

Universidad de los Andes
Facultad De Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental



Proyecto de grado de Ingeniería Ambiental

Diseño y construcción de un modelo para estudiar el comportamiento de resaltos hidráulicos en tuberías parcialmente llenas de sección circular, con números de Froude supercríticos menores a 4

Preparado por:
Ing. Laura Elizabeth Montaña Luna

Asesor:
Ing. Juan Saldarriaga

Informe Final Proyecto de grado

Bogotá, Enero 2012

Tabla de contenido

Índice de Tablas	II
Índice de Ilustraciones	III
Índice de Ecuaciones.....	V
1. Introducción.....	1
2. Antecedentes.....	4
3. Marco Teórico.....	35
3.1. Resaltos Hidráulicos.....	35
3.1.1. Definición	35
3.1.2. Tipos de Resaltos Hidráulicos.....	37
3.1.3. Cálculo de profundidades subsecuentes en el Resalto Hidráulico	38
4. Diseño del modelo.....	44
4.1. Ubicación.....	44
4.2. Condiciones Iniciales.....	44
4.3. Elección Tubería	45
4.3.1. Tubería en acrílico de 400mm	45
4.3.2. Selección diámetro de la tubería.....	48
4.3.3. Tubería con diámetro de 250 mm	49
5. Pruebas de verificación de los parámetros hidráulicos de la tubería	51
5.1. Comprobación de Diseño.....	51
5.2. Análisis caudales máximos para diferentes pendientes.....	53
5.3. Análisis del valor máximo del Número de Froude.....	54
6. Costos del Proyecto	59
7. Construcción y Resultados.....	60
8. Conclusiones y Recomendaciones	68
9. Agradecimientos.....	69
10. Glosario.....	70
11. Bibliografía.....	71
12. Anexos.....	72
12.1 Macro realizada en VBA.....	73

Índice de Tablas

Tabla 1. Valores de k' dependiendo de la relación de llenado (Silvester, 1964).	11
Tabla 2. Resultados de números de Froude para diferentes relaciones de llenado cuando $d_2 = D$ (SMITH & CHEN, 1989).....	21
Tabla 3. Coeficientes para tuberías circulares horizontales (FHWA, 2006).	34
Tabla 4. Tipos de Resaltos Hidráulicos en fondos sin pendiente (Gonzales Rodríguez, 1992).....	37
Tabla 5. Medidas del canal.....	45
Tabla 6. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 50 %.	51
Tabla 7. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 85 %.	52
Tabla 8. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 92.9 %.	52
Tabla 9. Costos del proyecto.	59

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1. Montaje realizado por Kindsvater y Lane (Kindsvater, 1938).....	4
Ilustración 2. Alturas medidas con caudal variable (Kindsvater, 1938).	5
Ilustración 3. Montaje de Kalinske y Robertson (Robertson & Kalinske, 1943).....	6
Ilustración 4. Valores críticos experimentales del Número Froude para diferentes relaciones de llenado (Robertson & Kalinske, 1943).....	7
Ilustración 5. Datos típicos de profundidades y presiones en un Resalto Hidráulico (Robertson & Kalinske, 1943).....	8
Ilustración 6. Curvas Analíticas para d_2/d_1 y F_1 (Silvester, 1964).	12
Ilustración 7. Variación diferencia de alturas del resalto vs Longitud (Silvester, 1964).13	
Ilustración 8. Análisis de Froude vs y_2/y_1 (Rajaratnam, 1965).	15
Ilustración 9. Diagrama de fuerzas en un Resalto Hidráulico (SMITH & CHEN, 1989).17	
Ilustración 10. Curvas teóricas para tuberías cuadradas horizontales (SMITH & CHEN, 1989).....	20
Ilustración 11. Profundidad subsecuente según el número de Froude (Stahl & Hager, 1999).....	24
Ilustración 12. Vista lateral de diferentes resaltos hidráulicos (Stahl & Hager, 1999). .	25
Ilustración 13. Vista en perfil de los diferentes tipos de Resalto Hidráulico (Stahl & Hager, 1999).....	26
Ilustración 14. Tipos de resaltos hidráulicos generados en los experimentos realizados por Hager y Gargano (Gargano & Hager, 2002).....	28
Ilustración 15. Comparación sumergencia del resalto vs sumersión de la compuerta (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).....	30
Ilustración 16. Cálculo de la longitud del Resalto Hidráulico. (FHWA, 2006).	32
Ilustración 17. Determinación de la longitud del resalto para profundidades subsecuentes menores al diámetro (FHWA, 2006).	34
Ilustración 18. Resalto Hidráulico (Akan, 2006).....	35
Ilustración 19. Profundidad subsecuente menor al diámetro de la tubería. (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).....	35
Ilustración 20. Profundidad subsecuente mayor al diámetro de la tubería. (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).....	36
Ilustración 21. Tipos de Resaltos Hidráulicos (Gonzales Rodríguez, 1992).....	38
Ilustración 22. Diagrama de Momentum en canales circulares (Akan, 2006).	40
Ilustración 23. Canal donde su ubicará el montaje.....	44
Ilustración 24. Soportes de madera para cambiar la pendiente de la tubería.	45
Ilustración 25. Medidas tubería de 400 mm y canal.	46
Ilustración 26. Maqueta con una tubería de 400 mm.	47
Ilustración 27. Relación del diámetro vs caudal.	49
Ilustración 28. Maqueta con un diámetro de 250 mm.....	50

Ilustración 29. Variación del número de Froude respecto a la relación de llenado para diferentes pendientes.	53
Ilustración 30. Variación del caudal respecto a la relación de llenado.	55
Ilustración 31. Variación del número de Froude para diversos caudales.	56
Ilustración 32. Variación del número de Froude para diferentes relaciones de llenado.	57
Ilustración 33. Comparación número de Froude respecto a diferentes relaciones de llenado.	58
Ilustración 34. Canal antes y después.	60
Ilustración 35. Compuerta pintada y con el neumático.	60
Ilustración 36. Fijación del soporte por medio de las chumaceras.	61
Ilustración 37. Vista aguas abajo del soporte.	61
Ilustración 38. Vista aguas arriba del soporte.	62
Ilustración 39. Vista aguas arriba de la tubería.	63
Ilustración 40. Vista aguas abajo de la tubería.	63
Ilustración 41. Vista dentro de la tubería.	64
Ilustración 42. Vista de la compuerta con el neumático.	64
Ilustración 43. Vista de la compuerta en el montaje.	65
Ilustración 44. Vista perfil de la compuerta.	65
Ilustración 45. Vista montaje con agua.	66
Ilustración 46. Vista flujo cuasicrítico en la tubería.	66
Ilustración 47. Vista montaje aguas abajo de la tubería.	67

Índice de Ecuaciones

Ecuación 1. Ecuación para hallar la ecuación de fuerza del resalto (Silvester, 1964). ..	9
Ecuación 2. Ecuación para hallar la fuerza del resalto (Silvester, 1964).....	9
Ecuación 3. Número de Froude.....	9
Ecuación 4. Proceso para encontrar profundidades subsecuentes.	10
Ecuación 5. Proceso para hallar profundidades subsecuentes.	10
Ecuación 6. Ecuación 5 reorganizada.	10
Ecuación 7. Relación Número de Froude (Silvester, 1964).....	10
Ecuación 8. Número de Froude aguas abajo del resalto.....	10
Ecuación 9. Proceso para encontrar las profundidades subsecuentes en cualquier forma de canal.	10
Ecuación 10. Profundidades subsecuentes para cualquier tipo de canal (Silvester, 1964).	11
Ecuación 11. Valor de la proporción entre la profundidad de llenado y el centro de gravedad para tuberías parcialmente llenas (Silvester, 1964).	11
Ecuación 12. Profundidades subsecuentes para tuberías parcialmente llenas (Silvester, 1964).....	11
Ecuación 13. Valor de la proporción entre la profundidad de llenado y el centro de gravedad para tuberías llenas (Silvester, 1964).	12
Ecuación 14. Profundidades subsecuentes para tuberías llenas (Silvester, 1964).....	12
Ecuación 15. Longitud de un resalto hidráulico para cualquier tipo de sección (Silvester, 1964).....	13
Ecuación 16. Cálculo del Momentum en Resaltos Hidráulicos (Rajaratnam, 1965). ...	14
Ecuación 17. Conservación del Momentum (Rajaratnam, 1965).	14
Ecuación 18. Conservación del Momentum (Rajaratnam, 1965).	14
Ecuación 19. Ecuación del número de Froude según Rajaratnam (Rajaratnam, 1965).14	
Ecuación 20. Aproximación número de Froude (French, 2007).	15
Ecuación 21. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude menores a 1.7 (French, 2007).	16
Ecuación 22. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude mayores a 1.7 (French, 2007).	16
Ecuación 23. Ecuación del Momentum aplicada en resaltos Hidráulicos (SMITH & CHEN, 1989).....	16
Ecuación 24. Corrección de la ecuación del Momentum para Resaltos Hidráulicos (SMITH & CHEN, 1989).	17
Ecuación 25. Profundidad de sección aguas arriba del resalto (SMITH & CHEN, 1989).18	
Ecuación 26. Ecuación aguas abajo del resalto (SMITH & CHEN, 1989).....	18
Ecuación 27. Número de Froude (SMITH & CHEN, 1989).....	18
Ecuación 28. Profundidad subsecuente aguas abajo del resalto hidráulico.....	18

Ecuación 29. Reemplazo trigonométrico.	18
Ecuación 30. Profundidad aguas abajo del resalto.	19
Ecuación 31. Dimensiones de la altura del resalto (SMITH & CHEN, 1989).....	19
Ecuación 32. Dimensiones del Resalto Hidráulico en canales cuadrados.	19
Ecuación 33. Dimensiones del Resalto Hidráulico en canales cuadrados reorganizada (SMITH & CHEN, 1989).....	19
Ecuación 34. Ecuación básica para tuberías cuadradas horizontales (SMITH & CHEN, 1989).....	20
Ecuación 35. Número de Froude cuando $d_2 = D$ (SMITH & CHEN, 1989).....	21
Ecuación 36. Dimensión del Resalto hidráulico en tuberías cuadradas horizontales con d_1/D constante (SMITH & CHEN, 1989).	21
Ecuación 37. Aproximación del área (Stahl & Hager, 1999).	22
Ecuación 38. Aproximación Presión (Stahl & Hager, 1999).	22
Ecuación 39. Ecuación del Momentum (Stahl & Hager, 1999).....	22
Ecuación 40. Aproximación del Número de Froude (Hager, 1990).	22
Ecuación 41. Proceso para encontrar la profundidad subsecuente del resalto hidráulico.	23
Ecuación 42. Relación entre las relaciones de llenado aguas arriba y aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).	23
Ecuación 43. Proceso para encontrar la profundidad subsecuente en un resalto hidráulico.	23
Ecuación 44. Profundidad subsecuente en el resalto hidráulico (Stahl & Hager, 1999).23	23
Ecuación 45. Profundidad subsecuente con números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).....	23
Ecuación 46. Profundidad subsecuente para números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).....	24
Ecuación 47. Relación entre la longitud de recirculación y la profundidad aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).	27
Ecuación 48. Determinación de la longitud de recirculación a partir del número de Froude.	27
Ecuación 49. Relación entre la longitud de aireación y la profundidad aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).	27
Ecuación 50. Determinación de la longitud de aireación a partir del número de Froude (Stahl & Hager, 1999).	27
Ecuación 51. Estimación para resaltos Ondulares Tipo C y D (Gargano & Hager, 2002).	28
Ecuación 52. Sumersión en la compuerta (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).	29
Ecuación 53. Sumersión (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).....	29
Ecuación 54. Cálculo Momentum Específico en Canales Rectangulares (Akan, 2006).30	30
Ecuación 55. Procedimiento cálculo altura subsecuente de los resaltos hidráulicos en canales rectangulares (Akan, 2006).	30

Ecuación 56. Caudal por unidad de ancho.....	31
Ecuación 57. Procedimiento cálculo profundidades subsecuentes.....	31
Ecuación 58. Conservación de la masa.	31
Ecuación 59. Cálculo velocidad aguas abajo a partir de los parámetros aguas arriba.	31
Ecuación 60. Cálculo profundidades subsecuentes en canales rectangulares.....	32
Ecuación 61. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes menores al diámetro (FHWA, 2006).....	33
Ecuación 62. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes mayores al diámetro (FHWA, 2006).....	33
Ecuación 63. Determinación longitud del resalto cuando la profundidad aguas abajo es mayor al diámetro (FHWA, 2006).....	34
Ecuación 64. Conservación del Momentum Específico.....	38
Ecuación 65. Profundidad subsecuente en el resalto hidráulico (Stahl & Hager, 1999).	41
Ecuación 66. Profundidad subsecuente con números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).....	41
Ecuación 67. Curva que describe el número de Froude máximo.....	58
Ecuación 68. Cálculo disipación de Energía	70

1. Introducción

El resalto hidráulico es un fenómeno generado cuando la profundidad del flujo varía rápidamente; es decir, cuando en un canal (abierto o cerrado) existe un cambio de flujo supercrítico a subcrítico. Éste fenómeno ocurre por la presencia de altas pendientes u obstáculos (como las compuertas) que generan un aumento importante del flujo aguas abajo, afectando las condiciones del flujo aguas arriba. Es importante tener en cuenta que a medida que el flujo sea más supercrítico, la profundidad subsecuente del resalto será mayor y el resalto tendrá más fuerza; por el contrario, cuando el resalto tiene una relación de llenado más grande, la profundidad subsecuente será muy similar y en algunos casos, no se forma resalto.

Las principales características de un resalto hidráulico son: las pérdidas de energía, la longitud del resalto y su localización. Las pérdidas de energía son causadas por la turbulencia generada en el resalto, y se calculan como la diferencia de energía específica entre el flujo aguas abajo del resalto y el flujo aguas arriba. La longitud del resalto se mide desde el lugar donde inicia la turbulencia hasta el lugar donde finaliza: según la literatura encontrada, existen relaciones empíricas que permiten encontrar la longitud del resalto hidráulico dependiendo del número de Froude y de la altura del flujo aguas arriba del resalto en canales rectangulares, trapezoidales, triangulares y en el caso de tuberías circulares, se encontró una ecuación empírica en el artículo de Silvester con un rango de validez muy pequeño, dada la dificultad de medir resaltos cuando la tubería se presuriza. Por último, la localización del resalto varía de acuerdo al impacto que genere el obstáculo que se encuentre aguas abajo; por lo tanto, es una variable que puede ser modificada en el laboratorio.

En éste trabajo se enfocará el diseño y construcción de un modelo que permita investigar, analizar y generar resaltos hidráulicos en tuberías circulares dada su baja investigación en Colombia y su posible impacto en el fenómeno de sobrecarga en el Sistema de Alcantarillado, el cual termina generando inundaciones en las ciudades, además de impactos económicos y sociales. Por lo tanto, el montaje estará enfocado en analizar posibles parámetros que generen resaltos hidráulicos, razón por la cual el diseño se enfocará en un modelo que permita la variación de la pendiente, del caudal y de la relación de llenado. Adicionalmente el resalto se generará mediante una compuerta ubicada aguas abajo, generando un obstáculo en el flujo y simulando sobrecarga.

En el trabajo se mostrarán los antecedentes experimentales que se encuentran en la literatura de resaltos hidráulicos en tuberías circulares, partiendo desde el primer experimento realizado por Kindsvater en 1938 y en el cuál se basan todas las investigaciones posteriores enfocadas en resaltos hidráulicos en tuberías circulares. Luego se muestran estudios realizados por Silvester, Hager, Straub, entre otros, hasta el último análisis presentado por la Circular de Ingeniería Hidráulica N° 14 del Departamento de Transporte de Estados Unidos en el 2006, en donde plantean ecuaciones empíricas y gráficas para determinar profundidades subsecuentes y longitudes del resalto. Luego, se realiza una pequeña definición de resaltos hidráulicos, sus causas, sus usos y un resumen de las ecuaciones empíricas o teóricas encontradas por todos los investigadores mencionados en los antecedentes. Por último se muestra el proceso

constructivo del modelo, con las diferentes modificaciones que se tuvieron en cuenta para lograr la construcción de un modelo preciso para el estudio de resaltos hidráulicos en tuberías circulares adaptándose a las condiciones del lugar de construcción, los costos de construcción y los planos del modelo.

Dado que éste trabajo se basa específicamente en el modelo constructivo, se debe realizar una tesis posterior que analice el modelo del resalto hidráulico mediante la toma de datos y elección de condiciones que permitan la formación del resalto, para posteriormente realizar un análisis y determinar la importancia de los resaltos sobre el fenómeno de sobrecarga.

Objetivos

Objetivo General

Diseñar y construir un modelo físico que genere resaltos hidráulicos en tuberías fluyendo parcialmente llenas de sección circular por medio de la variación de la pendiente y una sobrecarga aguas abajo, teniendo como restricción números de Froude menores a 4.0 y relaciones de llenado superiores al 50%.

Objetivos Específicos

Para la construcción del modelo se requiere recolectar información de modelos realizados anteriormente para el estudio de resaltos hidráulicos en tuberías de sección circular, identificando los métodos, instrumentos y estudios realizados, adquiriendo así, información suficiente para la instrumentación del montaje. Para la determinación del diámetro de la tubería se debe determinar el caudal máximo que puede pasar por el canal realizando comprobaciones de diseño y realizando mediciones que permitan determinar que el diámetro de la tubería cumple con las características físicas del canal teniendo en cuenta los accesorios que requiere el montaje.

Por otra parte, se deben analizar los factores que podrían intervenir en el montaje y pueden afectar la construcción y mantenimiento del montaje, así mismo, para visualizar el montaje se debe realizar el plano que permita analizar las medidas del montaje, y facilite la construcción del mismo, acompañado de la construcción de una maqueta que permita visualizar el montaje a escala, permitiendo encontrar posibles problemas en la construcción del montaje.

2. Antecedentes

El proceso para entender la formación y el comportamiento de resaltos hidráulicos en tuberías ha sido estudiando experimental y teóricamente. En éste capítulo se mostrarán los diferentes estudios que han trabajado algunos investigadores para entender el fenómeno.

Kindsvater y Lane (1938)

El primer análisis de resaltos hidráulicos en tuberías circulares fluyendo parcialmente llenas fue realizado por Kindsvater y Lane en el año 1938, a raíz de los estudios que se venían realizando de resaltos hidráulicos en canales rectangulares.

Kindsvater y Lane, en la Universidad de Iowa, establecieron que la mejor forma para analizar el comportamiento de resaltos hidráulicos en tuberías circulares, era mediante análisis experimentales; por lo tanto, para su montaje usaron una tubería transparente de 150 mm de diámetro y 6 m de longitud en posición horizontal. Los resaltos hidráulicos los produjeron con 3 obstrucciones: la primera que ocupaba el 40% del diámetro, la segunda el 60% y la tercera el 80% del diámetro. (Ver Ilustración 1).

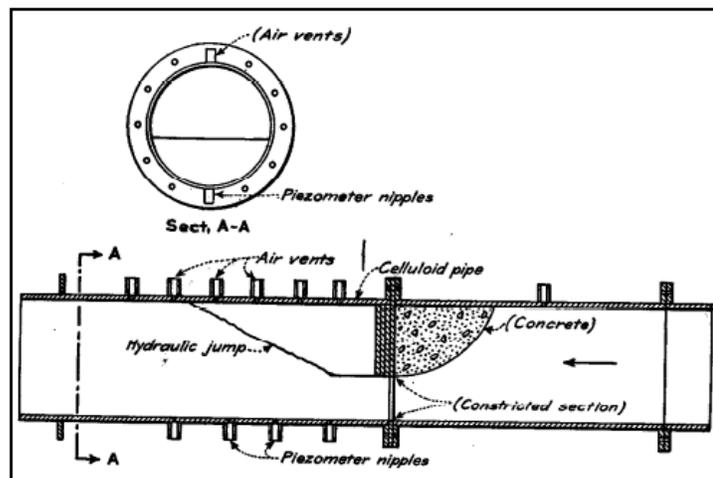


Ilustración 1. Montaje realizado por Kindsvater y Lane (Kindsvater, 1938).

La variación del nivel del agua era medida mediante piezómetros aguas abajo de las constricciones; por lo tanto, se podía analizar la variación de la altura del resalto a medida que aumentaba o disminuía el caudal de entrada, y la longitud a la cual ocurría tal como se muestra en la Ilustración 2.

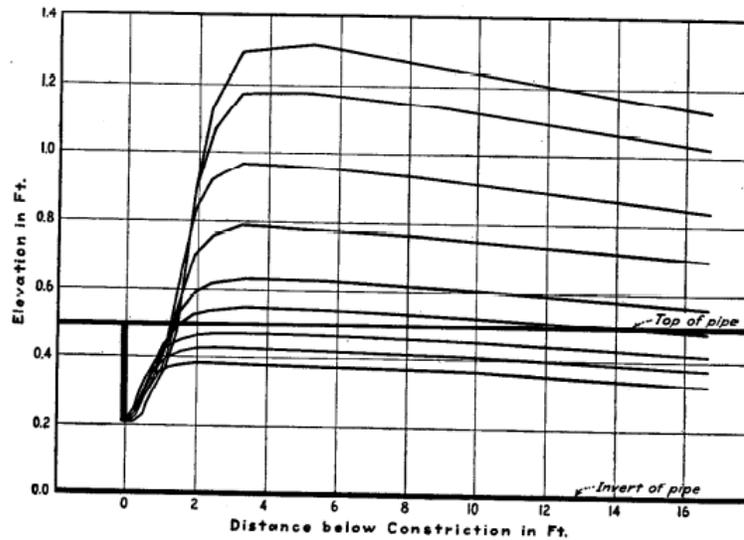


Ilustración 2. Alturas medidas con caudal variable (Kindsvater, 1938).

Kindsvater y Lane concluyeron que con caudales muy bajos, la tubería no se alcanzaba a presurizar aguas abajo del resalto; mientras que a caudales grandes, el resalto presurizaba completamente la tubería. También, como el montaje tenía ventilación, el aire aumentaba la presión sobre la superficie del agua, lo cual hacía que el resalto se moviera hacia la contracción y lo terminara ahogando.

Finalmente, como los análisis de resaltos hidráulicos se basan en la variación del Momentum aguas arriba y aguas abajo de la contracción, Kindsvater y Lane observaron que el Momentum era relativamente mayor aguas arriba de la constricción que aguas abajo; a lo que argumentaban la fricción causada por la tubería, la falta de uniformidad de la velocidad aguas abajo del resalto y la omisión de las burbujas de agua en los cálculos del Momentum.

Kalinske y Robertson (1943)

Posteriormente, en 1943, Kalinske y Robertson estudiaron la salida de paquetes de aire como consecuencia de la formación de resaltos hidráulicos en tuberías con pendiente; su montaje consistió en una tubería de diámetro de 150 mm, y aproximadamente 10 m de longitud; y las pendientes que estudiaron fueron de 0.2%, 2%, 5%, 10%, 20% y 30%. En la Ilustración 3 se puede observar el montaje para pendientes del 2% y el 30%.

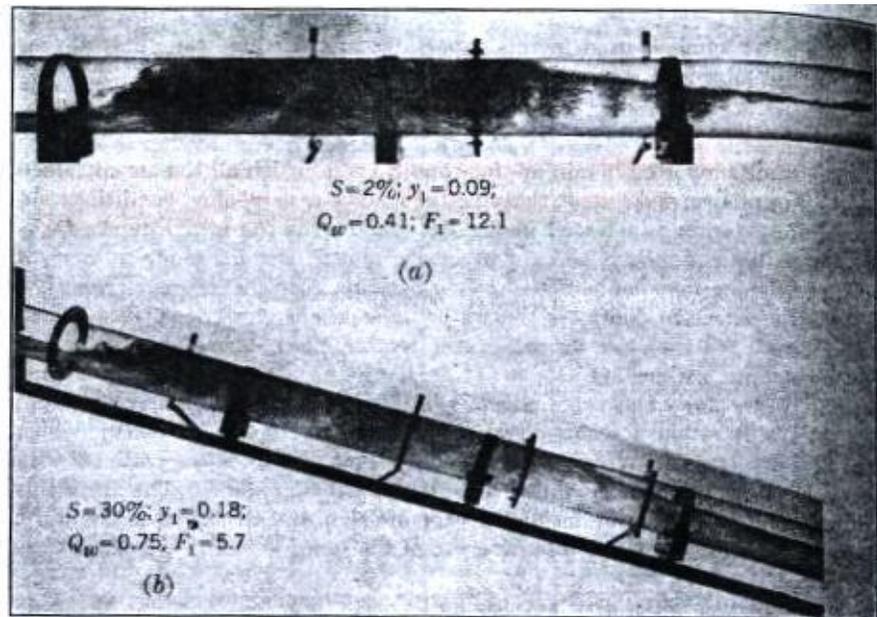


Ilustración 3. Montaje de Kalinske y Robertson (Robertson & Kalinske, 1943).

Previo a éste artículo, Kennison había indicado en el artículo “*The Design of Pipes Lines*” publicado en la Revista Inglesa N.E.W.W.A. (New England Water Works Association) en 1933, que si la pendiente de la tubería es menor a la línea de gradiente hidráulico, las burbujas se moverán a lo largo de la tubería sin ninguna dificultad. Por lo tanto, Kalinske y Robertson aplicando este criterio, buscarían en su montaje el aire entrante en las tuberías.

Los resultados de su estudio arrojaron que la intensidad del resalto es dependiente del número de Froude aguas arriba del resalto, de la pendiente, ya que ésta determina la entrada de aire en la tubería y finalmente de la relación de llenado, la cual va relacionada directamente con la pendiente de la tubería. Por lo tanto, para entender el comportamiento, realizaron una relación entre el caudal de aire que entraba en la tubería (Q_a) y el Caudal de agua (Q_w) y lo graficaron respecto al número de Froude; se observa que con cualquier pendiente, mientras mayor es la relación entre los caudales, el número de Froude aumenta.

También analizaron que para diferentes relaciones de llenado, existe un número de Froude crítico en dónde la tubería solo transporta parte del aire en el resalto (Ilustración 4):

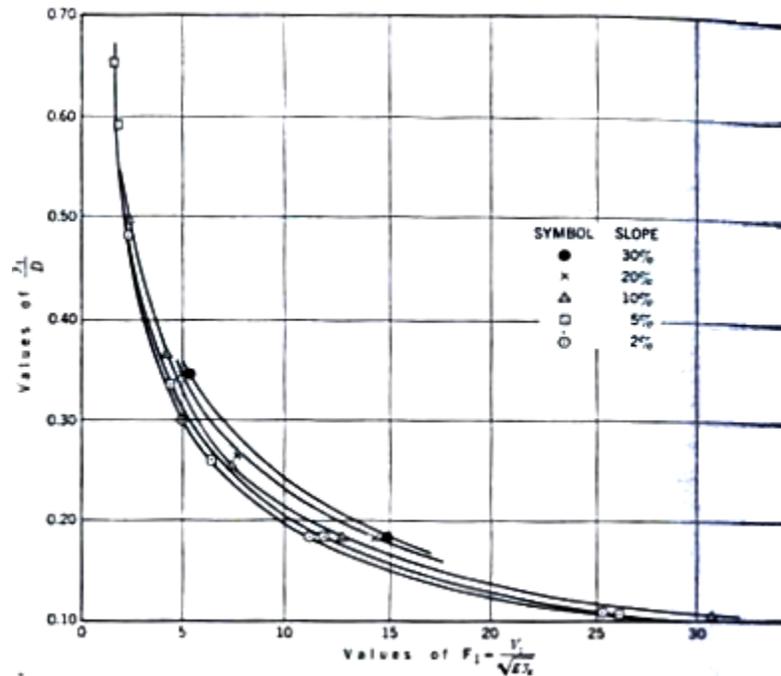


Ilustración 4. Valores críticos experimentales del Número Froude para diferentes relaciones de llenado (Robertson & Kalinske, 1943).

En la Ilustración 4 se observa que con un número de Froude seleccionado, la relación de llenado es más alta en la pendiente más alta, y más baja cuando la pendiente es más baja; por ejemplo, con un Froude de 10, la pendiente del 2% tiene una relación de llenado cercana a 0.19; con una pendiente del 5%, la relación de llenado es cercana a 0.21; con una pendiente del 10%, la relación de llenado es de 0.22; con una pendiente de 20% la relación es de 0.24 y con una pendiente del 30%, la relación de llenado es de 0.25. Además cuando la pendiente es de 2%, el número de Froude se mantiene constante en un valor cercano a 2 mientras la relación de llenado varía entre 0.58 y 0.68.

Adicionalmente, en la Ilustración 5 se observan diferentes comportamientos del flujo para diversos caudales con sus respectivos datos típicos.

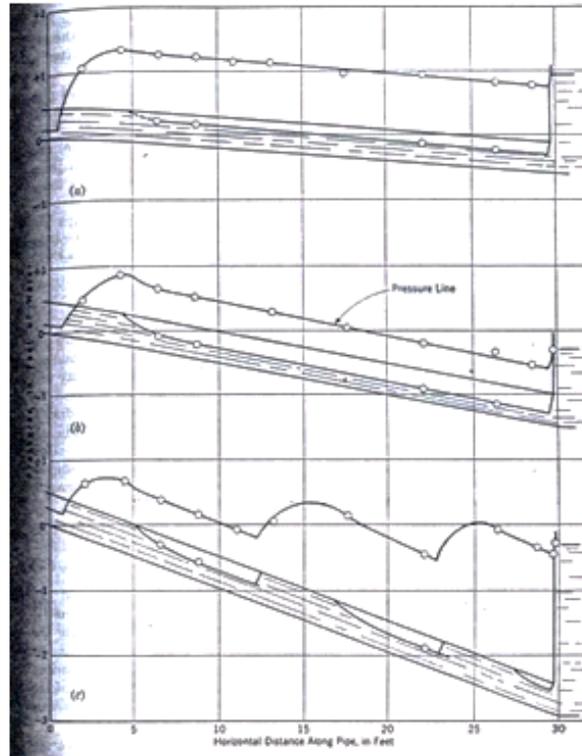


Fig.	y_1	F_1	Q_{air}	Q_a	S
(a)	0.147	8.2	0.720	0.060	2%
(b)	0.127	7.5	0.482	0.039	5%
(c)	0.290	2.6	0.848	0.014	10%

Ilustración 5. Datos típicos de profundidades y presiones en un Resalto Hidráulico (Robertson & Kalinske, 1943).

En la Ilustración 5 se puede analizar que cuando la pendiente es más alta hay más resaltos. Además, según Robertson y Kalinske, con cada resalto hidráulico, la cantidad de presión de aire que hay en la tubería aumenta mientras el número de Froude y la profundidad subsecuente se mantienen constantes, tal como se observa en la Imagen C de la Ilustración 5, dónde la altura aguas abajo de cada uno de los tres resaltos tiene a tener un valor constante. También Robertson y Kalinske observan que cuando la profundidad aguas arriba del primer resalto es menor que la profundidad aguas arriba del segundo resalto, el primer resalto entregará mayor cantidad de aire a la segunda profundidad y por lo tanto la separación entre estos dos resaltos será mayor. Mientras que cuando la profundidad aguas arriba del segundo resalto es mayor a la profundidad del primer resalto, el primer resalto entregará menor cantidad de aire y se encontrarán a menor distancia.

Richard Silvester (1964)

En el año 1964, Richard Silvester realizó un análisis de resaltos hidráulicos que se formaban en cualquier tipo de canal horizontal (rectangular, triangular, parabólico, circular y trapecial). El planteó que las características principales para cualquier disipador de energía (incluido el resalto hidráulico), son el radio de las profundidades subsecuentes, la energía perdida y la longitud del resalto.

En cuanto a las profundidades subsecuentes, se debe tener en cuenta el radio, la relación entre las profundidades (d_1/d_2), el caudal, y para tuberías circulares, el centro de gravedad del agua. Silvester incluye en su artículo la ecuación de fuerza del resalto para cualquier tipo de canal horizontal (Ver Ecuación 1):

$$A_1 k'_1 d_1 - A_2 k'_2 d_2 = \left(\frac{Q^2}{g}\right) * \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right)$$

Ecuación 1. Ecuación para hallar la ecuación de fuerza del resalto (Silvester, 1964).

dónde:

A_1 = Área de la sección de agua

k' = Proporción de la profundidad al centro de gravedad del canal circular

Q = Caudal

g = Gravedad

La Ecuación 1 puede escribirse como:

$$A_1 k'_1 d_1 - A_2 k'_2 d_2 = \left(\frac{Q^2}{gA_2} - \frac{Q^2}{gA_1}\right)$$

Ecuación 2. Ecuación para hallar la fuerza del resalto (Silvester, 1964).

También se conoce que el número de Froude es (Ver Ecuación 3):

$$F^2 = \frac{Q^2}{A^2 g D}$$

Ecuación 3. Número de Froude.

dónde:

F = Número de Froude

D = Profundidad de sección

Por lo tanto, se puede inferir que:

$$F^2_{AD} = \frac{(Q^2 AD)}{A^2 Dg} = \frac{Q^2}{Ag}$$

Ecuación 4. Proceso para encontrar profundidades subsecuentes.

Luego, reemplazando la Ecuación 4 en la Ecuación 2, se tiene que:

$$A_1 k'_1 D_1 - A_2 k'_2 D_2 = F_2^2 A_2 D_2 - F_1^2 A_1 D_1$$

Ecuación 5. Proceso para hallar profundidades subsecuentes.

La Ecuación 5 se puede reescribir como:

$$A_2 k'_2 D_2 - A_1 k'_1 D_1 = F_1^2 A_1 D_1 - F_2^2 A_2 D_2$$

Ecuación 6. Ecuación 5 reorganizada.

Por otra parte, la relación entre el número de Froude aguas abajo del resalto sobre el número de Froude aguas arriba del resalto se muestra en la Ecuación 7:

$$\frac{F_2^2}{F_1^2} = \frac{A_1^2 D_1}{A_2^2 D_2}$$

Ecuación 7. Relación Número de Froude (Silvester, 1964).

Y si se despeja el número de Froude aguas abajo del resalto:

$$F_2^2 = \frac{A_1^2 D_1 F_1^2}{A_2^2 D_2}$$

Ecuación 8. Número de Froude aguas abajo del resalto.

Entonces, reemplazando la Ecuación 8 en la Ecuación 6:

$$A_2 k'_2 D_2 - A_1 k'_1 D_1 = F_1^2 A_1 D_1 - \frac{A_1^2 D_1 F_1^2 A_2 D_2}{A_2^2 D_2}$$

$$A_2 k'_2 D_2 - A_1 k'_1 D_1 = F_1^2 A_1 D_1 - \frac{A_1^2 D_1 F_1^2}{A_2 D_2}$$

$$A_2 k'_2 D_2 - A_1 k'_1 D_1 = F_1^2 A_1 D_1 \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)$$

Ecuación 9. Proceso para encontrar las profundidades subsecuentes en cualquier forma de canal.

Y para encontrar las profundidades subsecuentes, se divide la Ecuación 9 por el Área y la profundidad de sección aguas arriba del resalto (A_1, D_1):

$$\frac{k'_2(A_2D_2)}{A_1D_1} - k'_1 = F_1^2 \left[1 - \frac{A_1}{A_2} \right]$$

Ecuación 10. Profundidades subsecuentes para cualquier tipo de canal (Silvester, 1964).

Cómo en tuberías circulares la profundidad subsecuente puede tener dos condiciones (mayor o menor al diámetro), el cálculo de ésta profundidad se divide en dos casos:

Tubería Parcialmente Llena:

Cuando la tubería está parcialmente llena, la proporción de la profundidad del agua al centro de gravedad (k') es variable, y se calcula con la Ecuación 11:

$$k' = 1 - \frac{1}{2} \frac{d}{D} + \frac{\left(2 \left(1 - \frac{D}{d} \right)^{\frac{3}{2}} * \left(\frac{D}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{3m}$$

Ecuación 11. Valor de la proporción entre la profundidad de llenado y el centro de gravedad para tuberías parcialmente llenas (Silvester, 1964).

dónde:

k' = Proporción de la profundidad del flujo respecto al centro de gravedad

d = Diámetro de la tubería

D = Profundidad de sección

m = Área de los segmentos del agua

Y los respectivos valores de k para diferentes profundidades de llenado son:

Tabla 1. Valores de k' dependiendo de la relación de llenado (Silvester, 1964).

d/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
k'	0.41	0.413	0.416	0.419	0.424	0.432	0.445	0.462	0.473	0.5

Finalmente, reemplazando la Ecuación 11 en la Ecuación 10 se tiene que:

$$k'_2 \frac{d_2 m_2}{d_1 m_1} - k'_1 = F_1^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_2} \right]$$

Ecuación 12. Profundidades subsecuentes para tuberías parcialmente llenas (Silvester, 1964).

Tubería Llena

En aquellas tuberías que quedan presurizadas luego de un resalto hidráulico, la ecuación de la proporción entre la profundidad de llenado y el centro de gravedad se calcula con la Ecuación 13.

$$k'_2 = \frac{\left(d_2 - \frac{D}{2}\right)}{d_2}$$

Ecuación 13. Valor de la proporción entre la profundidad de llenado y el centro de gravedad para tuberías llenas (Silvester, 1964).

Y reemplazando la Ecuación 13 en la Ecuación 10 se tiene que:

$$\frac{m_2 d_2}{m_1 d_1} - \frac{1}{2} \frac{m_2 D}{m_1 d_1} - k'_1 = F_1^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_2} \right]$$

Ecuación 14. Profundidades subsecuentes para tuberías llenas (Silvester, 1964).

Luego, Silvester en su artículo, muestra un diagrama en el cual compara el valor del número de Froude respecto a la profundidad de llenado en diferentes tipos de secciones (Ver Ilustración 6):

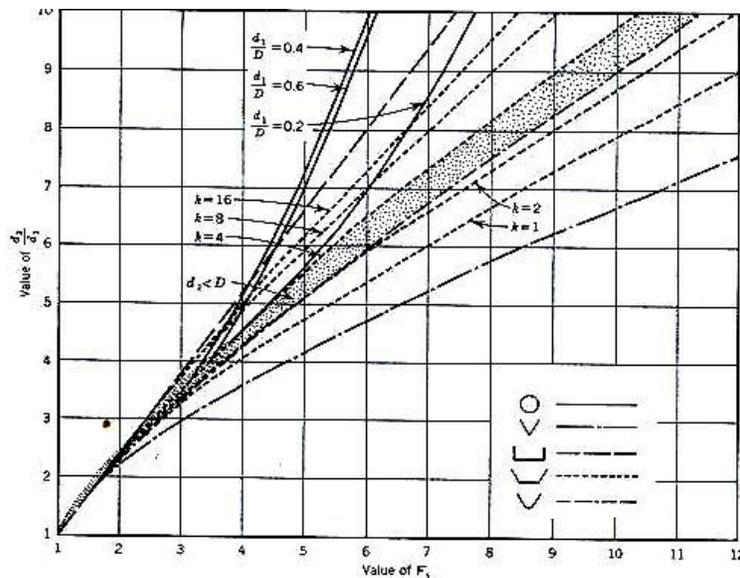


Ilustración 6. Curvas Analíticas para d_2/d_1 y F_1 (Silvester, 1964).

En la Ilustración 6 se puede observar que en tuberías circulares, para relaciones de llenado bajas aguas arriba del resalto ($d_1/D = 0.2$), el número de Froude es más alto que para relaciones de llenado altas ($d_1/D = 0.6$). También se puede observar que cuando la tubería fluye parcialmente llena luego del resalto hidráulico, existe una región válida de resultados, la cual se va incrementando a medida que aumenta la relación d_2/d_1 . Otro aspecto importante

que se debe considerar, es que la relación de llenado del 20% presenta el Froude más alto, el cual se va aproximando a 8.

Adicionalmente, Silvester fue el primero investigador que aproximó una ecuación para hallar la longitud del resalto hidráulico en tuberías circulares, teniendo como parámetros L/d_1 , L/d_2 , y $L/(d_2 - d_1)$. Por lo tanto, para comparar las longitudes en la tubería, Silvester tomó el experimento realizado por Kindsvater en 1934, y supuso las longitudes como la distancia entre el inicio del resalto, hasta el punto dónde la altura aguas abajo alcanzaba un máximo, teniendo en cuenta las pérdidas por fricción.

Su aproximación se basó en usar la Ecuación 15 y adaptarla para cada tipo de sección.

$$\frac{L}{d_1} = K (F_1 - 1)^\alpha$$

Ecuación 15. Longitud de un resalto hidráulico para cualquier tipo de sección (Silvester, 1964).

dónde:

L/d_1 : Relación entre la longitud y la altura aguas arriba del resalto. Depende de la sección del canal

K : Constante determinada experimentalmente según la sección del canal

α : Se determina por la relación $\frac{\frac{d_2}{d_1} - 1}{F_1 - 1}$

En tuberías circulares, la longitud del resalto se determinó por el experimento realizado por Kindsvater en 1934, con el cual, Silvester adaptó las mediciones y graficó la Ilustración 7:

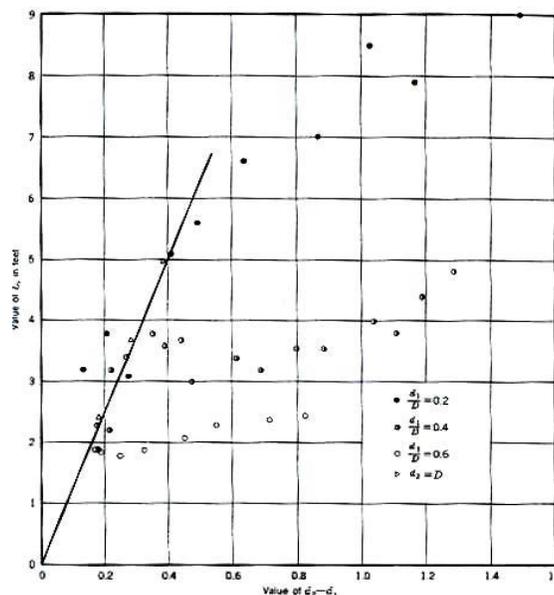


Ilustración 7. Variación diferencia de alturas del resalto vs Longitud (Silvester, 1964).

En la Ilustración 7 se puede observar que a medida que aumenta la relación de llenado aguas arriba del resalto, la longitud del resalto es menor; esto puede ir relacionado conjuntamente con la disminución del número de Froude a medida que disminuye la relación de llenado (Ver Ilustración 6). Esto ocurre porque cuando hay menor relación de llenado, la velocidad aumenta por lo cual el número de Froude aumenta, haciendo que el resalto adquiera más fuerza y se aumente la longitud.

Rajaratnam (1965)

En 1965, Rajaratnam realizó un nuevo análisis de resaltos hidráulicos en tuberías de sección exponencial y circular para canales horizontales. Su análisis se basó nuevamente en las conclusiones dadas por Kindsvater (1938), y el análisis realizado por Kalinske (1943) para las masas de aire que salen por la tubería luego de un resalto hidráulico.

Por lo tanto, teniendo en cuenta el análisis de Momentum mediante la Ecuación 16:

$$P + M = \gamma \Psi D^2 \lambda y + \frac{\gamma Q^2}{g} * \frac{1}{\Psi D^2}$$

Ecuación 16. Cálculo del Momentum en Resaltos Hidráulicos (Rajaratnam, 1965).

dónde:

γ : Peso específico del agua

P : Presión

M : Momentum

λ y Ψ : Son funciones de la relación de llenado aguas arriba (y_1/D)

D : Diámetro de la tubería

Q : Caudal

y : Altura en el punto de medición

Y conociendo que el Momentum se conserva (Ver Ecuación 17):

$$P_1 + M_1 = P_2 + M_2$$

Ecuación 17. Conservación del Momentum (Rajaratnam, 1965).

Se reemplaza la Ecuación 17 en la Ecuación 16 y se simplifica:

$$1 - \frac{\Psi_1 \lambda_1 y_2}{\Psi_2 \lambda_2 y_1} = F_1^2 \frac{\eta_1}{\lambda_1} \left(\frac{\Psi_1}{\Psi_2} - 1 \right)$$

Ecuación 18. Conservación del Momentum (Rajaratnam, 1965).

Tomando Froude como:

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g D^5 \Gamma_1}$$

Ecuación 19. Ecuación del número de Froude según Rajaratnam (Rajaratnam, 1965).

Y conociendo que η_1 y Γ_1 son funciones de y_1/D .

A partir de la Ecuación 18, Rajaratnam estableció una gráfica con relaciones de llenado inferiores a 0.8 (Ver Ilustración 8), ya que en el análisis, Rajaratnam observó que para relaciones de llenado superiores a 0.8, el comportamiento del flujo no permite ningún análisis

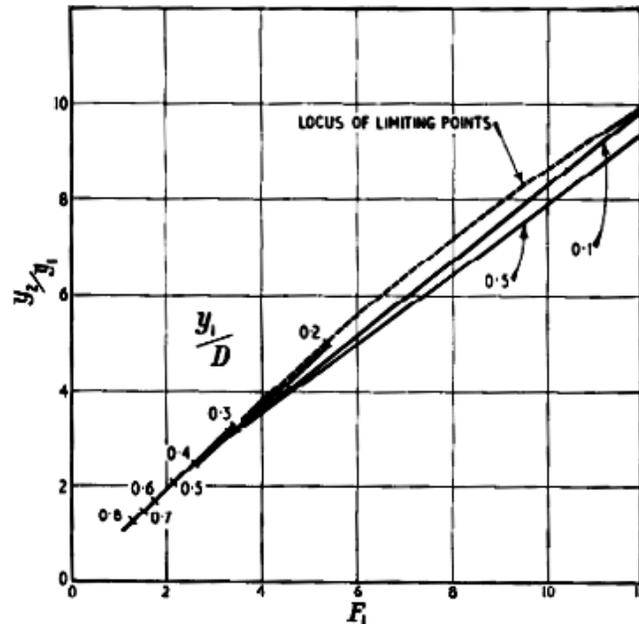


Ilustración 8. Análisis de Froude vs y_2/y_1 (Rajaratnam, 1965).

En la Ilustración 8, Rajaratnam analiza que cuando el número de Froude llega aproximadamente a 3, las curvas de las diferentes relaciones de llenado empiezan a diverger, y sus límites se encuentran entre las relaciones de llenado de 0.2 y 0.5.

Straub (1978)

En 1978, Straub planteó las siguientes ecuaciones para determinar las profundidades subsiguientes en resaltos hidráulicos.

Primero aproxima el número de Froude aguas arriba del resalto mediante la Ecuación 20:

$$F_1 = \left(\frac{Y_c}{Y_1} \right)^{1.93}$$

Ecuación 20. Aproximación número de Froude (French, 2007).

dónde:

F_1 : Número de Froude aguas arriba del resalto [-]

Y_c : Profundidad crítica [m]

Y_1 : Profundidad aguas arriba del resalto [m]

Luego realiza dos aproximaciones de la profundidad subsecuente con base en el número de Froude, dependiendo si el número de Froude es menor a 1.7 o mayor.

Cuando el número de Froude es menor a 1.7, la profundidad subsecuente es calculada como:

$$y_2 = \frac{y_c^2}{y_1}$$

Ecuación 21. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude menores a 1.7 (French, 2007).

Y cuando el número de Froude es mayor a 1.7:

$$y_2 = \frac{y_c^{1.8}}{y_1^{0.73}}$$

Ecuación 22. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude mayores a 1.7 (French, 2007).

Smith y Chen (1989)

Posteriormente, en 1989, se realizó un artículo de resaltos hidráulicos en tuberías cuadradas con pendientes altas, desarrollado por C. D. Smith y Wentao Chen. Su artículo destaca que la formación de un resalto hidráulico ocurre cuando aguas arriba la altura del agua es menor que la profundidad crítica en la tubería, y la línea de gradiente hidráulico aguas abajo de la tubería es mayor que la cota clave de la tubería. Además destacan que la velocidad del flujo aguas abajo de la tubería es menor a la velocidad del flujo aguas arriba.

Luego, se realiza una comparación entre resaltos hidráulicos generados a superficie libre y a presión, analizando que cuando el resalto ocurre en tuberías a presión, el resalto se forma más violentamente y a mayor presión. Y cómo las presiones verticales del flujo siguen igual, el incremento de las presiones se observa en la magnitud horizontal del resalto, lo cual permite tener parámetros de seguridad al construir estructuras que puedan presentar resaltos hidráulicos, las cuales deben construirse más largas para evitar fallas.

Tal como se ha explicado en las anteriores teorías, el análisis del resalto hidráulico inicia se análisis a partir de la ecuación de Momentum:

$$P_1 - P_2 + W \operatorname{sen}\theta - F_f = M_2 - M_1$$

Ecuación 23. Ecuación del Momentum aplicada en resaltos Hidráulicos (SMITH & CHEN, 1989).

La Ecuación 23 surge de la Ilustración 9, dónde se muestran todas las fuerzas involucradas en un Resalto Hidráulico. Las fuerzas involucradas son: Fuerzas de presión, fuerza gravitacional y fuerzas de fricción (asociadas con el esfuerzo cortante). Por lo tanto, para analizar la variación de Momentum en el resalto, se realiza una sumatoria de fuerzas en la parte izquierda de la igualdad.

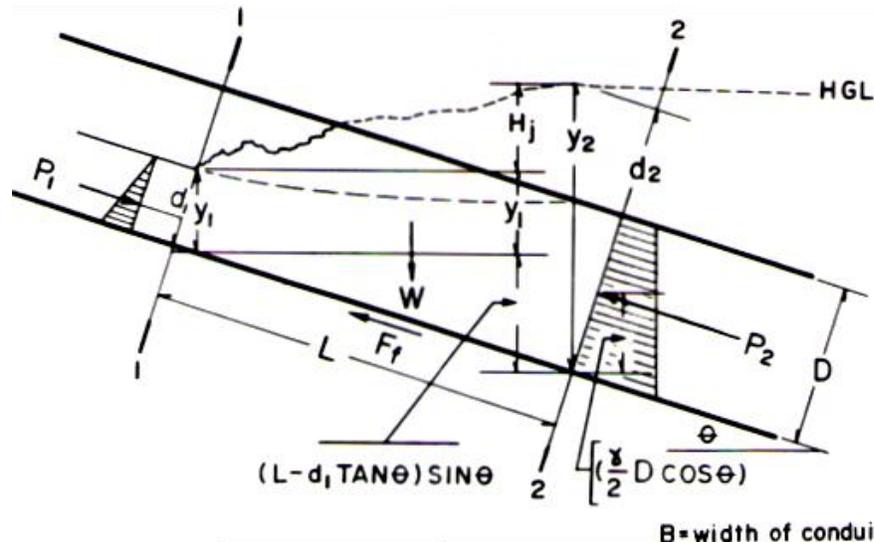


Ilustración 9. Diagrama de fuerzas en un Resalto Hidráulico (SMITH & CHEN, 1989).

Cómo en el resalto hidráulico existe entrada de aire y la distribución de la velocidad es no uniforme, Smith y Chen realizan una corrección a la Ecuación 23:

$$\frac{\gamma}{2} B d_1^2 \cos \theta - \left[\left(\frac{\gamma}{\cos \theta} d_2 - \frac{\gamma}{2} D \cos \theta \right) B D \right] + \frac{\gamma K B D L}{1 + \beta_j} \sin \theta - F_f = \frac{\beta_2 \gamma Q^2 (1 + \beta_a)}{g B D} - \frac{\beta_1 \gamma Q^2}{g B d_1}$$

Ecuación 24. Corrección de la ecuación del Momentum para Resaltos Hidráulicos (SMITH & CHEN, 1989).

dónde:

β_1 y β_2 : Factores de corrección del Momentum causados por la distribución no uniforme de la velocidad.

γ : Peso específico del agua

Q : Caudal de entrada

β_a : Relación aire – agua en causada por la entrada de aire aguas abajo del resalto

β_j : Relación aire – agua en el resalto

B : Ancho del canal

D : Alto del canal

L : Longitud del resalto

d_1 : Altura aguas arriba del resalto

d_2 : Altura aguas abajo del resalto

K : Factor de corrección menor a uno para corregir cuando el volumen del resalto es menor que $B D L$ (Ancho * Alto * Longitud)

θ : Ángulo de la pendiente

F_f : Fuerza de fricción a lo largo del resalto

g : Gravedad

Además, Smith y Chen destacan que el factor de corrección β_j debe ser mayor al factor de corrección β_a , porque el aire cuando finaliza el resalto puede escapar a la atmósfera.

Además, con la Ilustración 9 se puede observar que:

$$y_1 = \frac{d_1}{\cos\theta}$$

Ecuación 25. Profundidad de sección aguas arriba del resalto (SMITH & CHEN, 1989).

y:

$$y_2 = \frac{d_2}{\cos\theta}$$

Ecuación 26. Ecuación aguas abajo del resalto (SMITH & CHEN, 1989).

Luego, realizando un proceso similar al realizado por Silvester para encontrar las profundidades subsecuentes, despejaremos la profundidad aguas abajo del resalto:

$$d_2 = \left(\frac{(\beta_2 \gamma Q^2 (1 + \beta_a))}{gBD} - \frac{\beta_1 \gamma Q^2}{gBd_1} - \frac{\gamma}{2} B d_1^2 \cos\theta + F_f - \frac{\gamma KBDL}{1 + \beta_j} \operatorname{sen}\theta - \frac{\gamma DBD}{2} \cos\theta \right) \frac{\cos\theta}{\gamma BD}$$

Factorizando D:

$$d_2 = D \left\{ \left(\frac{(\beta_2 \gamma Q^2 (1 + \beta_a))}{gBD^2} - \frac{\beta_1 \gamma Q^2}{gBd_1 D} - \frac{\gamma}{2D} B d_1^2 \cos\theta + \frac{F_f}{D} - \frac{\gamma KBL}{1 + \beta_j} \operatorname{sen}\theta - \frac{\gamma DB}{2} \cos\theta \right) \frac{\cos\theta}{\gamma BD^2} \right\}$$

Y reemplazando el número de Froude para tuberías cuadradas (Ver Ecuación 27) y dividiendo entre γBD^2 se obtiene la Ecuación 28:

$$Fr_1^2 = \frac{Q^2}{B^2 d_1^2 g d_1}$$

Ecuación 27. Número de Froude (SMITH & CHEN, 1989).

$$d_2 = D \left\{ \left[\beta_1 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^2 - \beta_2 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^3 (1 + \beta_a) \right] \cos\theta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right)^2 + 1 \right] \cos^2\theta + K \left(\frac{L}{D} \right) \frac{\tan\theta \cos^2\theta}{(1 + \beta_j)} - \frac{F_f}{\gamma BD^2} \right\}$$

Ecuación 28. Profundidad subsecuente aguas abajo del resalto hidráulico.

Y reemplazando:

$$\cos\theta \operatorname{sen}\theta = \tan\theta \cos^2\theta$$

Ecuación 29. Reemplazo trigonométrico.

Por lo tanto, reemplazando la Ecuación 28 y la Ecuación 29 en la Ecuación 26:

$$y_2 = D \left\{ \left[\beta_1 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^2 - \beta_2 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^3 (1 + \beta_a) \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right)^2 + 1 \right] \cos\theta + K \left(\frac{L}{D} \right) \frac{\tan\theta \cos\theta}{(1 + \beta_j)} - \frac{F_f}{\gamma BD^2} \right\}$$

Ecuación 30. Profundidad aguas abajo del resalto.

Por otra parte, la altura del resalto puede ser calculada mediante la Ecuación 31:

$$\frac{H_j}{D} = \frac{1}{D} [y_2 - y_1 - (L - d_1 \tan\theta) \sin\theta]$$

Ecuación 31. Dimensiones de la altura del resalto (SMITH & CHEN, 1989).

Por lo tanto, reemplazando la Ecuación 25 y la Ecuación 30 en la Ecuación 31 se tiene que:

$$\frac{H_j}{D} = \frac{1}{D} \left[D \left\{ \left[\beta_1 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^2 - \beta_2 Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^3 (1 + \beta_a) \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right)^2 + 1 \right] \cos\theta + K \left(\frac{L}{D} \right) \frac{\tan\theta \cos\theta}{(1 + \beta_j)} - \frac{F_f}{\gamma BD^2} \right\} - \frac{d_1}{\cos\theta} - ((L - d_1 \tan\theta) \sin\theta) \right]$$

Factorizando $Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)$ y conociendo que $\tan\theta \sin\theta = \tan^2 \theta \cos\theta$ entonces se tiene la Ecuación 32:

$$\frac{H_j}{D} = \frac{1}{D} \left[Fr_1^2 \frac{d_1^2}{D} \left(\beta_1 - \beta_2 \left(\frac{d_1}{D} \right) (1 + \beta_a) \right) + L \sin\theta \left(\frac{K}{1 + \beta_j} - 1 \right) + \left(\frac{1}{2} d_1 \cos\theta \left(\frac{d_1}{D} + \frac{1}{\frac{d_1}{D}} - \frac{2}{\cos^2 \theta} + 2 \tan^2 \theta \right) \right) \right] - \frac{F_f}{\gamma BD^2}$$

Ecuación 32. Dimensiones del Resalto Hidráulico en canales cuadrados.

Y reorganizando para obtener la ecuación dada por Smith y Chen:

$$\frac{H_j}{D} = Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^2 \left[\beta_1 - \beta_2 \frac{d_1}{D} (1 + \beta_a) \right] + \frac{1}{2} \frac{d_1}{D} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right) + \frac{1}{\frac{d_1}{D}} - 2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta \right) \right] \cos\theta + \frac{L}{D} \left(\frac{K}{1 + \beta_j} - 1 \right) \sin\theta - \frac{F_f}{\gamma BD^2}$$

Ecuación 33. Dimensiones del Resalto Hidráulico en canales cuadrados reorganizada (SMITH & CHEN, 1989).

Pero, así se desprece el valor de las fuerzas por fricción (F_f), y tomando los valores de corrección de la distribución de velocidad (β_1 y β_2) como uno, no se puede resolver la

Ecuación 33 porque se tienen 5 incógnitas (β_a, β_j, H_j, L y K), lo que hace que la solución de las dimensiones del resalto sea determinada empíricamente.

Por lo tanto, la ecuación básica en tuberías cuadradas horizontales supone que $\beta_1 = \beta_2 = 1$ y $\beta_a = \beta_j = 0$, las fuerzas de fricción son despreciables, además como la tubería está horizontal $\theta = 0$:

$$\begin{aligned} \cos\theta &= 1 \\ \text{sen}\theta &= 0 \\ \frac{1}{\cos^2\theta} - \tan^2\theta &= 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto la Ecuación 33 se reduce en:

$$\frac{H_j}{D} = Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D} \right)^2 \left[1 - \frac{d_1}{D} \right] + \frac{1}{2} \frac{d_1}{D} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right) + \frac{1}{\frac{d_1}{D}} - 2 \right]$$

Ecuación 34. Ecuación básica para tuberías cuadradas horizontales (SMITH & CHEN, 1989).

Con la Ecuación 34, Smith y Chen graficaron la Ilustración 10 y sacaron 4 conclusiones:

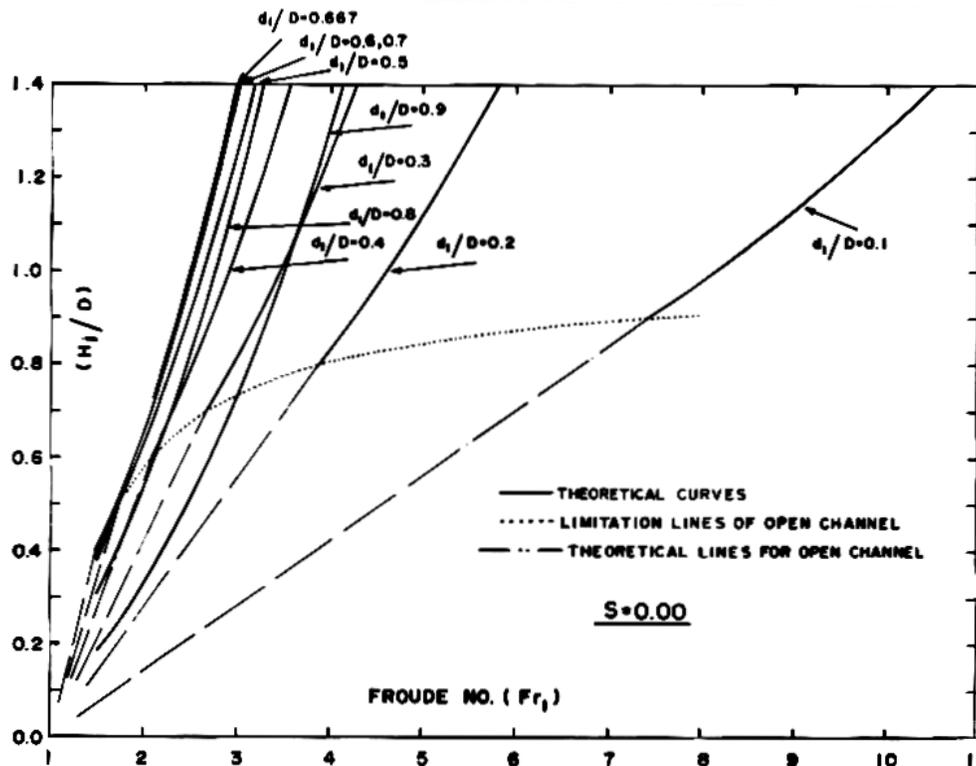


Ilustración 10. Curvas teóricas para tuberías cuadradas horizontales (SMITH & CHEN, 1989).

1. La ecuación básica asume que la profundidad subsecuente del resalto es mayor al diámetro, lo que indica que la tubería queda totalmente presurizada. Por lo tanto, para saber el lugar dónde $d_2 = D = H_j$ (denominado por Smith y Chen como el lugar crítico), despejan el número de Froude de la Ecuación 34:

$$Fr_1 = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d_1}{D} \right)^2 + 1 \right]}{\left(\frac{d_1}{D} \right)^2 \left(1 - \frac{d_1}{D} \right)}}$$

Ecuación 35. Número de Froude cuando $d_2 = D$ (SMITH & CHEN, 1989).

Los resultados del número de Froude crítico¹ para relaciones de llenado entre 0.1 y 0.6 se muestran en la Tabla 2 y en la Ilustración 10 señalados con flechas.

Tabla 2. Resultados de números de Froude para diferentes relaciones de llenado cuando $d_2 = D$ (SMITH & CHEN, 1989).

d_1/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
Fr_1	7.42	3.87	2.69	2.09	1.73	1.49

2. Otra conclusión importante indica que cuando la profundidad aguas arriba del resalto es similar a la altura de la tubería, la Ecuación 10 tiende a 0, por lo que no se formaría resalto hidráulico. Además es importante tener en cuenta que mientras el flujo aguas arriba del resalto sea más supercrítico (menor altura), el resalto será más violento.
3. La dimensión del resalto varía con el cuadrado del número de Froude, lo que indica que cuando el número de Froude aumenta, el resalto es más fuerte.
4. La relación $\frac{d_1}{D}$ se puede tomar como una constante por lo que la Ecuación 34 puede ser representada como:

$$\frac{H_j}{D} = aFr_1^2 + b$$

Ecuación 36. Dimensión del Resalto hidráulico en tuberías cuadradas horizontales con d_1/D constante (SMITH & CHEN, 1989).

Hager y Stahl (1999)

En 1999 Willi H. Hager y Helmut Stahl realizaron un nuevo análisis enfocado en tuberías circulares fluyendo parcialmente llenas en una sola fase (sin tener en cuenta la relación aire – agua analizada anteriormente por otros autores como Smith y Chen).

¹ El número de Froude crítico se refiere en éste caso al número de Froude cuando la altura aguas abajo del resalto es igual a la altura de la tubería $d_2 = D$.

Para calcular la profundidad subsecuente, tuvieron en cuenta aproximaciones a las ecuaciones que calcular el área y la fuerza de presión en una tubería circular:

$$\frac{A}{D} = y^{1/5}$$

Ecuación 37. Aproximación del área (Stahl & Hager, 1999).²

$$\frac{P}{\rho g D^3} = \frac{1}{2} y^{2.5}$$

Ecuación 38. Aproximación Presión (Stahl & Hager, 1999).

dónde:

A: Área

D: Diámetro de la tubería

y: Relación de llenado

P: Fuerza de presión

ρ : Densidad

g: Gravedad

Por lo tanto la Ecuación del Momentum resulta en:

$$\frac{1}{2} y_1^{2.5} + \frac{Q^2}{g D^5 y_1^{1.5}} = \frac{1}{2} y_2^{2.5} + \frac{Q^2}{g D^5 y_2^{1.5}}$$

Ecuación 39. Ecuación del Momentum (Stahl & Hager, 1999).

Por otra parte, Hager realizó otro análisis en 1990 en el libro “Froudezahl im Kreisprofil (Froude number in circular conduits)” para determinar que el número de Froude en tuberías podía aproximarse a:

$$F = \frac{Q}{\sqrt{g D h^4}}$$

Ecuación 40. Aproximación del Número de Froude (Hager, 1990).

dónde:

F: Número de Froude

Q: Caudal

² Las Ecuación 37 y Ecuación 38 tienen un error máximo del 20% cuando y se encuentra entre 0.2 y 0.9, el cual es aceptable para Stahl y Hager porque se ajustarán empíricamente.

D : Diámetro de la tubería

h : Profundidad del flujo

Ahora, dividiendo la Ecuación 39 entre $\frac{1}{2}y_1$:

$$1 + \frac{2Q^2}{gD^5 \left(\frac{h_1}{D}\right)^{3.75}} = \frac{y_2^{2.5}}{y_1^{2.5}} + \frac{2Q^2}{gD^5 y_2^{1.5} y_1^{2.5}}$$

Ecuación 41. Proceso para encontrar la profundidad subsecuente del resalto hidráulico.

Y sabiendo que:

$$Y = \frac{y_2}{y_1}$$

Ecuación 42. Relación entre las relaciones de llenado aguas arriba y aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).

Y aproximando $3.75 \sim 4$ y reemplazando las Ecuación 42 y Ecuación 40 en la Ecuación 41:

$$\frac{1}{y_2^{1.5} y_1^{2.5}} = \frac{y_1^{1.5}}{y_2^{1.5} y_1^4}$$

$$1 + \frac{2Q^2}{gD^5 \frac{h_1^4}{D^4}} = Y^{2.5} + \frac{2Q^2 y^{1.5}}{gD^5 y_2^{1.5} \left(\frac{h_1}{D}\right)^4}$$

Ecuación 43. Proceso para encontrar la profundidad subsecuente en un resalto hidráulico.

$$1 + 2F_1^2 = Y^{2.5} + 2F_1^2 Y^{-1.5}$$

Ecuación 44. Profundidad subsecuente en el resalto hidráulico (Stahl & Hager, 1999).

Además, la Ecuación 44 puede modificarse a la Ecuación 45 cuando $F > 2$:

$$Y = 1.16F^{0.85}$$

Ecuación 45. Profundidad subsecuente con números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).

Analizando la parte teórica, Stahl y Hager realizaron un experimento para verificar la Ecuación 45, determinar un criterio de choque y determinar el comportamiento de los resaltos hidráulicos en tuberías circulares. El diámetro de la tubería en acrílico que utilizaron fue de 240 mm, la pendiente fue de 0.5% y la longitud fue de 6 m (equivalente a 25 veces el

diámetro). El resalto se formó colocando placas al final de la tubería y el caudal fue medido con un vertedero en V.

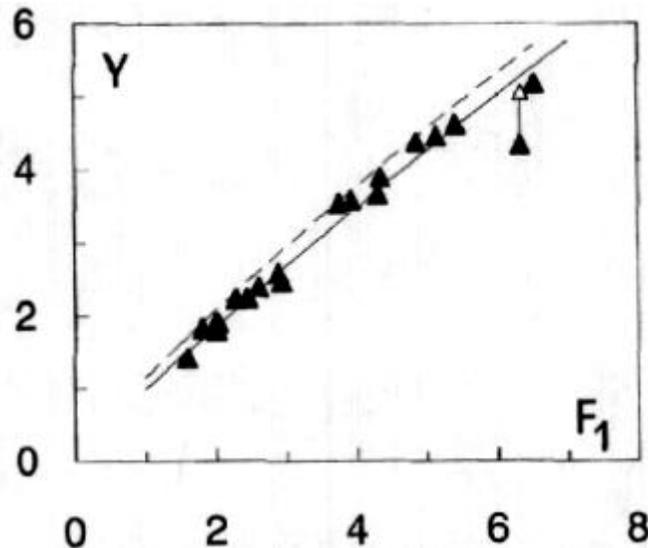


Ilustración 11. Profundidad subsecuente según el número de Froude (Stahl & Hager, 1999).

En las 18 medidas realizadas, los números de Froude oscilaron entre 1.5 y 6.5 (siempre en el rango supercrítico), y se estableció que la Ecuación 45 había sido sobrestimada a causa de la viscosidad. Por lo tanto, la Ecuación 45 podía ser reemplazada por la Ecuación 46 (estimada con los resultados obtenidos en los experimentos y graficados en la Ilustración 11):

$$Y = 1.00F_1^{0.90}$$

Ecuación 46. Profundidad subsecuente para números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).

Adicionalmente, Stahl y Hager realizaron un análisis para los tipos de resaltos³ que se pueden formar: Cuando el número de Froude es 1.5, el tipo de resalto hidráulico que se forma es ondular y permanece a lo largo de la tubería; cuando el número de Froude oscila entre 1.5 y 2, las ondas del resalto hidráulico se pierden aguas abajo porque la tubería se presuriza; cuando el número de Froude es mayor a 2, se producen dos tipos de resaltos hidráulicos, los cuales dependen de la relación de llenado de la tubería: cuando la relación de llenado es inferior a 1/3, se forman remolinos laterales que recirculan, mientras el flujo que continua se concentra en la superficie, cuando la relación de llenado es superior a 1/3, el resalto se comporta normalmente, teniendo la zona de recirculación en la superficie.

³ Los tipos de resaltos hidráulicos se explicarán en el Capítulo 4 (Marco Teórico).

En la Ilustración 12 se muestran diferentes tipos de resaltos hidráulicos dependiendo el número de Froude:

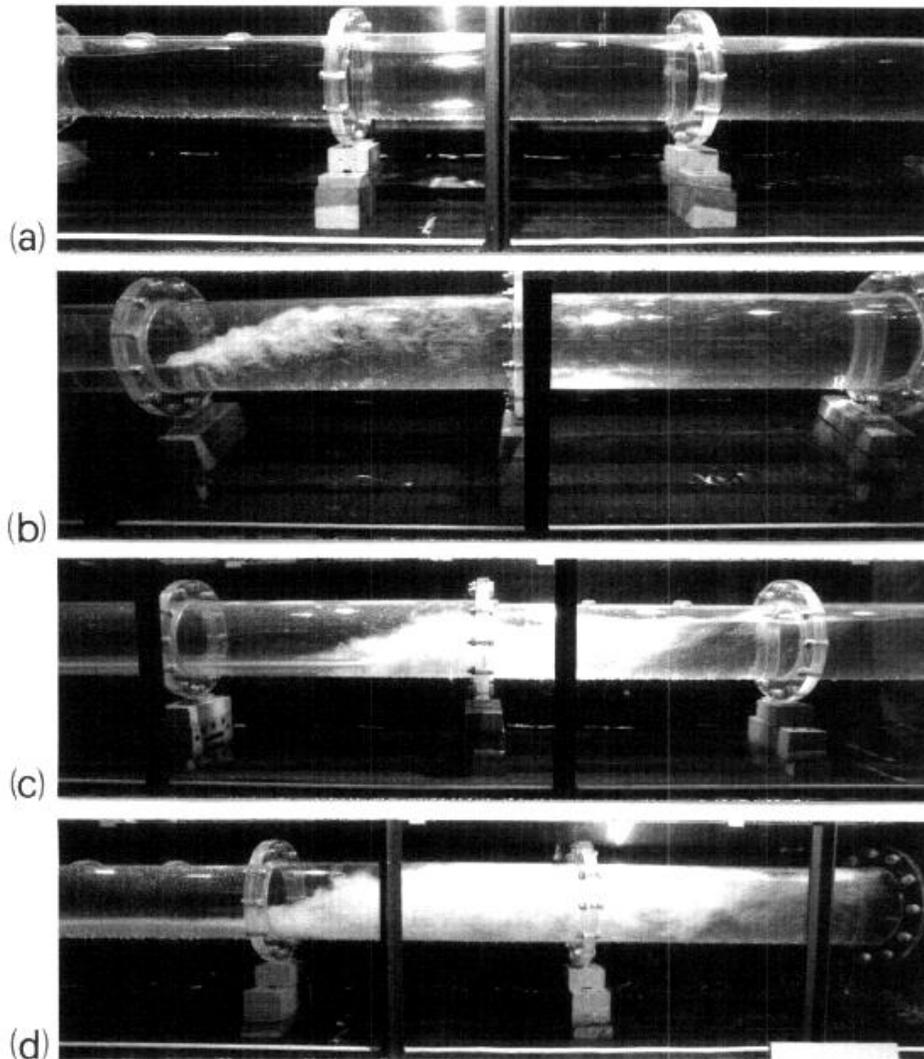


Ilustración 12. Vista lateral de diferentes resaltos hidráulicos (Stahl & Hager, 1999).

Imagen	Número de Froude	Tipo de Resalto
a	1.1	Ondular
b	2.3	Normal
c	4.1	Flujo recirculante
d	6.5	Con tubería presurizada

En la Ilustración 13 se observan las fluctuaciones ocurridas en los flujos, y las zonas de recirculación.

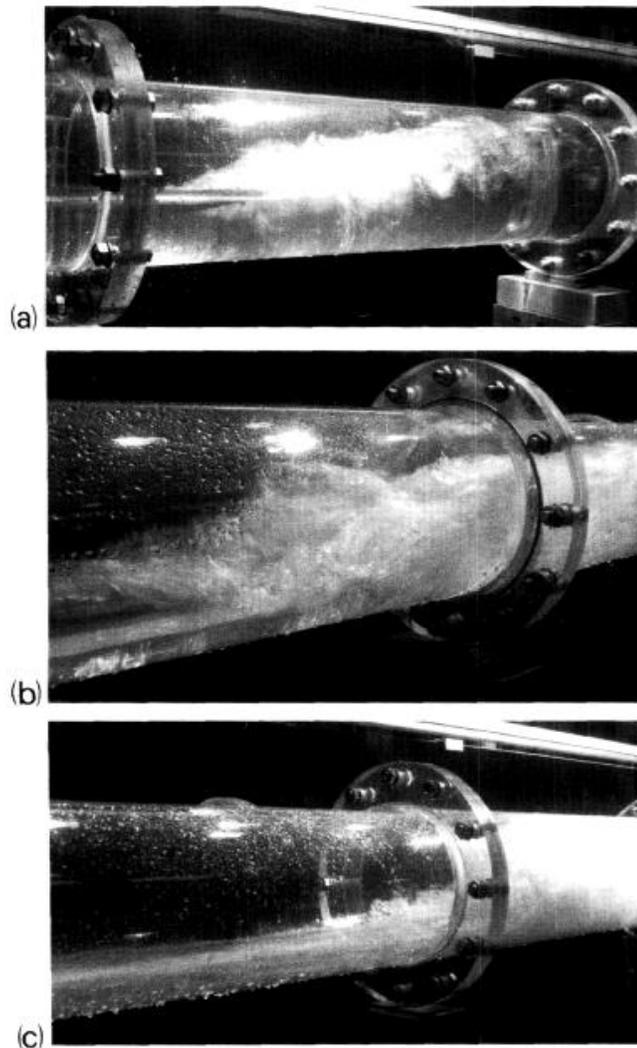


Ilustración 13. Vista en perfil de los diferentes tipos de Resalto Hidráulico (Stahl & Hager, 1999).

Imagen	Número de Froude	Tipo de Resalto
a	2.3	Normal
b	4.1	Flujo recirculante
c	6.5	Con tubería presurizada

Hager y Stahl analizan las longitudes desde dos perspectivas: longitudes de recirculación y longitudes de aireación. La longitud de recirculación (L_R) se mide desde el extremo aguas arriba de los remolinos hasta el punto de estancamiento. Por lo tanto, para expresar una ecuación que determine la longitud de recirculación del resalto hidráulico, Hager y Stahl determinan una relación entre longitud y altura del flujo aguas abajo del resalto:

$$\lambda_R = \frac{L_R}{h_2}$$

Ecuación 47. Relación entre la longitud de recirculación y la profundidad aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).

Y λ_R se calcula en función de Froude:

$$\lambda_R = 2F_1^{1/2}$$

Ecuación 48. Determinación de la longitud de recirculación a partir del número de Froude.

La longitud de aireación se mide desde el extremo aguas arriba del resalto dónde comienzan los remolinos hasta el lugar dónde no hay burbujas de aire (Esta longitud es base para encontrar la longitud del resalto). Para determinarla, Hager y Stahl nuevamente calcularon una relación entre la longitud del resalto y la profundidad aguas abajo del resalto y encontraron una ecuación en función del número de Froude:

$$\lambda_a = \frac{L_a}{h_2}$$

Ecuación 49. Relación entre la longitud de aireación y la profundidad aguas abajo del resalto (Stahl & Hager, 1999).

$$\lambda_a = 4F^{1/2} = 2\lambda_R$$

Ecuación 50. Determinación de la longitud de aireación a partir del número de Froude (Stahl & Hager, 1999).

Rudy Gargano y Willi H. Hager (2002)

En el año 2002, el investigador Willi H. Hager realizó otro análisis en resaltos hidráulicos pero enfocados únicamente en los resaltos hidráulicos ondulares, analizando la longitud de las olas y los perfiles. El experimento se realizó en un modelo similar al usado en 1999 (diámetro de 240 mm y de 6 m de longitud y el material de construcción fue acrílico).

Las relaciones de llenado oscilaron entre 0.3 y 0.8, variándolas cada 0.05. Se trabajaron 3 pendientes: 0.001, 0.0015 y 0.003, y los números de Froude oscilaron entre 1.25 y 2.0 (Números de Froude característicos de resaltos hidráulicos ondulares).

Como los resaltos hidráulicos ondulares son muy inestables, cualquier perturbación afecta el flujo en el resalto; además, dependiendo del número de Froude aguas arriba del resalto, se pueden determinar los siguientes tipos de resaltos hidráulicos ondulares:

1. Resalto Ondular Tipo A: Ocurre cuando los números de Froude aguas arriba del resalto son bajos ($F < 1.20$). Las ondas fluyen libremente en el flujo.
2. Resalto Ondular Tipo B: Ocurre cuando la pendiente es pronunciada y el flujo va aumentado de aguas arriba hacia aguas abajo sin la formación de ondas. ($1.20 < F < 1.28$)
3. Resalto Ondular Tipo C: Ocurre cuando el número de Froude oscila entre 1.28 y 1.36.
4. Resaltos Ondular Tipo D: Ocurre cuando los números de Froude aguas arriba del resalto son grandes ($1.28 < F < 1.60$).

En la Ilustración 14 se muestran los diferentes tipos de resaltos hidráulicos generados en los experimentos realizados:

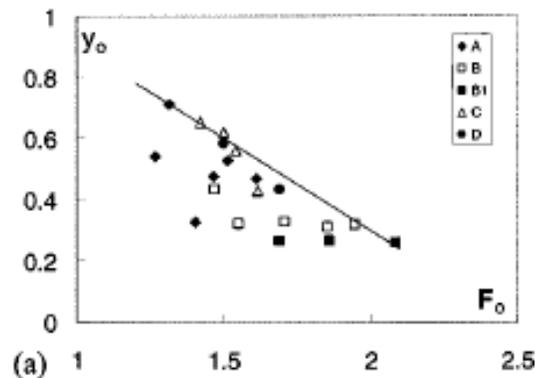


Ilustración 14. Tipos de resaltos hidráulicos generados en los experimentos realizados por Hager y Gargano (Gargano & Hager, 2002).

Por lo tanto, según la Ilustración 14, se obtienen los siguientes resultados:

1. Resalto Ondular Tipo A: Ocurre para números de Froude menores a 1.5
2. Resalto Ondular Tipo B: Ocurre para relaciones de llenado entre 0.3 y 0.45.
3. Resaltos Ondulares Tipo C y D: Se forman de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$y_0 = 1.5 - 0.60F_0$$

Ecuación 51. Estimación para resaltos Ondulares Tipo C y D (Gargano & Hager, 2002).

Como conclusión Gargano y Hager comentan que el pico de la onda ocurre en la primera onda, además la longitud de la onda depende exclusivamente de y_o/F_o . Por último, para evitar problemas en las redes de alcantarillado, los números de Froude deben ser menores a 0.75 o mayores a 2 para evitar la inestabilidad del flujo y no producir resaltos ondulares, los cuales tienen las mismas características que un resalto normal.

H.K. Ghamry, Ain Shames y Fayoum Branch (2002)

En el año 2002 se realizó otro experimento para analizar los resaltos hidráulicos en tuberías, el diámetro era de 0.3 m, longitud de 1.37 m, el caudal variaba entre 7 y 35 l/s y la variación de los números de Froude oscilaban entre 1.29 y 6.43.

Para calcular el resalto, introducen el término de sumersión (S):

$$S_G = \frac{y_s - y_1}{y_1}$$

Ecuación 52. Sumersión en la compuerta (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).

dónde:

S_G : Sumergencia en la compuerta

y_s : Altura aguas arriba de la compuerta

y_1 : Altura en la compuerta

$$S = \frac{y_1 - y_2}{y_2}$$

Ecuación 53. Sumersión (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).

dónde:

S_G : Sumergencia

y_s : Altura aguas arriba del resalto

y_1 : Altura aguas abajo del resalto

Estos investigadores realizaron una comparación entre la sumergencia en la compuerta y la sumergencia en el resalto y concluyeron que la relación es proporcional, aunque para una sumergencia del resalto específica, la sumergencia en la compuerta empieza a aumentar cuando aumenta el número de Froude (Ver Ilustración 15).

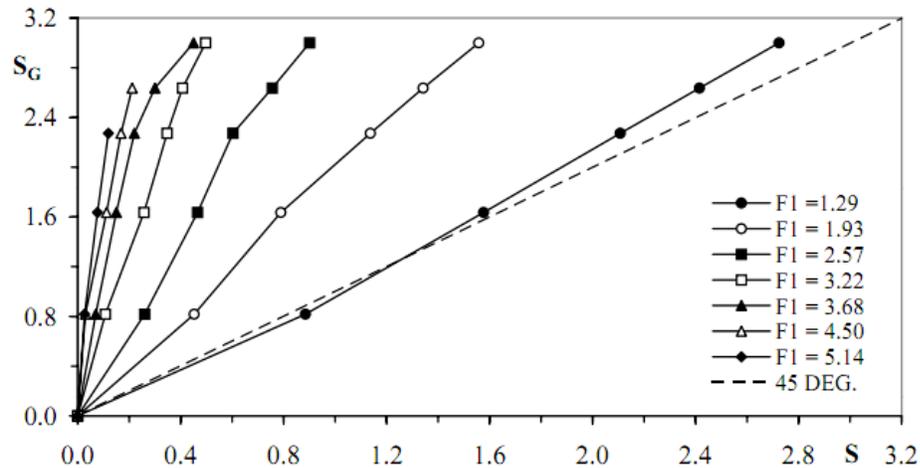


Ilustración 15. Comparación sumergencia del resalto vs sumersión de la compuerta (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).

Por último, para un número de Froude específico, se puede observar que el resalto pierde fuerza cuando la sumergencia incrementa. Además, la relación entre la energía específica en la compuerta respecto a las diferentes energías a lo largo del resalto tiene un leve aumento cuando la sumergencia aumenta.

Osman Akan (2006)

La profundidad subsecuente de un resalto hidráulico en canales rectangulares fue planteada por Akan como la igualdad de los momentos específicos aguas arriba y aguas abajo del resalto hidráulico:

$$M_{específico} = \frac{q^2}{gY_j} + \frac{Y_j^2}{2}$$

Ecuación 54. Cálculo Momentum Específico en Canales Rectangulares (Akan, 2006).

Igualando los momentos específicos aguas arriba y aguas abajo usando la Ecuación 54 se tiene que:

$$\frac{q^2}{gY_{j1}} + \frac{Y_{j1}^2}{2} = \frac{q^2}{gY_{j2}} + \frac{Y_{j2}^2}{2}$$

Ecuación 55. Procedimiento cálculo altura subsecuente de los resaltos hidráulicos en canales rectangulares (Akan, 2006).

Y conociendo que el caudal por unidad de ancho es igual a:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{v * A}{b} = \frac{v * b * y}{b} = v * y$$

Ecuación 56. Caudal por unidad de ancho.

dónde:

Q : Caudal [m^3/s]

q : Caudal por unidad de ancho [$m^3/s*m$]

b : Ancho del canal [m]

Y reemplazando la Ecuación 56 en la Ecuación 55:

$$\frac{Y_{J1}^2}{2} + \frac{Y_{J1} v_1^2}{g} = \frac{Y_{J2}^2}{2} + \frac{Y_{J2} v_2^2}{g}$$

Ecuación 57. Procedimiento cálculo profundidades subsecuentes.

Teniendo en cuenta la ecuación de conservación de la masa:

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Ecuación 58. Conservación de la masa.

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2}$$

Ecuación 59. Cálculo velocidad aguas abajo a partir de los parámetros aguas arriba.

Reemplazando la Ecuación 59 y la Ecuación 55 en la Ecuación 57:

$$\frac{Y_{J1}^2}{2} + \frac{Y_{J1} v_1^2}{g} = \frac{Y_{J2}^2}{2} + \frac{Y_{J2}}{g} \left(\frac{Y_{J1}^2}{Y_{J2}^2} \right) v_1^2$$

Y reorganizando:

$$\frac{1}{2} (Y_{J2}^2 - Y_{J1}^2) = \frac{Y_{J1}}{g} \left(\frac{Y_{J1}}{Y_{J2}} v_1^2 - v_1^2 \right)$$

$$(Y_{J2}^2 - Y_{J1}^2) = \frac{2}{g} Y_{J1} v_1^2 \left(1 - \frac{Y_{J1}}{Y_{J2}} \right)$$

$$(Y_{J2} + Y_{J1})(Y_{J2} - Y_{J1}) = 2Y_{J1}^2 Fr_{J1}^2 \frac{(Y_{J2} - Y_{J1})}{Y_{J2}}$$

$$\frac{Y_{J2}^2}{Y_{J1}^2} + \frac{Y_{J2}}{Y_{J1}} = 2Fr_{J1}^2$$

$$\left(\frac{Y_{J2}}{Y_{J1}}\right)^2 + \frac{Y_{J2}}{Y_{J1}} - 2Fr_{J1}^2 = 0$$

$$\frac{Y_{J2}}{Y_{J1}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8Fr_{J1}^2}}{2}$$

Ecuación 60. Cálculo profundidades subsecuentes en canales rectangulares.

La longitud del resalto hidráulico para canales rectangulares puede ser medida mediante la Ilustración 16, la cual puede presentar errores cuando el resalto hidráulico presenta una superficie muy plano.

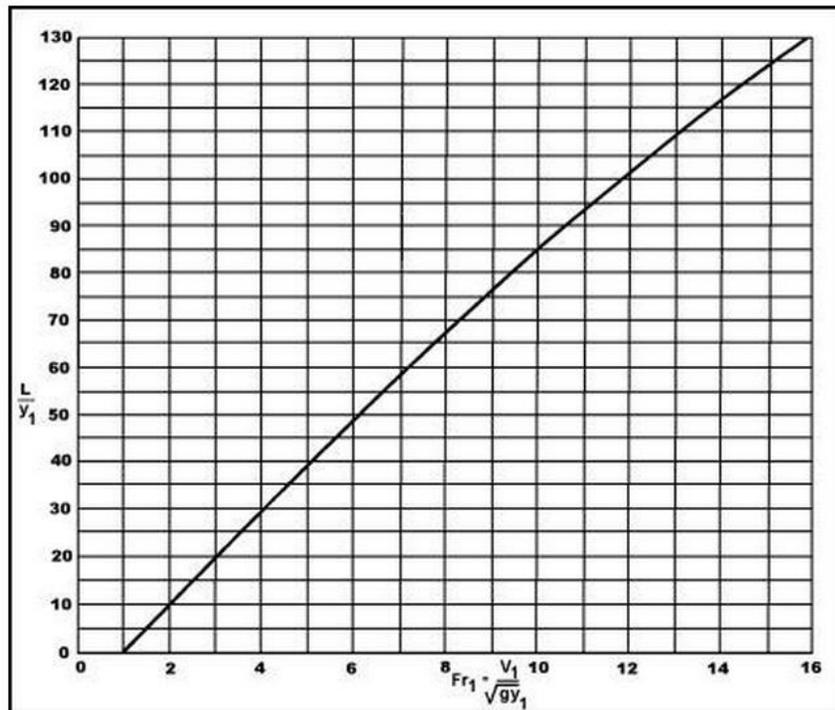


Ilustración 16. Cálculo de la longitud del Resalto Hidráulico. (FHWA, 2006).

National Highway Institute (2006)

En el 2006 aparecen publicadas en la Circular de Ingeniería Hidráulica N° 14 del Departamento de Transporte de Estados Unidos (U.S. Department of Transportation), ecuaciones y gráficas para determinar resaltos hidráulicos en tuberías. Estas ecuaciones se escogen dependiente si la profundidad aguas abajo es mejor al diámetro o superior:

Cuando la profundidad aguas abajo es menor al diámetro se tiene que:

$$\frac{K_2 y_2 C_2}{y_1 C_1} - K_1 = Fr_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)$$

Ecuación 61. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes menores al diámetro (FHWA, 2006).

dónde:

y_2 : Profundidad aguas abajo del resalto

y_1 : Profundidad aguas arriba del resalto

Fr_1 : Número de Froude aguas arriba del resalto

C y K : Funciones de y/D , y sus valores se encuentran en la Tabla 3.

Cuando la profundidad aguas abajo es mayor al diámetro, se realizan los cálculos con la Ecuación 62:

$$\frac{y_2 C_2}{y_1 C_1} - 0.5 \left(\frac{C_2 D}{C_1 y_1} \right) - K_1 = Fr_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)$$

Ecuación 62. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes mayores al diámetro (FHWA, 2006).

dónde:

y_2 : Profundidad aguas abajo del resalto

y_1 : Profundidad aguas arriba del resalto

Fr_1 : Número de Froude aguas arriba del resalto

C y K : Funciones de y/D , y sus valores se encuentran en la Tabla 3.

Tabla 3. Coeficientes para tuberías circulares horizontales (FHWA, 2006).

y/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1,000
K	0.41	0.413	0.416	0.419	0.424	0.432	0.445	0.462	0.473	0.5
C	0.041	0.112	0.198	0.293	0.393	0.494	0.587	0.674	0.745	0.748

Adicionalmente, la longitud del resalto (medida desde el punto dónde inicia la turbulencia hasta el lugar dónde la profundidad aguas abajo alcanza el máximo) cuando la profundidad aguas abajo es menor al diámetro se puede determinar mediante la Ilustración 17:

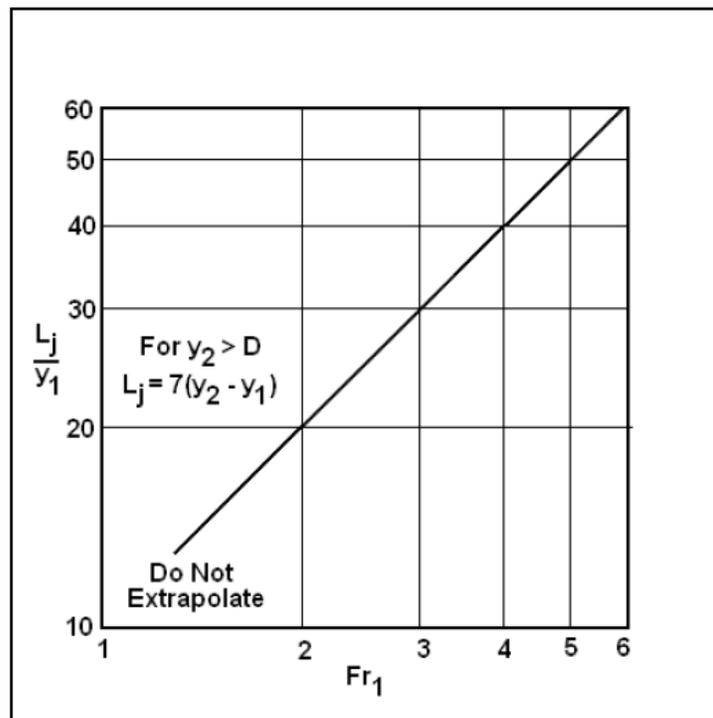


Ilustración 17. Determinación de la longitud del resalto para profundidades subsecuentes menores al diámetro (FHWA, 2006).

En la Ilustración 17 se puede observar que existe una aproximación experimental para hallar la longitud del resalto cuando la profundidad aguas abajo del resalto es mayor al diámetro:

$$L_j = 7(y_2 - y_1)$$

Ecuación 63. Determinación longitud del resalto cuando la profundidad aguas abajo es mayor al diámetro (FHWA, 2006).

3. Marco Teórico

3.1. Resaltos Hidráulicos

3.1.1. Definición

Los resaltos hidráulicos son fenómenos físicos presentados cuando hay un cambio de flujo supercrítico a flujo subcrítico, lo cual genera pérdidas de energía, turbulencia, rompimiento en la superficie del flujo (en algunos casos) y entrapamiento de aire. Su comportamiento se puede observar en la Ilustración 18:

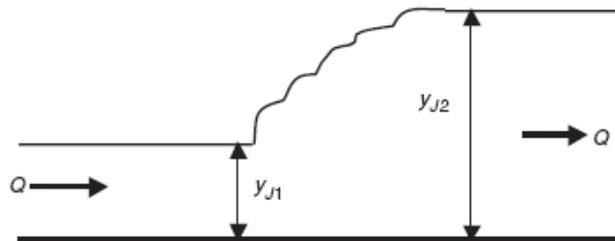


Ilustración 18. Resalto Hidráulico (Akan, 2006).

En tuberías circulares, existen dos tipos de resaltos; el primero ocurre cuando la profundidad subsecuente del resalto es menor al diámetro de la tubería ($y_2 < D$), (Ver Ilustración 19), y el segundo tipo, cuando la profundidad subsecuente supera el diámetro ($y_2 > D$) (Ilustración 20).

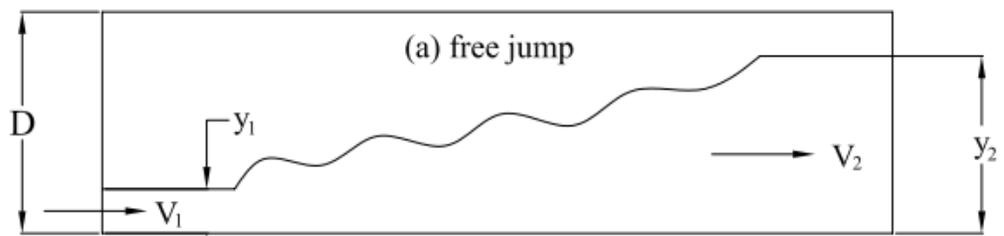


Ilustración 19. Profundidad subsecuente menor al diámetro de la tubería. (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).

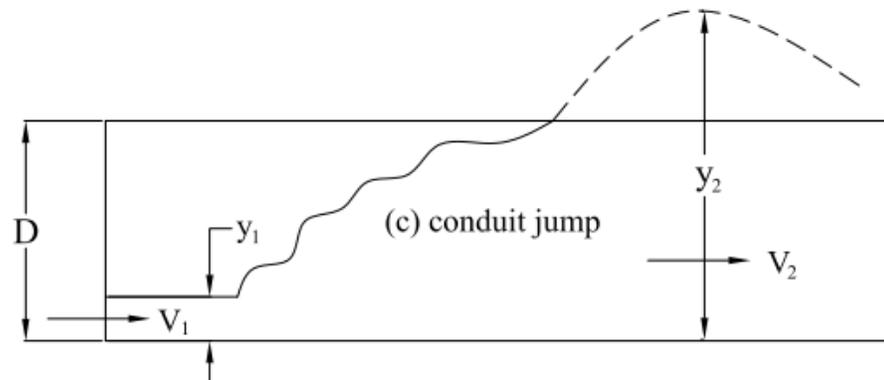


Ilustración 20. Profundidad subsecuente mayor al diámetro de la tubería. (Ghamry, Shames, & Branch, 2002).

Los resaltos hidráulicos cumplen la función de disipar energía debido a la turbulencia generada en éste fenómeno y la incorporación de aire; por lo tanto son útiles en zonas donde la potencia del agua puede causar daños en las estructuras y erosiones en los canales, o en las Plantas de Tratamiento de Agua Residual o Plantas de Tratamiento de Agua Potable, dónde se usan para mezclar sustancias mientras ocurre el fenómeno.

A continuación se mencionan otras funciones del resalto hidráulico en canales abiertos (CIVIL ENGINEERING PORTAL, 2011):

- Disipación de energía en flujos sobre diques, vertederos y otras estructuras hidráulicas.
- Condicionar alturas altas, apropiadas para canales usados en la distribución de agua o irrigación de cultivos.
- Reducción de las presiones altas que se encuentran debajo de las estructuras.
- Mezcla de sustancias químicas usadas para tratamiento de agua.
- Airear flujos y declorinado en los procesos de tratamiento de agua.
- Eliminación de paquetes de aire presentados en canales circulares.
- Identificar las condiciones del flujo mediante mediciones, y así tomar medidas de regulación.

Adicionalmente, la formación de resaltos hidráulicos se presenta cuando el canal tiene altas pendientes, obstáculos en el canal o cambios de pendiente.

3.1.2. Tipos de Resaltos Hidráulicos

Según la US Bureau of Reclamation, los resaltos hidráulicos se identifican de acuerdo con el número de Froude:

Tabla 4. Tipos de Resaltos Hidráulicos en fondos sin pendiente (Gonzales Rodríguez, 1992).

Número de Froude	Características
Froude = 1.0	No existe formación de Resalto Hidráulico porque se encuentra en la profundidad crítica
$1.0 < \text{Froude} < 1.7$	Resalto Ondular
$1.7 < \text{Froude} < 2.5$	Resalto Débil
$2.5 < \text{Froude} < 4.5$	Resalto Oscilante
$4.5 < \text{Froude} < 9.0$	Resalto Permanente
Froude > 9.0	Resalto Fuerte

- Resalto Ondular: Como se explicó en los Antecedentes, un resalto hidráulico ondular genera baja disipación de energía, su disipación oscila entre el 0 y el 8%.
- Resalto Débil: En la superficie del resalto se presenta una pequeña turbulencia, con disipaciones de energía entre el 10 y el 20%.
- Resalto Oscilante: Hay una turbulencia no periódica, la cual va generando a su paso problemas de erosión tanto en las orillas del canal como en el fondo. La disipación de energía oscila entre 20 y 45%.
- Resalto Permanente: Éste resalto no tiene en cuenta el comportamiento del flujo aguas abajo, por lo tanto, su comportamiento es más periódico. La disipación de energía oscila entre 45 – 70%.
- Resalto fuerte: Es un resalto violento, que alcanza disipaciones de energía del 85%.

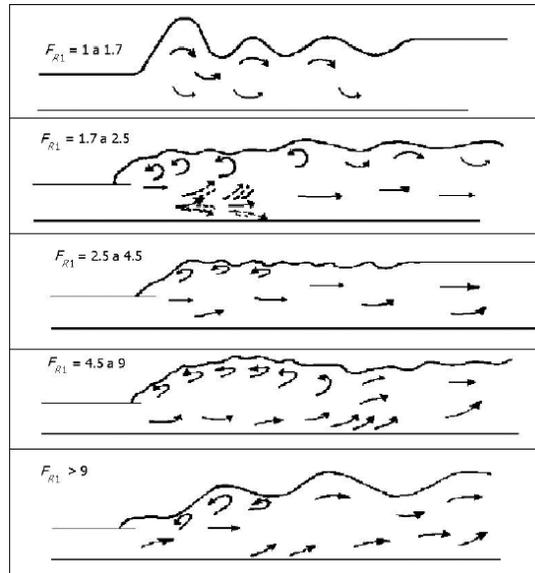


Ilustración 21. Tipos de Resaltos Hidráulicos (Gonzales Rodríguez, 1992).

3.1.3. Cálculo de profundidades subsecuentes en el Resalto Hidráulico

Cómo las pérdidas de energía son considerables, no se puede usar la ecuación de conservación de la energía para encontrar la relación entre las profundidades aguas arriba del resalto y aguas abajo, sino que se debe usar la conservación del Momentum planteada en la Ecuación 64.

$$M_{j1} = M_{j2}$$

Ecuación 64. Conservación del Momentum Específico.

En canales rectangulares el análisis de la profundidad subsecuente del resalto hidráulico se realiza mediante la demostración planteada por Akan, obteniendo como resultado la Ecuación 60:

$$\frac{Y_{j2}}{Y_{j1}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8Fr_1^2}}{2}$$

Ecuación 60. Cálculo profundidades subsecuentes en canales rectangulares.

O mediante la Ecuación 33 planteada por Smith y Chen:

$$\frac{H_j}{D} = Fr_1^2 \left(\frac{d_1}{D}\right)^2 \left[\beta_1 - \beta_2 \frac{d_1}{D} (1 + \beta_a) \right] + \frac{1}{2} \frac{d_1}{D} \left[\left(\frac{d_1}{D}\right) + \frac{1}{\frac{d_1}{D}} - 2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta \right) \right] \cos \theta$$

$$+ \frac{L}{D} \left(\frac{K}{1 + \beta_j} - 1 \right) \text{sen} \theta - \frac{F_f}{\gamma B D^2}$$

Ecuación 33. Dimensiones del Resalto Hidráulico en canales cuadrados reorganizada (SMITH & CHEN, 1989).

Además, la longitud del resalto se puede medir mediante la Ilustración 16:

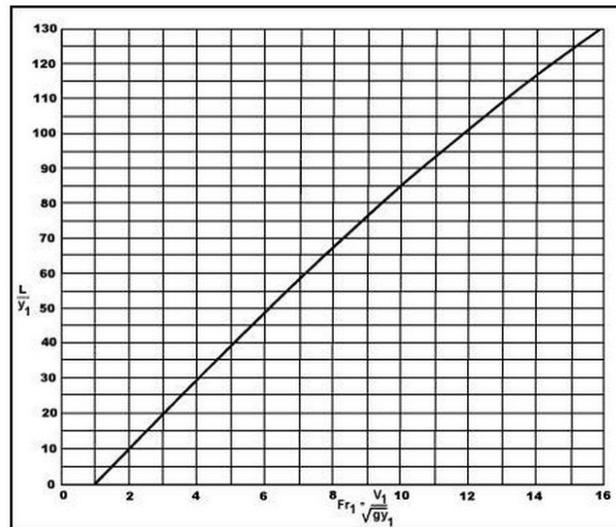


Ilustración 16. Cálculo de la longitud del Resalto Hidráulico. (FHWA, 2006).

El análisis de Momentum para tuberías circulares se puede explicar en el análisis planteado por Stahl y Hager (Ver Ecuación 39), en el cual se obtiene la siguiente ecuación de conservación del Momentum:

$$\frac{1}{2} y_1^{2.5} + \frac{Q^2}{g D^5 y_1^{1.5}} = \frac{1}{2} y_2^{2.5} + \frac{Q^2}{g D^5 y_2^{1.5}}$$

Ecuación 39. Ecuación del Momentum (Stahl & Hager, 1999).

Adicionalmente, en otro análisis, realizado por Osman Akan en el libro *Open Channel Hydraulics*, la solución de la Ecuación 39 requiere de procedimientos de prueba y error, por lo tanto se han graficado diagramas de Momentum para encontrar la solución en canales circulares:

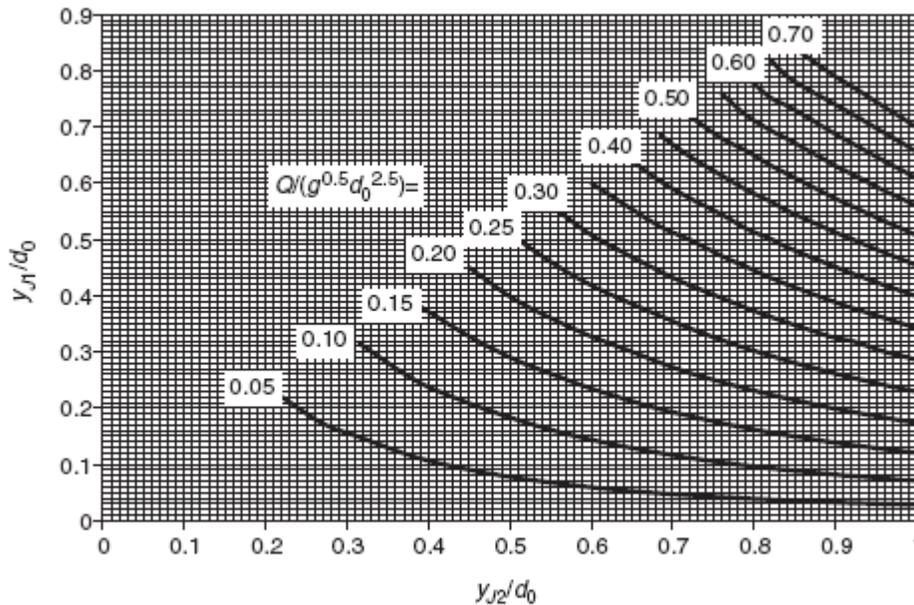


Ilustración 22. Diagrama de Momentum en canales circulares (Akan, 2006).

Como se observa en la Ilustración 22, todas las líneas tienen un límite en el inicio de la curva, lo que indica que en tuberías circulares, siempre se tendrá una zona supercrítica antes de la formación del resalto, y aguas abajo se tienen dos opciones, que el flujo siga a superficie libre o que la tubería se presurice.

Por lo tanto, partiendo de las Ecuaciones de Momentum y diversos experimentos, se encuentran las siguientes ecuaciones para encontrar las profundidades subsecuentes:

La primera ecuación fue calculada por Silvester en 1964 a partir de los datos obtenidos en el experimento de Kindsvater. La Ecuación 12 funciona para tuberías fluyendo parcialmente llenas:

$$k'_2 \frac{d_2}{d_1} \frac{m_2}{m_1} - k'_1 = F_1^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_2} \right]$$

Ecuación 12. Profundidades subsecuentes para tuberías parcialmente llenas (Silvester, 1964).

La Ecuación 14 se utiliza en tuberías presurizadas:

$$\frac{m_2}{m_1} \frac{d_2}{d_1} - \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} \frac{D}{d_1} - k'_1 = F_1^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_2} \right]$$

Ecuación 14. Profundidades subsecuentes para tuberías llenas.

En 1978, Straub plantea ecuaciones para determinar la profundidad subsecuente del resalto hidráulico a partir de una aproximación en el cálculo del número de Froude:

$$F_1 = \left(\frac{Y_c}{Y_1} \right)^{1.93}$$

Ecuación 20. Aproximación número de Froude (French, 2007).

Cuando el número de Froude es menor a 1.7:

$$y_2 = \frac{y_c^2}{y_1}$$

Ecuación 21. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude menores a 1.7 (French, 2007).

Y cuando el número de Froude es mayor a 1.7:

$$y_2 = \frac{y_c^{1.8}}{y_1^{0.73}}$$

Ecuación 22. Cálculo profundidad subsecuente para números de Froude mayores a 1.7 (French, 2007).

En 1999 Stahl y Hager plantearon dos ecuaciones a partir de sus resultados experimentales, la primera calculada para números de Froude generales:

$$1 + 2F_1^2 = Y^{2.5} + 2F_1^2 Y^{-1.5}$$

Ecuación 65. Profundidad subsecuente en el resalto hidráulico (Stahl & Hager, 1999).

Y la siguiente para números de Froude mayores a 2:

$$Y = 1.16F^{0.85}$$

Ecuación 66. Profundidad subsecuente con números de Froude mayores a 2 (Stahl & Hager, 1999).

Y por último, en la Circular 14 de Ingeniería Hidráulica del Departamento de Transporte de Estados Unidos se establecen las siguientes ecuaciones para encontrar las profundidades subsecuentes:

Cuando la profundidad aguas abajo es menor al diámetro se tiene que:

$$\frac{K_2 y_2 C_2}{y_1 C_1} - K_1 = Fr_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)$$

Ecuación 61. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes menores al diámetro (FHWA, 2006).

dónde:

y_2 : Profundidad aguas abajo del resalto

y_1 : Profundidad aguas arriba del resalto

Fr_1 : Número de Froude aguas arriba del resalto

C y K : Funciones de y/D , y sus valores se encuentran en la Tabla 3

Cuando la profundidad aguas abajo es mayor al diámetro, se realizan los cálculos con la Ecuación 62:

$$\frac{y_2 C_2}{y_1 C_1} - 0.5 \left(\frac{C_2 D}{C_1 y_1} \right) - K_1 = Fr_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right)$$

Ecuación 62. Cálculo profundidad subsecuente para profundidades subsecuentes mayores al diámetro (FHWA, 2006).

dónde:

y_2 : Profundidad aguas abajo del resalto

y_1 : Profundidad aguas arriba del resalto

Fr_1 : Número de Froude aguas arriba del resalto

C y K : Funciones de y/D , y sus valores se encuentran en la Tabla 3

Adicionalmente, la longitud del resalto (medida desde el punto dónde inicia la turbulencia hasta el lugar dónde la profundidad aguas abajo alcanza el máximo) cuando la profundidad aguas abajo es menor al diámetro se puede determinar mediante la Ilustración 17:

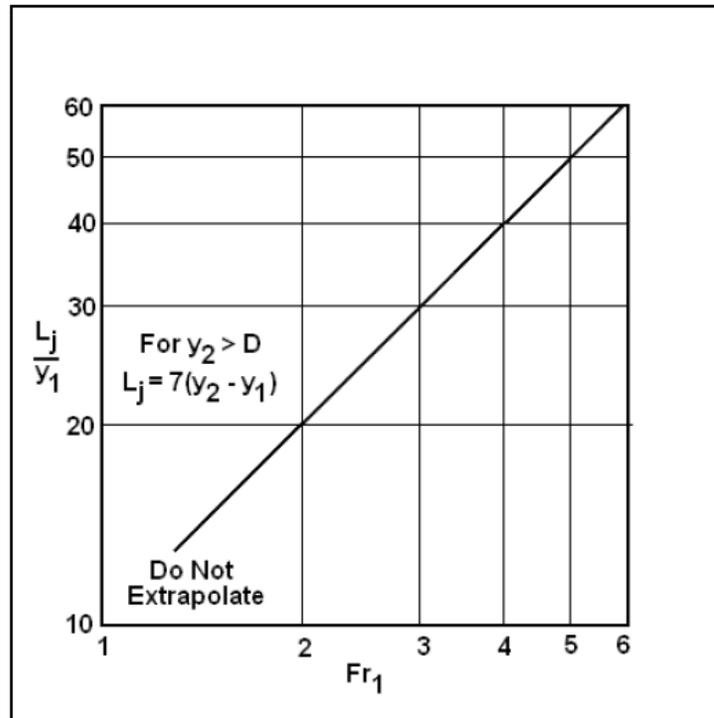


Ilustración 17. Determinación de la longitud del resalto para profundidades subsiguientes menores al diámetro (FHWA, 2006).

4. Diseño del modelo

4.1. Ubicación

El montaje se realizará en el laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes, sobre el canal rectangular ubicado en el extremo derecho del laboratorio (Ver plano anexo).

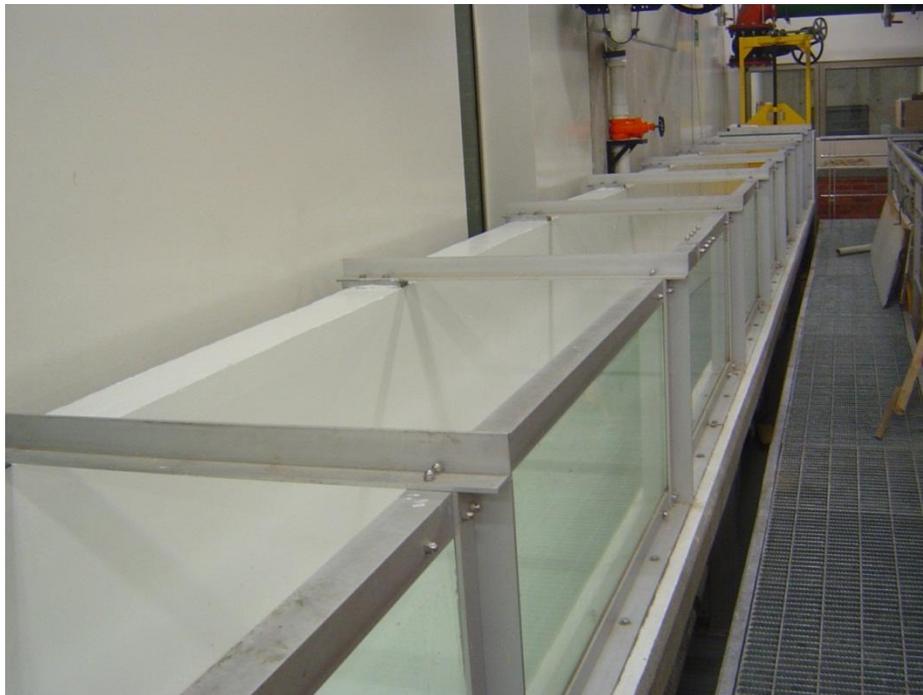


Ilustración 23. Canal donde se ubicará el montaje.

4.2. Condiciones Iniciales.

El canal rectangular tiene una pendiente del 1.88%, alimentado por una válvula que distribuye el caudal al canal. Debido a las condiciones aguas abajo del canal, el caudal mínimo que puede transportar la tubería es de 6.1 L/s y el caudal máximo es de 77.6 L/s.

Las medidas del canal se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Medidas del canal.

		Medición	Unidades
Aguas Arriba	Altura	0.463	m
	Ancho	0.628	m
Aguas Abajo	Altura	0.719	m
	Ancho	0.628	m
Longitud		13.561	m

4.3. Elección Tubería

4.3.1. Tubería en acrílico de 400mm

4.3.1.1. Hipótesis

El primer diseño del montaje se planteó con una tubería de acrílico de 400 mm de diámetro interno (cerca de 16 pulgadas), ya que gracias a su tamaño, permite observar detalladamente el comportamiento del agua.

La forma de variar la pendiente de la tubería sería por medio de soportes de madera (Ver Ilustración 24) que dependiendo de su ubicación y tamaño aumentarían o disminuirían la pendiente.

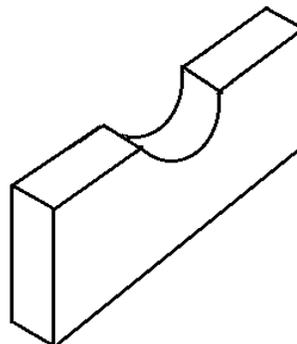


Ilustración 24. Soportes de madera para cambiar la pendiente de la tubería.

4.3.1.2. Análisis

4.3.1.2.1. Restricciones

Los criterios de selección de la tubería apropiada para el montaje, se basaron en las siguientes restricciones:

- El número de Froude debe ser menor a 4.0.
- El caudal que pasa por la tubería debe ser cercano al caudal máximo que permite la válvula.
- El espacio que ocupa la tubería debe estar entre las condiciones dadas por el canal donde se realizará el montaje.
- El espacio que ocupe la tubería debe permitir la ubicación de los elementos que permitan el cambio de pendiente.

4.3.1.2.2. Condiciones de la tubería

Por lo tanto, para confirmar si la tubería de 400 mm era óptima para éste modelo, se inició el análisis realizando una comprobación de diseño que tenía como condiciones iniciales una relación de llenado del 85%, una pendiente del 1.88% (la pendiente original del canal) y la rugosidad relativa del PVC ($1.5 \times 10^{-6} m$); dando como resultado un caudal de 465.3 L/s y un número de Froude de 2.07.

Adicionalmente, de acuerdo con las características del canal donde se realizará el montaje, la tubería tendría aguas arriba un espacio de movimiento de cerca de 7 cm (adicionando el espesor de la tubería que es igual a 5 mm) (Ver Ilustración 25).

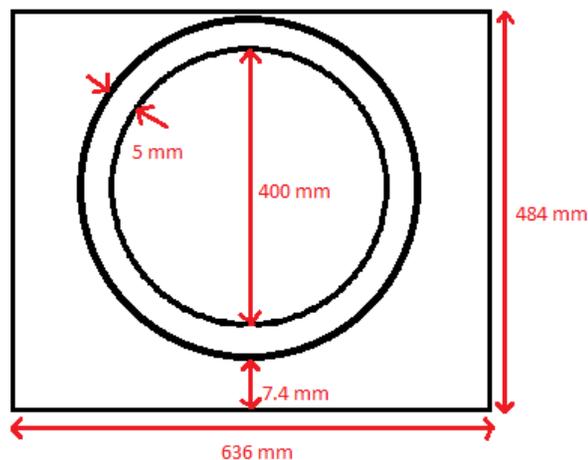


Ilustración 25. Medidas tubería de 400 mm y canal.

Para comprobar que la tubería de 400 mm si podía usarse en el modelo, se realizó una maqueta, la cual mantenía todas las medidas a escala permitiendo así observar qué tanto movimiento tendría la tubería en el modelo.

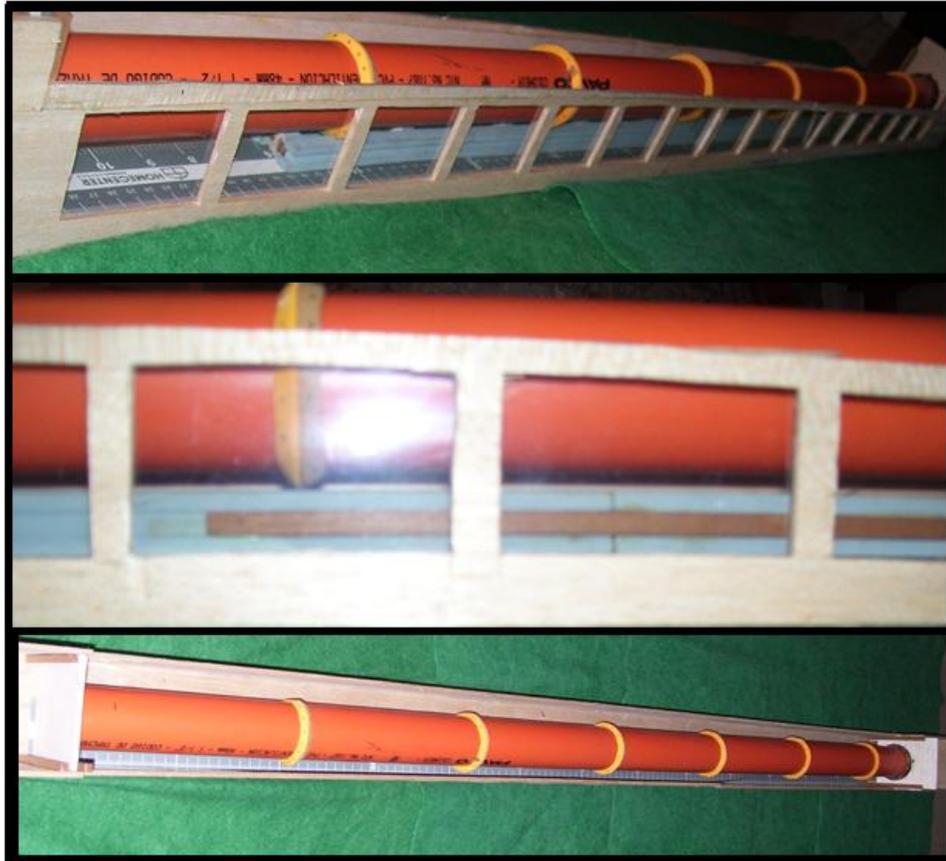


Ilustración 26. Maqueta con una tubería de 400 mm.

Como se observa en la Ilustración 26, la tubería con un diámetro de 400 mm ocuparía más espacio que el disponible en el canal, teniendo en cuenta que la tubería requiere de un soporte que permita la variación de pendiente.

4.3.1.2.3. Conclusión

La tubería permite que el flujo adquiera un número de Froude menor a 4.0, cumpliendo con la primera condición; pero el caudal que pasa por la tubería es demasiado grande respecto al caudal máximo que permite la válvula; es decir, si se trabaja con la tubería de 400 mm, la relación de llenado óptima para el caudal máximo que permite la válvula es menor al 35%, por lo tanto no se podría realizar un análisis cercano al sistema de drenaje urbano, puesto que la relación de llenado máxima para sistemas de drenaje es del 85%.

Por otra parte, la tubería se realizará en acrílico, dividida en 7 secciones, 6 de 2 m y una sección de 1 m. La forma de unir éstas secciones será mediante bridas, las cuales permiten realizar mantenimiento a la tubería. Pero dado el peso que adquiere la tubería cuando transporta agua, la tubería no puede sostenerse únicamente con los soportes de madera, puesto que podría sufrir algún tipo de falla en las uniones de las secciones, lo que hace necesario soportar la tubería con algún tipo de soporte metálico que resista el peso de la tubería y el agua.

Éste soporte tendrá una altura mínima de 10 cm, por lo cual el diseño de la tubería de 400 mm en el canal resulta erróneo puesto que el espacio que ocupa la tubería y el soporte sería mayor a 48 cm, concluyendo que el espacio permitido por el canal es insuficiente.

4.3.2. Selección diámetro de la tubería

La selección del diámetro de la tubería se llevó a cabo analizando el espacio máximo que permite el canal, el caudal máximo posible que puede permitirse en el montaje, una tubería apropiada para observar los fenómenos de resalto hidráulico y cumplir que la mínima relación de llenado con el caudal máximo sea del 50% para tener la posibilidad de realizar varias mediciones. Por lo tanto, por medio del caudalímetro electrónico instalado en el laboratorio, se determinó que el máximo caudal que puede pasar por el canal es de 77.6 L/s.

Por ende, para analizar los caudales que permitían diferentes tuberías, se realizó un proceso de comprobación de diseño para diferentes diámetros (Ver Ilustración 27) en el cual se determinó que el diámetro óptimo es de 250 mm, ya que cumple con una caudal más cercano al caudal máximo que recorre el canal, y su tamaño permite ubicar un soporte en H para sostener la tubería, permite la variación de la pendiente y en comparación con el diámetro de 200 mm (que también cumple con las dos restricciones anteriores), la posibilidad de observar el fenómeno se facilita por el tamaño.

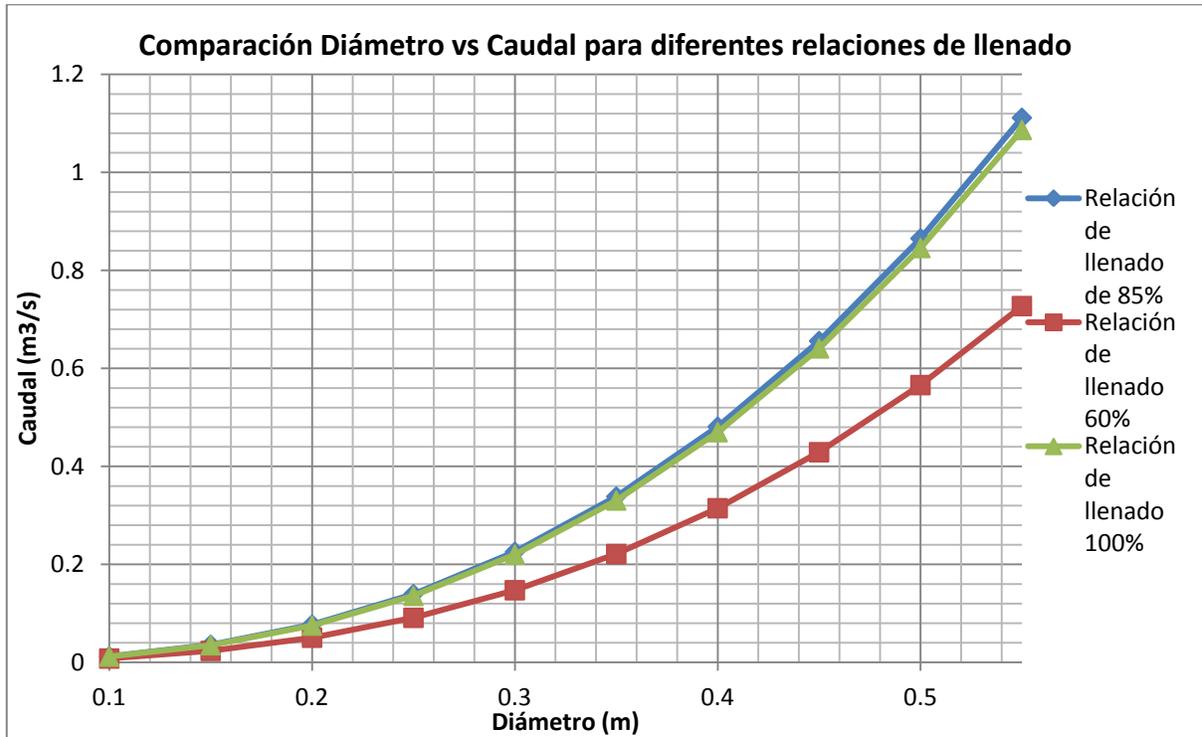


Ilustración 27. Relación del diámetro vs caudal.

4.3.3. Tubería con diámetro de 250 mm

El diseño se realizará entonces con una tubería de 250 mm de diámetro interno, de espesor de 5 mm y dividida en 6 secciones de 2 m y una sección de 1 m. La unión entre sección y sección se realizará mediante bridas con un total de 8 tornillos por unión. La tubería estará apoyada sobre un soporte de 12 m de longitud, dividido en secciones de 3 m, y el cuál conjunto a soportes de madera que se colocarán en cada unión de los soportes, se levantará la tubería variando la pendiente de la misma.

Así mismo, el soporte de la tubería se fijará mediante soportes de madera y chumaceras al inicio del canal, de tal manera que permitan la variación de la pendiente sin causar esfuerzos en la tubería.

Para comprobar que la tubería de 250 mm es la óptima para el montaje se realizó una maqueta que fue construida con todos los parámetros a escala:



Ilustración 28. Maqueta con un diámetro de 250 mm.

En la Ilustración 28 se observar que la tubería de 250 mm cumple con las condiciones de tamaño que requiere el canal, por lo tanto, es la tubería óptima para el montaje, porque cumple con un caudal cercano al máximo que puede pasar por el canal y porque tiene el tamaño perfecto para realizar el análisis.

5. Pruebas de verificación de los parámetros hidráulicos de la tubería

5.1. Comprobación de Diseño

El proceso de comprobación de diseño se realizó para determinar cuál era el diámetro que se debía elegir para transportar el caudal de 77.6 L/s, evitando tener una relación de llenado muy baja, y alturas menores a 48 cm (altura máxima permitida por el canal en la compuerta aguas arriba).

Por lo tanto, se realizó un análisis para relaciones de llenado del 50%, 85 % y 92.9% con una pendiente del 1.88%:

Tabla 6. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 50 %.

d (m)	yn (m)	θ (-)	Á (m ²)	P (m)	R (m)	V (m)	Q (m ³ /s)	Re (-)	T (m)	D (m)	Froude (-)	h soporte (m)	d + soporte (m)
0,2	0,1	3,142	0,016	0,314	0,050	2,315	0,036	406173,515	0,200	0,079	2,638	0,100	0,300
0,25	0,125	3,142	0,025	0,393	0,063	2,676	0,066	586753,110	0,250	0,098	2,726	0,100	0,350
0,3	0,15	3,142	0,035	0,471	0,075	3,009	0,106	791802,752	0,300	0,118	2,799	0,100	0,400
0,35	0,175	3,142	0,048	0,550	0,088	3,321	0,160	1019595,837	0,350	0,137	2,860	0,100	0,450
0,4	0,2	3,142	0,063	0,628	0,100	3,616	0,227	1268764,140	0,400	0,157	2,913	0,100	0,500
0,45	0,225	3,142	0,080	0,707	0,113	3,897	0,310	1538186,062	0,450	0,177	2,960	0,100	0,550
0,5	0,25	3,142	0,098	0,785	0,125	4,165	0,409	1826918,772	0,500	0,196	3,001	0,100	0,600
0,55	0,275	3,142	0,119	0,864	0,138	4,424	0,525	2134154,161	0,550	0,216	3,039	0,100	0,650

En la Tabla 6 se resaltan los diámetros que cumplen con caudales cercanos al caudal máximo permitido en el montaje y no superan los 48 cm de la compuerta. Cabe destacar, que las tuberías con diámetros de 200 mm y 250 mm mueven un caudal menor que el caudal máximo con una relación de llenado del 50%, lo que indica que se puede realizar una variación mayor de las relaciones de llenado en éstos diámetros respecto a los diámetros de 300 mm.

Tabla 7. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 85 %.

d (m)	yn (m)	θ (-)	Á (m ²)	P (m)	R (m)	V (m)	Q (m ³ /s)	Re (-)	T (m)	D (m)	Froude (-)	h soporte (m)	d + soporte (m)
0.1	0.085	4.692	0.007	0.235	0.030	2.158	0.015	229631.7	0.071	0.100	2.183	0.1	0.200
0.15	0.128	4.692	0.016	0.352	0.045	2.814	0.045	449084.9	0.107	0.149	2.324	0.1	0.250
0.2	0.17	4.692	0.028	0.469	0.061	3.388	0.096	721077.9	0.143	0.199	2.423	0.1	0.300
0.25	0.213	4.692	0.044	0.587	0.076	3.909	0.174	1039829.5	0.179	0.249	2.501	0.1	0.350
0.3	0.255	4.692	0.064	0.704	0.091	4.390	0.281	1401297.5	0.214	0.299	2.563	0.1	0.400
0.35	0.298	4.692	0.087	0.821	0.106	4.840	0.422	1802433.9	0.250	0.349	2.617	0.1	0.450
0.4	0.34	4.692	0.114	0.938	0.121	5.265	0.599	2240825.9	0.286	0.399	2.663	0.1	0.500
0.45	0.383	4.692	0.144	1.056	0.136	5.669	0.817	2714497.0	0.321	0.448	2.703	0.1	0.550
0.5	0.425	4.692	0.178	1.173	0.152	6.055	1.077	3221787.4	0.357	0.498	2.739	0.1	0.600
0.55	0.468	4.692	0.215	1.290	0.167	6.427	1.383	3761274.8	0.393	0.548	2.772	0.1	0.650

En la Tabla 7 se puede observar que con relaciones de llenado del 85 % (relación de llenado máxima permitida por el RAS), los diámetros cercanos al caudal máximo son los de 200 mm, 250 mm y 300 mm; pero al igual que con la relación de llenado del 50 %, los diámetros de 200 mm y 250 mm permiten análisis con relaciones de llenado más altas dado que el caudal que transportan sigue siendo menor que el caudal máximo que puede transportar el montaje.

Tabla 8. Diámetros seleccionados que superen el caudal de diseño y no superen los 48 cm de altura con relaciones de llenado del 92.9 %.

d (m)	yn (m)	(-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	V (m/s)	Q (m ³ /s)	Re (-)	h (m)	d + soporte (m)
0,1	0,093	5,204	0,008	0,260	0,029	1,627	0,012	166855,528	0,100	0,200
0,15	0,139	5,204	0,017	0,390	0,044	2,125	0,036	326990,425	0,100	0,250
0,2	0,186	5,204	0,030	0,520	0,058	2,563	0,078	525738,360	0,100	0,300
0,25	0,232	5,204	0,048	0,651	0,073	2,959	0,141	758879,656	0,100	0,350
0,3	0,279	5,204	0,068	0,781	0,088	3,326	0,228	1023461,122	0,100	0,400
0,35	0,325	5,204	0,093	0,911	0,102	3,669	0,342	1317254,232	0,100	0,450
0,4	0,372	5,204	0,122	1,041	0,117	3,993	0,486	1638493,834	0,100	0,500
0,45	0,418	5,204	0,154	1,171	0,132	4,302	0,663	1985733,499	0,100	0,550
0,5	0,465	5,204	0,190	1,301	0,146	4,597	0,874	2357757,724	0,100	0,600
0,55	0,511	5,204	0,230	1,431	0,161	4,881	1,123	2753524,982	0,100	0,650

En la Tabla 8 se está realizando el mismo análisis pero con la relación de llenado que produce el máximo caudal posible que puede transportar la tubería, por lo tanto, como supera la normatividad, se esperaría que no se encuentren relaciones de llenado del 92.9 % en los alcantarillados del país. Sin embargo, para analizar un ejemplo extremo, se realiza éste análisis, el cual muestra que el único diámetro que cumple con el caudal cercano al caudal máximo que puede pasar por la tubería es el de 200 mm, mientras que el diámetro de 250 mm ya se ha alejado 70 L/s del caudal máximo, por lo cual el único diámetro que permitiría realizar un análisis con todas las posibles relaciones de llenado sería el de 200 mm, pero con base en la norma y en la capacidad de visualizar el resalto, se elige el diámetro de 250 mm.

5.2. Análisis caudales máximos para diferentes pendientes

Luego de elegir el diámetro, se realizó un análisis con dos tipos de pendientes y diferentes relaciones de llenado para observar la variación del número de Froude obteniendo los siguientes resultados:

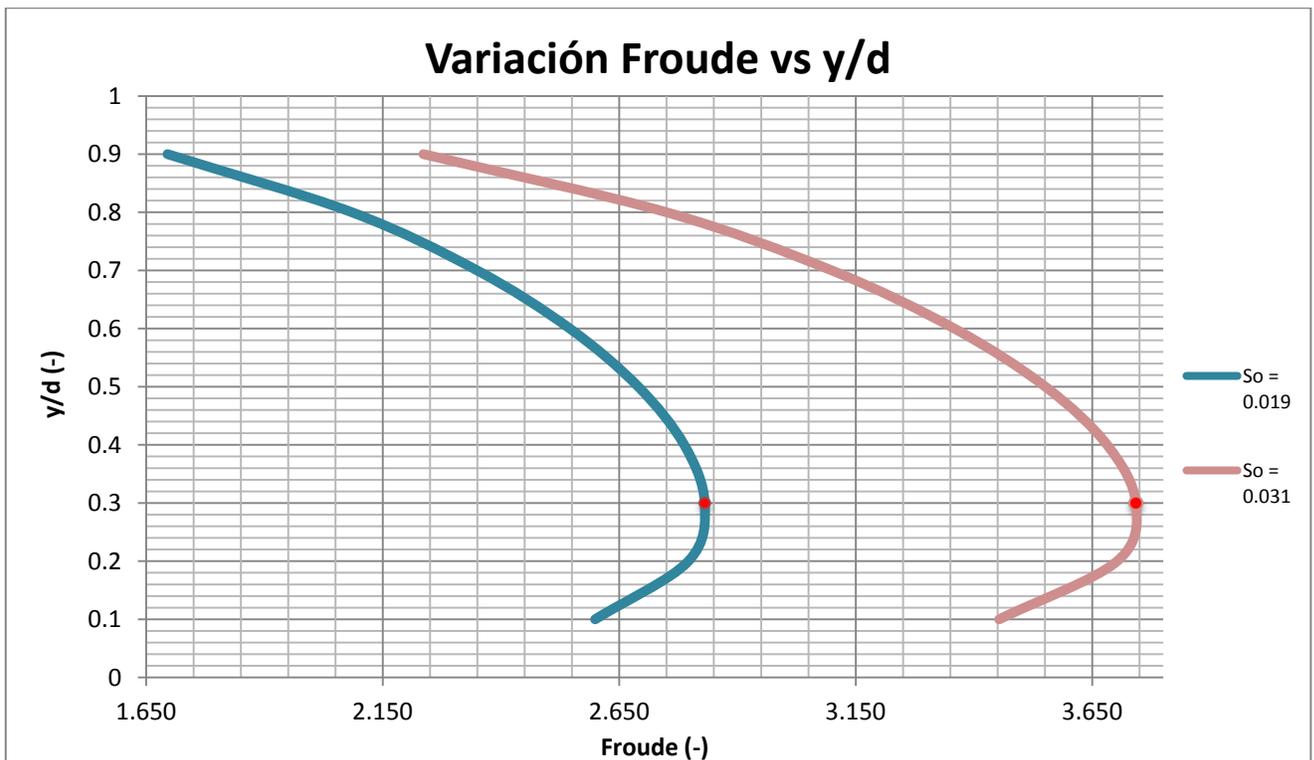


Ilustración 29. Variación del número de Froude respecto a la relación de llenado para diferentes pendientes.

La línea azul se calculó con la pendiente original del canal (1.9%), el coeficiente de rugosidad del PVC, la viscosidad del agua de $1.14 * 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y con relaciones de llenado variantes entre el 10% y el 100% y la línea rosada se calculó con una pendiente de 3.1 % (pendiente máxima que podrá tomar el montaje) y los demás valores idénticos a la línea azul.

Por lo tanto, observando la Ilustración 29, se puede observar que para relaciones de llenado menores al 30%, el número de Froude aumenta a medida que aumenta la relación de llenado; para relaciones de llenado mayores al 30%, el número de Froude disminuye a medida que aumenta la relación de llenado y cuando la relación de llenado es aproximadamente del 30%, se observa el valor máximo del número de Froude. También se observa que el rango de variación del número de Froude es mayor en la línea rosada que en la línea azul, debido a que el aumento de la pendiente aumenta la variación en la velocidad del flujo.

Para corroborar el valor máximo del número de Froude, se realizó un análisis más detallado de diferentes pendientes y diferentes caudales para encontrar la curva que representa la variación del número de Froude respecto a las relaciones de llenado.

5.3. Análisis del valor máximo del Número de Froude

Para encontrar la curva que describiría en qué relaciones de llenado se encuentran los valores máximos del número de Froude, se realizó un análisis con diferentes pendientes (las cuales variaban entre el 0.5% al 3%) para encontrar las relaciones de llenado que cumplían con los siguientes caudales: [0.0001, 0.0005, 0.001, 0.002, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03, 0.035, 0.04, 0.05, 0.055, 0.06, 0.065, 0.07, 0.075 y 0.0776] m^3/s . El proceso del análisis se describirá mediante las gráficas mostradas posteriormente.

La primera ilustración refleja la forma como varía el caudal respecto a la relación de llenado (Ver Ilustración 30):

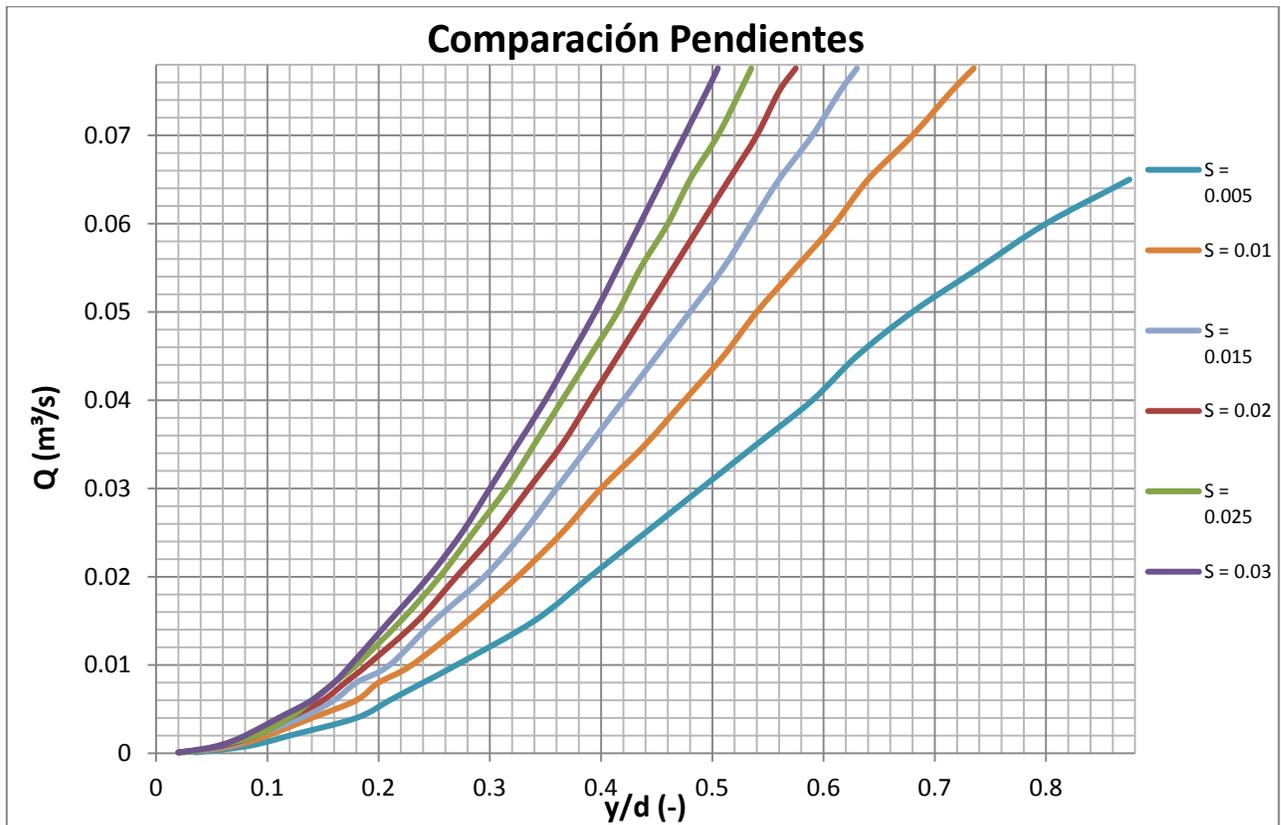


Ilustración 30. Variación del caudal respecto a la relación de llenado.

La Ilustración 30 permite observar que cuando la pendiente es más baja, la variación de la relación de llenado mueve un rango de caudales más bajo que las pendientes más altas. Ésta afirmación se explicaba también con la Ilustración 29, puesto que en la pendiente más alta (3.1%), el número de Froude tenía mayor rango de variación, y como el número de Froude y el caudal son proporcionales a la velocidad, se concluye que cuando aumenta la pendiente, el rango de variación de la velocidad aumenta.

También se observa que cuando las pendientes aumentan, las curvas se van acercando entre sí, lo que indica que el comportamiento del flujo empieza a ser similar.

Posteriormente, se compara la variación del número de Froude para diversos caudales (Ver Ilustración 31):

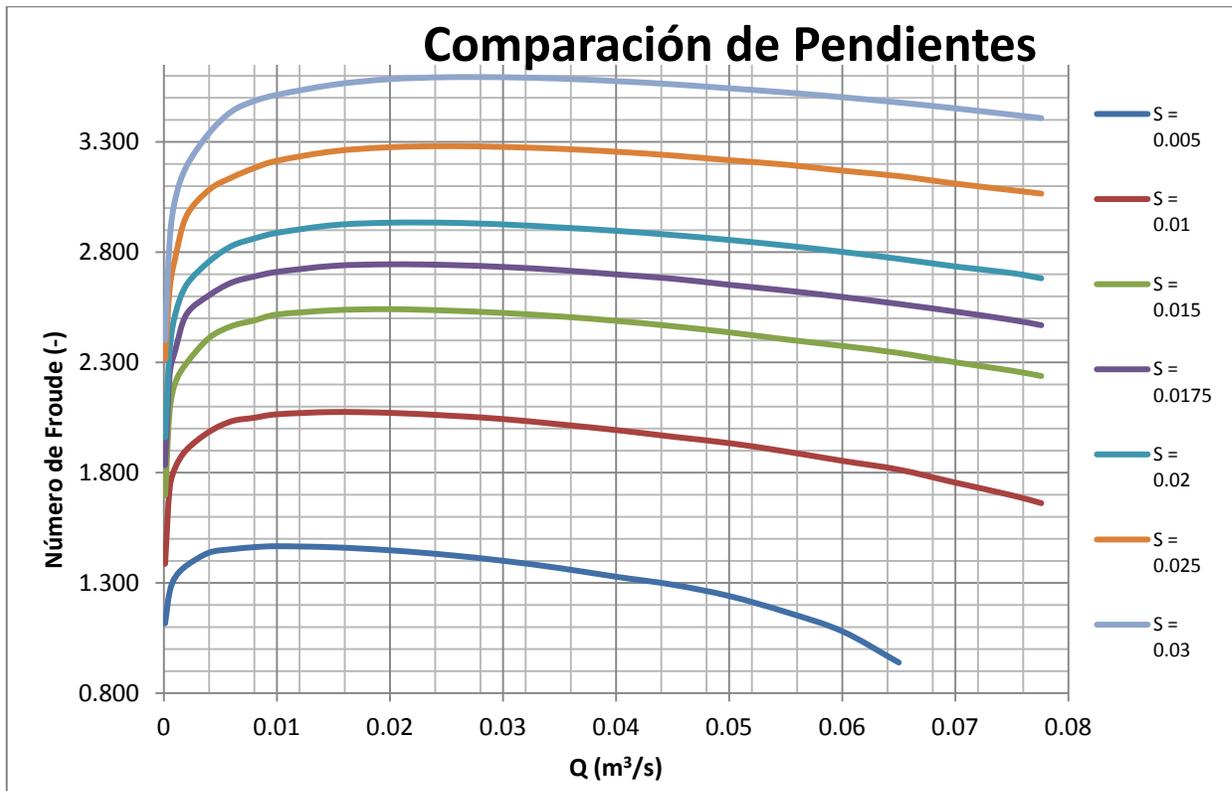


Ilustración 31. Variación del número de Froude para diversos caudales.

En la Ilustración 31 se observa un valor del número de Froude máximo para diferentes caudales, el cual se va desplazando hacia la derecha a medida que aumenta la pendiente, lo que permite concluir que a mayor pendiente, el valor del número de Froude se presentará para caudales más altos. Además los rangos del número de Froude aumentan con el incremento de la pendiente, lo que sustenta las afirmaciones expuestas en las anteriores gráficas, dónde a mayor pendiente, mayor velocidad, es decir, mayor número de Froude.

Luego, se realiza una gráfica similar a la Ilustración 29 pero para los caudales expuestos en éste análisis, lo cual se observa en la siguiente ilustración:

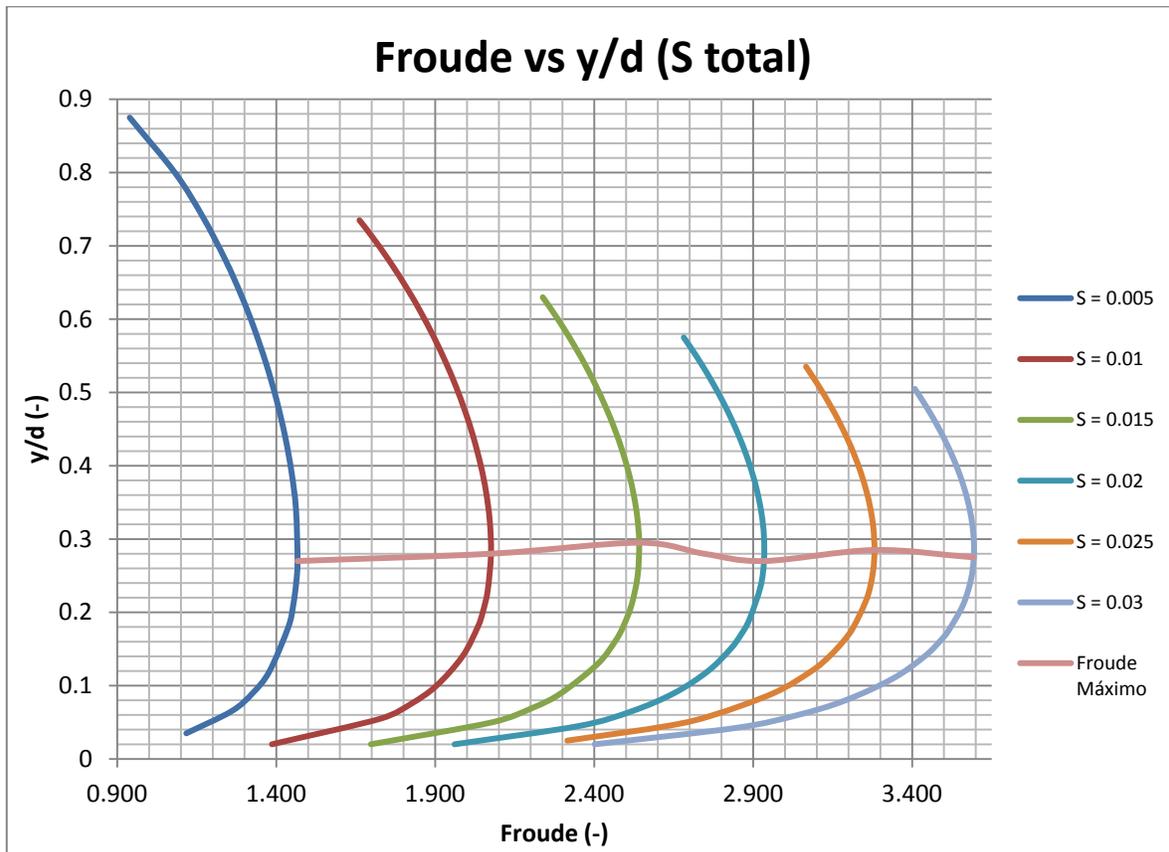


Ilustración 32. Variación del número de Froude para diferentes relaciones de llenado.

La Ilustración 32 muestra nuevamente que el número de Froude máximo se encuentra con relaciones de llenado cercanas al 30%, pero la ilustración no permite obtener una ecuación coherente de la recta, por lo tanto, se requiere otro tipo de análisis para encontrar una curva que pueda representar el máximo en el número de Froude para el montaje.

El análisis requiere aumentar el número de caudales elegidos para el análisis, puesto que con los caudales analizados, se está parcializando el valor de las relaciones de llenado, por lo tanto, para encontrar ésta curva se hizo uso de una macro en Excel con el lenguaje VBA, la cual converge mediante el método de la bisección (Ver Ilustración 33), en la cual el caudal aumenta cada 0.25 L/s:

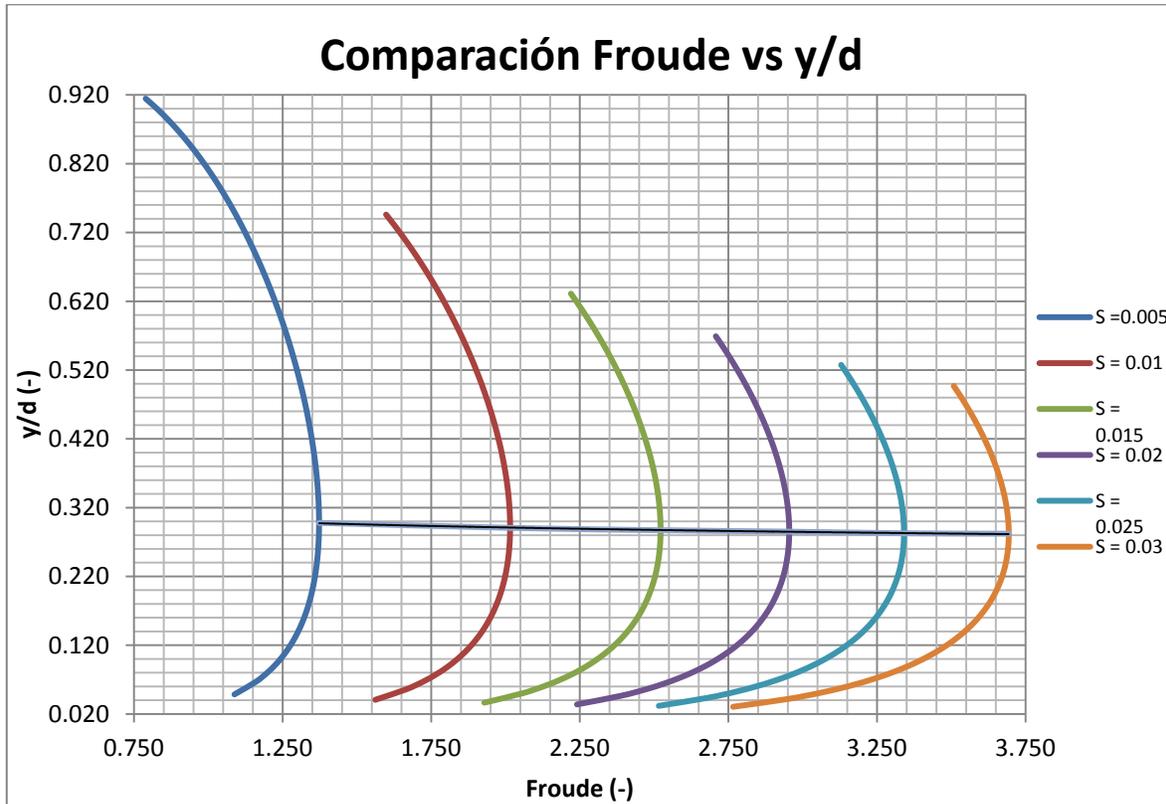


Ilustración 33. Comparación número de Froude respecto a diferentes relaciones de llenado.

La Ilustración 33 permite demostrar que la curva que describe mejor en qué relación de llenado se encuentran los números de Froude máximos se ajusta a una curva potencial, la cual se calcula mediante la Ecuación 67:

$$y = 0.3026x^{-0.055}$$

Ecuación 67. Curva que describe el número de Froude máximo.

Por lo cual, en el montaje que se realizará, los números de Froude máximos se encontrarán entre las relaciones de llenado de 0.28 y 0.30, es decir, que el resalto hidráulico más fuerte se presentará cuando la profundidad aguas arriba del resalto se encuentre entre 0.28 a 0.30 veces el diámetro.

6. Costos del Proyecto

El costo total de la construcción del modelo que permite el estudio de resaltos hidráulicos en tuberías circulares fue de \$10.838.999, y comprende la compra de materiales como el acrílico, el neopreno, la madera, entre otros; la mano de obra en la construcción de la tubería y del soporte, y todos los accesorios necesarios para el ensamble de la tubería.

En la Tabla 9 se observan los diferentes artículos adquiridos, indicando una pequeña descripción de cada uno de ellos, la cantidad de elementos requeridos, y los precios unitarios y totales.

Tabla 9. Costos del proyecto.

No	ARTÍCULO	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
1	Tubos en acrílico	Diámetro = 250 mm Longitud = 2 m	6	\$ 900.000	\$ 5.400.000
2	Tubos en acrílico	Diámetro = 250 mm Longitud = 0,75 m	1	\$ 367.000	\$ 367.000
3	Bridas	Diámetro = 350 mm 8 perforaciones de 3/8 Espesor = 1 cm	16	\$ 69.000	\$ 1.104.000
4	Caja en acrílico	Altura = 55 cm Ancho = 30 cm Espesor = 5 cm	1	\$ 870.000	\$ 870.000
5	Tornillos	Altura = 0,45 cm Diámetro = 0,01 cm	1	\$ 870.000	\$ 870.000
6	Soporte metálico	Longitud = 3 m Ancho = 25 cm Con 3 platinas por soporte cada metro	4	\$ 487.500	\$ 1.950.000
7	Madera	Longitud = 16 m Ancho = 15 cm Altura = 3 cm	4	\$ 23.500	\$ 94.000
8	Neopreno	Largo = 1 m Ancho = 1 m	1	\$ 96.099	\$ 96.099
9	Pintura resistente al agua	Galón	1	\$ 37.900	\$ 37.900
10	Madera Mdf	Altura = 90 cm Ancho = 60 cm	1	\$ 50.000	\$ 50.000
TOTAL					\$ 10.838.999

7. Construcción y Resultados

Para iniciar la construcción del montaje, se limpió y arregló el canal dónde se montaría la tubería, retirando el montaje previo que existía y pintando nuevamente el canal. Luego se adaptó la compuerta que sostendría la tubería aguas arriba, cortando un pedazo de madera (Triplex) de 91 cm de largo por 63 cm de ancho y 2 cm de espesor, al cual se le retiró un círculo de 30 cm de diámetro (teniendo en cuenta el diámetro de la tubería y el espesor del neumático) para fijar la tubería en la compuerta.

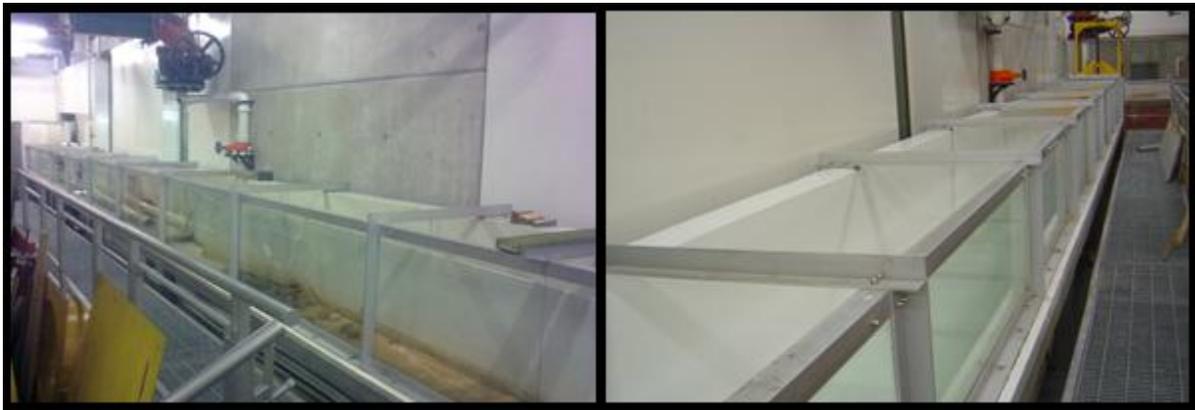


Ilustración 34. Canal antes y después.



Ilustración 35. Compuerta pintada y con el neumático.

Luego se colocó el primer soporte para fijarlo al canal y permitir el movimiento de la tubería; por lo tanto, se fijaron tres soportes de madera de 40 cm de largo, 15 cm de ancho y 3 cm de espesor, y sobre éstos soportes, se colocaron dos chumaceras a cada extremo de las tablas con un tubo en acero que fue fijado en el inicio del soporte. Éste soporte permite fijar el soporte y la tubería aguas arriba e impedir el movimiento de la tubería cuando transporte el agua. Posteriormente, se colocaron los tres soportes adicionales, uniéndolos mediante tornillos milimétricos de 3/8.



Ilustración 36. Fijación del soporte por medio de las chumaceras.



Ilustración 37. Vista aguas abajo del soporte.



Ilustración 38. Vista aguas arriba del soporte.

Luego se ubicaron los soportes horizontalmente en el canal teniendo en cuenta la pendiente por medio de tacos de madera (3 cm de espesor) y acrílico (0.5 cm de espesor), los cuales se ubicaron en cada sitio de unión de los soportes, es decir, en total se ubicaron 4 soportes de madera, 3 en las uniones y uno en la parte final del último soporte. Después se ubicó el primer tramo de la tubería retirando los soportes del canal y ubicándola en la compuerta; luego se colocó la segunda tubería uniendo las bridas de las tuberías con 3 tornillos (colocados en X) mientras se terminaba de colocar el resto de la tubería y entre las bridas de acrílico se colocaba una brida de neopreno de 3 mm. Y así sucesivamente se colocaron los 6 tramos de tubería de 2 m sobre los soportes. Fue muy importante tener en cuenta que la brida de la tubería no quedara encima de la unión del soporte.



Ilustración 39. Vista aguas arriba de la tubería.



Ilustración 40. Vista aguas abajo de la tubería.

Posteriormente se colocaron todos los tornillos en las bridas y se colocó la última tubería en conjunto con la compuerta, la cual se soportó por tacos de madera. Luego de ubicar toda la tubería se infló el neumático y se fijó con silicona líquida a la compuerta de madera.

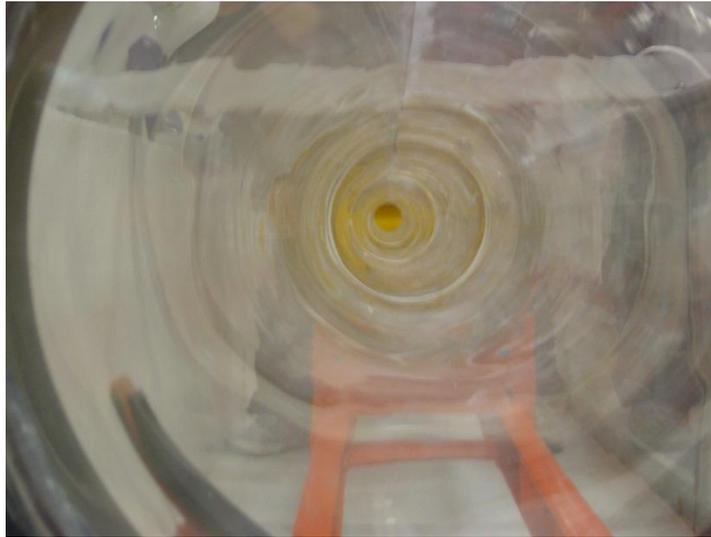


Ilustración 41. Vista dentro de la tubería.



Ilustración 42. Vista de la compuerta con el neumático.



Ilustración 43. Vista de la compuerta en el montaje.



Ilustración 44. Vista perfil de la compuerta.

Finalmente, luego de constatar que todas las tuberías estaban bien fijadas y que no había riesgo de que el acrílico pudiera presentar flexión, se abrió la válvula con un caudal de 20 L/s para probar que no existiera ninguna fuga.



Ilustración 45. Vista montaje con agua.

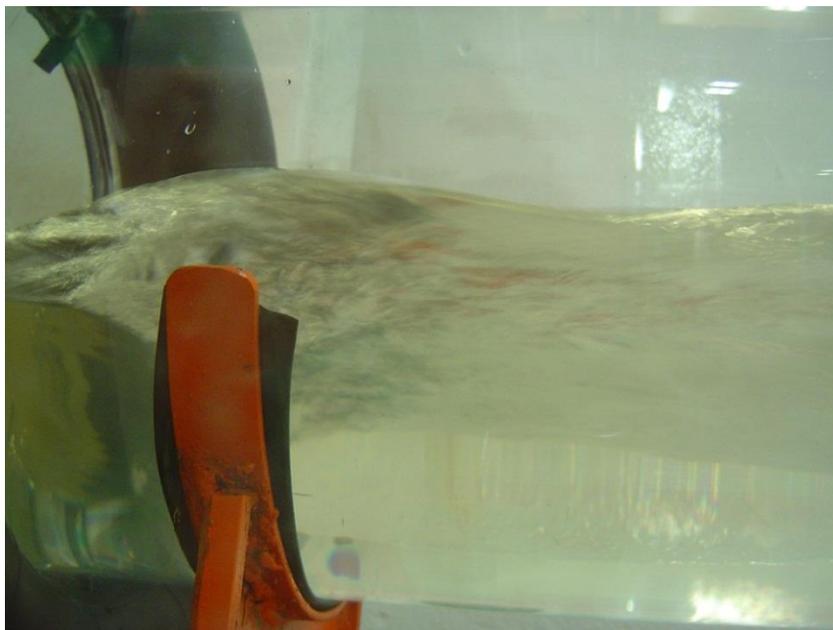


Ilustración 46. Vista flujo cuasicrítico en la tubería.



Ilustración 47. Vista montaje aguas abajo de la tubería.

8. Conclusiones y Recomendaciones

La construcción de un modelo que permitiera la formación de resaltos hidráulicos fue un proceso de aprendizaje y trabajo. No solo se basó en realizar investigaciones exhaustivas en temas que tienen poca investigación académica y no han sido estudiados en Colombia, sino que también se realizó un proceso de aprendizaje en la interacción del constructor y el ingeniero.

Al realizar éste proyecto, se investigó sobre los modelos anteriormente desarrollados para el estudio de resaltos hidráulicos, y se determinó que el investigador principal ha sido Willi Hager, el cual ha desarrollado varios proyectos para entender el proceso de los resaltos hidráulicos en tuberías horizontales y la formación de las ondas. Junto con Hager, también Kindsvater (quien fue el primero en realizar la investigación), Kalinske y Ghamry han realizado montajes con diferentes diámetros en las tuberías y diferentes pendientes. Por su parte, Silvester, Rajaratnam, Straub, y la Circular de Ingeniería Hidráulica N° 14 realizaron el análisis teórico para sacar ecuaciones que cumplan con los resultados obtenidos en los experimentos realizados por los otros investigadores.

También se encontró en este proyecto que la longitud del resalto para tuberías circulares ha sido un tema de baja investigación, y solo se conocen dos ecuaciones y una gráfica que permiten identificar la longitud, la primera ecuación fue estudiada por Silvester, la segunda estudiada por Hager, y la gráfica que permite determinar la longitud del resalto fue hallada en la Circular N° 14 de Ingeniería Hidráulica del Departamento de Transporte de Estados Unidos.

Otra conclusión importante del proyecto se encontró en la evaluación de los parámetros hidráulicos del montaje, donde se encontró que el resalto hidráulico más violento que se producirá en el montaje, se formará con relaciones de llenado de 0.3, ya que bajo éstas condiciones se produce el mayor número de Froude a diferentes pendientes y caudales.

Por lo tanto, para el siguiente proyecto se recomienda hacer especial énfasis en la longitud del resalto, realizando varias mediciones para determinar coeficientes y relaciones comunes para diferentes pendientes y caudales. También se recomienda mejorar el sistema que permite la variación de la pendiente, ya que con los tacos de madera, se puede presentar variación en la pendiente de cada tramo del soporte y generar flexión en la tubería; por lo tanto se recomienda el uso de gatos en cada una de las uniones de los soportes, los cuales permitirían un movimiento general de toda la tubería.

9. Agradecimientos

Éste proyecto de grado se debe al esfuerzo y dedicación de muchas personas. Primero que todo quiero darle las gracias a Dios por permitir culminar éste proyecto, a mi padre Felix Humberto Montaña, quien me ayudó en el proceso de escogencia de la tubería, en la construcción de la maqueta y en elementos constructivos del montaje. También le agradezco a Juan Saldarriaga, quien me otorgó a lo largo de mi carrera los conocimientos necesarios para elegir ésta tesis, y además me orientó semana a semana el tipo de avances que debía realizar para culminar con éxito éste proyecto. Otro agradecimiento especial a John Calvo, quien me ayudó en el proceso constructivo del montaje durante todo el semestre y a Hernando Pérez, el constructor de la tubería y el soporte, quien cumplió con las peticiones realizadas y siempre estuvo atento a cualquier cambio requerido en el montaje.

10. Glosario

Disipación de Energía: Porcentaje de energía que fue disipado a causa del resalto hidráulico. Su cálculo se realiza por medio de la Ecuación 68:

$$\% = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$$

Ecuación 68. Cálculo disipación de Energía

Flujo Aguas Abajo: Profundidad del flujo que se encuentra después del resalto hidráulico.

Flujo Aguas Arriba: Profundidad del flujo que se encuentra antes del resalto hidráulico.

Flujo Crítico: El flujo crítico se presenta cuando las fuerzas inerciales y las fuerzas de gravedad son iguales, por lo tanto el número de Froude es igual a 1.0. Se caracteriza por ser un flujo inestable.

Flujo Subcrítico: Flujo caracterizado por tener profundidades altas, velocidades bajas, pérdidas por fricción bajas y números de Froude inferiores a 1.0. Además las fuerzas gravitacionales son mayores a las fuerzas inerciales.

Flujo Supercrítico: Flujo caracterizado por tener profundidades bajas, velocidades altas, pérdidas por fricción altas y números de Froude mayores a 1.0. Además las fuerzas inerciales son mayores a las fuerzas gravitacionales.

Línea de Gradiente Hidráulico: Línea que indica la altura del flujo desde el datum, es decir, teniendo en cuenta la energía potencial y de presión.

Número de Froude: Valor adimensional que permite determinar a partir de las fuerzas gravitacionales y las fuerzas inerciales el tipo de flujo: supercrítico, crítico o subcrítico.

Piezómetro: Instrumento para la medición de pérdidas de altura del flujo como consecuencia de fricción, obstrucciones, pérdidas menores, etc.

Profundidad Subsecuente: Profundidad aguas abajo del resalto.

Relación de Llenado: Porcentaje de llenado de la tubería, es decir, la altura del flujo dividida entre el diámetro de la tubería.

Resalto Hidráulico: Fenómeno generado por el cambio de flujo supercrítico a flujo subcrítico.

Tubería presurizada: Cuando la profundidad del flujo es mayor al diámetro de la tubería.

11. Bibliografía

- Akan, A. O. (2006). *OPEN CHANNEL HYDRAULICS*. Canada: ELSEVIER.
- CIVIL ENGINEERING PORTAL. (2011). *What are the effects of Hydraulic Jump?* Retrieved Noviembre 28, 2011, from <http://www.engineeringcivil.com/what-are-the-effects-of-hydraulic-jump.html>
- FHWA. (2006). Hydraulic Design of Energy Dissipators for Culverts and Channels. *Hydraulic Engineering Circular*, 6-1 a 6-14.
- French, R. H. (2007). The Momentum Principle. In R. H. French, *Open Channel Hydraulics* (pp. 93 - 111). Colorado, USA: Copyright.
- Gargano, R., & Hager, W. H. (2002). Undular Hydraulic Jump in Circular Conduits. *JOURNAL OF HYDRAULIC ENGINEERING*, 1008-1013.
- Ghamry, H. K., Shames, A., & Branch, F. (2002). *Hydraulic Jumps in Circular Conduits*. Québec: CSCE.
- Gonzales Rodriguez, M. (1992). *Estudio Experimental de Flujos Disipativos: I. Resalto Hidráulico*. Cantabria: Universidad de Cantabria.
- Hager, W. H. (1990). CRITICAL FLOW. In W. Hager, *Wastewater Hydraulics* (pp. 137 - 172). Berlin: Springer.
- Kindsvater, E. W. (1938). Hydraulic Jump In Enclosed Conduits. *Engineering News Record*, 815 - 817.
- Rajaratnam, N. (1965). Hydraulic Jump in Horizontal Conduits. *WATER POWER*, 80 - 83.
- Robertson, J. M., & Kalinske, A. A. (1943). Closed Conduit Flow. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1435-1447.
- Silvester, R. (1964). HYDRAULIC JUMP IN ALL SHAPES OF HORIZONTAL CHANNELS. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 23 - 55.
- SMITH, C. D., & CHEN, W. (1989). The hydraulic jump in a steeply sloping square conduit. *JOURNAL OF HYDRAULIC RESEARCH*, 385 - 399.
- Stahl, H., & Willi H, H. (1999). Hydraulic jump in circular pipes. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 368 -373.

12. Anexos

1. Programación en VBA de Excel para calcular la profundidad normal del flujo
2. Mapa de la ubicación del montaje
3. Plano de la tubería en Perfil
4. Plano de la tubería en Planta
5. Plano en Autocad 3D de la tubería

12.1 Macro realizada en VBA

```
Sub caudal ()  
d = 0.242  
ks = 0.0000015  
nu = 0.00000114  
Pi = 3.141592654  
suma = 0.01  
s = 0.005  
e = 0  
For i = 1 To 6  
For w = 1 To 308  
yd = 0.929  
yd0 = 0.01  
yp1 = 0  
For j = 1 To 90  
qe = Cells(e + w + 4, 6)  
yn0 = d * yd0  
teta0 = Pi + 2 * WorksheetFunction.Asin((yn0 - (0.5 * d)) / (0.5 * d))  
a0 = ((d ^ 2) / (8)) * (teta0 - Sin(teta0))  
p0 = (d * teta0) / 2  
r0 = a0 / p0  
vel0 = -2 * ((8 * 9.81 * r0 * s) ^ 0.5) * WorksheetFunction.Log10(((ks / (14.8 *  
r0)) + ((2.51 * nu) / (4 * r0 * ((8 * 9.81 * r0 * s) ^ (0.5))))))  
q0 = (vel0 * a0) - qe  
re = (d * vel0) / nu
```

```
ancho = d * Cos(WorksheetFunction.Asin((yn0 - (0.5 * d)) / (0.5 * d)))  
prof = a0 / ancho  
froude = (vel0) / ((9.81 * prof) ^ (0.5))  
  
yn = d * yd  
teta = Pi + 2 * WorksheetFunction.Asin((yn - (0.5 * d)) / (0.5 * d))  
a = ((d ^ 2) / (8)) * (teta - Sin(teta))  
p = (d * teta) / 2  
r = a / p  
vel = -2 * ((8 * 9.81 * r * s) ^ 0.5) * WorksheetFunction.Log10((ks / (14.8 * r))  
+ ((2.51 * nu) / (4 * r * ((8 * 9.81 * r * s) ^ (0.5))))))  
q = (vel * a) - qe  
  
ydp = (yd + yd0) / 2  
ynp = d * ydp  
tetap = Pi + 2 * WorksheetFunction.Asin((ynp - (0.5 * d)) / (0.5 * d))  
ap = ((d ^ 2) / (8)) * (tetap - Sin(tetap))  
pp = (d * tetap) / 2  
rp = ap / pp  
velp = -2 * ((8 * 9.81 * rp * s) ^ 0.5) * WorksheetFunction.Log10((ks / (14.8 *  
rp)) + ((2.51 * nu) / (4 * rp * ((8 * 9.81 * rp * s) ^ (0.5))))))  
qp = (velp * ap) - qe  
  
If (qp * q) < 0 Then  
    yd0 = ydp  
Else  
    yd0 = yd0
```

End If

If $(q_p * q_0) < 0$ Then

$y_d = y_{dp}$

Else

$y_d = y_d$

End If

If $(\text{Abs}((y_{dp} - y_{p1}) / (y_{dp}))) < 0.0000001$ Then

 GoTo 100

End If

$y_{p1} = y_{dp}$

Next

100

Next

$s = 0.005 + s$

$e = 308 + e$

Next

End Sub