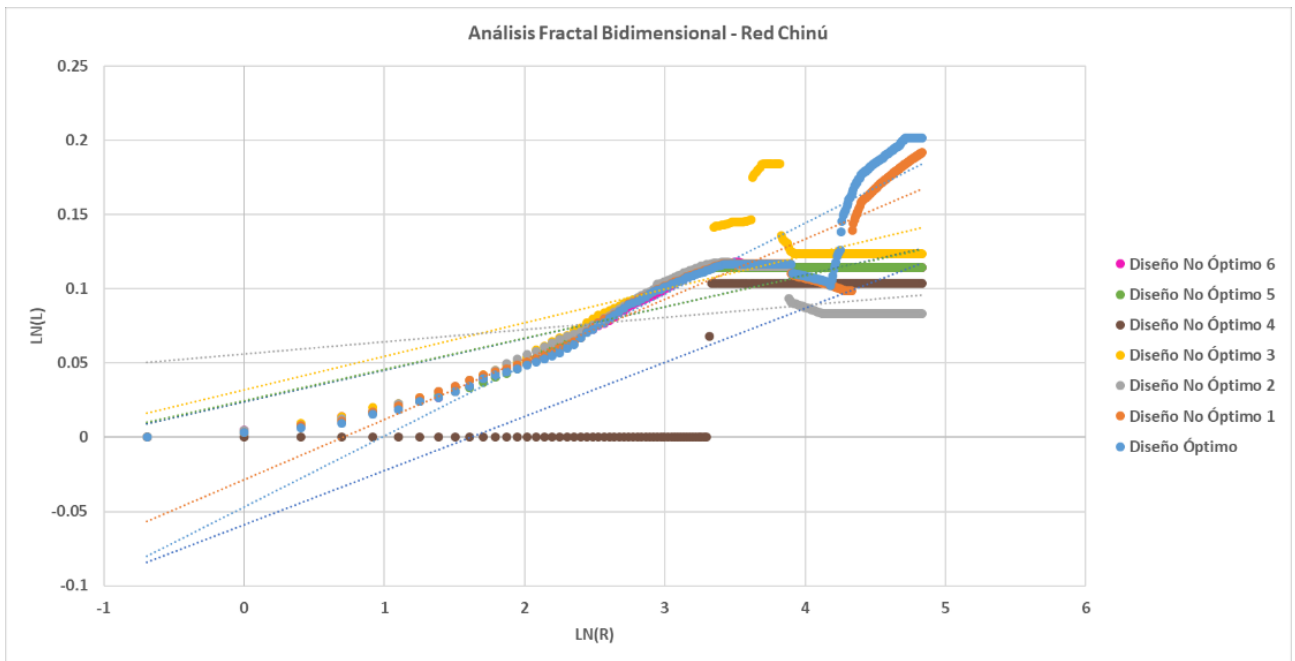


Figura 647. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red Chinú.

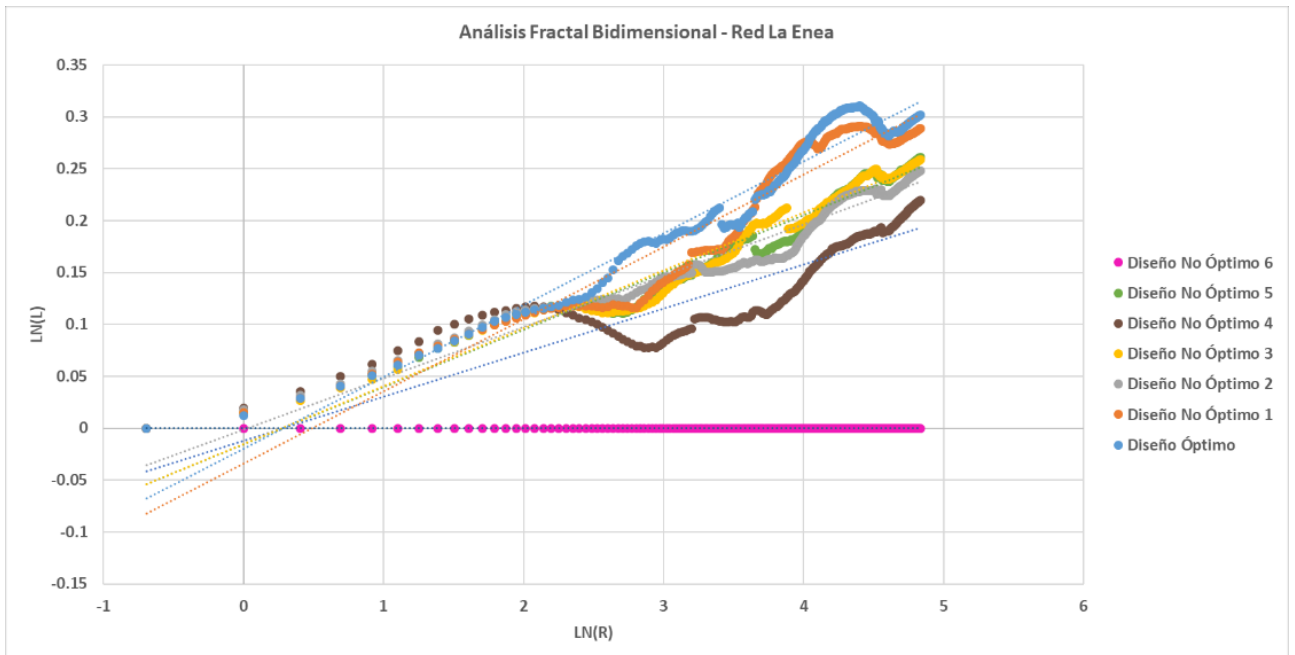


Figura 648. Análisis fractal bidimensional - Altura por tanteo - Red La Enea.



5.4 Correlación de dimensiones fractales – Red vs SOP

Tabla 45. Comparación de dimensiones fractales.

	Nombre	Número de tuberías	Número de nodos	lb max	Dimensión Fractal (D) - Red		Dimensión Fractal (D) - SOP			
					Criterio Topológico	R ²	Altura unitaria	R ²	Altura tanteo	R ²
Redes patrón	Two Loops	8	7	7	1.1403	1.00	0.0577	0.79	0.0301	0.93
	Two Reservoirs	17	10	9	1.1379	0.96	0.0495	0.78	0.0560	0.90
	Taichung	31	20	19	1.1152	0.96	0.0242	0.46	0.0283	0.92
	Hanoi	34	32	31	1.1075	0.94	0.0158	0.05	0.0337	0.92
	Blacksburg	35	30	29	1.1459	0.93	0.0012	0.00	0.0412	0.67
	New York Tunnels	42	19	19	1.0507	0.97	0.0640	0.95	0.0640	0.95
	Bakryan	58	35	35	1.1001	0.94	0.0661	0.90	0.0661	0.90
	Fossolo	58	36	35	1.0865	0.92	0.0265	0.78	0.0303	0.82
	R28	67	39	39	1.1022	0.93	0.0363	0.67	0.0230	0.69
	Pescara	99	68	67	1.0956	0.92	-0.0511	0.27	-0.1337	0.68
	Modena	317	268	267	0.9408	0.79	-0.0212	0.27	-0.0869	0.72
	Balerma	454	443	443	0.9848	0.76	-0.0565	0.40	-0.1081	0.72
Redes reales	San Vicente	71	62	61	1.1399	0.92	-	-	-0.2134	0.63
	Cazucá	150	145	145	1.1336	0.91	-0.0246	0.12	0.0433	0.89
	Elevada	263	256	255	1.1172	0.91	-	-	-0.1504	0.69
	Bolívar	333	286	285	0.9910	0.84	0.1525	0.48	0.1185	0.54
	La Cumbre	378	339	339	0.9435	0.99	0.0490	0.64	0.0518	0.86
	Candelaria	567	464	463	0.8706	0.72	0.1310	0.77	0.0503	0.93
	Bugalagrande	656	583	583	1.0223	0.98	0.1263	0.70	0.0940	0.79
	Carmen	754	716	715	0.9184	0.79	-0.0657	0.22	-0.2051	0.76
	Chinú	1089	828	827	0.6974	0.60	0.0302	0.09	0.0478	0.82
	Sector 35	1289	1190	1189	0.8374	0.66	0.0754	0.93	0.0754	0.93
	La Anea	1592	1413	1413	0.9718	0.80	0.0167	0.08	0.0691	0.93

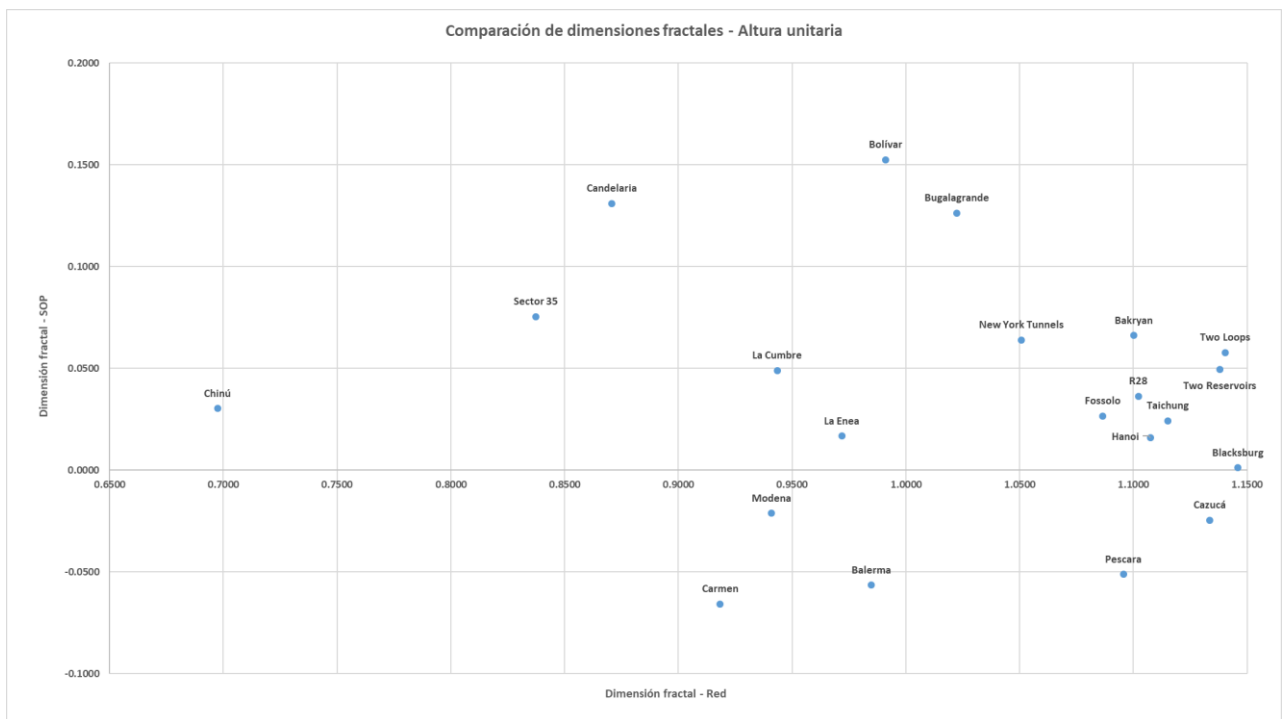


Figura 649. Comparación de dimensiones fractales - Altura unitaria.

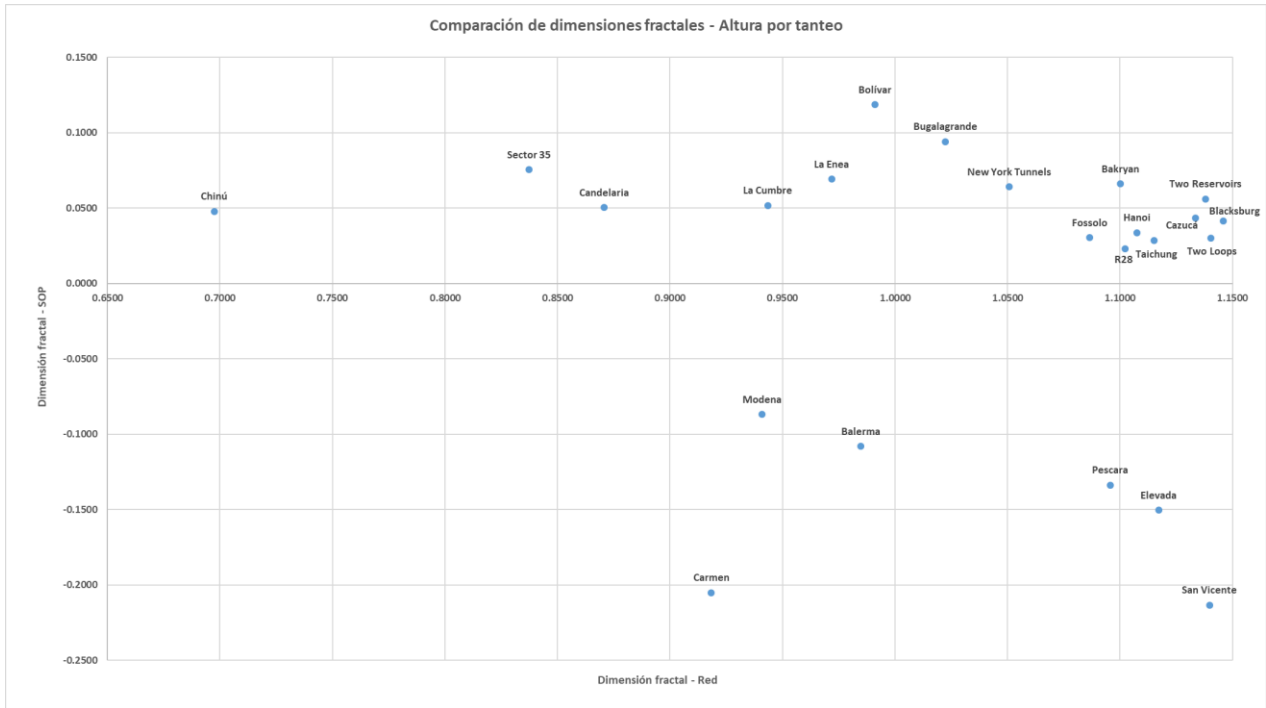


Figura 650. Comparación de dimensiones fractales - Altura por tanteo.

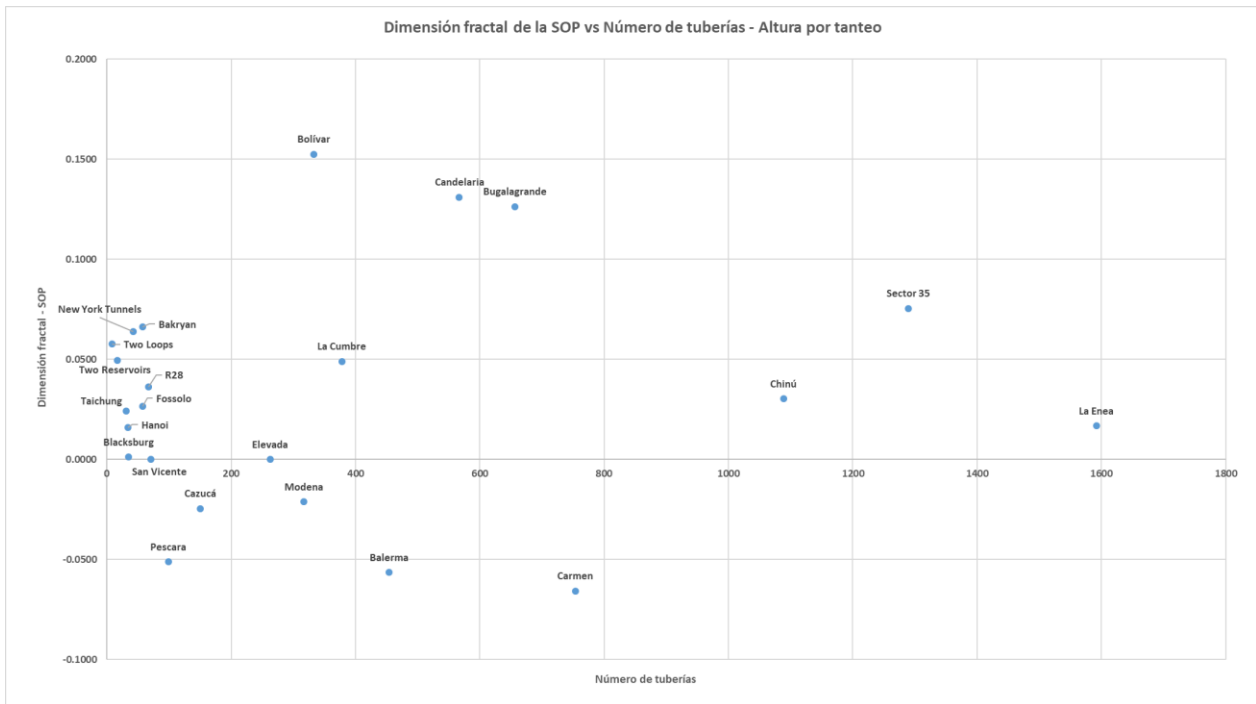


Figura 651. Dimensión fractal de la SOP vs Número de tuberías - Altura por tanteo.

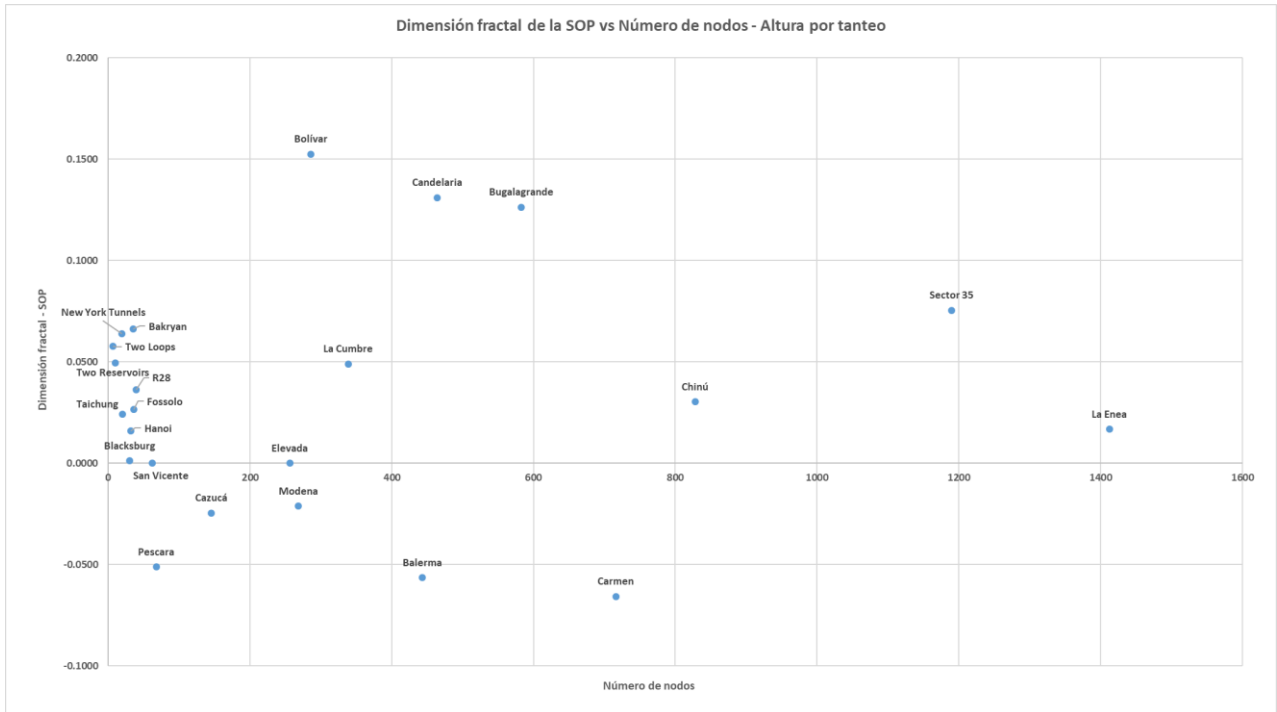


Figura 652. Dimensión fractal de la SOP vs Número de nodos - Altura por tanteo.

6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 Diseños óptimos y no óptimos

La generación de los diseños permite establecer un incremento en el costo a medida que se establecen las configuraciones no óptimas. Las figuras (ver página 97) evidencian un comportamiento creciente en el precio de los sistemas, que se demuestra a partir del ascenso de las columnas entre la alternativa óptima y el sexto diseño no optimizado. Por otra parte, la aplicación de las rutinas de algoritmos genéticos permitió obtener patrones variados en el incremento del costo. Las series de porcentaje de sobre costo (ver página 97) sugieren la inexistencia de uniformidad en la transición entre cada configuración de una misma red o, inclusive, en los patrones de evolución del costo de las diferentes redes. Cabe resaltar que las brechas donde existen aumentos súbitos en el valor de la red se explican a partir de los cambios sobre la probabilidad de mutación y la selección de individuos tras pocas generaciones. Por el contrario, la ocurrencia de diseños con variaciones pequeñas en el precio muestra el estancamiento de los algoritmos genéticos sobre ciertas soluciones particulares. El desarrollo de la metodología permitió definir diseños con precios cercanos al óptimo y otros donde la configuración de diámetros comerciales implicara porcentajes elevados de sobre costo. Como resultado, podría afirmarse el establecimiento de una muestra representativa de diseños en términos de los costos.

Por otra parte, es importante recalcar la suposición del modelo potencial en el cálculo de los costos. Los valores estipulados implican asumir que los catálogos de diámetros comerciales se ajustan de manera perfecta a una función potencial, lo cual no es necesariamente cierto para algunos de los ejemplares patrón trabajados (ver página 251). Las líneas de tendencia y los coeficientes de determinación sugieren un distanciamiento con el modelo de ajuste, por lo que los valores calculados pueden presentar diferencias con respecto al valor real si se calculara directamente con los costos unitarios propuestos por la literatura. No obstante, el uso de las curvas de costos sí garantiza un orden en el precio de los sistemas, en la medida que este incrementa entre el primer y el sexto diseño no optimizado. Asimismo, el uso de las regresiones para determinar el costo no influye en el análisis fractal posterior y debe asumirse únicamente como un valor de referencia teórico para comparar los sistemas trabajados.

Adicionalmente, los costos de las redes patrón optimizadas no se asimilan a los valores usuales registrados en la literatura. Lo anterior se puede explicar a partir de dos factores. El primero corresponde al uso de la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach en lugar de la relación empírica de Hazen-Williams, en particular para aquellos casos donde la red fue originalmente concebida bajo la última ecuación. Las diferencias en el cálculo de las pérdidas por fricción desembocan en la



definición de configuraciones óptimas distintas a los récords mundiales según la literatura. Por su parte, el uso de la metodología OPUS implica resultados con costos ligeramente superiores a los óptimos registrados, tal como se explicó en el marco teórico. No obstante, a pesar de las discrepancias, los resultados expuestos en términos de alturas piezométricas y caudales al interior de las tuberías corresponden a mejores aproximaciones al comportamiento real de los sistemas al emplear ecuaciones físicamente basadas, en lugar de la relación empírica de Hazen-Williams. A partir de lo expuesto, los resultados deben analizarse únicamente como referentes teóricos y no deben asumirse como comparables con las configuraciones óptimas propuestas en la literatura.

A nivel de la distribución de diámetros, los resultados reflejan variedad en los sistemas analizados. Los diagramas circulares (ver página 105) presentan configuraciones en las que se contemplan alternativas con un único diámetro, pocos referentes o un rango amplio de las opciones disponibles. En efecto, nuevamente se puede asumir la definición de una muestra representativa de diseños, esta vez en términos de las configuraciones de diámetros comerciales. Sumado a lo anterior, se observa que en la medida que incrementa el costo de los diseños, el número de tuberías con los menores diámetros decrece, para ser reemplazados por los referentes de mayor tamaño.

6.2 Superficies de Gradiente Hidráulico

La construcción de las superficies de gradiente hidráulico vía REDES 2019 y MATLAB permite establecer una comparación entre ambas alternativas. Para empezar, se identifica que el algoritmo en REDES 2019 presenta la superficie como un ente geométrico suave y continuo, a diferencia de la rutina en MATLAB, donde el uso de la triangulación de Delaunay y la interpolación lineal-natural le atribuye mayor escabrosidad y rugosidad a la superficie. Si bien la sensación de continuidad que ofrece REDES permite mayor claridad en la interpretación del gradiente hidráulico, la metodología de dibujo y colores en MATLAB ofrece mayor detalle independiente de si los cambios en las alturas piezométricas son pequeños entre un diseño y otro. A nivel de la metodología de interpolación, el algoritmo en MATLAB se establece como superior. El uso de la envolvente convexa garantiza que el cálculo de las alturas piezométricas se lleve a cabo desde las fronteras hacia adentro, reduciendo la obtención de valores equivocados en puntos localizados por fuera de la red de distribución. Como se puede observar en algunos de los ejemplares (véase Two Loops, Two Reservoirs, Taichung y Blacksburg, por ejemplo), la rutina en REDES genera picos incorrectos sobre las fronteras de algunas SGH, con valores de altura piezométrica superiores a los puntos teóricos de máxima energía (embalses).

A nivel de los diseños óptimos y no óptimos, se encuentran diferencias apreciables. Una inspección visual de las superficies y revisión de los valores interpolados de alturas piezométricas permiten detectar un incremento global en la cabeza hidráulica de los nodos a medida que el sistema se encarece. Como se mencionaba previamente, la evolución del costo implica un

reemplazo de las tuberías con menores diámetros por otras con referentes de mayor tamaño. En efecto, a la luz de la ecuación de Darcy-Weisbach, la disipación de energía y la pendiente de fricción serían inferiores para los diseños no óptimos. Dado lo anterior, una revisión de la SOP permite establecer concavidades, picos pronunciados y cambios súbitos de pendiente, a diferencia de los diseños no optimizados, donde las tuberías atenúan las rugosidades descritas a comparación del gradiente hidráulico óptimo. No obstante, es importante recalcar que dichos cambios en la fractalidad se suponen a nivel local hasta este punto. La heterogeneidad global de la superficie se evaluará con mayor precisión a la luz de la modelación numérica de la lagunaridad.

6.3 Análisis fractal

El análisis de la lagunaridad de las superficies de gradiente hidráulico permite establecer algunas aseveraciones. En primer lugar, se encuentra la sensibilidad del método DBC a la altura de caja para establecer los resultados. Como se observa en el cálculo de las dimensiones fractales y en las figuras $\ln(A)$ vs $\ln(R)$, el comportamiento fractal de los diseños cambia si se analiza con una altura unitaria y otra definida por tanteo. Inclusive, se encuentra que para alturas específicas de caja se obtiene una mejor caracterización del cuerpo fractal en la medida que los coeficientes de determinación reflejan un ajuste más cercano al modelo potencial de medición. La gran ventaja del método radica en su capacidad de detectar las diferencias en las propiedades fractales de los diseños, independiente de si el cambio en las alturas piezométricas es considerable o de pequeña magnitud. Lo anterior suponiendo la elección de una altura de caja apropiada.

En segundo lugar, se identifica que en la mayoría de los casos la dimensión fractal es superior en la Superficie Óptima de Presiones. Lo anterior se afirma en aquellas redes donde en al menos cuatro diseños no óptimos se obtiene una dimensión fractal inferior a la de la SOP. Acorde a lo estipulado en las referencias bibliográficas, un valor de dimensión fractal mayor supone un comportamiento con mayor rugosidad, fragmentación y escabrosidad (Zhang, 2016). De esta manera, la mayoría de los resultados reflejan la predominancia de gradientes hidráulicos tortuosos en los diseños optimizados, a comparación de los ejemplares de mayor costo cuyas superficies reflejarían mayor suavidad y atenuación de picos y concavidades. No obstante, en algunos casos no se puede distinguir un comportamiento específico o, más bien, se visualizan propiedades fractales contrarias. Lo primero se asocia a los casos donde se encuentran tres de los seis diseños con una dimensión fractal inferior, redes para las cuáles se requeriría el análisis de un número mayor de diseños para establecer conclusiones definitivas. Por su parte, el segundo caso se materializa cuando se obtienen dos o menos diseños con dimensiones fractales inferiores a la de la SOP, discrepancias que sugieren comportamientos menos escabrosos en el diseño óptimo a comparación de los ejemplares de mayor precio.

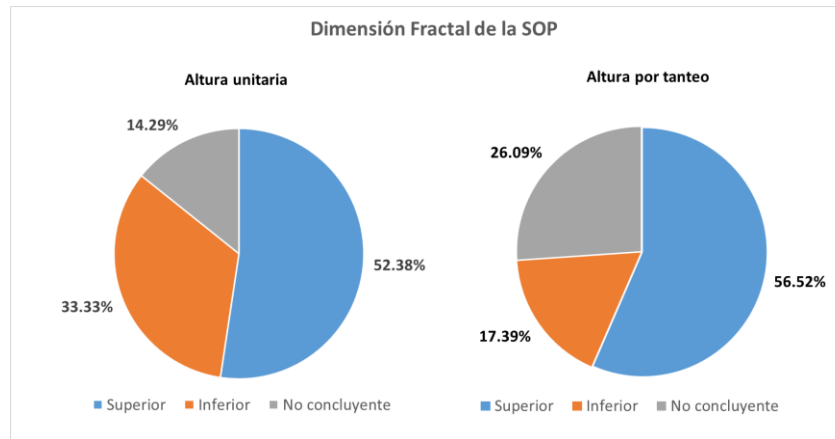
A continuación, se muestra el comportamiento individual de cada red según la altura de caja.

Tabla 46. Comportamiento fractal de la SOP - Altura unitaria.

Dimensión fractal SOP - Altura unitaria		
Superior	Inferior	No concluyente
BakRyan	Blacksburg	La Cumbre
Balerma	Candelaria	New York Tunnels
Bolívar	Carmen	Two Reservoirs
Bugalagrande	Chinú	
Cazucá	Hanoi	
Fossolo	La Enea	
Pescara	Modena	
R28		
Sector 35		
Taichung		
Two Loops		

Tabla 47. Comportamiento fractal de la SOP - Altura por tanteo.

Dimensión fractal SOP - Altura por tanteo		
Superior	Inferior	No concluyente
BakRyan	Candelaria	Cazucá
Balerma	Carmen	Hanoi
Blacksburg	Taichung	La Cumbre
Bolívar	Two Reservoirs	Modena
Bugalagrande		New York Tunnels
Chinú		Two Loops
Elevada		
Fossolo		
La Enea		
Pescara		
R28		
San Vicente		
Sector 35		


Figura 653. Dimensión fractal de la SOP.

Revisando las figuras $\ln(A)$ vs $\ln(R)$ (ver página 204), se encuentran comportamientos variados de la lagunaridad entre las redes. Inclusive, las propiedades lagunares entre diseños pueden variar para una misma red dependiendo del tamaño de caja. De esta manera, se confirma la sujeción de la lagunaridad a la escala de análisis como se estipula en el marco teórico. Adicionalmente, se especula que la heterogeneidad espacial de las superficies presenta comportamientos dependientes de las condiciones específicas de cada red, en la medida que no se tiene un patrón de comportamiento único entre los diseños para la mayoría de los ejemplares trabajados. Si bien no se establece una conclusión general definitiva en torno a la heterogeneidad espacial de las SOP, sí se reitera la presencia de una distinción del diseño optimizado con respecto a los demás. Bien sea que los valores de lagunaridad tiendan a ser superiores, inferiores o a localizarse en valores intermedios, es posible encontrar un comportamiento distintivo de la heterogeneidad en la alternativa de menor costo para la mayoría de los ejemplares trabajados. Cabe resaltar que las redes pueden clasificarse en dos grupos según el signo de la dimensión fractal resultante. Para aquellas donde el signo es negativo, se encuentra un decrecimiento de la heterogeneidad espacial



en la transición del análisis fractal desde una escala local a una global dónde se comprende la totalidad de la superficie. Caso contrario a lo que ocurre con un valor positivo, para el cuál la heterogeneidad espacial crece junto al tamaño de caja de análisis.

Las figuras (ver página 225) no sugieren alguna función o curva de ajuste clara que permita relacionar ambas cantidades. De esta manera, aún no se logra establecer una conclusión definitiva frente a las propiedades fractales de la SOP y la topología de la red, es decir, la forma como se distribuyen en el espacio e interconectan los nodos entre sí. Asimismo, el tamaño de los sistemas, representado por el número de nodos y tuberías, tampoco presenta correlación con la dimensión fractal de la superficie óptima.

Finalmente, a nivel del análisis de rango reescalado, se encuentran resultados parcialmente satisfactorios. En algunos de los ejemplares, de manera similar a lo concluido para las curvas de lagunaridad, se encuentra un comportamiento distintivo para el diseño optimizado a comparación de los sistemas de mayor costo. En adición a lo anterior, las fluctuaciones en los valores de dimensión fractal en las diferentes regiones de las SGH evidencian que las propiedades fractales solo se pueden establecer a nivel estadístico, en la medida que los valores calculados sugieren un distanciamiento de la autosimilitud matemática. No obstante, también se encuentra una cantidad significativa de ejemplares cuyos perfiles de dimensiones fractales manifiestan comportamientos erráticos que dificultan establecer un patrón distintivo en las dimensiones fractales para los sentidos de corte propuestos. En consecuencia, en estos casos la modelación vía R/S no desemboca en resultados concluyentes.

7 CONCLUSIONES

- La determinación de los diseños óptimos y no óptimos permite afirmar el establecimiento de una muestra representativa de sistemas a nivel de configuraciones variadas de diámetros comerciales y evolución del costo.
- La rutina de generación de las superficies de gradiente hidráulico en MATLAB se establece como una mejor alternativa desde la perspectiva numérica. El algoritmo propuesto permite un mayor nivel de detalle y la prevención de errores de interpolación sobre las fronteras del dominio de análisis.
- Una inspección visual de las SGH permite concluir una atenuación local de la irregularidad, escabrosidad y fragmentación para el caso de los ejemplares de mayor costo. Las pendientes de fricción de las SOP se traducen en concavidades y picos marcados debido a los fenómenos de disipación de energía en los diámetros comerciales de menor tamaño.
- En la mayoría de los ejemplares, para la metodología propuesta de cálculo de dimensiones fractales, se encuentra que los diseños optimizados presentan un valor mayor a comparación de las alternativas no óptimas. Lo anterior es coherente con las pendientes suaves y pérdida de rugosidad local que evidencia la inspección visual de las SGH de los diseños no óptimos.
- El método DBC es sensible a la altura de caja escogida. Se encuentran variaciones con respecto a la bondad de ajuste del modelo fractal supuesto, los resultados de dimensiones fractales y la aptitud del método para detectar las variaciones en las alturas piezométricas.
- Si bien la lagunaridad de la SGH no presenta un comportamiento único para el diseño optimizado, es posible distinguir una tendencia distintiva según la red e intervalo de tamaños de caja específico. Este patrón puede corresponder a curvas de lagunaridad de la SOP superiores, con valores intermedios o inferiores comparadas con las de los diseños no óptimos.
- El análisis R/S y de la lagunaridad reflejan las diferencias en las propiedades fractales de la SOP dependiendo de la escala de análisis. Los valores de dimensión fractal y heterogeneidad espacial pueden variar dependiendo de si el análisis se efectúa a nivel local (cortes o regiones específicas de la SOP) o a nivel global (totalidad de la superficie de gradiente hidráulico).

8 RECOMENDACIONES

Para el desarrollo de próximos proyectos de investigación, se sugieren los siguientes puntos:

- El número de ejemplares se puede ampliar implementando redes patrón o reales con un número superior de nodos y tuberías, a modo que se logre verificar la veracidad de las conclusiones planteadas. En la literatura se pueden encontrar redes alternativas que no se incluyeron en el presente trabajo.
- El cálculo de la dimensión fractal de la red se puede complementar incluyendo el valor de la altura piezométrica o el caudal demandado en el criterio de asignación de pesos a los nodos. De esta manera, se exploraría la dependencia del esquema de demandas en la fractalidad de la red.
- Se recomienda la búsqueda de diseños no óptimos donde se recurra a configuraciones de diámetros comerciales no trabajadas en la presente investigación. Se pueden implementar rutinas de algoritmos genéticos u otros métodos de optimización típicos de la literatura.
- Para el caso de las redes patrón, los diseños optimizados se estipularon según la metodología OPUS, que ofrece resultados con discrepancias pequeñas con respecto a los récords mundiales. Se recomienda establecer los diseños de estas redes a partir de las configuraciones récord para obtener una mejor aproximación a la SOP.
- Se sugiere modificar la distribución y magnitud de las demandas de caudal en los nodos de las redes trabajadas. Lo anterior implica investigar los cambios sobre las propiedades fractales de la SOP de una red específica bajo diferentes esquemas de demandas de caudal.
- Para mejorar el cálculo de los costos de los diseños se recomienda el uso de los precios unitarios en lugar de las curvas obtenidas mediante las regresiones potenciales.
- Como se explicó en apartados anteriores, el proceso de interpolación durante la construcción de las superficies de gradiente hidráulico se realizó optando por evitar la atenuación de la fractalidad. Se sugiere explorar los cambios en la dimensión fractal implementando métodos de interpolación alternativos.
- La implementación del método de conteo diferencial de cajas (DBC) se desarrolló para una altura de caja unitaria y otra obtenida por tanteo. Se sugiere determinar las dimensiones fractales permitiendo iterar sobre la altura de caja.
- Si bien el proceso de investigación concluye con planteamientos a nivel teórico, se recomienda explorar la aplicabilidad del análisis fractal en el desarrollo de mejores metodologías de optimización, sectorización u operación de las redes de distribución. Se espera que los resultados de la presente investigación permitan orientar el desarrollo de conocimiento que contribuya al estado del arte en redes de abastecimiento.

9 REFERENCIAS

- Allain, C. y Cloitre, M. (1991). Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Physical Review A*, 44(6), pp. 3552-3558. doi: 10.1103/physreva.44.3552.
- Alperovits, E. y Shamir, U. (1977). Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, 13(6). doi: 10.1029/WR013i006p00885
- Araque, D.A. y Saldarriaga, J.G. (2005). Optimización operacional de redes de distribución de agua potable con el fin de maximizar la uniformidad de presiones en los nodos de consumo. *Revista de Ingeniería*, 48(22), pp. 126-132. Recuperado de <https://ojsrevistaing.uniandes.edu.co/ojs/index.php/revista/article/view/394>
- Azpuruá, M. y Dos Ramos, K. (2010). A comparison of spatial interpolation methods for estimation of average electromagnetic field magnitude. *Progress In Electromagnetics Research M*, 14, pp. 135-145. Recuperado de <http://www.jpier.org/PIERM/pierm14/11.10083103.pdf>
- Barber, F. y Salido, M.A. (2003). Introducción a la Programación de Restricciones. *Inteligencia Artificial: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 7(20), pp. 13-30. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/925/92572002.pdf>
- Barták, R., Salido, M.A. y Rossi, F. (2004). New Trends in Constraint Satisfaction, Planning, and Scheduling: A Survey. *The Knowledge Engineering Review*, 0(0), pp.1-24. doi: 10.1017/S0000000000000000
- Benavides, H.M. (2010). *EPAEX*. Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador.
- Bernal, A.E. y Saldarriaga, J.G. (2008). Diseño optimizado de ampliaciones de redes de distribución utilizando los conceptos de Potencia y Resiliencia en la red (Tesis de maestría). Recuperado de https://biblioteca.uniandes.edu.co/visor_de_tesis/web/?SessionID=L1Rlc2lzXzlwMDhfcHJpbWVvYXNlbWVzdHJlLzAwMDA2NTQucGRm
- Beygi, S., Haddad, O.B., Mehdipour, E.F., Mariño, M.A. (2014). Bargaining Models for optimal Design of Water Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140(1), pp. 92-99. doi: : 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000324
- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N. (2002). *Transport Phenomena* (2ª ed.). New York, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.



- Bragalli, C., D'Ambrosio, Lee, J., Lodi, A. y Toth, P. (2012). On the optimal design of water distribution networks: a practical MINLP approach. *Optimization and Engineering*, 13, pp.219-246. doi: 10.1007/s11081-011-9141-7.
- Brown, G.O. (2002). The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe Flow. *Environmental and Water Resources History*. ASCE Civil Engineering Conference and Exposition. doi: 10.1061/40650(2003)4
- Buitrago, O.Y., Ramírez, A.L. y Britto, R.A. (2015). Nuevo Algoritmo para la Construcción de la Envoltura Convexa en el Plano. *Información Tecnológica*, 26(4), pp.137-144. doi: 10.4067/S0718-07642015000400017.
- Cardona, L.F. y Múnera, L.E. (2016). Auto-similaridad de las Space Filling Curves. *Ingeniería y Competitividad*, 18(2), pp.113-124. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/inco/v18n2/v18n2a10.pdf>
- Cengel, Y.A. y Cimbala, J.M. (2006). *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones* (1ª ed.) (V. Campos, Trad.). Nueva York, Estados Unidos: McGraw-Hill (Trabajo original publicado en 2005).
- Conagua. (s.f.). Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: Diseño de redes de distribución de agua potable. Tlalpan, México D.F.: Comisión Nacional del Agua. Recuperado de https://sswm.info/sites/default/files/reference_attachments/CONAGUA%20s.f.a.%20Dise%C3%B1o%20de%20redes%20de%20distribuci%C3%B3n%20de%20agua%20potable.pdf
- Cross, H. (1936). Analysis of flow in networks of conduits or conductors (Bulletin No. 286). *University of Illinois Bulletin*, 34(22). Recuperado de <https://www.ideals.illinois.edu/bitstream/handle/2142/4433/engineeringexperv00000i00286.pdf?seque>.
- Diskin, M.H. (1960). The limits of applicability of the Hazen-Williams formula. *La Houille Blanche*, (6), pp. 720-726. doi: 10.1051/lhb/1960059.
- Dong, P. (2000). Lacunarity for Spatial Heterogeneity Measurement in GIS. *Geographic Information Sciences*, 6(1), pp. 20-26. doi: 10.1080/10824000009480530.
- Dong, P. (2000). Test of a new lacunarity estimation method for image texture analysis. *International Journal of Remote Sensing*, 21(17), pp. 3369-3373. doi: 10.1080/014311600750019985.
- Edgar, G.A. (1990). *Measure, Topology, and Fractal Geometry*. New York, USA: Springer-Verlag.

- ESRI. (2016). *Comparing interpolation methods*. Recuperado de <https://desktop.arcgis.com/en/arcmap/10.3/tools/3d-analyst-toolbox/comparing-interpolation-methods.htm>
- ESRI. (2016). *How IDW works*. Recuperado de <https://desktop.arcgis.com/en/arcmap/10.3/tools/3d-analyst-toolbox/how-idw-works.htm>
- Ezzeldin, R., Djebedjian, B. y Saafan, T. (2014). Integer Discrete Particle Swarm Optimization of Water Distribution Networks. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 5(1). Recuperado de <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29PS.1949-1204.0000154>
- Falconer, K. (1990). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd.
- Featherstone, R.E. y El-Jumaily, K.K. (1983). Optimal Diameter Selection for Pipe Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(2), pp. 221-234. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:2(221)
- Fernández, M. y Sánchez, M.A. (2015). How to calculate the Hausdorff dimension using fractal structures. *Applied Mathematics and Computation*, 264 (1), pp. 116-131. doi: 10.1016/j.amc.2015.04.059
- Fox, R.W. y McDonald, A.T. (1995). *Introducción a la mecánica de fluidos* (4ª ed.) (G. Nagore, Trad.). Nueva York, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc (Trabajo original publicado en 1993).
- Fujiwara, O. y Khang, D. (1990). A two phase decomposition methods for optimal design of looped wáter distribution networks. *Water Resources Research*, 26(4), pp.539-549. doi: 10.1029/WR026i004p00539
- Geem, Z.W. (2008). Particle-swarm harmony search for water network design. *Engineering Optimization*, (41)4, pp. 297-311. doi: 10.1080/03052150802449227
- Gessler, J. (1985). Pipe network optimization by enumeration. *Procs. Speciality Conference on Computer Applications/Water Resources*, ASCE, New York, pp. 572-581.
- Gilmore, M., Yu, C.X., Rhodes, T.L. y Peebles, W.A. (2002). Investigation of rescaled range analysis, the Hurst exponent, and a long time correlations in plasma turbulence. *Physics of Plasmas*, 9(4), pp. 1312-1316. doi: 10.1063/1.1459707.



- Gjendemsjo, A. (2006). An Introduction to MATLAB. Trondheim, Noruega: *Openstax CNX*
Recuperado de <https://cnx.org/exports/2100a51e-a5c9-4e41-9cb6-087b755125ac@3.1.pdf/an-introduction-to-matlab-3.1.pdf>
- Goldberg, D.E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Boston, USA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Griffiths, D.F. (2018). An Introduction to Matlab (Reporte 4.1.). Scotland, United Kingdom: The University of Dundee. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/328077935_An_Introduction_to_Matlab_Revised_Version_41
- Grossman, S.I. y Flores, J.J. (2012). *Álgebra Lineal* (7ª ed.). Delegación Álvaro Obregón, México D.F.: McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A.
- Houcque, D. (2005). Introduction to MATLAB for Engineering Students. Evanston, Estados Unidos: *Northwestern University*. Recuperado de <https://www.mccormick.northwestern.edu/documents/students/undergraduate/introduction-to-matlab.pdf>
- Kadu, M.S., Gupta, R. y Bhave, P.R. (2008). Optimal Design of Water Networks Using a Modified Algorithm with Reduction in Search Space. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134(2), pp. 147-160. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9496(2008)134:2(147)
- Keedwell, E.C. y Khu, S.T. (2006). Novel Cellular Automata Approach to Optimal Water Distribution Network Design. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 20(1), pp. 49-56. doi: 10.1061/(ASCE)0887-3801(2006)20:1(49)
- Kleinow, T. (2002). *Testing Continuous Time Models in Financial Markets* (Tesis Doctoral). Universidad Humboldt de Berlín, Alemania. Recuperado de <https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/15422/Kleinow.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Lee, D.T. y Schachter, B.J. (1980). Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 9(3), pp. 219-242. Recuperado de http://www.personal.psu.edu/cxc11/AERSP560/DELAUNEY/13_Two_algorithms_Delauney.pdf
- Lee, S.C. y Lee, S.I. (2001). Genetic algorithms for optimal augmentation of water distribution networks. *Journal of Korea Water Resources Association*, 34(5), pp. 567-575. Recuperado de



https://www.researchgate.net/publication/264077224_Genetic_Algorithms_for_Optimal_Augmentation_of_Water_Distribution_Networks

Liou, C.P. (1998). Limitations and proper use of the Hazen-Williams equation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(9), pp. 951-954. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1998)124:9(951).

López, L., Cuero, P., Díaz, O., Páez, D. y Saldarriaga, J.G. (2013). Diseño de redes de distribución de agua potable por medio de la metodología OPUS e inicio en caliente. XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/230058089/DISENO-DE-RDAP-POR-MEDIO-DE-LA-METODOLOG-A-OPUS-E-INICIO-EN-CALIENTE-pdf>

Mandelbrot, B. (1977). *Fractals: Form, chance and dimension*. San Francisco, USA: W.H. Freeman and Company.

Mandelbrot, B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. New York, USA: W.H. Freeman and Company.

Mandelbrot, B. (1993). *Los objetos fractales* (3a ed.) (J. Llosa, trad.). Barcelona, España: Metatemáticas 13.

MathWorks. (2019). MATLAB Primer R2019b. Recuperado de https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf

Mathworks. (2020). Delaunay. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/delaunay.html>

Mathworks. (2020). Griddata. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/griddata.html>

Mathworks. (2020). Line. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/line.html>

Mathworks. (2020). Scatter3. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/scatter3.html>

Mathworks. (2020). Trisurf. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/trisurf.html>

Mathworks. (2020). Xlsread. Recuperado de <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/xlsread.html>

Ministerio de Desarrollo Económico. (2000). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico – Título A: Aspectos Generales de los Sistemas de Agua potable y*

- Saneamiento Básico*. Bogotá D.C., República de Colombia. Recuperado de http://www.minvivienda.gov.co/Documents/ViceministerioAgua/010710_ras_titulo_a_.pdf
- Mitchell, M. (1999). *An Introduction to Genetic Algorithm*. Cambridge, USA: Massachusetts Institute of Technology.
- Narváez, P.C y Galeano, H. (2002). Ecuación de costos y función objetivo para la optimización del diseño de redes de flujo de líquidos a presión. *Ingeniería e Investigación*, 49, pp.23-29. doi: 10.15446/ing.investig
- NASA. (s.f.). *Reynolds Number*. U.S. Government. Recuperado de <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/reynolds.html>
- Ochoa, S. y Saldarriaga, J.G. (2009). Diseño optimizado de redes de distribución de agua potable con base en el concepto energético de Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (Tesis de Maestría). Recuperado de <https://es.scribd.com/document/48972610/06-Disenio-optimizado-de-redes-con-base-en-el-concepto-energetico#download>
- Ochoa, S., Saldarriaga, J.G., Ñañez, P. y Galvis, C. (2010). Diseño optimizado de redes de distribución de agua potable mediante la superficie óptima de gradiente hidráulico. XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Punta del Este, Uruguay. Recuperado de https://www.academia.edu/6036607/Dise%C3%B1o_Optimizado_de_Acueductos_Mediane_la_Superficie_%C3%93ptima_de_Gradiente_Hidr%C3%A1ulico.
- Ormsbee, L.E. y Wood, D.J. (1986). Hydraulic design algorithms for pipe networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(12), pp. 1195-1206.
- PAVCO Wavin S.A. (2019). *Lista de precios: Septiembre 2019*. Recuperado de <https://pavcowavin.com.co/tuberia-acueducto-pvco-biorientado-biaxial-pavco>
- Pereyra, G., Pandolfi, D.R, Villagra, N.A. (2017). Diseño y optimización de redes de distribución de agua utilizando algoritmos genéticos. *Informe Científico Técnica UNPA*, 9(1), pp. 37-63. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5919083>
- Pino, V.E., Valle, C.A., Condori, P.F., Mejía, M.J., Chavarri, V.E. y Alfaro, R.L. (2017). Diseño Óptimo de Redes de Distribución de Agua Usando Un Software Basado en Microalgoritmos Genéticos Multiobjetivos. *Ribagua*, 4(1), pp. 6-23. doi: 10.1080/23863781.2017.1317087
- Posada, A. y Saldarriaga, J.G. (2018). Comparación entre diseños optimizados y diseños reales en RDAP: Efecto del aumento de la población a lo largo de la vida útil del proyecto. XXVIII



- Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Buenos Aires, Argentina. Recuperado de https://www.ina.gob.ar/congreso_hidraulica/resumenes/LADHI_2018_RE_162.pdf
- Prusinkiewicz, P. (2004). Self-Similarity in Plants: Integrating Mathematical and Biological Perspectives. doi: 10.1142/9789812702746_0008
- Qian, B. y Rasheed, K. (2004). *Hurst exponent and financial market predictability*. University of Georgia, USA. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/0816/a5a989c8d2431a6d20076d27c4295c00fb77.pdf>
- Quintero, O.Y. y Ruiz, J. (2011). Estimación del exponente de Hurst y la dimensión fractal de una superficie topográfica a través de la extracción de perfiles. *UD y la Geomática*, (5), 84-91. Recuperado de <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/UDGeo/article/view/3648/5248>
- Reca, J. y Martínez, J. (2006). Genetic algorithms for the design of looped irrigation water distribution networks. *Water Resources Research*, 42(5). doi: 10.1029/2005WR004383
- Rennels, D.C. y Hudson, H.M. (2012). *Pipe Flow: A Practical and Comprehensive Guide*. New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc. Recuperado de <http://ezproxy.uniandes.edu.co:8080/login?url=http://onlinelibrary.wiley.com/book/10.1002/9781118275276>
- Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *The Royal Society*, 174, 935-982. doi: 10.1098/rstl.1883.0029.
- Saldarriaga, J.G. (2016). *Hidráulica de tuberías: Abastecimiento de agua, Redes y Riegos* (3ª ed.). Bogotá D.C., República de Colombia: Alfaomega Colombiana.
- Saldarriaga, J.G., López, L., Páez, D., Luna, D., González, S. (2018). Diseño Optimizado de Redes de Distribución de Agua Potable (Programa REDES). XV Seminario Iberoamericano de Redes de Agua y Drenaje, SEREA2017. Recuperado de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3112868
- Saldarriaga, J.G., Ochoa, S., Moreno, M., Romero, N. y Cortés, O. (2010). Renovación priorizada de redes de distribución utilizando el concepto de potencia unitaria. *Revista de Ingeniería*, (31), pp. 7-15. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ring/n31/n31a2.pdf>
- Saldarriaga, J.G., Páez, D., Cuero, P. y León, N. (2013). Optimal Design of Water Distribution Networks Using Mock Open Tree Topology. World Environmental and Water Resources Congress 2013: Showcasing the Future, pp. 869-880. doi: 10.1061/9780784412947.083.



- Saldarriaga, J.G., Páez, D., León, N., López, L. y Cuero, P. (2015). Power use methods for optimal design of WDS: History and their use as post-optimization warm starts. *Journal of Hydroinformatics*, 17(3), pp. 404-421. doi: 10.2166/hydro.2014.013
- Saldarriaga, J.G., Pulgarín, L., Cuero, P. y Duque, N. (2018). Software para la Enseñanza de Hidráulica de Tuberías. XV Seminario Iberoamericano de Redes de Agua y Denaje , SEREA 2017. Recuperado de <https://poseidon01.ssrn.com/delivery.php?ID=43910510311912112509408111608702412300005036021011004064069023091104009064100092075106063016032058001000022092073086120076000016035075003021000073086028009070122116018077095113081096118102118118016124083115094028029067100065083091102085126006098013096&EXT=pdf>
- Saldarriaga, J.G., Takahashi, S., Hernández, F. y Escovar, M.A. (2010). Diseño optimizado de sistemas de distribución de agua: una nueva perspectiva. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/320331618_Disenio_optimizado_de_sistemas_de_distribucion_de_agua_Una_nueva_perspectiva
- Salgado, R., Todini, E. y O'Connell, P.E. (1987). Comparison of the Gradient Method with some traditional methods for the analysis of water supply distribution networks. En *Computer Applications in Water Supply: Volume 1- Systems Analysis and Simulation* (pp. 38-62). Letchworth, England: John Wiley & Sons, Inc.
- Salgado, R.O. (1988). Computer modelling of water supply distribution networks using the gradient method (Tesis de doctorado). Recuperado de http://scholar.google.com.co/scholar_url?url=https://theses.ncl.ac.uk/jspui/bitstream/10443/287/1/Salgado-Castro88v.1.pdf&hl=es&sa=X&scisig=AAGBfm1LKxR9RNijXvhhdqlydnc4tkek7Q&nossl=1&oi=scholar
- Sarkar, N. y Chaudhuri, B.B. (1992). An efficient approach to estimate fractal dimension of textural images. *Pattern Recognition*, 25(9), pp. 1035-1041. doi: 10.1016/0031-3203(92)90066-R.
- Schaake, J. y Lai, D. (1969). Linear programming and dynamic programming application to water distribution network design. Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Schneider, C.M., Kesselring, T.A., Andrade Jr., J.S. y Hermann, H.J. (2018). Optimal box-covering algorithm for fractal dimension of complex networks. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 86(1). doi: 10.1103/PhysRevE.86.016707



- Shames, I.H. (1995). *Mecánica de fluidos* (3ª ed.) (J.G. Saldarriaga, Trad.). Nueva York, Estados Unidos: McGraw-Hill (Trabajo original publicado en 1992).
- Sherali, H.D., Subramanian, S. y Loganathan, G.V. (2001). Effective Relaxations and Partitioning Schemes for Solving Water Distribution Network Design Problems to Global Optimality. *Journal of Global Optimization*, 19, pp. 1-26. Recuperado de <https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1008368330827.pdf>
- Sigmon, K. (1993). *MATLAB Primer* (3ª ed.). Cambridge, Estados Unidos: *Massachusetts Institute of Technology*. Recuperado de <http://web.mit.edu/6.777/www/downloads/primer.pdf>
- Sivanandam, S.N y Deepa, S.N. (2008). *Introduction to Genetic Algorithms*. New York, USA: Springer-Verlag Berling Heidelberg.
- Song, C., Gallos, L.K., Havlin, S. y Makse, H.A. (2007). How to calculate the fractal dimension of a complex network: The box covering algorithm. *Journal of Statistical Mechanics Theory and Experiment*, (3). doi: 10.1088/1742-5468/2007/03/P03006.
- Steel, E.W. y McGhee, T.J. (1979). *Water Supply and Sewerage* (5th ed.). Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha.
- Stephenson, D. (1989). *Pipeline Design for Water Engineers* (3ª ed.). Amsterdam, Netherlands: Elsevier Science Publishers.
- Streeter V.L., Wylie, E.B. y Bedford, K.W. (2000). *Mecánica de Fluidos* (9ª ed.) (J.G. Saldarriaga, Trad.). Nueva York, Estados Unidos: McGraw-Hill Companies, Inc (Trabajo original publicado en 1998).
- Sung, Y.H., Lin, M.D., Lin, Y.H. y Liu, Y.L. (2007). Tabu search solution of water distribution network optimization. *Journal of Environmental Engineering and Management*, 17(3), pp. 177-187.
- Tchoukanski, I. (s.f). *Triangulated Irregular Network*. ET Spatial Techniques. Recuperado de https://www.ian-ko.com/resources/triangulated_irregular_network.htm
- Tesar, V. (2001). Microfluidic Valves for Flow Control at Low Reynolds Numbers. *Journal of Visualization*, 4(1), 51-60. doi: 10.1007/BF03182455.
- Todini, E. y Pilati, S. (1987). A Gradient Algorithm for the Analysis of Pipe Networks. En *Computer Applications in Water Supply: Volume 1- Systems Analysis and Simulation* (pp. 1-20). Letchworth, England: John Wiley & Sons, Inc.
- Todini, E. y Pilati, S. (1987). A gradient method for the analysis of pipe networks. International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester

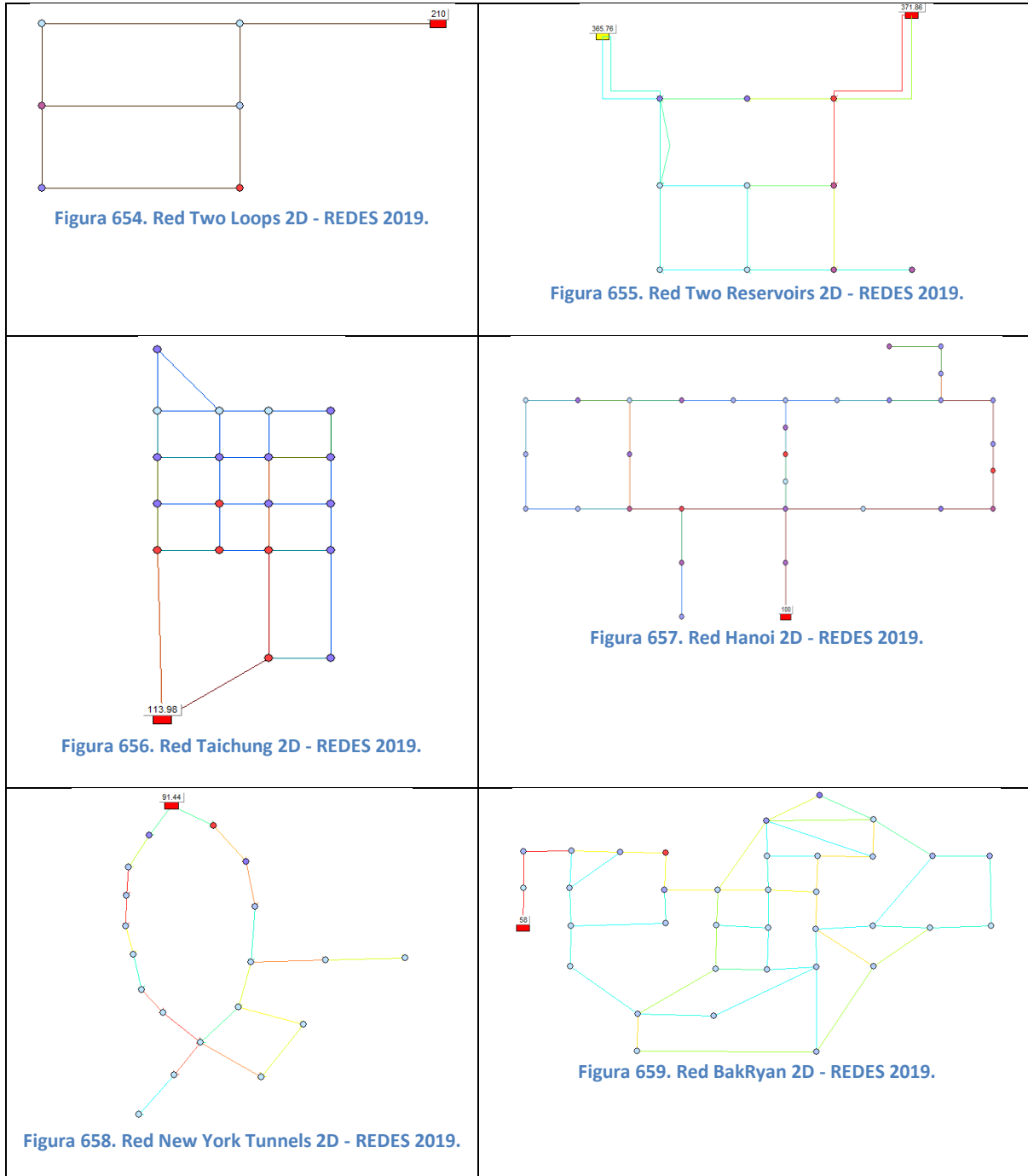


-
- Polytechnic, United Kingdom. Recuperado de <http://theodores-pro.ttu.edu/ncimm/research-documents/Todini%20and%20Pilati%201987.pdf>
- U.S. Army Corps of Engineers. (1957). *Military Hydrology Bulletin 12*. Washington D.C., United States of America: Military Hydrology R&D Branch, U.S. Army Engineer District. Recuperado de <https://www.cia.gov/library/readingroom/docs/CIA-RDP81-01043R002300060004-2.pdf>
- University of Cincinnati. (2019). MATLAB Resources. Cincinnati, Estados Unidos: *University of Cincinnati Libraries*. Recuperado de <https://guides.libraries.uc.edu/c.php?g=461109&p=3152738>
- University of Exeter. (s.f.). Benchmarks – Design/Resilience – Medium Problems. Centre for Water Systems. Recuperado de <http://emps.exeter.ac.uk/engineering/research/cws/resources/benchmarks/design-resilience-pareto-fronts/medium-problems/>
- University of Exeter. (s.f.). Benchmarks – Design/Resilience – Intermediate Problems. Centre for Water Systems. Recuperado de <http://emps.exeter.ac.uk/engineering/research/cws/resources/benchmarks/design-resilience-pareto-fronts/intermediate-problems/>
- University of Exeter. (s.f.). Benchmarks – Design/Resilience – Large Problems. Centre for Water Systems. Recuperado de <http://emps.exeter.ac.uk/engineering/research/cws/resources/benchmarks/design-resilience-pareto-fronts/large-problems/>
- University of Exeter. (s.f.). *Two Objective Design/Resilience: Towards the Best-Known Approximation to the True Pareto Front*. Recuperado de <http://emps.exeter.ac.uk/engineering/research/cws/resources/benchmarks/design-resilience-pareto-fronts/>
- Vargas, K., Salcedo, C. y Saldarriaga, J.G. (2019). Dimensión fractal e identificación de potenciales sectores de servicio en redes de distribución de agua potable utilizando criterios hidráulicos. *Revista Recursos Hídricos*, 40(2), pp. 27-38. doi: 10.5894/rh40n2-cti3
- Villalba, G., Saldarriaga, J.G., Takahashi, S. (2005). Algoritmos de optimización combinatoria aplicados al diseño de redes de distribución de agua potable (Tesis de maestría). Recuperado de <https://es.scribd.com/document/48973715/08-Algoritmos-de-optimizacion-Combinatoria-aplicados-al-diseno-de-redes>

- Wang, Q., Guidolin, M., Savic, D. y Kapelan, Z. (2014). Two-Objective Design of Benchmark Problems of a Water Distribution System via MOEAs: Towards the Best-Known Approximation of the True Pareto Front. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 141(3). Recuperado de <https://ascelibrary-org.ezproxy.uniandes.edu.co:8443/doi/full/10.1061/%28ASCE%29WR.1943-5452.0000460>
- Wei, D.J., Liu, Q., Zhang, H.X., Hu, Y., Deng, Y. y Mahadevan, S. (2013). Box-covering algorithm for fractal dimension of weighted networks. *Scientific Reports*, 3(3049), pp. 1-8. doi: 10.1038/srep03049.
- White, F.M. (2008). *Mecánica de Fluidos* (6ª ed.). Madrid, España: McGraw-Hill.
- Wu, I.P. (1975). Design of Drip Irrigation Main Lines. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 101(4), pp. 265-278.
- Wu, I.P., Howell, T.A. y Hiler, E.A. (1979). *Hydraulic Design of Drip Irrigation Systems (Technical Bulletin No. 105)*. Hawaii Agricultural Experiment Station, University of Hawaii: Western Regional Research Project W-128. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/19333341.pdf>.
- Xia, W. y Yap, R.H.C. (2013). Optimizing STR Algorithms with Tuple Compression. En *Principles and Practice of Constraint Programming – 19th International Conference* (pp.724-732). Uppsala, Sweden: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Yang, T., Guo'an, T. y Strobl, J. (2012). Spatial Structure Characteristics Detecting of Landform based on Improved 3D Lacunarity Model. *Chinese Geographical Science*, 22(1), pp. 88-96. doi: 10.1007/s11769-012-0516-2.
- Yates, D.F., Templeman, A.B. y Boffey, T.B. (1984). The computational complexity of the problem of determining least capital cost designs for water supply networks. *Engineering Optimization*, 7, pp. 143-155. doi: 10.1080/03052158408960635.
- Zhang, Z.X. (2016). *Rock Fracture and Blasting: Theory and Applications*. Doi: 10.1016/C2014-0-01408-6

10 ANEXOS

10.1 Topología de las redes



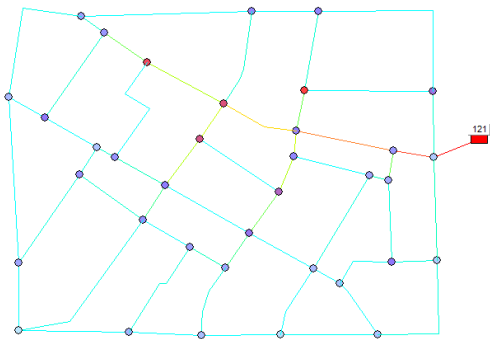


Figura 660. Red Fossolo 2D - REDES 2019.

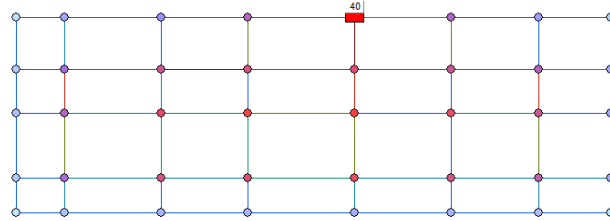


Figura 661. Red R28 2D - REDES 2019.

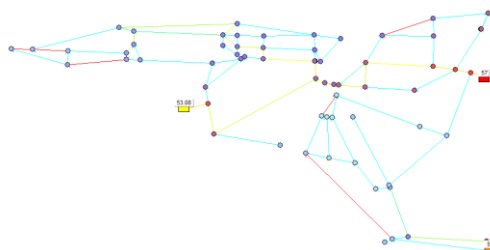


Figura 662. Red Pescara 2D - REDES 2019.

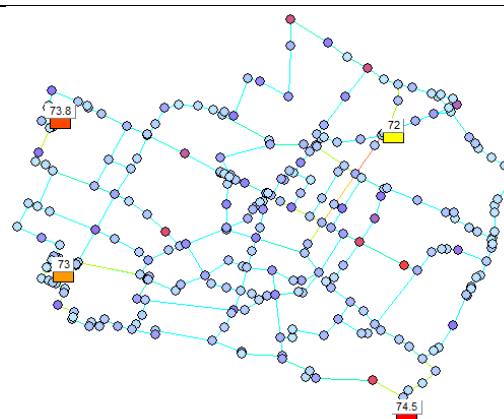


Figura 663. Red Modena 2D - REDES 2019.

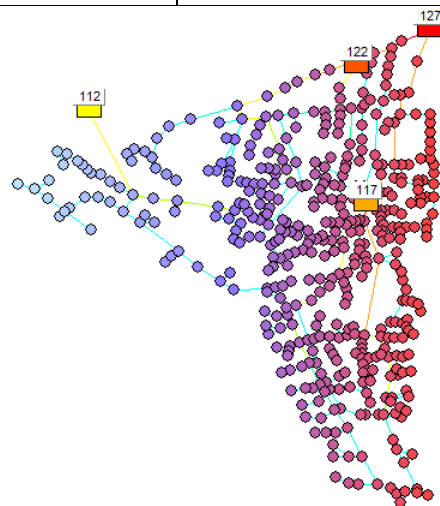


Figura 664. Red Balerna 2D - REDES 2019.

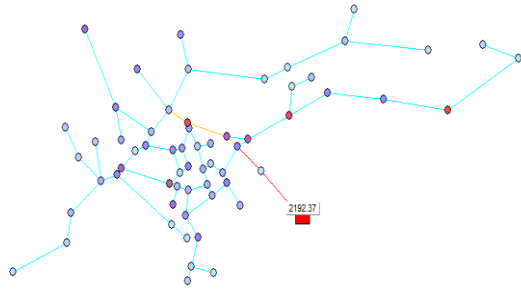


Figura 665. Red San Vicente 2D - REDES 2019.

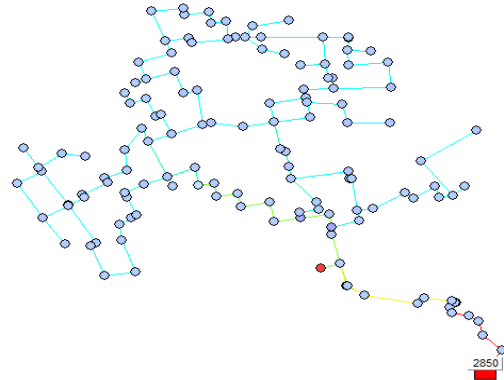


Figura 666. Red Cazucá 2D - REDES 2019.

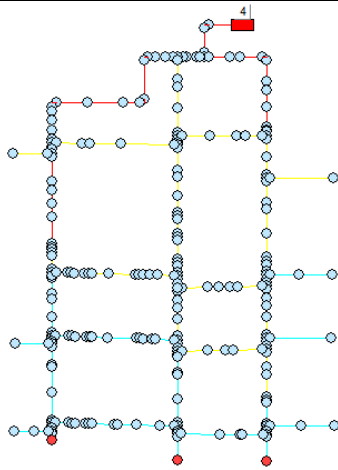


Figura 667. Red Elevada 2D - REDES 2019.

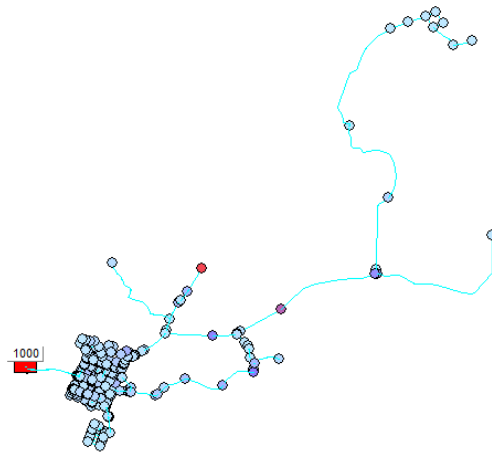


Figura 668. Red Bolívar 2D - REDES 2019.

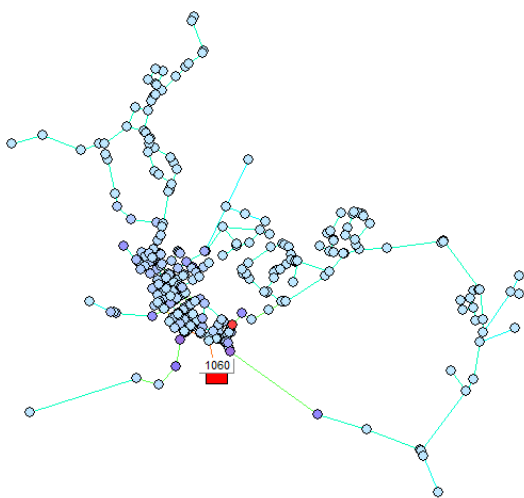


Figura 669. Red La Cumbre 2D - REDES 2019.

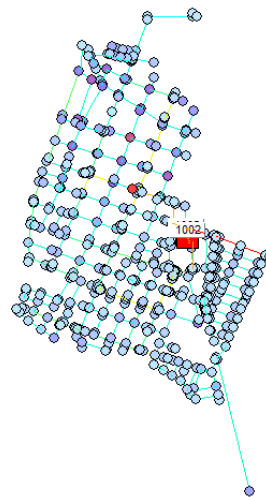


Figura 670. Red Candelaria 2D - REDES 2019.

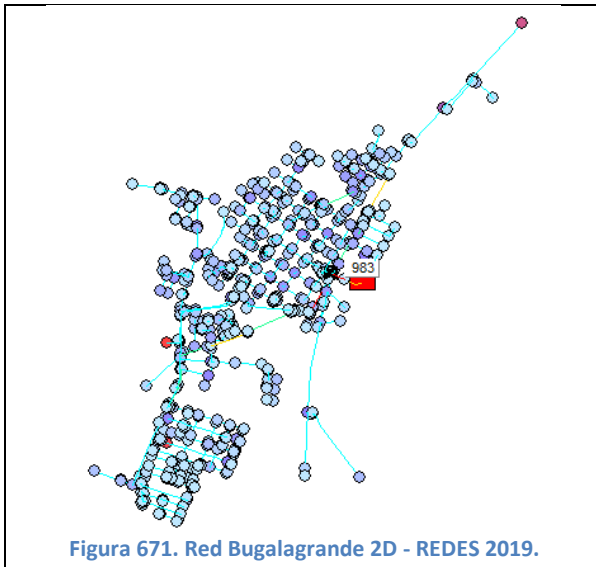


Figura 671. Red Bugalagrande 2D - REDES 2019.

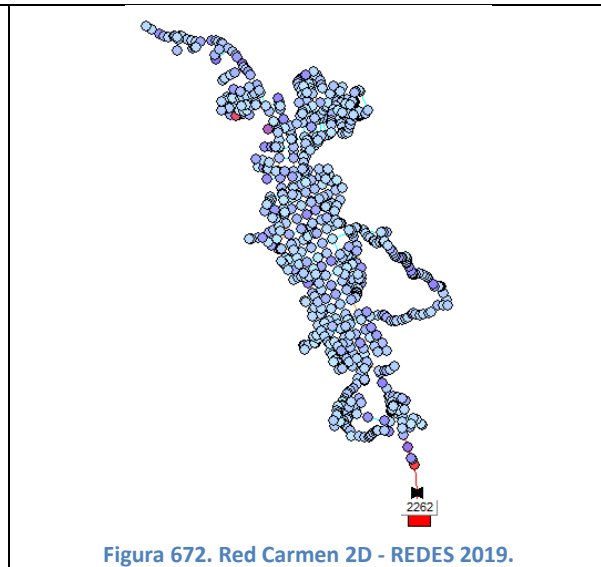


Figura 672. Red Carmen 2D - REDES 2019.

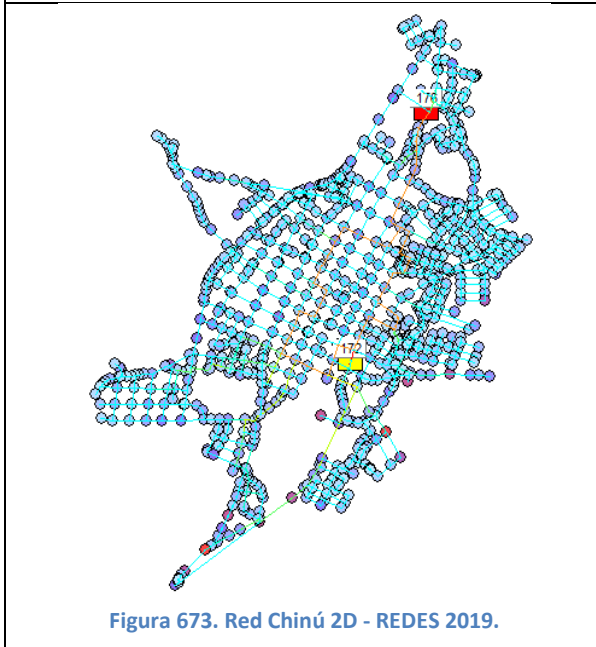


Figura 673. Red Chinú 2D - REDES 2019.

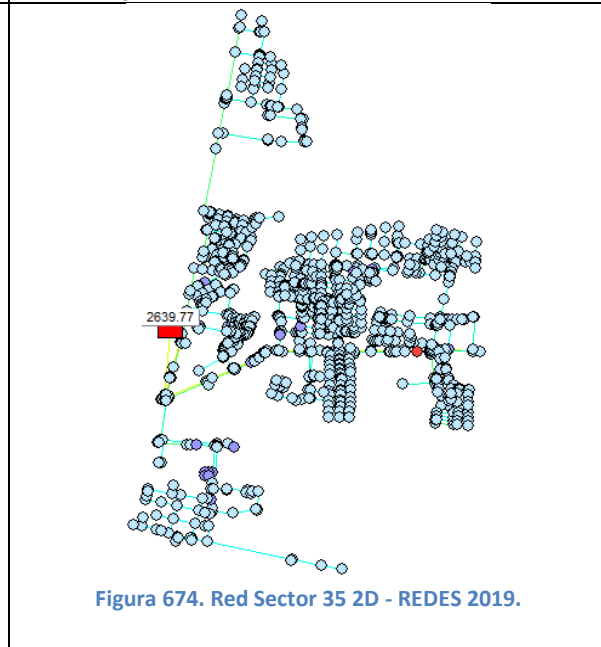


Figura 674. Red Sector 35 2D - REDES 2019.

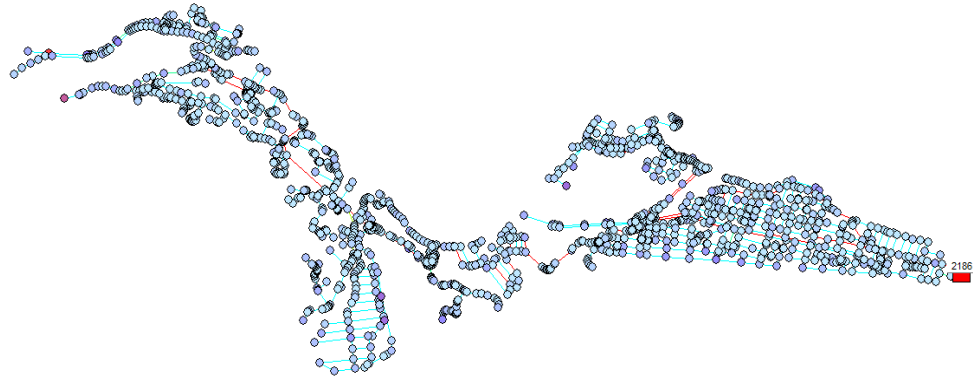


Figura 675. Red La Enea 2D - REDES 2019.

10.2 Curvas de costos

<p>Tabla 48. Diámetros y costos unitarios - Red Two Loops. Adaptado de Keedwell y Khu (2006).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (in)</th> <th>Costo unitario (\$USD/m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>4</td><td>11</td></tr> <tr><td>6</td><td>16</td></tr> <tr><td>8</td><td>23</td></tr> <tr><td>10</td><td>32</td></tr> <tr><td>12</td><td>50</td></tr> <tr><td>14</td><td>60</td></tr> <tr><td>16</td><td>90</td></tr> <tr><td>18</td><td>130</td></tr> <tr><td>20</td><td>170</td></tr> <tr><td>22</td><td>300</td></tr> <tr><td>24</td><td>550</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (in)	Costo unitario (\$USD/m)	1	2	2	5	3	8	4	11	6	16	8	23	10	32	12	50	14	60	16	90	18	130	20	170	22	300	24	550	<p>Tabla 49. Diámetros y costos unitarios - Red Two Reservoirs.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (mm)</th> <th>Costo unitario (\$/m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>152</td><td>49.54</td></tr> <tr><td>203</td><td>63.32</td></tr> <tr><td>254</td><td>94.82</td></tr> <tr><td>305</td><td>132.87</td></tr> <tr><td>356</td><td>170.93</td></tr> <tr><td>407</td><td>194.88</td></tr> <tr><td>458</td><td>232.94</td></tr> <tr><td>509</td><td>264.1</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)	152	49.54	203	63.32	254	94.82	305	132.87	356	170.93	407	194.88	458	232.94	509	264.1														
Diámetro (in)	Costo unitario (\$USD/m)																																																														
1	2																																																														
2	5																																																														
3	8																																																														
4	11																																																														
6	16																																																														
8	23																																																														
10	32																																																														
12	50																																																														
14	60																																																														
16	90																																																														
18	130																																																														
20	170																																																														
22	300																																																														
24	550																																																														
Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)																																																														
152	49.54																																																														
203	63.32																																																														
254	94.82																																																														
305	132.87																																																														
356	170.93																																																														
407	194.88																																																														
458	232.94																																																														
509	264.1																																																														
<p>Tabla 50. Diámetros y costos unitarios - Red Taichung. Adaptado de Sung et. al. (2007).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (mm)</th> <th>Costo unitario (\$TWD/m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>100</td><td>860</td></tr> <tr><td>150</td><td>1160</td></tr> <tr><td>200</td><td>1470</td></tr> <tr><td>250</td><td>1700</td></tr> <tr><td>300</td><td>2080</td></tr> <tr><td>350</td><td>2640</td></tr> <tr><td>400</td><td>3240</td></tr> <tr><td>450</td><td>3810</td></tr> <tr><td>500</td><td>4400</td></tr> <tr><td>600</td><td>5580</td></tr> <tr><td>700</td><td>8360</td></tr> <tr><td>800</td><td>10400</td></tr> <tr><td>900</td><td>12800</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (mm)	Costo unitario (\$TWD/m)	100	860	150	1160	200	1470	250	1700	300	2080	350	2640	400	3240	450	3810	500	4400	600	5580	700	8360	800	10400	900	12800	<p>Tabla 51. Diámetros y costos unitarios - Red Hanoi. Adaptado de Beygi et. al. (2014).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (in)</th> <th>Costo unitario (\$USD/m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>12</td><td>45.7</td></tr> <tr><td>16</td><td>70.4</td></tr> <tr><td>20</td><td>98.4</td></tr> <tr><td>24</td><td>129.3</td></tr> <tr><td>30</td><td>180.7</td></tr> <tr><td>40</td><td>278.3</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (in)	Costo unitario (\$USD/m)	12	45.7	16	70.4	20	98.4	24	129.3	30	180.7	40	278.3																				
Diámetro (mm)	Costo unitario (\$TWD/m)																																																														
100	860																																																														
150	1160																																																														
200	1470																																																														
250	1700																																																														
300	2080																																																														
350	2640																																																														
400	3240																																																														
450	3810																																																														
500	4400																																																														
600	5580																																																														
700	8360																																																														
800	10400																																																														
900	12800																																																														
Diámetro (in)	Costo unitario (\$USD/m)																																																														
12	45.7																																																														
16	70.4																																																														
20	98.4																																																														
24	129.3																																																														
30	180.7																																																														
40	278.3																																																														
<p>Tabla 52. Diámetros y costos unitarios - Red Blacksburg. Adaptado de University of Exeter (s.f.).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (mm)</th> <th>Costo unitario (\$/m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>25.4</td><td>0.52</td></tr> <tr><td>50.8</td><td>2.1</td></tr> <tr><td>76.2</td><td>4.72</td></tr> <tr><td>101.6</td><td>8.4</td></tr> <tr><td>152.4</td><td>18.9</td></tr> <tr><td>203.2</td><td>33.6</td></tr> <tr><td>254</td><td>52.5</td></tr> <tr><td>304.8</td><td>75.59</td></tr> <tr><td>355.6</td><td>102.89</td></tr> <tr><td>406.4</td><td>134.39</td></tr> <tr><td>457.2</td><td>170.09</td></tr> <tr><td>508</td><td>209.98</td></tr> <tr><td>558.8</td><td>254.08</td></tr> <tr><td>609.6</td><td>302.37</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)	25.4	0.52	50.8	2.1	76.2	4.72	101.6	8.4	152.4	18.9	203.2	33.6	254	52.5	304.8	75.59	355.6	102.89	406.4	134.39	457.2	170.09	508	209.98	558.8	254.08	609.6	302.37	<p>Tabla 53. Diámetros y costos unitarios - Red New York Tunnels. Adaptado de University of Exeter (s.f.).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Diámetro (in)</th> <th>Costo unitario (\$/ft)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>36</td><td>93.59</td></tr> <tr><td>48</td><td>133.70</td></tr> <tr><td>60</td><td>176.32</td></tr> <tr><td>72</td><td>221.05</td></tr> <tr><td>84</td><td>267.61</td></tr> <tr><td>96</td><td>315.80</td></tr> <tr><td>108</td><td>365.46</td></tr> <tr><td>120</td><td>416.46</td></tr> <tr><td>132</td><td>468.71</td></tr> <tr><td>144</td><td>522.11</td></tr> <tr><td>156</td><td>576.59</td></tr> <tr><td>168</td><td>632.09</td></tr> <tr><td>180</td><td>688.54</td></tr> <tr><td>192</td><td>745.91</td></tr> <tr><td>204</td><td>804.14</td></tr> </tbody> </table>	Diámetro (in)	Costo unitario (\$/ft)	36	93.59	48	133.70	60	176.32	72	221.05	84	267.61	96	315.80	108	365.46	120	416.46	132	468.71	144	522.11	156	576.59	168	632.09	180	688.54	192	745.91	204	804.14
Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)																																																														
25.4	0.52																																																														
50.8	2.1																																																														
76.2	4.72																																																														
101.6	8.4																																																														
152.4	18.9																																																														
203.2	33.6																																																														
254	52.5																																																														
304.8	75.59																																																														
355.6	102.89																																																														
406.4	134.39																																																														
457.2	170.09																																																														
508	209.98																																																														
558.8	254.08																																																														
609.6	302.37																																																														
Diámetro (in)	Costo unitario (\$/ft)																																																														
36	93.59																																																														
48	133.70																																																														
60	176.32																																																														
72	221.05																																																														
84	267.61																																																														
96	315.80																																																														
108	365.46																																																														
120	416.46																																																														
132	468.71																																																														
144	522.11																																																														
156	576.59																																																														
168	632.09																																																														
180	688.54																																																														
192	745.91																																																														
204	804.14																																																														

Tabla 54. Diámetros y costos unitarios - Red BakRyan. Adaptado de Lee y Lee (2001).

Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)
300	118
350	129
400	145
450	160
500	181
600	214
700	242
800	285
900	325
1000	370
1100	434

Tabla 55. Diámetros y costos unitarios - Red Fossolo. Adaptado de University of Exeter (s.f.).

Diámetro (mm)	Costo unitario (€/m)
16.0	0.38
20.4	0.56
26.0	0.88
32.6	1.35
40.8	2.02
51.4	3.21
61.4	4.44
73.6	6.45
90.0	9.59
102.2	11.98
114.6	14.93
130.8	19.61
147.2	24.78
163.6	30.55
184.0	38.71
204.6	47.63
229.2	59.70
257.8	75.61
290.6	99.58
327.4	126.48
368.2	160.29
409.2	197.71

Tabla 56. Diámetros y costos unitarios - Red R28. Adaptado de Saldarriaga (2016).

Diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)
50	0.019
75	0.035
100	0.053
150	0.096
200	0.145
250	0.201
300	0.262
350	0.327
400	0.397
450	0.471
500	0.549
600	0.715
750	0.988
800	1.085
1000	1.500
1200	1.954
1400	2.443
1500	2.700
1800	3.518

Tabla 57. Diámetros y costos unitarios - Red Pescara. Adaptado de University of Exeter (s.f.).

Diámetro (mm)	Costo unitario (€/m)
100	27.7
125	38.0
150	40.5
200	55.4
250	75.0
300	92.4
350	123.1
400	141.9
450	169.3
500	191.5
600	246.0
700	319.6
800	391.1

Tabla 58. Diámetros y costos unitarios - Red Modena. Adaptado de University of Exeter (s.f.).

Tabla 59. Diámetros y costos unitarios - Red Balerma. Adaptado de University of Exeter (s.f.).

Diámetro (mm)	Costo unitario (€/m)	Diámetro (mm)	Costo unitario (€/m)
100	27.7	113.0	7.22
125	38.0	126.6	9.10
150	40.5	144.6	11.92
200	55.4	162.8	14.84
250	75.0	180.8	18.38
300	92.4	226.2	28.60
350	123.1	285.0	45.39
400	141.9	361.8	76.32
450	169.3	452.2	124.64
500	191.5	581.8	215.85
600	246.0		
700	319.6		
800	391.1		

Tabla 60. Diámetros y costos unitarios - Red Exnet.

Diámetro (mm)	Costo unitario (£/m)
110	100
159	120
200	140
250	190
300	240
400	290
500	340
600	410
750	500
900	625

Tabla 61. Diámetros comerciales - Tuberías biaxiales en PVC. Adaptado de PAVCO Wavin, S.A (2019).

Referencia	d (mm)	Costo (\$/Ud.)	Costo unitario (\$/m)
2905079	76.2	\$ 134,391	\$ 22,399
2900109	101.6	\$ 221,737	\$ 36,956
2900111	152.4	\$ 484,167	\$ 80,695
2900113	203.2	\$ 820,122	\$ 136,687
2900105	254.0	\$ 1,291,037	\$ 215,173
2900107	304.8	\$ 1,806,408	\$ 301,068
2900524	355.6	\$ 2,240,167	\$ 373,361
2905388	406.4	\$ 2,940,252	\$ 490,042
2905393	457.2	\$ 3,773,764	\$ 628,961
2905395	508.0	\$ 4,700,652	\$ 783,442
-	609.6	\$ 6,429,662	\$ 1,071,610
-	762.0	\$ 9,753,225	\$ 1,625,537
-	914.4	\$ 13,708,924	\$ 2,284,821

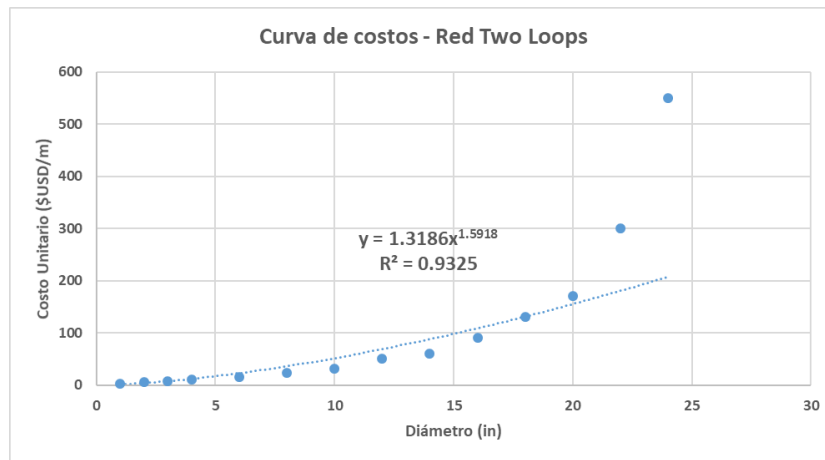


Figura 676. Curva de costos - Red Two Loops.

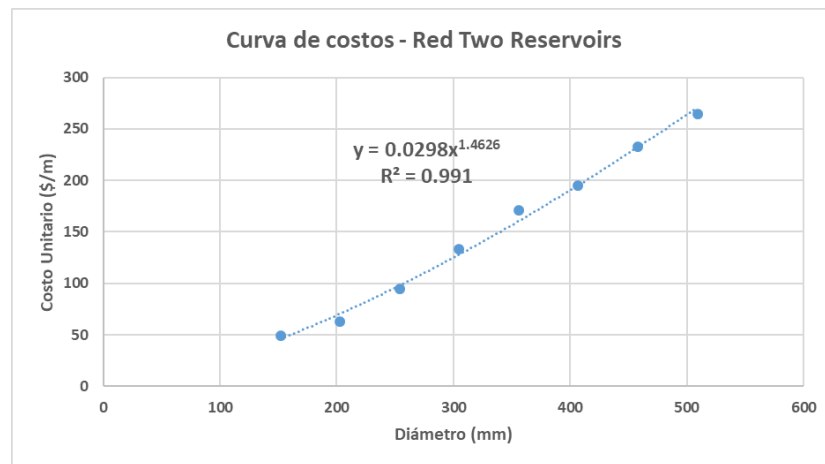


Figura 677. Curva de costos - Red Two Reservoirs.

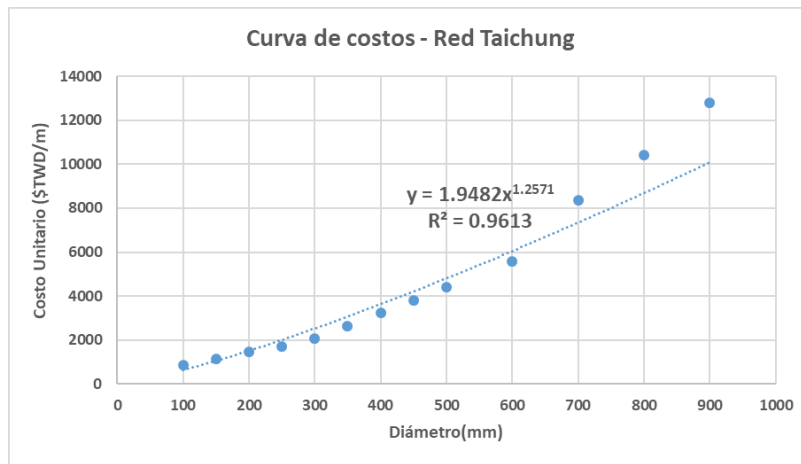


Figura 678. Curva de costos - Red Taichung.

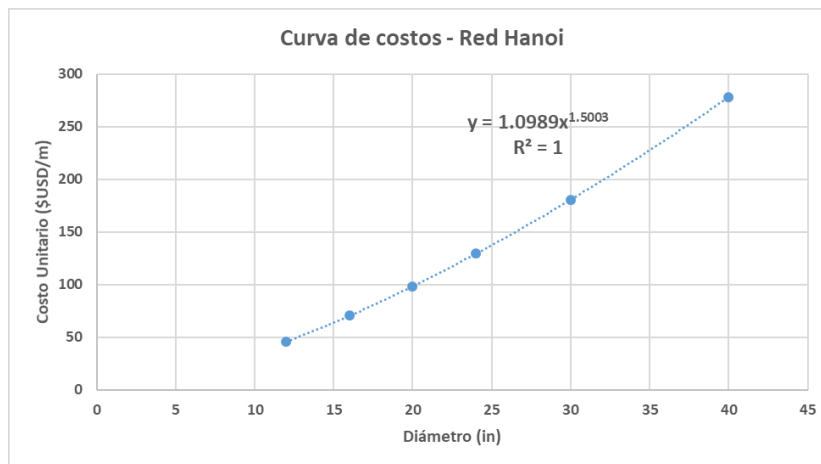


Figura 679. Curva de costos - Red Hanoi.

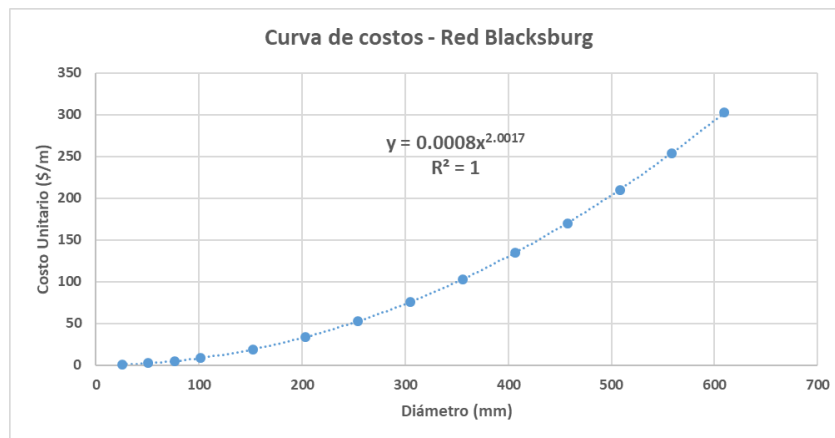


Figura 680. Curva de costos - Red Blacksburg.

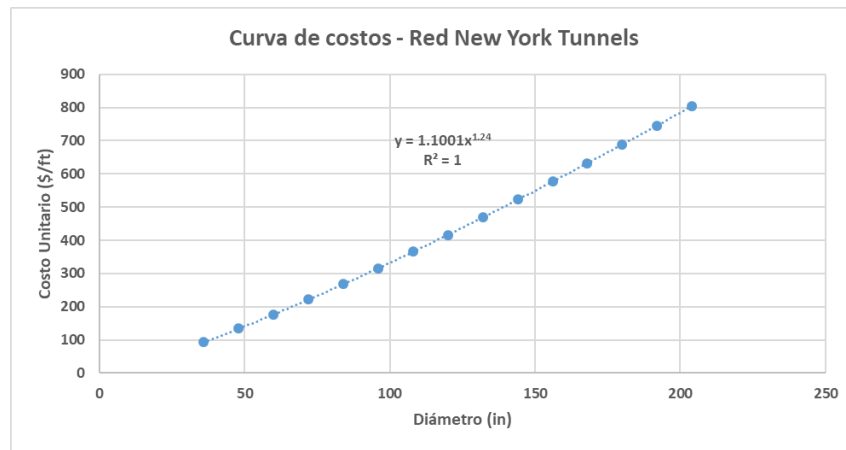


Figura 681. Curva de costos - Red New York Tunnels.

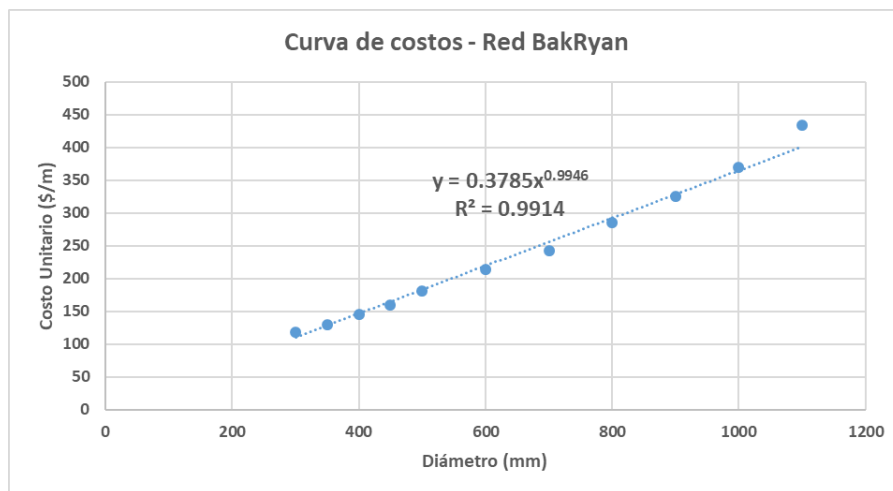


Figura 682. Curva de costos - Red BakRyan.

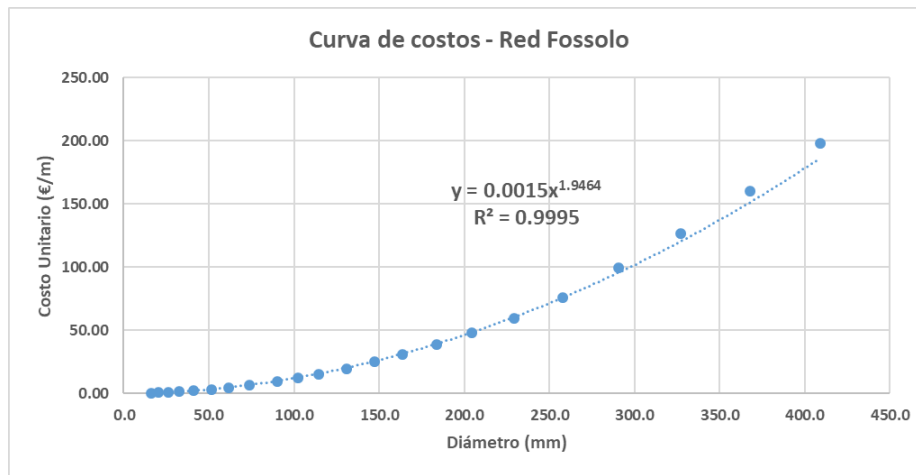


Figura 683. Curva de costos - Red Fossolo.

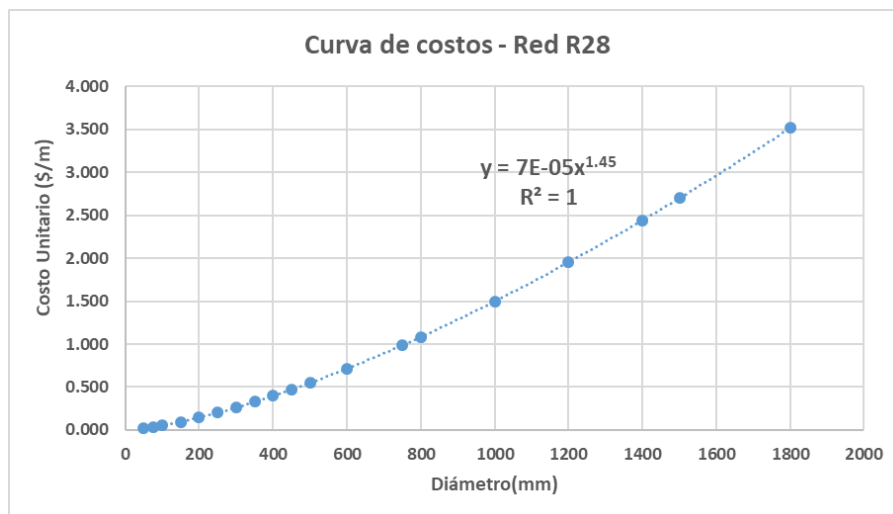


Figura 684. Curva de costos - Red R28.

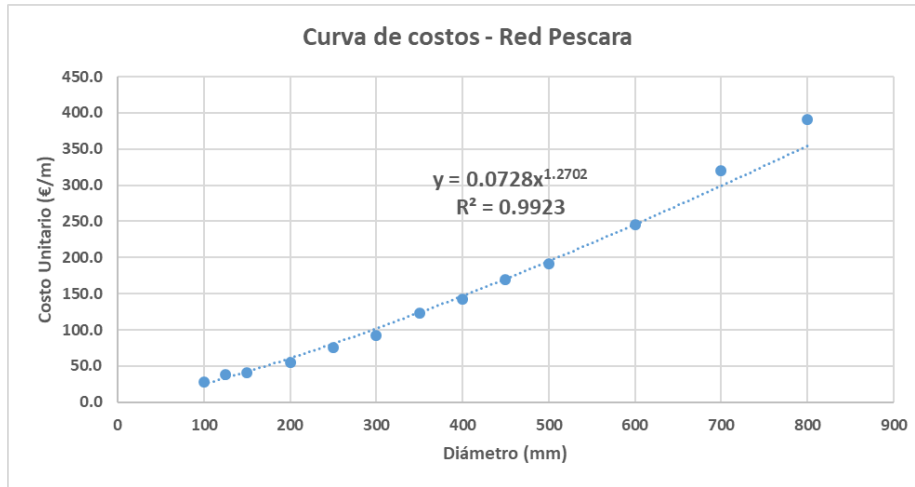


Figura 685. Curva de costos - Red Pescara.

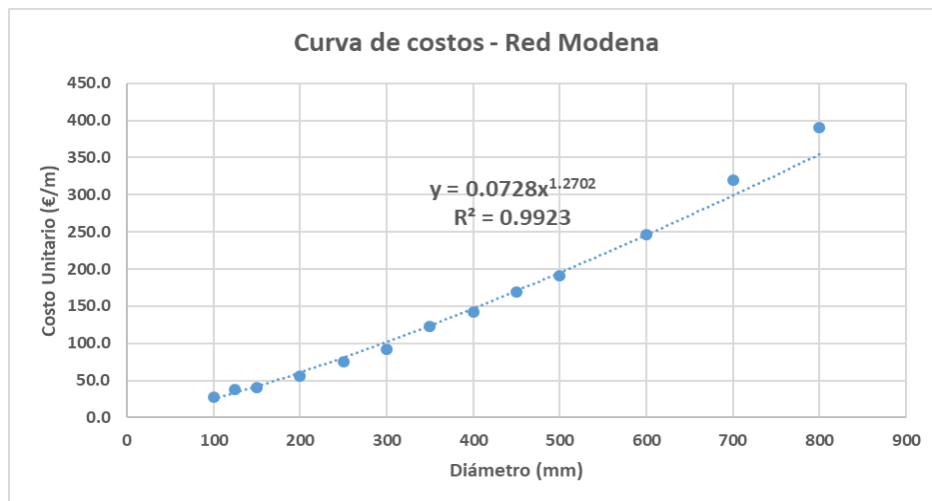


Figura 686. Curva de costos - Red Modena.

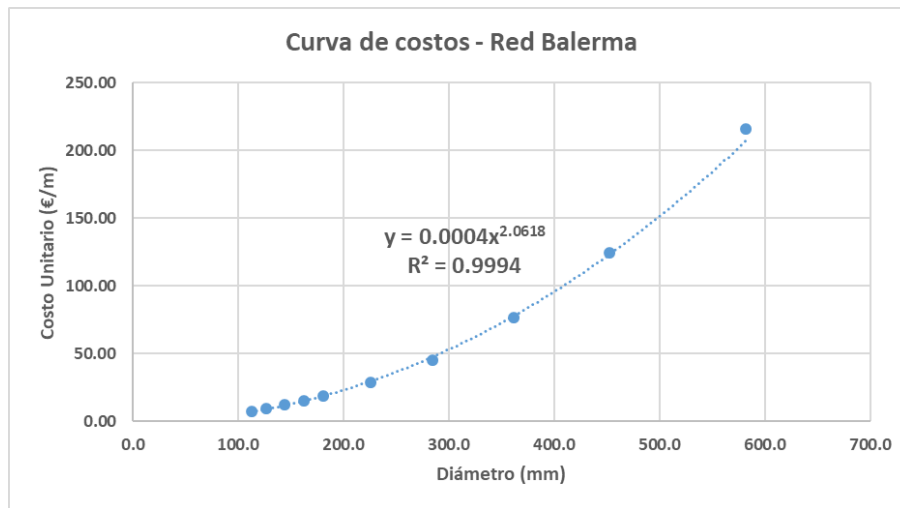


Figura 687. Curva de costos - Red Balerma.

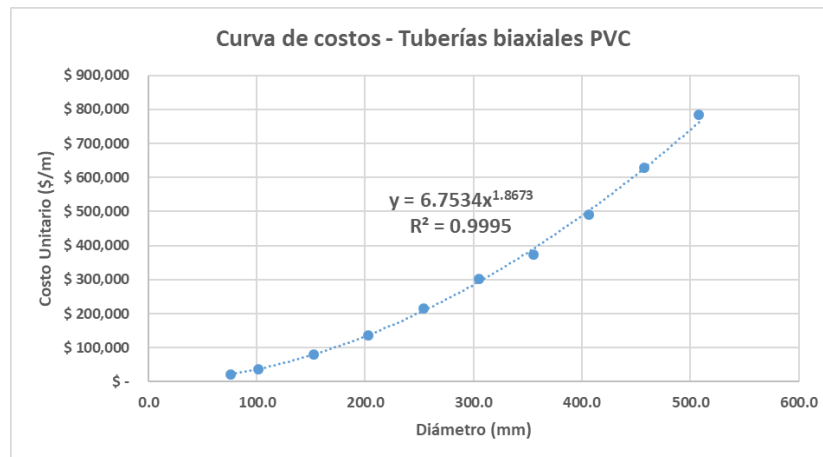


Figura 688. Curva de costos - Tuberías biaxiales en PVC.



10.3 Trazado de red – Algoritmo MATLAB

```
%% Lectura de datos
clc; clear; close all

%Lectura de número de nodos, embalses y tuberías.
NumNodos=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,'W1');
NumEmbalses=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,'W2');
NumTuberias=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,'W3');

%Lectura de propiedades de nodos, embalses y tuberías.
Var= strcat('A2:F',num2str(NumNodos+1));
MatNodos=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,Var);

Var= strcat('H2:L',num2str(NumEmbalses+1));
MatEmbalses=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,Var);

Var= strcat('N2:T',num2str(NumTuberias+1));
MatTuberias=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,Var);

clear Var
```

Figura 689. Lectura de datos.

```

%% Definición de variables

%Creación de variable estructural de nodos.
for i=1:1:NumNodos
    ID=MatNodos(i,1);
    Nodos{i}.ID=ID;
    X=MatNodos(i,2);
    Nodos{i}.X=X;
    Y=MatNodos(i,3);
    Nodos{i}.Y=Y;
    Z=MatNodos(i,4);
    Nodos{i}.Z=Z;
    Q=MatNodos(i,5);
    Nodos{i}.Q=Q;
    LGH=MatNodos(i,6);
    Nodos{i}.LGH=LGH;
end
    
```

Figura 690. Definición de variables - Parte 1.

```

%Creación de variable estructural de embalses.
for i=1:1:NumEmbalses
    ID=MatEmbalses(i,1);
    Embalses{i}.ID=ID;
    X=MatEmbalses(i,2);
    Embalses{i}.X=X;
    Y=MatEmbalses(i,3);
    Embalses{i}.Y=Y;
    Z=MatEmbalses(i,4);
    Embalses{i}.Z=Z;
    LGH=MatEmbalses(i,5);
    Embalses{i}.LGH=LGH;
end
    
```

Figura 691. Definición de variables - Parte 2.

```

%Creación de variable estructural de tuberías.
for i=1:1:NumTuberias
    ID=MatTuberias(i,1);
    Tuberias{i}.ID=ID;
    NI=MatTuberias(i,2);
    Tuberias{i}.NI=NI;
    NF=MatTuberias(i,3);
    Tuberias{i}.NF=NF;
    d=MatTuberias(i,4);
    Tuberias{i}.d=d;
    L=MatTuberias(i,5);
    Tuberias{i}.L=L;
    km=MatTuberias(i,6);
    Tuberias{i}.km=km;
    Q=MatTuberias(i,7);
    Tuberias{i}.Q=Q;
end

%Fusión de coordenadas de nodos y embalses en una sola matriz.
M1=MatNodos(1:NumNodos,1:4);
M2=MatEmbalses(1:NumEmbalses,1:4);
vect=[M1;M2];

clear i ID X Y Z Q LGH NI NF d L km
    
```

Figura 692. Definición de variables - Parte 3.

```

%% Trazado de la red

%Definición de coordenadas de nodos.
X=zeros(NumNodos,1);
Y=zeros(NumNodos,1);
Z=zeros(NumNodos,1);

for i=1:1:NumNodos
    X(i)=Nodos{i}.X;
    Y(i)=Nodos{i}.Y;
    Z(i)=Nodos{i}.Z;
end

%Definición de coordenadas de embalses.
XE=zeros(NumEmbalses,1);
YE=zeros(NumEmbalses,1);
ZE=zeros(NumEmbalses,1);

for i=1:1:NumEmbalses
    XE(i)=Embalses{i}.X;
    YE(i)=Embalses{i}.Y;
    ZE(i)=Embalses{i}.Z;
end
    
```

Figura 693. Trazado de la red - Parte 1.

```
%Trazado de nodos y embalses.
scatter3(X,Y,Z,50,[0 0 0], 'filled');
hold on
scatter3(XE,YE,ZE,50, 'filled');
hold on
```

Figura 694. Trazado de la red - Parte 2.

```
%Trazado de tuberías como rectas.
d=size(vect,1);
for i=1:1:NumTuberias
    NI=Tuberias(i).NI;
    NF=Tuberias(i).NF;
    for j=1:1:d
        if vect(j,1)==NI
            X1=vect(j,2);
            Y1=vect(j,3);
            Z1=vect(j,4);
        end
        if vect(j,1)==NF
            X2=vect(j,2);
            Y2=vect(j,3);
            Z2=vect(j,4);
        end
        line([X1 X2],[Y1 Y2],[Z1 Z2]);
        hold on;
    end
end

clear i j M1 M2 NF NI X1 X2 Y1 Y2 Z1 Z2
```

Figura 695. Trazado de la red - Parte 3.

10.4 Generación de SGH – Algoritmo MATLAB

<pre> %% Construcción de la SOP %Definición de altura piezométrica de nodos y embalses LGH=zeros(NumNodos+NumEmbalses,2); for i=1:1:NumNodos LGH(i,1)=Nodos(i).ID; LGH(i,2)=Nodos(i).LGH; end for j=1:1:NumEmbalses LGH(i+j,1)=Embalses(j).ID; LGH(i+j,2)=Embalses(j).LGH; end %Recuperación de coordenadas X y Y de nodos y embalses. VectX=[X;XE]; VectY=[Y;YE]; %Trazado de alturas piezométricas de nodos y embalses. scatter3(VectX,VectY,LGH(:,2),50,'filled'); hold on; </pre> <p>Figura 696. Generación de SGH - Parte 1.</p>	<pre> %Trazado de LGH como rectas entre los nodos for i=1:1:NumTuberias NI=Tuberias(i).NI; NF=Tuberias(i).NF; for j=1:1:d if vect(j,1)==NI X1=vect(j,2); Y1=vect(j,3); LGH1=LGH(j,2); end if vect(j,1)==NF X2=vect(j,2); Y2=vect(j,3); LGH2=LGH(j,2); end end line([X1 X2],[Y1 Y2],[LGH1 LGH2],'Color',[0.85 0.325 0.098]); hold on; end clear NI NF X1 X2 Y1 Y2 LGH1 LGH2 </pre> <p>Figura 697. Generación de SGH - Parte 2.</p>
<pre> %Estética de la gráfica. title('Superficie Óptima de Presiones - Red Two Loops'); xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]'); legend('Nodos','Embalses','Tuberias'); %Ampliación del número de alturas piezométrica %mediante decaimiento lineal alfal=0.25; alfa2=0.50; alfa3=0.75; </pre> <p>Figura 698. Generación SGH - Parte 3.</p>	<pre> for i=1:1:NumTuberias Num1=0; Num2=0; Num3=0; Num4=0; Num5=0; for j=1:1:NumNodos Var1=Nodos(j).ID; if Var1 == Tuberias(i).NI Num1=Nodos(j).LGH; end if Var1 == Tuberias(i).NF Num5=Nodos(j).LGH; end end for k=1:1:NumEmbalses Var1=Embalses(k).ID; if Var1 == Tuberias(i).NI Num1=Embalses(k).LGH; end if Var1 == Tuberias(i).NF Num5=Embalses(k).LGH; end end Num2=Num1+alfal*(Num5-Num1); Num3=Num1+alfa2*(Num5-Num1); Num4=Num1+alfa3*(Num5-Num1); Tuberias{i}.LGHs=[Num1,Num2,Num3,Num4,Num5]; end </pre> <p>Figura 699. Generación SGH - Parte 4.</p>

```

for i=1:1:NumTuberias
    Num1=0;
    Num2=0;
    Num3=0;
    Num4=0;
    Num5=0;
    for j=1:1:NumNodos
        Var1=Nodes{j}.ID;
        if Var1 == Tuberias{i}.NI
            Num1=Nodes{j}.X;
        end
        if Var1 == Tuberias{i}.NF
            Num5=Nodes{j}.X;
        end
    end
    for k=1:1:NumEmbalses
        Var1=Embalses{k}.ID;
        if Var1 == Tuberias{i}.NI
            Num1=Embalses{k}.X;
        end
        if Var1 == Tuberias{i}.NF
            Num5=Embalses{k}.X;
        end
    end
    Num2=Num1+alfa1*(Num5-Num1);
    Num3=Num1+alfa2*(Num5-Num1);
    Num4=Num1+alfa3*(Num5-Num1);
    Tuberias{i}.LGHXs=[Num1, Num2, Num3, Num4, Num5];
end
    
```

Figura 700. Generación SGH - Parte 5.

```

for i=1:1:NumTuberias
    Num1=0;
    Num2=0;
    Num3=0;
    Num4=0;
    Num5=0;
    for j=1:1:NumNodos
        Var1=Nodes{j}.ID;
        if Var1 == Tuberias{i}.NI
            Num1=Nodes{j}.Y;
        end
        if Var1 == Tuberias{i}.NF
            Num5=Nodes{j}.Y;
        end
    end
    for k=1:1:NumEmbalses
        Var1=Embalses{k}.ID;
        if Var1 == Tuberias{i}.NI
            Num1=Embalses{k}.Y;
        end
        if Var1 == Tuberias{i}.NF
            Num5=Embalses{k}.Y;
        end
    end
    Num2=Num1+alfa1*(Num5-Num1);
    Num3=Num1+alfa2*(Num5-Num1);
    Num4=Num1+alfa3*(Num5-Num1);
    Tuberias{i}.LGHYs=[Num1, Num2, Num3, Num4, Num5];
end
    
```

Figura 701. Generación SGH - Parte 6.

```

%Organización de la información
MatrizLGHs=zeros(NumEmbalses+NumNodos+3*NumTuberias,3);
for i=1:1:NumEmbalses
    MatrizLGHs(i,1)=Embalses{i}.X;
    MatrizLGHs(i,2)=Embalses{i}.Y;
    MatrizLGHs(i,3)=Embalses{i}.LGH;
end
for i=1:1:NumNodos
    MatrizLGHs(i+NumEmbalses,1)=Nodes{i}.X;
    MatrizLGHs(i+NumEmbalses,2)=Nodes{i}.Y;
    MatrizLGHs(i+NumEmbalses,3)=Nodes{i}.LGH;
end
valor=NumNodos+NumEmbalses;
for i=1:1:NumTuberias
    MatrizLGHs(valor+i,1)=Tuberias{i}.LGHXs(2);
    MatrizLGHs(valor+i,2)=Tuberias{i}.LGHYs(2);
    MatrizLGHs(valor+i,3)=Tuberias{i}.LGHs(2);
    valor=valor+1;
    MatrizLGHs(valor+i,1)=Tuberias{i}.LGHXs(3);
    MatrizLGHs(valor+i,2)=Tuberias{i}.LGHYs(3);
    MatrizLGHs(valor+i,3)=Tuberias{i}.LGHs(3);
    valor=valor+1;
    MatrizLGHs(valor+i,1)=Tuberias{i}.LGHXs(4);
    MatrizLGHs(valor+i,2)=Tuberias{i}.LGHYs(4);
    MatrizLGHs(valor+i,3)=Tuberias{i}.LGHs(4);
end
clear valor i j k
    
```

Figura 702. Generación SGH - Parte 7.

```

%Generación de una malla con puntos interpolados
Xmax=0;
Ymax=0;
for i=1:1:NumNodos
    Var=Nodes{i}.X;
    if Var>Xmax
        Xmax=Var;
    end
end
for i=1:1:NumEmbalses
    Var=Embalses{i}.X;
    if Var>Xmax
        Xmax=Var;
    end
end
for i=1:1:NumNodos
    Var=Nodes{i}.Y;
    if Var>Ymax
        Ymax=Var;
    end
end
for i=1:1:NumEmbalses
    Var=Embalses{i}.Y;
    if Var>Ymax
        Ymax=Var;
    end
end
    
```

Figura 703. Generación SGH - Parte 8.

```

Xmin=0;
Ymin=0;
for i=1:1:NumNodos
    Var=Nodos{i}.X;
    if Var<Xmin
        Xmin=Var;
    end
end
for i=1:1:NumEmbalses
    Var=Embalses{i}.X;
    if Var<Xmin
        Xmin=Var;
    end
end
for i=1:1:NumNodos
    Var=Nodos{i}.Y;
    if Var<Ymin
        Ymin=Var;
    end
end
for i=1:1:NumEmbalses
    Var=Embalses{i}.Y;
    if Var<Ymin
        Ymin=Var;
    end
end
end
    
```

Figura 704. Generación SGH - Parte 9.

```

c1=ceil(Xmax);
c2=ceil(Ymax);
c3=floor(Xmin);
c4=floor(Ymin);
% Definir cada cuanto interpolar.
v1=c3:50:c1;
v2=c4:50:c2;

LGHInt=zeros(length(v1)*length(v2),3);
valor=1;

%Interpolación
for i=1:length(v1)
    for j=1:length(v2)
        Num=griddata(MatrizLGHs(:,1),MatrizLGHs(:,2),MatrizLGHs(:,3),v1(i),v2(j),'natural');
        LGHInt(valor,1)=v1(i);
        LGHInt(valor,2)=v2(j);
        LGHInt(valor,3)=Num;
        valor=valor+1;
    end
end
end
    
```

Figura 705. Generación SGH - Parte 10.



```
%Triangulación y trazado de la superficie
scatter3(LGHInt(:,1),LGHInt(:,2),LGHInt(:,3),10,'filled');
hold on
tri=delauay(LGHInt(:,1),LGHInt(:,2));
trisurf(tri,LGHInt(:,1),LGHInt(:,2),LGHInt(:,3));
c=colorbar;
c.Label.String= 'LGH [m]';
legend('Nodos','Embalses','Tuberías');
hold on
clear tri c
```

Figura 706. Generación SGH - Parte 11.

10.5 Análisis fractal unidimensional – Algoritmo MATLAB

```
%% Análisis de rango reescalado sobre los cortes de la superficie

% Definición de coordenadas y avance
CoordenadaInicial=[0,0];
CoordenadaFinal=[2000,2000];
AvanceX=50;
AvanceY=50;
```

Figura 707. Análisis R/S - Parte 1.

```
% Perfil de dimensiones fractales en X
var=0;
cont=0;
PerfilX=[];
for i=0:AvanceY:1950
    CIY=CoordenadaInicial(2);
    CFY=CoordenadaFinal(2);
    MatResult=RSSuperficie([i,CIY],[i,CFY],var,AvanceY,LGHInt);
    logMat=log10(MatResult);
    logMat=logMat((all(~isnan(logMat)),2)),:);
    [r,H,b]=regression(logMat(:,2),logMat(:,1),'one');
    CD=r^2;
    cont=cont+1;
    if i==0
        PerfilX(1,1)=i;
        PerfilX(1,2)=2-H;
        PerfilX(1,3)=CD;
    else
        PerfilX(cont,1)=i;
        PerfilX(cont,2)=2-H;
        PerfilX(cont,3)=CD;
    end
end
```

Figura 708. Análisis R/S - Parte 2.

```
%Perfil de dimensiones fractales en Y
cont=0;
PerfilY=[];
for i=0:AvanceX:2000
    CIX=CoordenadaInicial(1);
    CFX=CoordenadaFinal(1);
    MatResult=RSSuperficie([CIX,i],[CFX,i],AvanceX,var,LGHInt);
    logMat=log10(MatResult);
    logMat=logMat((all(~isnan(logMat)),2)),:);
    [r,H,b]=regression(logMat(:,2),logMat(:,1),'one');
    CD=r^2;
    cont=cont+1;
    if i==0
        PerfilY(1,1)=i;
        PerfilY(1,2)=2-H;
        PerfilY(1,3)=CD;
    else
        PerfilY(cont,1)=i;
        PerfilY(cont,2)=2-H;
        PerfilY(cont,3)=CD;
    end
end
```

Figura 709. Análisis R/S - Parte 3.

```
function [MatResult] = RSSuperficie(CI,CF,AvanceX,AvanceY,LGHInt)

DespX=CF(1)-CI(1);
DespY=CF(2)-CI(2);

Var=0;
Var1=[];
Var2=[];

if AvanceX~=0
    Var=DespX/AvanceX;
    Var1=CI(2);
elseif AvanceY~=0
    Var=DespY/AvanceY;
    Var2=CI(1);
end

Datos = zeros(Var+1,3);
num = length(LGHInt);
```

Figura 710. Función R/S - Parte 1.

```
if isempty(Var1)==1
    for i=1:Var+1
        Datos(i,1)=Var1;
        Datos(i,2)=CI(2)+(i-1)*AvanceY;
        for j=1:num
            if LGHInt(j,2)==Datos(i,2) && LGHInt(j,1)==Datos(i,1)
                Datos(i,3)=LGHInt(j,3);
            end
        end
    end
end

if isempty(Var2)==1
    for i=1:Var+1
        Datos(i,2)=Var1;
        Datos(i,1)=CI(1)+(i-1)*AvanceX;
        for j=1:num
            if LGHInt(j,2)==Datos(i,2) && LGHInt(j,1)==Datos(i,1)
                Datos(i,3)=LGHInt(j,3);
            end
        end
    end
end
```

Figura 711. Función R/S - Parte 2.

```
Datos=Datos((all(~isnan(Datos)),2)),:);
media=mean(Datos(:,3));

Yi=zeros(length(Datos),1);
for i=1:length(Datos)
    Yi(i,1)=Datos(i,3)-media;
end

Zi=zeros(length(Datos),1);
for i=1:length(Datos)
    if i==1
        Zi(i,1)=Yi(1,1);
    else
        Zi(i,1)=Zi(i-1,1)+Yi(i,1);
    end
end

Ri=zeros(length(Datos),1);
for i=1:length(Datos)
    serie=zeros(i,1);
    for j=1:i
        serie(j,1)=Zi(j,1);
    end
    Ri(i,1)=max(serie)-min(serie);
end
```

Figura 712. Función R/S - Parte 3.

```
Si=zeros(length(Datos),1);
u=0;
for i=1:length(Datos)
    u=0;
    serie=zeros(i,1);
    for j=1:i
        serie(j,1)=Datos(j,3);
    end
    u=mean(serie);
    v=0;
    for j=1:i
        valor=(serie(j,1)-u)^2;
        v=v+valor;
    end
    Si(i,1)=sqrt((1/i)*v);
end

RS=zeros(length(Datos),1);
for i=1:length(Datos)
    RS(i,1)=Ri(i,1)/Si(i,1);
end
```

Figura 713. Función R/S - Parte 4.

```

MatResult=zeros(length(Datos),2);
MatResult(:,1)=RS;
if isempty(Var1)==1
    MatResult(:,2)=Datos(:,2);
end
if isempty(Var2)==1
    MatResult(:,2)=Datos(:,1);
end
end
    
```

Figura 714. Función R/S – Parte 5.

10.6 Análisis fractal bidimensional – Algoritmo MATLAB

<pre> A=imread('Sector35NO31.tif'); D=size(A); v1=D(1); v2=D(2); rf=min([v1 v2]); for i=1:rf R=i; NDH=v2-R+1; NDV=v1-R+1; DatosMasa=0; for j=1:NDH for k=1:NDV m(i+j+k-2,1)=Ext_Caja(A,R,k,j); Datos{R}.Masas=m; end end end </pre> <p>Figura 715. Análisis fractal bidimensional - Parte 1.</p>	<pre> for i=1:rf sum1=0; sum2=0; Values=unique(Datos{i}.Masas); N=length(Datos{i}.Masas); for j=1:length(Values) p=Values(j); Q(j,1)=sum(Datos{i}.Masas(:)==p)/N; end for k=1:length(Values) sum1=sum1+Q(k,1)*Values(k)^2; sum2=sum2+Q(k,1)*Values(k); end L(i,1)=sum1/(sum2^2); R(i,1)=i; clear Q; end Results=[L R/2]; LnResults=log(Results); [r,m,b]=regression(log(R/2),log(L),'one'); CD=r^2; lnR=log(R/2); lnL=log(L); </pre> <p>Figura 716. Análisis fractal bidimensional - Parte 2.</p>
--	--

```

function [Masa] = Ext_Caja(A,R,X,Y)

matrix=A(X:(X+R-1),Y:(Y+R-1));
MaxC=max(max(matrix));
MinC=min(min(matrix));
Hcaja=1;
u=ceil(MinC/Hcaja);
v=ceil(MaxC/Hcaja);
Masa=v-u+1;

end
    
```

Figura 717. Función de cálculo de masa de una caja.

10.7 Costos - Diseños

Tabla 62. Costos - Diseños - Parte 1.

Nombre	Diseño Óptimo	Diseño No Óptimo 1		Diseño No Óptimo 2	
	Costo (\$)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)
Two Loops	\$ 419,000	\$ 554,000	32.22	\$ 1,121,000	167.54
Two Reservoirs	\$ 3,707,557	\$ 3,940,867	6.29	\$ 4,457,618	20.23
Taichung	\$ 8,956,545	\$ 9,202,803	2.75	\$ 10,346,009	15.51
Hanoi	\$ 6,056,527	\$ 6,081,287	0.41	\$ 6,105,508	0.81
Blacksburg	\$ 72,415	\$ 100,649	38.99	\$ 334,883	362.45
New York Tunnels	\$ 173,627,815	\$ 198,948,232	14.58	\$ 219,558,348	26.45
BakRyan	\$ 3,282,357	\$ 3,425,321	4.36	\$ 4,073,686	24.11
Fossolo	\$ 27,158	\$ 39,629	45.92	\$ 56,108	106.60
R28	\$ 10,818,612	\$ 12,482,076	15.38	\$ 12,512,291	15.66
Pescara	\$ 3,285,236	\$ 3,642,614	10.88	\$ 4,565,466	38.97
Modena	\$ 2,757,306	\$ 3,478,765	26.17	\$ 4,073,372	47.73
Balerna	\$ 3,827,838	\$ 4,008,855	4.73	\$ 4,126,806	7.81
San Vicente	\$ 642,839,609	\$ 755,596,137	17.54	\$ 902,422,819	40.38
Cazucá	\$ 812,599,415	\$ 938,551,727	15.50	\$ 1,374,328,715	69.13
Elevada	\$ 2,338,853	\$ 2,579,033	10.27	\$ 3,926,029	67.86
Bolívar	\$ 649,939,784	\$ 750,458,448	15.47	\$ 884,274,515	36.05
La Cumbre	\$ 754,758,430	\$ 817,603,827	8.33	\$ 1,155,289,291	53.07
Candelaria	\$ 524,020,452	\$ 626,286,779	19.52	\$ 692,470,851	32.15
Bugalagrande	\$ 769,061,246	\$ 833,780,046	8.42	\$ 1,365,034,219	77.49
Carmen	\$ 1,207,394,858	\$ 1,322,030,749	9.49	\$ 2,677,577,405	121.76
Chinú	\$ 1,212,734,471	\$ 1,348,396,595	11.19	\$ 1,958,661,038	61.51
Sector 35	\$ 1,039,957,067	\$ 1,272,440,166	22.36	\$ 1,493,470,464	43.61
La Anea	\$ 1,147,645,919	\$ 1,393,422,129	21.42	\$ 1,499,354,316	30.65

Tabla 63. Costos - Diseños - Parte 2.

Nombre	Diseño Óptimo	Diseño No Óptimo 3		Diseño No Óptimo 4	
	Costo (\$)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)
Two Loops	\$ 419,000	\$ 1,365,000	225.78	\$ 1,623,000	287.35
Two Reservoirs	\$ 3,707,557	\$ 5,006,869	35.04	\$ 5,758,827	55.33
Taichung	\$ 8,956,545	\$ 10,461,082	16.80	\$ 14,256,268	59.17
Hanoi	\$ 6,056,527	\$ 6,385,380	5.43	\$ 7,369,402	21.68
Blacksburg	\$ 72,415	\$ 407,386	462.57	\$ 470,791	550.13
New York Tunnels	\$ 173,627,815	\$ 246,584,207	42.02	\$ 276,338,429	59.16
BakRyan	\$ 3,282,357	\$ 4,545,099	38.47	\$ 4,886,094	48.86
Fossolo	\$ 27,158	\$ 82,488	203.73	\$ 93,737	245.15
R28	\$ 10,818,612	\$ 13,389,723	23.77	\$ 23,108,179	113.60
Pescara	\$ 3,285,236	\$ 4,978,414	51.54	\$ 5,525,041	68.18
Modena	\$ 2,757,306	\$ 5,819,102	111.04	\$ 6,852,417	148.52
Balerna	\$ 3,827,838	\$ 4,201,584	9.76	\$ 4,316,870	12.78
San Vicente	\$ 642,839,609	\$ 1,364,188,212	112.21	\$ 1,455,934,746	126.48
Cazucá	\$ 812,599,415	\$ 1,818,944,819	123.84	\$ 2,445,993,437	201.01
Elevada	\$ 2,338,853	\$ 4,390,612	87.73	\$ 4,664,233	99.42
Bolívar	\$ 649,939,784	\$ 1,094,980,998	68.47	\$ 1,182,147,158	81.89
La Cumbre	\$ 754,758,430	\$ 1,184,915,508	56.99	\$ 1,263,727,600	67.43
Candelaria	\$ 524,020,452	\$ 1,061,984,619	102.66	\$ 1,091,035,672	108.20
Bugalagrande	\$ 769,061,246	\$ 1,467,243,385	90.78	\$ 1,514,573,452	96.94
Carmen	\$ 1,207,394,858	\$ 3,123,241,966	158.68	\$ 6,255,891,596	418.13
Chinú	\$ 1,212,734,471	\$ 2,421,014,871	99.63	\$ 2,635,056,644	117.28
Sector 35	\$ 1,039,957,067	\$ 1,656,956,167	59.33	\$ 1,748,318,640	68.11
La Anea	\$ 1,147,645,919	\$ 1,621,130,736	41.26	\$ 1,725,735,217	50.37

Tabla 64. Costos - Diseños - Parte 3.

Nombre	Diseño Óptimo	Diseño No Óptimo 5		Diseño No Óptimo 6	
	Costo (\$)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)	Costo (\$)	Sobrecosto (%)
Two Loops	\$ 419,000	\$ 1,702,000	306.21	\$ 1,818,000	333.89
Two Reservoirs	\$ 3,707,557	\$ 6,297,094	69.84	\$ 6,716,608	81.16
Taichung	\$ 8,956,545	\$ 17,803,786	98.78	\$ 21,458,622	139.59
Hanoi	\$ 6,056,527	\$ 9,146,091	51.01	\$ 10,216,764	68.69
Blacksburg	\$ 72,415	\$ 549,342	658.60	\$ 900,258	1143.19
New York Tunnels	\$ 173,627,815	\$ 297,710,870	71.46	\$ 311,685,124	79.51
BakRyan	\$ 3,282,357	\$ 5,487,043	67.17	\$ 6,100,737	85.86
Fossolo	\$ 27,158	\$ 107,761	296.79	\$ 120,308	342.99
R28	\$ 10,818,612	\$ 37,483,580	246.47	\$ 60,763,779	461.66
Pescara	\$ 3,285,236	\$ 6,081,059	85.10	\$ 6,885,978	109.60
Modena	\$ 2,757,306	\$ 8,343,334	202.59	\$ 9,702,193	251.87
Balerna	\$ 3,827,838	\$ 4,470,693	16.79	\$ 4,658,756	21.71
San Vicente	\$ 642,839,609	\$ 2,021,760,317	214.50	\$ 4,018,836,648	525.17
Cazucá	\$ 812,599,415	\$ 3,753,792,615	361.95	\$ 4,835,110,724	495.02
Elevada	\$ 2,338,853	\$ 5,003,627	113.94	\$ 7,808,732	233.87
Bolívar	\$ 649,939,784	\$ 1,314,564,928	102.26	\$ 1,870,164,109	187.74
La Cumbre	\$ 754,758,430	\$ 1,633,497,998	116.43	\$ 2,945,793,985	290.30
Candelaria	\$ 524,020,452	\$ 1,105,234,523	110.91	\$ 1,182,221,059	125.61
Bugalagrande	\$ 769,061,246	\$ 1,602,950,448	108.43	\$ 3,347,277,066	335.24
Carmen	\$ 1,207,394,858	\$ 8,809,063,274	629.59	\$ 12,862,736,066	965.33
Chinú	\$ 1,212,734,471	\$ 2,696,105,097	122.32	\$ 2,733,351,157	125.39
Sector 35	\$ 1,039,957,067	\$ 10,950,352,458	952.96	\$ 21,824,130,261	1998.56
La Anea	\$ 1,147,645,919	\$ 9,576,018,074	734.41	\$ 18,801,818,046	1538.29

10.8 Conteo de diámetros – Algoritmo MATLAB

```

%% Conteo de diámetros

NumTuberias=xlsread('TwoLoops.xlsx',1,'W3');
V=xlsread('TwoLoops.xlsx',1, strcat('Q2:Q', num2str(1+NumTuberias)));
D=unique(V);
R=zeros(1,length(D));

for i=1:length(D)
    v1=D(i);
    sum=0;
    for j=1:length(V)
        v2=V(j);
        if v2==v1
            sum=sum+1;
        end
    end
    R(i)=sum;
end
clear sum v1 v2 i j

Porcentajes=R*100/NumTuberias;
    
```

Figura 718. Conteo de diámetros.

10.9 Diámetros - Diseños

Tabla 65. Diámetros de diseño - Red Two Loops.

Two Loops	Óptimo	Diámetro (in)	1	4	10	16	18		
		Cantidad	1	1	3	2	1		
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	37.50	25.00	12.50		
	No Óptimo 1	Diámetro (in)	3	4	8	10	16	18	
		Cantidad	1	1	1	1	1	3	
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	37.50	
	No Óptimo 2	Diámetro (in)	3	8	12	14	18	20	24
		Cantidad	1	1	1	1	2	1	1
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	12.50	12.50	25.00	12.50	12.50
	No Óptimo 3	Diámetro (in)	8	10	14	20	22	24	
		Cantidad	1	1	2	2	1	1	
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	25.00	25.00	12.50	12.50	
	No Óptimo 4	Diámetro (in)	4	10	18	20	22	24	
		Cantidad	1	1	2	1	2	1	
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	25.00	12.50	25.00	12.50	
	No Óptimo 5	Diámetro (in)	1	3	10	16	20	22	24
		Cantidad	1	1	1	1	1	1	2
		Porcentaje (%)	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	25.00
	No Óptimo 6	Diámetro (in)	8	10	20	22	24		
		Cantidad	2	1	2	1	2		
		Porcentaje (%)	25.00	12.50	25.00	12.50	25.00		

Tabla 66. Diámetros de diseño - Red Two Reservoirs.

Two Reservoirs	Óptimo	Diámetro (mm)	152	254	509				
		Cantidad	13	3	1				
		Porcentaje (%)	76.47	17.65	5.88				
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	152	203	254	305	458		
		Cantidad	12	1	2	1	1		
		Porcentaje (%)	70.59	5.88	11.76	5.88	5.88		
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	152	254	509				
		Cantidad	8	8	1				
		Porcentaje (%)	47.06	47.06	5.88				
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	152	254	458	509			
		Cantidad	4	11	1	1			
		Porcentaje (%)	23.53	64.71	5.88	5.88			
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	152	254	356	407	458		
		Cantidad	3	9	1	3	1		
		Porcentaje (%)	17.65	52.94	5.88	17.65	5.88		
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	152	203	254	305	356	407	458
		Cantidad	2	1	4	2	4	1	2
		Porcentaje (%)	11.76	5.88	23.53	11.76	23.53	5.88	11.76
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	152	203	254	305	356	407	458
		Cantidad	2	2	3	3	1	2	3
		Porcentaje (%)	11.76	11.76	17.65	17.65	5.88	11.76	17.65

Tabla 67. Diámetros de diseño - Red Taichung.

Taichung	Óptimo	Diámetro (mm)	100	150	200	250	300	350	400				
		Cantidad	17	5	1	3	3	1	1				
		Porcentaje (%)	54.84	16.13	3.23	9.68	9.68	3.23	3.23				
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	100	150	200	250	300	350	400				
		Cantidad	16	4	3	3	3	1	1				
		Porcentaje (%)	51.61	12.90	9.68	9.68	9.68	3.23	3.23				
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	100	200	450	500							
		Cantidad	11	17	2	1							
		Porcentaje (%)	35.48	54.84	6.45	3.23							
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	100	150	200	450	500						
		Cantidad	11	1	16	1	2						
		Porcentaje (%)	35.48	3.23	51.61	3.23	6.45						
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	100	150	200	250	300	400	500	600	800		
		Cantidad	9	1	13	1	2	2	1	1	1		
		Porcentaje (%)	29.03	3.23	41.94	3.23	6.45	6.45	3.23	3.23	3.23		
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	100	150	200	250	350	450	500	600	700	900	
		Cantidad	10	6	3	3	3	1	1	1	1	2	
		Porcentaje (%)	32.26	19.35	9.68	9.68	9.68	3.23	3.23	3.23	3.23	6.45	
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	100	150	200	250	300	400	600	800	900		
		Cantidad	12	3	1	3	1	1	7	1	2		
		Porcentaje (%)	38.71	9.68	3.23	9.68	3.23	3.23	22.58	3.23	6.45		

Tabla 68. Diámetros de diseño - Red Hanoi.

Hanoi	Óptimo	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	7	5	5	3	3	11		
		Porcentaje (%)	20.59	14.71	14.71	8.82	8.82	32.35		
	No Óptimo 1	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	7	5	4	4	3	11		
		Porcentaje (%)	20.59	14.71	11.76	11.76	8.82	32.35		
	No Óptimo 2	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	7	4	6	3	3	11		
		Porcentaje (%)	20.59	11.76	17.65	8.82	8.82	32.35		
	No Óptimo 3	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	7	4	4	5	2	12		
		Porcentaje (%)	20.59	11.76	11.76	14.71	5.88	35.29		
	No Óptimo 4	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	5	1	3	4	8	13		
		Porcentaje (%)	14.71	2.94	8.82	11.76	23.53	38.24		
	No Óptimo 5	Diámetro (in)	12	16	20	24	30	40		
		Cantidad	1	1	3	1	5	23		
		Porcentaje (%)	2.94	2.94	8.82	2.94	14.71	67.65		
	No Óptimo 6	Diámetro (in)	12	20	30	40				
		Cantidad	1	1	3	29				
		Porcentaje (%)	2.94	2.94	8.82	85.29				

Tabla 69. Diámetros de diseño - Red Blacksburg.

Blacksburg	Óptimo	Diámetro (mm)	25.4	50.8	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0											
		Cantidad	6	9	8	1	5	5	1											
		Porcentaje (%)	17.14	25.71	22.86	2.86	14.29	14.29	2.86											
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	25.4	50.8	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	355.6										
		Cantidad	7	1	17	2	4	2	1	1										
		Porcentaje (%)	20.00	2.86	48.57	5.71	11.43	5.71	2.86	2.86										
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	25.4	50.8	76.2	101.6	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	508.0	558.8	609.6						
		Cantidad	2	2	13	4	2	1	2	4	2	1	1	1						
		Porcentaje (%)	5.71	5.71	37.14	11.43	5.71	2.86	5.71	11.43	5.71	2.86	2.86	2.86						
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	50.8	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	508.0	558.8							
		Cantidad	5	7	3	4	3	2	2	2	3	3	1							
		Porcentaje (%)	14.29	20.00	8.57	11.43	8.57	5.71	5.71	5.71	8.57	8.57	2.86							
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	25.4	76.2	101.6	152.4	203.2	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	558.8							
		Cantidad	2	7	5	1	2	7	1	2	3	4	1							
		Porcentaje (%)	5.71	20.00	14.29	2.86	5.71	20.00	2.86	5.71	8.57	11.43	2.86							
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	50.8	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	558.8	609.6					
		Cantidad	3	6	2	4	3	2	1	3	3	4	1	2	1					
		Porcentaje (%)	8.57	17.14	5.71	11.43	8.57	5.71	2.86	8.57	8.57	11.43	2.86	5.71	2.86					
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	25.4	50.8	76.2	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	558.8	609.6					
		Cantidad	1	2	1	3	1	2	3	3	3	5	2	6	3					
		Porcentaje (%)	2.86	5.71	2.86	8.57	2.86	5.71	8.57	8.57	8.57	14.29	5.71	17.14	8.57					

Tabla 70. Diámetros de diseño - Red New York Tunnels.

New York Tunnels	Óptimo	Diámetro (in)	36	48	60	72	84	96	144	156	168									
		Cantidad	4	7	7	11	5	3	1	3	1									
		Porcentaje (%)	9.52	16.67	16.67	26.19	11.90	7.14	2.38	7.14	2.38									
	No Óptimo 1	Diámetro (in)	36	48	60	84	96	120	132	144	156	168	180	204						
		Cantidad	8	1	15	2	4	3	2	2	1	1	2	1						
		Porcentaje (%)	19.05	2.38	35.71	4.76	9.52	7.14	4.76	4.76	2.38	2.38	4.76	2.38						
	No Óptimo 2	Diámetro (in)	36	60	84	96	108	120	132	144	156	168	180	204						
		Cantidad	11	12	3	3	2	1	3	1	1	1	2	2						
		Porcentaje (%)	26.19	28.57	7.14	7.14	4.76	2.38	7.14	2.38	2.38	2.38	4.76	4.76						
	No Óptimo 3	Diámetro (in)	36	60	72	84	96	108	132	144	156	168	180	192	204					
		Cantidad	9	10	1	1	2	5	2	2	2	3	2	2	1					
		Porcentaje (%)	21.43	23.81	2.38	2.38	4.76	11.90	4.76	4.76	4.76	7.14	4.76	4.76	2.38					
	No Óptimo 4	Diámetro (in)	36	48	60	72	84	96	120	132	144	156	168	192	204					
		Cantidad	9	1	8	3	1	2	1	2	2	2	2	3	6					
		Porcentaje (%)	21.43	2.38	19.05	7.14	2.38	4.76	2.38	4.76	4.76	4.76	4.76	7.14	14.29					
	No Óptimo 5	Diámetro (in)	36	48	60	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192					
		Cantidad	1	3	4	7	5	2	3	3	3	3	4	1	3					
		Porcentaje (%)	2.38	7.14	9.52	16.67	11.90	4.76	7.14	7.14	7.14	7.14	9.52	2.38	7.14					
	No Óptimo 6	Diámetro (in)	36	48	60	72	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204				
		Cantidad	1	3	5	3	3	3	5	1	2	3	3	7	2	1				
		Porcentaje (%)	2.38	7.14	11.90	7.14	7.14	7.14	11.90	2.38	4.76	7.14	7.14	16.67	4.76	2.38				

Tabla 71. Diámetros de diseño - Red BakRyan.

BakRyan	Óptimo	Diámetro (mm)	300	400	450	500	600	700	900										
		Cantidad	44	2	1	2	5	1	3										
		Porcentaje (%)	75.86	3.45	1.72	3.45	8.62	1.72	5.17										
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	300	400	500	600	700	800	900	1000									
		Cantidad	33	17	1	1	1	3	1	1									
		Porcentaje (%)	56.90	29.31	1.72	1.72	1.72	5.17	1.72	1.72									
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000							
		Cantidad	19	1	18	1	5	2	3	3	3	3							
		Porcentaje (%)	32.76	1.72	31.03	1.72	8.62	3.45	5.17	5.17	5.17	5.17							
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1100						
		Cantidad	17	2	16	1	4	2	3	3	3	5	2						
		Porcentaje (%)	29.31	3.45	27.59	1.72	6.90	3.45	5.17	5.17	5.17	8.62	3.45						
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	300	350	400	500	600	700	800	900	1000	1100							
		Cantidad	17	2	13	3	1	5	6	3	4	4							
		Porcentaje (%)	29.31	3.45	22.41	5.17	1.72	8.62	10.34	5.17	6.90	6.90							
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1100						
		Cantidad	3	5	6	4	7	9	2	6	10	4	2						
		Porcentaje (%)	5.17	8.62	10.34	6.90	12.07	15.52	3.45	10.34	17.24	6.90	3.45						
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1100						
		Cantidad	2	6	3	6	6	5	6	5	10	7	2						
		Porcentaje (%)	3.45	10.34	5.17	10.34	10.34	8.62	10.34	8.62	17.24	12.07	3.45						

Tabla 75. Diámetros de diseño - Red Modena.

Modena	Óptimo	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500			
		Cantidad	220	24	23	16	8	5	4	9	1	7			
		Porcentaje (%)	69.40	7.57	7.26	5.05	2.52	1.58	1.26	2.84	0.32	2.21			
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	112	10	165	8	1	3	3	3	2	4	1	4	1
		Porcentaje (%)	35.33	3.15	52.05	2.52	0.32	0.95	0.95	0.95	0.63	1.26	0.32	1.26	0.32
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	108	17	142	3	5	6	5	9	3	8	3	6	2
		Porcentaje (%)	34.07	5.36	44.79	0.95	1.58	1.89	1.58	2.84	0.95	2.52	0.95	1.89	0.63
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	92	20	95	11	17	12	7	15	10	12	10	6	10
		Porcentaje (%)	29.02	6.31	29.97	3.47	5.36	3.79	2.21	4.73	3.15	3.79	3.15	1.89	3.15
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	83	16	94	7	18	11	10	16	10	17	9	19	7
		Porcentaje (%)	26.18	5.05	29.65	2.21	5.68	3.47	3.15	5.05	3.15	5.36	2.84	5.99	2.21
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	32	36	52	16	18	28	17	29	23	22	23	15	6
		Porcentaje (%)	10.09	11.36	16.40	5.05	5.68	8.83	5.36	9.15	7.26	6.94	7.26	4.73	1.89
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600	700	800
		Cantidad	4	28	34	29	25	31	25	28	21	23	26	24	19
		Porcentaje (%)	1.26	8.83	10.73	9.15	7.89	9.78	7.89	8.83	6.62	7.26	8.20	7.57	5.99

Tabla 76. Diámetros de diseño - Red Balerna.

Balerna	Óptimo	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	262	14	26	21	26	25	27	18	17	18
		Porcentaje (%)	57.71	3.08	5.73	4.63	5.73	5.51	5.95	3.96	3.74	3.96
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	227	19	27	25	26	39	25	32	22	12
		Porcentaje (%)	50.00	4.19	5.95	5.51	5.73	8.59	5.51	7.05	4.85	2.64
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	251	24	18	22	25	24	33	17	20	20
		Porcentaje (%)	55.29	5.29	3.96	4.85	5.51	5.29	7.27	3.74	4.41	4.41
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	239	36	18	24	22	25	32	17	19	22
		Porcentaje (%)	52.64	7.93	3.96	5.29	4.85	5.51	7.05	3.74	4.19	4.85
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	222	53	18	24	22	24	33	16	17	25
		Porcentaje (%)	48.90	11.67	3.96	5.29	4.85	5.29	7.27	3.52	3.74	5.51
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	212	25	23	35	16	29	29	32	43	10
		Porcentaje (%)	46.70	5.51	5.07	7.71	3.52	6.39	6.39	7.05	9.47	2.20
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	113.0	126.6	144.6	162.8	180.8	226.2	285.0	361.8	452.2	581.8
		Cantidad	189	40	24	34	18	29	31	32	43	14
		Porcentaje (%)	41.63	8.81	5.29	7.49	3.96	6.39	6.83	7.05	9.47	3.08

Tabla 77. Diámetros de diseño - Red San Vicente.

San Vicente	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2	152.4	304.8										
		Cantidad	69	1	1										
		Porcentaje (%)	97.18	1.41	1.41										
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	304.8	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4		
		Cantidad	50	1	2	1	3	3	5	1	2	2	1		
		Porcentaje (%)	70.42	1.41	2.82	1.41	4.23	4.23	7.04	1.41	2.82	2.82	1.41		
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4
		Cantidad	3	10	4	9	8	8	4	3	3	7	5	4	3
		Porcentaje (%)	4.23	14.08	5.63	12.68	11.27	11.27	5.63	4.23	4.23	9.86	7.04	5.63	4.23
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4	
		Cantidad	6	4	10	5	2	5	10	4	8	3	9	5	
		Porcentaje (%)	8.45	5.63	14.08	7.04	2.82	7.04	14.08	5.63	11.27	4.23	12.68	7.04	
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4
		Cantidad	3	2	6	7	2	9	7	9	4	5	9	6	2
		Porcentaje (%)	4.23	2.82	8.45	9.86	2.82	12.68	9.86	12.68	5.63	7.04	12.68	8.45	2.82
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4	
		Cantidad	10	3	5	6	8	6	3	5	8	7	7	3	
		Porcentaje (%)	14.08	4.23	7.04	8.45	11.27	8.45	4.23	7.04	11.27	9.86	9.86	4.23	
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0	914.4
		Cantidad	4	4	5	4	7	8	6	4	6	7	5	7	4
		Porcentaje (%)	5.63	5.63	7.04	5.63	9.86	11.27	8.45	5.63	8.45	9.86	7.04	9.86	5.63

Tabla 78. Diámetros de diseño - Red Cazucá.

Cazucá	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8												
		Cantidad	92	12	20	4	13	9												
		Porcentaje (%)	61.33	8.00	13.33	2.67	8.67	6.00												
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4										
		Cantidad	90	12	22	4	4	11	4	3										
		Porcentaje (%)	60.00	8.00	14.67	2.67	2.67	7.33	2.67	2.00										
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2									
		Cantidad	77	9	22	7	5	15	4	7	4									
		Porcentaje (%)	51.33	6.00	14.67	4.67	3.33	10.00	2.67	4.67	2.67									
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	508	762	914.4							
		Cantidad	84	12	22	4	5	6	4	2	5	2	4							
		Porcentaje (%)	56.00	8.00	14.67	2.67	3.33	4.00	2.67	1.33	3.33	1.33	2.67							
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	508	762	914.4							
		Cantidad	66	16	23	5	9	7	8	4	5	2	5							
		Porcentaje (%)	44.00	10.67	15.33	3.33	6.00	4.67	5.33	2.67	3.33	1.33	3.33							
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508	762	914.4						
		Cantidad	46	22	22	7	13	7	8	5	1	8	3	8						
		Porcentaje (%)	30.67	14.67	14.67	4.67	8.67	4.67	5.33	3.33	0.67	5.33	2.00	5.33						
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508	609.6	762	914.4					
		Cantidad	23	31	24	9	13	8	9	5	2	10	1	4	11					
		Porcentaje (%)	15.33	20.67	16.00	6.00	8.67	5.33	6.00	3.33	1.33	6.67	0.67	2.67	7.33					

Tabla 79. Diámetros de diseño - Red Elevada.

Elevada	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2																	
		Cantidad	263																	
		Porcentaje (%)	100.00																	
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	250	13																
		Porcentaje (%)	95.06	4.94																
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	153	110																
		Porcentaje (%)	58.17	41.83																
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	156	107																
		Porcentaje (%)	59.32	40.68																
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	154	109																
		Porcentaje (%)	58.56	41.44																
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	135	128																
		Porcentaje (%)	51.33	48.67																
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	508.0	609.6	762.0							
		Cantidad	124	2	122	2	2	3	2	1	1	1	3							
		Porcentaje (%)	47.15	0.76	46.39	0.76	0.76	1.14	0.76	0.38	0.38	0.38	0.38							

Tabla 80. Diámetros de diseño - Red Bolívar.

Bolívar	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2																	
		Cantidad	333																	
		Porcentaje (%)	100.00																	
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	308	25																
		Porcentaje (%)	92.49	7.51																
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	233	100																
		Porcentaje (%)	69.97	30.03																
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	186	147																
		Porcentaje (%)	55.86	44.14																
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	152.4																
		Cantidad	176	157																
		Porcentaje (%)	52.85	47.15																
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	152.4	304.8	406.4														
		Cantidad	180	149	3	1														
		Porcentaje (%)	54.05	44.74	0.90	0.30														
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	355.6	508.0	762.0	914.4									
		Cantidad	168	2	155	1	2	1	1	1	2									
		Porcentaje (%)	50.45	0.60	46.55	0.30	0.60	0.30	0.30	0.30	0.30	0.60								

Tabla 81. Diámetros de diseño - Red La Cumbre.

La Cumbre	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2													
		Cantidad	334	32	9	3													
		Porcentaje (%)	88.36	8.47	2.38	0.79													
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8											
		Cantidad	331	31	12	1	2	1											
		Porcentaje (%)	87.57	8.20	3.17	0.26	0.53	0.26											
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	355.6											
		Cantidad	206	13	152	5	1	1											
		Porcentaje (%)	54.50	3.44	40.21	1.32	0.26	0.26											
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	152.4	254.0	355.6													
		Cantidad	207	169	1	1													
		Porcentaje (%)	54.76	44.71	0.26	0.26													
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	152.4	254.0	355.6													
		Cantidad	205	171	1	1													
		Porcentaje (%)	54.23	45.24	0.26	0.26													
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	457.2	508.0	762.0	914.4						
		Cantidad	306	38	15	1	5	1	4	1	2	2	3						
		Porcentaje (%)	80.95	10.05	3.97	0.26	1.32	0.26	1.06	0.26	0.53	0.53	0.79						
No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	914.4						
	Cantidad	163	4	187	1	3	4	2	3	1	3	1	6						
	Porcentaje (%)	43.12	1.06	49.47	0.26	0.79	1.06	0.53	0.79	0.26	0.79	0.26	1.59						

Tabla 82. Diámetros de diseño - Red Candelaria.

Candelaria	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0												
		Cantidad	553	8	4	1	1												
		Porcentaje (%)	97.53	1.41	0.71	0.18	0.18												
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0												
		Cantidad	508	5	52	1	1												
		Porcentaje (%)	89.59	0.88	9.17	0.18	0.18												
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0												
		Cantidad	474	4	87	1	1												
		Porcentaje (%)	83.60	0.71	15.34	0.18	0.18												
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4														
		Cantidad	314	1	252														
		Porcentaje (%)	55.38	0.18	44.44														
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	314	253															
		Porcentaje (%)	55.38	44.62															
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	296	271															
		Porcentaje (%)	52.20	47.80															
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	280	287															
		Porcentaje (%)	49.38	50.62															

Tabla 83. Diámetros de diseño - Red Bugalagrande.

Bugalagrande	Óptimo	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2													
		Cantidad	626	16	11	2													
		Porcentaje (%)	95.57	2.44	1.68	0.31													
	No Óptimo 1	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	406.4													
		Cantidad	575	62	17	1													
		Porcentaje (%)	87.79	9.47	2.60	0.15													
	No Óptimo 2	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	508.0										
		Cantidad	365	1	284	2	1	1	1										
		Porcentaje (%)	55.73	0.15	43.36	0.31	0.15	0.15	0.15										
	No Óptimo 3	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	359	296															
		Porcentaje (%)	54.81	45.19															
	No Óptimo 4	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	351	304															
		Porcentaje (%)	53.59	46.41															
	No Óptimo 5	Diámetro (mm)	76.2	152.4															
		Cantidad	344	311															
		Porcentaje (%)	52.52	47.48															
	No Óptimo 6	Diámetro (mm)	76.2	101.6	152.4	203.2	254.0	304.8	355.6	406.4	457.2	508.0	609.6	762.0					
		Cantidad	306	5	295	8	6	3	5	4	4	6	9	4					
		Porcentaje (%)	46.72	0.76	45.04	1.22	0.92	0.46	0.76	0.61	0.61	0.92	1.37	0.61					

