

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL



PROYECTO DE GRADO  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CIVIL  
RECURSOS HÍDRICOS E HIDROINFORMÁTICA

OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE LOS TRAZADOS DE SISTEMAS DE DRENAJE URBANO  
BASADO EN CRITERIO ECONÓMICO

PRESENTADO POR:  
DANIEL ANDRÉS LÓPEZ SABOGAL

ASESOR:  
JUAN SALDARRIAGA

BOGOTÁ D.C, JUNIO 2014

El presente trabajo corresponde al Proyecto de Grado con el cual se culmina el ciclo de estudios de la Maestría en Ingeniería Civil, en el área de Recursos Hídricos e Hidroinformática, en la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

*A Juan Saldarriaga un agradecimiento especial por haberme guiado,  
no solo en el presente trabajo, si no a lo largo de toda la Maestría.*

*Gracias por inculcar en mi el amor hacia la academia.*

*A Diego Páez, gracias por su asesoría y consejos  
para el desarrollo del presente trabajo.*

*A Daniel Luna, gracias por su amistad y su apoyo, vital para la  
consecución de la finalización tanto de la Maestría como del  
presente trabajo.*

*A mis Padres y Hermanos, por ser los pilares de mi vida, porque  
sin ellos nada de lo que he conseguido hubiera sido posible.*

## Contenido

Lista de Figuras .....	iii
Lista de Tablas .....	iv
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Objetivos .....	2
1.1.1. Objetivo general.....	2
1.1.2. Objetivos específicos .....	2
2. MARCO TEÓRICO.....	3
2.1. Sistema Integrado de Drenaje Urbano .....	3
2.1.1. Drenaje Urbano.....	3
2.1.2. Historia .....	3
2.1.3. Actualidad .....	4
2.2. Componentes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano .....	6
2.2.1. Redes de drenaje .....	6
2.2.2. Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales (PTAR) .....	7
2.2.3. Cuerpo receptor .....	8
2.3. Tipos de redes en los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano.....	8
2.4. Fallas de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano .....	9
2.4.1. Fallas en las redes de drenaje urbano .....	9
2.4.2. Fallas en la PTAR .....	11
2.5. Normatividad Colombiana sobre Sistemas de Drenaje Urbano .....	11
2.5.1. Redes de drenaje urbano sanitario.....	12
2.5.2. Redes de drenaje urbano pluvial.....	17
2.5.3. Redes de drenaje urbano combinado.....	18
2.6. Diseño hidráulico de los tramos de las redes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano.....	18
2.6.1. Geometría hidráulica .....	19
2.6.2. Cálculo de la velocidad de flujo .....	20
2.6.3. Obtención de diámetros y pendientes .....	21
2.6.4. Suposición de flujo uniforme .....	21
2.7. Aproximaciones a la optimización del diseño hidráulico de las redes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano .....	22
2.8. Aproximaciones a la optimización de un trazado dado de una red del Sistema Integrado de Drenaje Urbano .....	24
2.9. Metodología del ‘camino más corto’ .....	25
2.9.1. Metodología de Bellman Ford .....	26
2.9.2. Metodología de Dijkstra .....	26
3. METODOLOGÍA.....	28
3.1. Implementación de Dijkstra.....	28
3.2. Generación del ‘árbol cerrado’.....	29
3.2.1. Definición del ‘árbol cerrado’ .....	29

3.2.2.	Descripción del proceso operativo .....	30
3.2.3.	Tipos de frentes de avance .....	32
3.2.4.	Diseño .....	33
3.2.5.	Verificación de las cotas de batea .....	34
3.3.	Parámetros de optimización.....	34
3.3.1.	Función objetivo .....	34
3.3.2.	Variables de decisión.....	36
3.3.3.	Restricciones .....	37
4.	RESULTADOS .....	38
4.1.	Red tipo 3x3.....	39
4.1.1.	Terreno plano.....	39
4.1.2.	Terreno a favor del drenaje .....	40
4.1.3.	Terreno con topografía variable.....	41
4.2.	Red tipo 4x4.....	42
4.2.1.	Terreno plano.....	43
4.2.2.	Terreno a favor del drenaje .....	45
4.2.3.	Terreno con topografía variable.....	46
4.3.	Red tipo 5x5.....	48
4.3.1.	Terreno plano.....	48
4.3.2.	Terreno a favor del drenaje .....	50
4.3.3.	Terreno con topografía variable.....	52
4.4.	Gasto computacional.....	54
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	56
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	57

## Lista de Figuras

Figura 1. Pérdida de la capacidad hidráulica como consecuencia de los sedimentos. ....	10
Figura 2. Relaciones hidráulicas para una sección circular. Tomado de (López Sabogal, 2012). ....	10
Figura 3. Características de una sección circular fluyendo parcialmente llena. ....	19
Figura 4. Ejemplo de un grafo. ....	25
Figura 5. Representación de una red como un grafo. ....	28
Figura 6. Detalle del grafo. ....	29
Figura 7. Ejemplo de árbol y 'árbol cerrado'. ....	29
Figura 8. Ejemplo del proceso operativo de la metodología. ....	31
Figura 9. Tipos de frente de avance. ....	32
Figura 10. Profundidad mínima y máxima. ....	34
Figura 11. Proyección del trapecio que produce el área excavada para una tubería. Tomado de (Saldarriaga, y otros, Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano, 2013) ....	36
Figura 12. Relación de costos en un proyecto de drenaje urbano. Tomado de (Saldarriaga, y otros, Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano, 2013). ....	37
Figura 13. Convenciones de los resultados. ....	38
Figura 14. Esquema de la red tipo 3x3. ....	39
Figura 15. Red para terreno plano. 3x3. ....	40
Figura 16. Red para terreno a favor del drenaje. 3x3. ....	41
Figura 17. Red para terreno con topografía variable. 3x3. ....	42
Figura 18. Esquema de la red tipo 4x4. ....	43
Figura 19. Red para terreno plano. 4x4. ....	44
Figura 20. Red para terreno a favor de drenaje. 4x4. ....	45
Figura 21. Red para terreno con topografía variable. 4x4. ....	47
Figura 22. Esquema de la red tipo 5x5. ....	48
Figura 23. Red para terreno plano. 5x5. ....	49
Figura 24. Red para terreno a favor del drenaje. 5x5. ....	51
Figura 25. Red para terreno con topografía variable. 5x5. ....	53

## Lista de Tablas

Tabla 1. Asignación del nivel de complejidad (RAS, 2000).	12
Tabla 2. Valores recomendados para el consumo diario per cápita y el coeficiente de retorno (RAS, 2000).	12
Tabla 3. Aporte de industrias pequeñas, en zonas residenciales (RAS, 2000).	13
Tabla 4. Aportes de conexiones erradas (RAS, 2000).	13
Tabla 5. Tasas de infiltración dependiendo las variables que la afectan (RAS, 2000).	14
Tabla 6. Velocidades mínimas como función de la DBO (RAS, 2000).	15
Tabla 7. Velocidades máximas (RAS, 2000).	17
Tabla 8. Metodología de diseño de los sistemas de drenaje urbano. Tomado de (Burian & Edwards, Historical Perspectives of Urban Drainage, 2002).	22
Tabla 9. Información de las cámaras. 3x3.	39
Tabla 10. Resultado diseño terreno plano. 3x3.	40
Tabla 11. Información de las cámaras. 3x3.	40
Tabla 12. Resultado diseño terreno a favor del drenaje. 3x3.	41
Tabla 13. Información de las cámaras. 3x3.	41
Tabla 14. Resultado diseño terreno con topografía variable. 3x3.	42
Tabla 15. Información de las cámaras. 4x4.	43
Tabla 16. Resultado diseño terreno plano. 4x4.	44
Tabla 17. Información de las cámaras. 4x4.	45
Tabla 18. Resultado diseño terreno a favor de drenaje. 4x4.	46
Tabla 19. Información de las cámaras. 4x4.	46
Tabla 20. Resultado diseño terreno con topografía variable. 4x4.	47
Tabla 21. Información de las cámaras. 5x5.	48
Tabla 22. Resultado diseño terreno plano. 5x5.	49
Tabla 23. Información de las cámaras. 5x5.	50
Tabla 24. Resultado diseño terreno a favor del drenaje. 5x5.	51
Tabla 25. Información de las cámaras. 5x5.	52
Tabla 26. Resultado diseño terreno con topografía variable. 5x5.	53

## 1. INTRODUCCIÓN

El agua, como recurso o amenaza, es un factor decisivo para el desarrollo de la sociedad. Como recurso está presente en varias de las actividades del día a día, además de ser el pilar fundamental de varias industrias y servicios. Como amenaza puede representar la inestabilidad de un entorno y un consecuente riesgo para las diferentes formas de vida de este.

Debido a las dos facetas que presenta el agua, y a su variabilidad espacial y temporal el hombre ha erigido diferentes estructuras y soluciones que le permitan hacer frente a las condiciones inherentes del agua. De esta manera, se construyen Plantas de Tratamiento de Agua Potable (PTAP), distritos de riego, pozos de extracción, presas, entre otros, para el aprovechamiento del recurso. Por otro lado, las Plantas de Tratamiento de Agua Residual (PTAR), los diques, alcantarillas, redes de drenaje urbano, entre otras, son obras para hacer frente al agua como amenaza.

Las redes de drenaje urbano, por ejemplo, permiten la evacuación, y el control, de las aguas residuales. Éstas, son las estructuras más extensas de un sistema de drenaje urbano, el cual, según Butler & Davies, se define como la infraestructura necesaria para controlar la interacción entre la actividad humana y el ciclo del agua. La interacción consta de dos partes: la abstracción del recurso del medio ambiente para beneficio del ser humano y la alteración del entorno que conlleva a la modificación de los procesos del ciclo hidrológico. Como consecuencia de la interacción se generan dos tipos de aguas: aguas residuales y aguas pluviales. Las residuales son los desechos de los diferentes usos que le da el ser humano; si no se disponen correctamente se pueden generar problemas de salubridad. Las pluviales son consecuencia de la imposibilidad de infiltrarse de las aguas lluvias; si no se evacúan pueden generar daños materiales, principalmente (Butler & Davies, 2011). Así pues, el sistema de drenaje urbano provee una solución común para estos dos tipos de aguas: transportarlas, tratarlas (si es necesario) y disponerlas.

En Colombia, las cifras de cobertura de acueducto y drenaje urbano (alcantarillado) fueron de 41.4% y 51%, respectivamente para la zona rural y de 94.6% y 81.8%, respectivamente para la zona urbana, para el año de 1993. Dichas coberturas se lograron gracias a préstamos concedidos por la banca internacional y a la consolidación de un esquema institucional bajo la dirección del Instituto de Fomento Municipal –INSFOPAL–. Para el año 2008 dichas coberturas aumentaron a 72% y 69% (acueducto y alcantarillado rural) y 97.6% y 92.9% (acueducto y alcantarillado urbano). Para el año 2015 se espera que en las zonas rurales se alcancen coberturas de 81.6% y 75.5% de acueducto y alcantarillado, y en las zonas urbanas coberturas de 99.4% y 97.6%, respectivamente (estadísticas Departamento Nacional de Planeación –DNP–)<sup>1</sup> (Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios, 2007).

---

<sup>1</sup> Tomado de <https://www.dnp.gov.co/LinkClick.aspx?fileticket=Yt%2FHYNFDhk%3D&tabid=238>.



En pro de cumplir los objetivos propuestos para el año 2015, se necesita, además de voluntad política y transparencia en las ejecuciones, diseños que sean superiores al mínimo exigido en la normatividad. Según Argaman, Shamir, & Spivak el problema de optimización de diseño de drenaje urbano se puede descomponer en dos: optimización del trazado y optimización del diseño para un trazado dado. El principal objetivo sería abordar el problema de manera unificada, pero debido a la complejidad de la formulación resultante, la optimización se hace en los dos componentes enunciados (Argaman, Shamir, & Spivak, 1973).

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar una metodología que permita optimizar el segundo de los dos componentes descritos por Argaman, Shamir, & Spivak (optimización del diseño para un trazado dado). La optimización de éste se enfoca en dos objetivos. El primero de ellos es optimizar la operación de la red, lo cual se logra maximizando la capacidad hidráulica de la misma; el segundo de ellos se enfoca en minimizar el costo de la misma, para lo cual se desarrolla una metodología, explícita, que evalúa las posibilidades para una ruta de una red y escoge la más económica; a partir de las

## 1.1.Objetivos

### 1.1.1. Objetivo general

Desarrollar una metodología mediante la cual se establezca el costo óptimo del diseño de una red de drenaje urbano, para una topología dada, siendo la función objetivo de ésta, la minimización del costo de cada una de las series que componen la red; lo anterior sin afectar su comportamiento hidráulico.

### 1.1.2. Objetivos específicos

- Verificar la posibilidad de implementar el algoritmo de Dijkstra como metodología de solución.
- Establecer relaciones entre los resultados obtenidos y las variables topológicas de entrada.
- Establecer la sensibilidad de la metodología a los modelos de costos.
- Validar la metodología desarrollada, contrastando los resultados obtenidos con resultados conseguidos haciendo uso de metodologías desarrolladas por el CIACUA.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Sistema Integrado de Drenaje Urbano

#### 2.1.1. Drenaje Urbano

El drenaje urbano es una de las consecuencias de la acción antrópica sobre el medio ambiente, la cual se da en dos formas. La primera es la utilización de los recursos hídricos por parte del hombre para su bienestar y calidad de vida; de esta manera, no toda el agua que es extraída del ambiente es consumida, por lo que se genera lo que se denominan aguas residuales. Por otro lado, la generación y expansión de nuevas urbanizaciones conlleva la impermeabilización del suelo, lo que causa un aumento de la escorrentía. El volumen de agua que no se infiltra naturalmente, y que por lo tanto no entra de nuevo en el ciclo hidrológico, se denomina aguas lluvia (Butler & Davies, 2011).

Si las aguas residuales y las aguas lluvia no se evacúan y disponen de manera correcta, se generan unos impactos cuyas consecuencias abarcan desde daños materiales a riesgos mortales. La gravedad de dichas consecuencias depende de factores como la calidad del agua y el volumen acumulado, entre otros. El drenaje urbano es la solución concebida para dicha problemática. De manera general, el funcionamiento del drenaje urbano es como sigue: las aguas lluvias se recolectan en un sistema de canales y canaletas, posiblemente tuberías también, y se vierten en cuerpos de agua. Las aguas residuales se recolectan en un sistema de tuberías y se conducen a una PTAR, idealmente, o directamente a un cuerpo receptor.

#### 2.1.2. Historia

Debido a la composición biológica del ser humano, hay una alta dependencia entre éste y los recursos hídricos. No en vano los primeros asentamientos humanos se desarrollaron en torno a los cuerpos de agua. Esta relación de dependencia conllevó a que el ser humano desarrollara sistemas de manejo del agua, como sistema de drenaje y de acueducto. Aunque hay algunas discrepancias, la mayoría de autores establece que el inicio de los sistemas de drenaje se remonta al año 3000 A.C, en la civilización Hindú (ciudades de Harappa y Moheno-Daro). Las ruinas sugieren que los sistemas eran construidos con gran cuidado y que su principal función era evacuar aguas lluvias y aguas residuales. Para ello, las casas estaban conectadas a los canales de drenaje, que estaban en el centro de las calles. Sin embargo, no estaba permitido que se vertieran sólidos en éstos, por lo cual cada casa tenía un sistema donde sedimentaban los sólidos en pozos y el agua llegaba a los canales (Burian & Edwards, Historical Perspectives of Urban Drainage, 2002).

Adicional a las ruinas hindús, se encuentran las persas y mesopotámicas, las cuales demuestran un ligero avance en la construcción y planeación de estos sistemas. Por otra parte, las ruinas de la civilización Minoica resaltan el gran avance de estos sistemas, los cuales contaban con canales

separados para aguas residuales y aguas lluvias, además de sistemas de almacenamiento de estas últimas. Los canales llegaban a grandes colectores que se encargaban de drenar y disponer el agua lejos de la civilización (Burian, y otros, 1999).

Las grandes y complejas obras de la civilización Minoica fueron superadas por las Romanas. Son éstas las más conocidas. Aunque el sistema de drenaje romano fue construido iterativamente, por prueba y error, fue el más grande de las civilizaciones antiguas. Este sistema estaba compuesto de una vasta red de canales superficiales y alcantarillas subterráneas. Éste tenía como fin evacuar la escorrentía, las aguas residuales y el agua del acueducto que no era utilizada. Al igual que la civilización Minoica, el sistema de drenaje Romano contaba con un gran colector que transportaba las aguas hasta el río Tiber, éste se llama *Cloaca Maxima* (Burian & Edwards, Historical Perspectives of Urban Drainage, 2002).

Con la caída del Imperio Romano los sistemas de drenaje sufrieron un retroceso. Las urbanizaciones estaban establecidas en torno a cuerpos de agua, por lo que los sistemas de drenaje no eran una necesidad. Conforme crecían dichas civilizaciones, se construían canales abiertos, que no solo eran usados para evacuar las aguas lluvias sino que en éstos se depositaban desechos de las casas (de las cocinas, principalmente). En época seca, se acumulaban las basuras y se generaban problemas de olores, para lo cual la solución fue cubrir los canales. Con el paso del tiempo, la falta de mantenimiento de dichas estructuras de conducción conllevó a que los problemas fueran peores. El problema se trató de solucionar con pagos por la limpieza de los canales, lo cual ocasionó un problema peor pues los habitantes, al estar pagando, se atribuían el derecho a disponer todo tipo de residuo en ellos (Burian, y otros, 1999).

Los ingenieros se percataron de la ineficiencia constructiva de los canales, por lo que variaron la forma, materiales y pendientes de éstos, disminuyendo así los problemas que se presentaban. Con la experiencia que se tenía por las construcciones y sus deficiencias, y apoyados en estudios, se elaboraron normas que limitaban la velocidad mínima del flujo para evitar problemas de sedimentación y acumulación de residuos. Lo que siguió fue la mejora de los diseños, con base en los aciertos y equivocaciones de los diferentes sistemas que ya se encontraban en funcionamiento (Burian, y otros, 1999).

### 2.1.3. Actualidad

Nueve factores fueron decisivos para la evolución de los sistemas de drenaje; dichos factores son (Burian & Edwards, Historical Perspectives of Urban Drainage, 2002):

- Mejoramiento de la calidad de los materiales de las tuberías, en los métodos de construcción y en las prácticas de mantenimiento.
- Permitir que los desechos sanitarios fueran evacuados mediante los sistemas de drenaje.
- Mayor comprensión de los sistemas.

- Debate entre sistemas separados y combinados.
- Correlación entre infecciones y problemas de salubridad y calidad de los sistemas de drenaje y las aguas.
- Tratamiento de las aguas residuales.
- Avances en hidrología urbana.
- Avances en computación.
- Preocupación por el impacto medio ambiental.

De los anteriores factores es importante destacar algunos de ellos: el avance en la hidrología urbana, el cual se fundamenta en el cambio de método para calcular los caudales de aguas lluvia para un evento dado. El método más utilizado y conocido era el Método Racional, mediante el cual se hacía el cálculo de los caudales con los cuales se diseñaban los sistemas de drenaje. Varios estudios que se llevaron a cabo para validar dicho método llegaron a la conclusión que la utilización de éste introduce un error (sobrestimación) de los diseños resultantes. En respuesta, se plantearon diferentes métodos alternativos para realizar las estimaciones necesarias para el diseño.

Respecto a los avances en computación, los programas desarrollados (modelos) y la velocidad de cálculo han permitido validar y mejorar los diseños bajo varios escenarios. De esta manera se pueden lograr diseños óptimos para las condiciones dadas de cada lugar. Adicionalmente se han podido incluir un mayor número de variables en los análisis de los sistemas, como los son la calidad del agua y los costos asociados con la construcción y operación del sistema.

El tercer factor a destacar es la preocupación por el impacto sobre el medio ambiente. Este factor se da, de cierta manera, gracias a los avances y descubrimientos en los demás factores. Es así como se ha planteado el concepto de Sistema Integrado de Drenaje Urbano, el cual pretende que no se evalúen las redes por separado, sino que se tenga en cuenta todo el sistema desde que el agua es servida desde las unidades residenciales (o industriales, públicas, etc) hasta que se entrega al cuerpo receptor. El diseño de los sistemas que sigan estos lineamientos optimizará los costos, el tratamiento de las aguas y mejorará la calidad aguas abajo del punto de entrega. En el marco de este concepto se ha desarrollado el de Sistemas Urbanos de Drenaje Sostenible (SUDS), el cual tiene como fin *“mitigar tanto los problemas de cantidad como de calidad de las escorrentías urbanas, minimizando los impactos del desarrollo urbanístico y maximizando la integración paisajística y los valores sociales y ambientales de las actuaciones programadas”* (Secretaría Distrital de Ambiente, 2011, pág. 11).

Las políticas de drenaje urbano han cambiado de ‘evacuar el agua lo más rápido y lejos posible’ a ‘proveer un sistema que esté interconectado desde el diseño hasta la operación, es decir que cada uno de sus componentes sea diseñado con base en la optimización de los demás. Se cambia el enfoque de evacuación, el cual debe ser regulado y, de ser posible, con pre-tratamiento a lo largo de la red’ (Saldarriaga, Clase Sistema Integrado de Drenaje Urbano, 2011).

## 2.2. Componentes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano

Para cumplir con el propósito de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, recoger las aguas y tratarlas para entregarlas al cuerpo receptor con una mínima calidad que no afecten los usos aguas abajo, éstos se componen de: redes de drenaje, PTAR y cuerpo receptor.

### 2.2.1. Redes de drenaje

Son las encargadas de transportar las aguas desde los puntos de recolección hasta la PTAR. Son el elemento de mayor extensión dentro de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano. Éstas están compuestas por (Saldarriaga, Clase Sistema Integrado de Drenaje Urbano, 2011):

- **Tuberías:** Es el componente más común de la red, su función es transportar el agua de un punto a otro.
- **Cámaras de inspección:** Permiten el acceso a la red para mantenimiento y verificación de la operación, adicionalmente posibilitan los cambios de dirección.
- **Canaletas, sumideros y bajantes:** La finalidad de estas estructuras es recolectar el agua lluvia de las superficies impermeables (techos, calles) y conducirlos a las redes de drenaje.
- **Aliviaderos:** Son estructuras que permiten la salida del agua de la red cuando la profundidad de ésta sobrepasa cierto nivel. Gracias a estas estructuras se pueden disminuir los costos de la red, pues el caudal que circulará será menor al que se presentaría si éstas no existieran.
- **Canales abiertos:** Tienen como función el transporte de aguas lluvias.
- **Cámaras de caída:** Su función es disipar energía con el fin de proteger la infraestructura. El exceso de energía puede estar dado por la presencia de flujo supercrítico o por una diferencia de cotas entre la tubería de entrada y la tubería de salida.
- **Estructuras de disipación de energía:** Estas estructuras se encuentran en los puntos de entrega. Se diseñan para que el flujo que es entregado al cuerpo receptor no genere problemas en el lecho natural de este (erosión o socavación).
- **Tanques de almacenamiento temporal:** Los tanques entran en funcionamiento en eventos de precipitación, con lo cual disminuyen el pico de caudal y de contaminación de las aguas entregadas a la PTAR (o al cuerpo receptor). Para su diseño se debe tener en cuenta que los tiempos de retención no pueden ser muy altos debido a posibles problemas con las aguas residuales (olores).
- **Sifones invertidos:** Estas estructuras se utilizan cuando el trazado de la red debe pasar por algún obstáculo. El mecanismo de acción es presurizar la tubería para que gane la energía suficiente para sobrepasar el obstáculo.

### 2.2.2. Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales (PTAR)

Las PTAR son un conjunto de varias estructuras que funcionan de manera articulada con el fin de mejorar la calidad del agua que será entregada al cuerpo receptor. Las estructuras que componen las PTAR dependen del tipo de tratamiento, el contaminante a remover y la eficiencia de remoción que se pretende lograr. De manera general, una PTAR está compuesta por los siguientes procesos (Empresa de Acueducto de Bogotá, 2013):

- Cribado o remoción de sólidos: Mediante rejillas de diferente tamaño que se ubican a la entrada de la planta, se remueven sólidos suspendidos cuyo tamaño sea mayor al de la rejilla más fina. Este proceso es necesario pues los sólidos podrían dañar o generar un mal funcionamiento de los equipos de la planta.
- Desarenado y desengrasado: En este proceso se retiran las grasas, mediante flotación, y las arenas, por medio de decantación. En pro de agilizar y aumentar la eficiencia del proceso se inyecta aire al agua.
- Floculación y coagulación: El fin de este proceso es que las partículas de sólidos suspendidos se adhieran, unas a otras, con el fin de que, por su peso, se sedimenten. Para esto se suministra una especie química al agua, la cual cambia la carga eléctrica de las partículas suspendidas, favoreciendo así su cohesión. Para acelerar el proceso se agita el agua, de manera que la probabilidad de que una partícula colisione con otra y se unan sea mayor. Las velocidades de agitación tienen que disminuir a medida que las partículas aumentan su tamaño para evitar fraccionarlas.
- Sedimentación: En este proceso el agua se pasa a tanques, en los cuales el tiempo de retención es alto para que las partículas se sedimenten.

Dependiendo de la calidad del agua al culminar los procesos descritos se implementan otros que aumentan la eficiencia. Los diversos procesos de tratamiento se agrupan en diferentes grupos, dependiendo del mecanismo de acción o de su objetivo a remover. Estos grupos, denominados trenes de tratamiento, son:

- Pre-tratamiento: Se dispone el agua para el tratamiento; esto consiste en retirar sólidos, arenas y grasas.
- Tratamiento primario: Se busca retirar los sólidos suspendidos del agua. Actualmente, los procesos más comunes son procesos físicos (sedimentación por gravedad) y químico-asistidos (coagulación y sedimentación). Se espera que los procesos sean sólo físicos (filtración por membranas).
- Tratamiento secundario: El objetivo es eliminar la materia orgánica existente en el agua. Esto se realiza a través de procesos microbiológicos, que pueden ser aerobios o anaerobios.
- Tratamiento terciario: Con estos procedimientos se pretende eliminar contaminantes que los procesos predecesores no tenían la capacidad de hacer. Estos procedimientos varían ampliamente, dependiendo del contaminante que se quiera disminuir o eliminar.

Los diferentes procesos existentes en una PTAR generan unos desechos que son responsabilidad de la planta. Así, los procesos más básicos producen como desechos los diferentes sólidos que se encontraban suspendidos en el agua. Para procesos más avanzados se producen lodos con contenido de materia orgánica, metales, entre otras diversas especies químicas, dependiendo de la fuente del agua residual.

### 2.2.3. Cuerpo receptor

El cuerpo receptor es aquel sobre el cual se descargan las aguas (tratadas si provienen de la PTAR o sin tratar si provienen directamente de la red). Debido a las nuevas perspectivas que se tienen sobre los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, el cuerpo receptor tiene un papel fundamental y determinante, en la medida que su capacidad de autodepuración determina si es necesaria la construcción de una PTAR o si se pueden verter las aguas residuales directamente.

## 2.3. Tipos de redes en los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano

Las redes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano pueden ser de dos tipos: separadas o combinadas. Las separadas tienen tuberías que son exclusivas para aguas lluvias y tuberías que son únicamente para aguas residuales. De manera contraria, en las redes combinadas, las tuberías transportan aguas lluvias y aguas residuales.

En las redes separadas se tiene un mayor costo constructivo dado que se tienen que instalar tuberías para aguas residuales y tuberías para aguas lluvias; sin embargo, el costo de tratamiento se reduce, pues los picos de caudales y de contaminación tienden a ser uniformes a pesar de que, en esta modalidad, se hace necesario tratar ‘el primer lavado’ debido a su alta carga contaminante.

En contraparte, las redes combinadas tienen un costo constructivo más bajo pues solo es necesario instalar una tubería por donde fluirán tanto las aguas residuales como las aguas lluvias; no obstante la eficiencia de la PTAR a la que son conducidas las aguas se reducirá como consecuencia de caudales y concentraciones de contaminantes variables. Debido a la probabilidad de que sucedan eventos de precipitación superiores al evento de diseño, estas redes cuentan con unas estructuras denominadas aliviaderos (ver Sección 2.2.1). Las aguas que son evacuadas a través de estas estructuras son una combinación de ‘el primer lavado’ y de la resuspensión de los sedimentos de las tuberías, lo que conlleva a que generen un fuerte impacto sobre el cuerpo de agua receptor, y por ende sobre el medio circundante (Giraldo Gómez, 2000).

## 2.4. Fallas de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano

### 2.4.1. Fallas en las redes de drenaje urbano

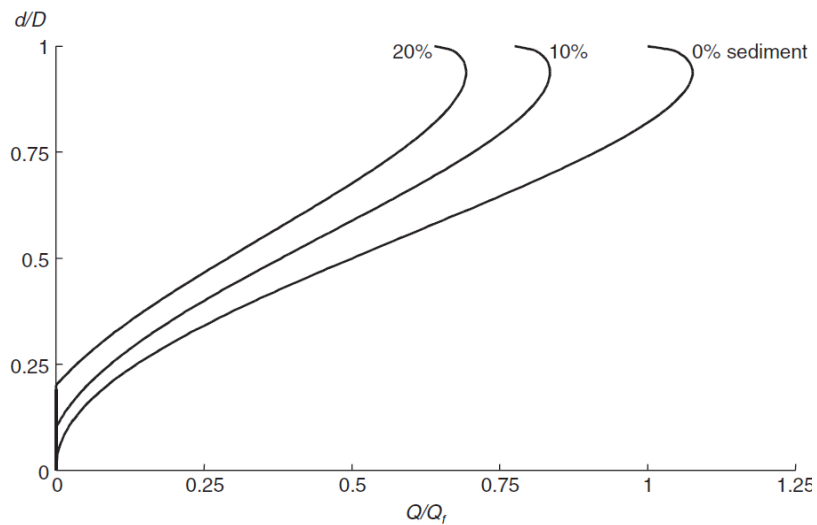
Las redes de drenaje urbano están compuestas, en su mayoría, por tuberías. Esta característica, aunada con su gran longitud, conlleva a que el mantenimiento, reparación o cambio presente una mayor dificultad que otros elementos de la red. Por lo anterior, son propensas a varias fallas, de las cuales las más comunes son (López Sabogal, 2012):

- **Fallas estructurales:** Este tipo de fallas tiene dos causas: el desgaste de la tubería y el exceso de carga. La primera de estas es una consecuencia directa de la naturaleza del flujo que circula por las tuberías. Las aguas residuales, por su composición química, generan ácidos (sulfúrico y sulfhídrico), que corroen las tuberías. Adicionalmente los sólidos presentes en este tipo de agua, y los que, eventualmente, aportan las aguas lluvias, generan abrasión en la tubería. La corrosión y la abrasión conllevan a que se disminuya el grosor de la tubería y que por ende sea más probable que falle.

Por otro lado, el exceso de carga (ya sea que se supera la carga de diseño o que es una tubería frágil por haber cumplido con su vida útil) puede generar que la tubería se deforme o se fragmente. Las fallas de las tuberías favorecen las exfiltraciones e infiltraciones y ocasionan disminución de la capacidad hidráulica de las mismas.

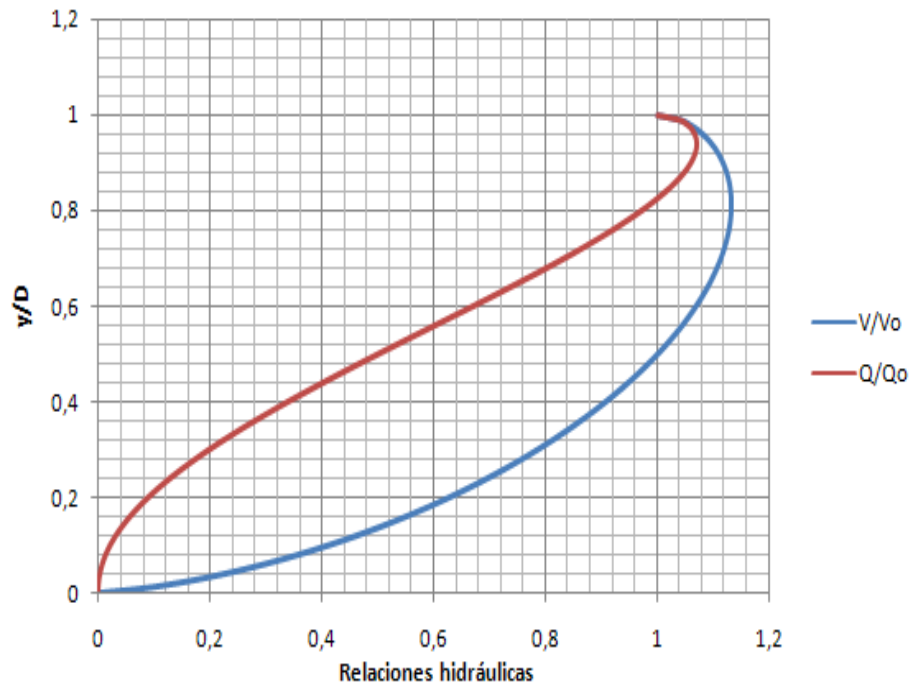
- **Sedimentos:** Los sedimentos que se pueden encontrar en las tuberías se clasifican en tres (Saldarriaga, Clase Sistema Integrado de Drenaje Urbano, 2011): Sanitarios, superficiales y vegetales. Los primeros son los inherentes a las aguas residuales; los segundos son los que entran a la red por los sumideros y los terceros son las partículas de la estructura del sistema, es decir fragmentos de tubería. Los sedimentos disminuyen el área mojada lo que resulta en un aumento de la velocidad, lo que a su vez, genera reacomodación de los sedimentos y por ende cambio de la rugosidad. La consecuencia final de los cambios es la disminución de la capacidad hidráulica del conducto, tal como se muestra en la Figura 1.
- **Sobrecarga:** Las sobrecargas se presentan como una consecuencia de la disminución de la capacidad hidráulica de la tubería causada por las fallas estructurales y/o los sedimentos, o por las características hidráulicas de una tubería, las cuales determinan que una vez la profundidad sobrepase una relación de llenado del 80% la velocidad disminuye, lo que aumenta las probabilidades de un represamiento del flujo y finalmente la sobrecarga de la tubería. La Figura 2 muestra el comportamiento del caudal y de la velocidad con respecto a la relación de llenado.





**Figura 1.** Pérdida de la capacidad hidráulica como consecuencia de los sedimentos. Tomado de (Butler & Davies, 2011).

## Relaciones Hidráulicas



**Figura 2.** Relaciones hidráulicas para una sección circular. Tomado de (López Sabogal, 2012).

En la Figura 1 y en la Figura 2 el eje de las ordenadas representa el porcentaje de la tubería que está lleno. El eje de las abscisas muestra la relación entre la variable en un punto específico y el valor de la variable en tubo fluyendo lleno (para la Figura 1 la variable es el caudal y para la Figura 2 las variables son el caudal y la velocidad).

#### 2.4.2. Fallas en la PTAR

En las PTAR se pueden presentar fallas en el diseño o en la operación de ésta. Dicho de otra manera, se pueden presentar fallas hidráulicas o fallas operacionales. Las fallas hidráulicas se derivan de un diseño que no cumple con la premisa de que la planta funcione por acción de la gravedad, es decir sin la necesidad de bombeo. Por lo anterior, es imprescindible que el cálculo de la Elevación de la Línea de la Superficie del Agua (ELSA) esté muy detallado, y que en este se contemple que la PTAR debe operar por gravedad en todo momento, inclusive cuando se tienen caudales superiores al caudal de diseño, para no incurrir en costos adicionales de energía eléctrica y evitar el represamiento del agua, y una eventual inundación, en alguno de los procesos.

Por su parte, las fallas operacionales corresponden a las fallas de los equipos y/o de las estructuras, las cuales son previsiblemas no inevitables. Por lo anterior este tipo de fallas se deben contemplar desde el diseño mediante la inclusión de medidas de contingencia, tales como la redundancia de los procesos o el ‘bypass’ para eventos más severos. El mantenimiento preventivo de los diferentes equipos y la rotación de los mismos son medidas que aumentan la confiabilidad de la PTAR, y por ende disminuyen la probabilidad de falla en la operación.

### 2.5. Normatividad Colombiana sobre Sistemas de Drenaje Urbano

Aunque en Colombia algunas empresas tienen lineamientos propios basados en estudios y experiencia propia, para el cálculo de caudales de redes de drenaje (de aguas residuales y aguas pluviales), a nivel nacional existe un reglamento técnico, que si bien no es obligatorio su seguimiento, sí establece unos estándares que deben ser cumplidos. Este reglamento se llama Reglamento Técnico del sector de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS); está compuesto por títulos, de los cuales seis establecen estándares para diferentes actividades. El título D concierne a los alcantarillados, por esto cada vez que se haga referencia al RAS<sup>2</sup>, será al título D de éste, si no se indica lo contrario.

Varios de los parámetros de diseño que serán mostrados dependen del ‘nivel de complejidad del sistema’; la asignación de la complejidad se muestra en la Tabla 1.

---

<sup>2</sup> La versión oficial del título D del RAS es la del 2000, por ello se trabajará con esta, a pesar de existir versiones más recientes, pero que son no oficiales.

**Tabla 1.** Asignación del nivel de complejidad (RAS, 2000).

Nivel de Complejidad	Población (Hab)	Capacidad económica de los usuarios
Bajo	<2500	Baja
Medio	2501 a 12500	Baja
Medio Alto	12501 a 60000	Media
Alto	>60000	Alta

### 2.5.1. Redes de drenaje urbano sanitario

De manera general, los parámetros y las restricciones de diseño de las redes de drenaje urbano sanitario se muestran a continuación. Si se quiere un mayor detalle de stos se recomienda consultar el literal D.3 del RAS 2000. Para todos los caudales se debe calcular la condición inicial y la condición final.

- Caudal de aguas residuales domésticas ( $Q_D$ ): El caudal aportado por las viviendas se puede calcular de cualquiera de las dos formas de la Ecuación 2.1, dependiendo de las variables que se conozcan.

$$Q_D = \frac{C \cdot D \cdot A_{rd} \cdot R}{86400} \quad \text{o} \quad Q_D = \frac{C \cdot P \cdot R}{86400} \quad 2.1$$

De las ecuaciones anteriores se tiene:

$Q_D$ : Caudal de aguas residuales domésticas [L/s]

C: Consumo diario per cápita [L/Hab-día]

D: Densidad de población [Hab/Ha]

$A_{rb}$ : Área residencial bruta [Ha]

R: coeficiente de retorno [-]

La estimación del consumo diario per cápita y del coeficiente de retorno debe hacerse con base en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Valores recomendados para el consumo diario per cápita y el coeficiente de retorno (RAS, 2000).

Nivel de Complejidad	Dotación per cápita. Clima cálido	Dotación per cápita. Clima frío o templado	Coefficiente de retorno
Bajo	100 L/Hab-día	90 L/Hab-día	0.7-0.8
Medio	125 L/Hab-día	115 L/Hab-día	0.7-0.8
Medio Alto	135 L/Hab-día	125 L/Hab-día	0.8-0.85
Alto	150 L/Hab-día	140 L/Hab-día	0.8-0.85

- Caudal de aguas residuales industriales ( $Q_I$ ): Debido a la variedad de los tipos de industrias y las condiciones de operación propias de cada una (consumo y recirculación de agua), el

caudal de aguas industriales debe obtenerse como resultado de un censo de las mismas. Sin embargo, si la zona es residencial con pocas industrias (pequeñas) el aporte de éstas puede estimarse tomando como referencia la

- Tabla 3.

**Tabla 3.** Aporte de industrias pequeñas, en zonas residenciales (RAS, 2000).

Nivel de complejidad del sistema	Contribución industrial (L/s-ha ind)
Bajo	0.4
Medio	0.6
Medio Alto	0.8
Alto	1.0-1.5

- Caudal de aguas residuales comerciales ( $Q_C$ ): Si la zona es netamente comercial, el aporte de ésta debe estar justificado con la densidad de población y el consumo diario por persona. Por otro lado si la zona es mixta comercial los aportes pueden ser calculados con un factor de 0.4 – 0.5 L/s·ha comercial.
- Caudal de aguas residuales institucionales ( $Q_{IN}$ ): Las instituciones tienen consumos diferentes, los cuales dependen del tipo de institución. Debido a esto, el aporte de las instituciones debe calcularse de manera individual con base en información pre-existente. Si las instituciones se encuentran en zonas residenciales y son de tamaño pequeño, el aporte de éstas se puede calcular con un factor de 0.4 – 0.5 L/s·ha institucional.
- Caudal medio de aguas residuales ( $Q_{MD}$ ): Este es la suma de los aportes domésticos, industriales, comerciales e institucionales (Ecuación 2.2).

$$Q_{MD} = Q_D + Q_I + Q_C + Q_{IN} \quad 2.2$$

- Caudal de conexiones erradas ( $Q_{CE}$ ): Los aportes de caudal como consecuencia de conexiones erradas varían dependiendo del control que se ejerza sobre dicha práctica y de la existencia de sistemas de aguas lluvia. La Tabla 4 muestra valores guía (máximos) para aportes por conexiones erradas. En caso de obtener valores muy altos de aportes por conexiones erradas para Niveles de Complejidad del Sistema Medio Alto y Alto, se debe desarrollar un proyecto de sistema de recolección de aguas lluvias; por lo tanto el diseño debe ser consistente con el nuevo proyecto. Para Niveles de Complejidad del Sistema Bajo y Medio, si bien no es necesario la proyección de sistemas de recolección de aguas lluvias, es recomendable establecer medidas de control.

**Tabla 4.** Aportes de conexiones erradas (RAS, 2000).

Nivel de complejidad	Aporte (Con sistema pluvial)	Aporte (Sin sistema pluvial)
Bajo y Medio	0.2 L/s-Ha	2 L/s-Ha

Medio Alto y Alto	0.1 L/s-Ha	2 L/s-Ha
-------------------	------------	----------

- Caudal de infiltración ( $Q_{INF}$ ): Debido a deficiencias constructivas y a fallas en las tuberías de las redes, es inevitable la infiltración de agua subsuperficial al sistema. Para contabilizar el aporte de la infiltración es recomendable adelantar un estudio en horas de poco consumo, en el cual se tenga en cuenta la topografía, variables hidrológicas y geológicas. En caso de imposibilidad de desarrollar el estudio, la Tabla 5 muestra unos valores guías para el aporte por infiltración. En ésta, ‘infiltración alta’ corresponde a altas deficiencias constructivas y, consecuentemente, ‘infiltración baja’ atañe a circunstancias en las que la probabilidad de infiltración es la menor.

**Tabla 5.** Tasas de infiltración dependiendo las variables que la afectan (RAS, 2000).

Nivel de complejidad	Infiltración alta (L/s-Ha)	Infiltración media (L/s-Ha)	Infiltración baja (L/s-Ha)
Bajo y Medio	0.15-0.4	0.1-0.3	0.05-0.2
Medio Alto y Alto	0.15-0.4	0.1-0.3	0.05-0.2

- Caudal Máximo Horario ( $Q_{MH}$ ): Es el caudal que representa la máxima demanda que tendrá la red en el periodo de diseño, por ende es el caudal de diseño. Se halla haciendo uso de la Ecuación 2.3. En esta, F se denomina factor de mayoración

$$Q_{MH} = F * Q_{MDF} \quad 2.3$$

- Factor de Mayoración: Es un factor mediante el cual se calcula el caudal máximo horario a partir del caudal medio diario en las condiciones finales del sistema. Este factor incluye, implícitamente, la relación entre la variación de caudales y el tamaño de la población. A continuación se presenta de la Ecuación 2.4 a la Ecuación 2.8, las cuales representan diferentes metodologías para obtener el factor de mayoración. Se recomienda investigar acerca de las limitaciones de cada una antes de implementarlas. De manera general F no puede superar el valor de 1.4. Este factor debe calcularse para cada uno de los tramos de la red de drenaje urbano, debido al incremento del caudal que se espera hacia aguas abajo (debido a la población aferente) (RAS, 2000).

$$F = 1 + \frac{14}{4 + P^{0.5}} \quad \text{Harmon} \quad 2.4$$

$$F = \frac{3.5}{P^{0.1}} \quad \text{Flores} \quad 2.5$$

$$F = \frac{5}{P^{0.2}} \quad \text{Babbit} \quad 2.6$$

$$F = \frac{3.53}{Q_{MD}^{0.0914}} \quad \text{Los Angeles} \quad 2.7$$

$$F = \frac{3.70}{Q_{MD}^{0.0733}} \quad \text{Tchobanoglous} \quad 2.8$$

De la Ecuación 2.4 a la Ecuación 2.6, P representa el número de habitantes. Por otro lado en la Ecuación 2.7 y en la Ecuación 2.8,  $Q_{MD}$  representa el caudal medio diario.

- Caudal de diseño ( $Q_{DT}$ ): Es el caudal que debe transportar cada uno de los tramos de la red. Es la suma del caudal medio horario ( $Q_{MH}$ ), el aporte de la infiltración ( $Q_{INF}$ ) y de las conexiones erradas ( $Q_{CE}$ ). Si el valor calculado es inferior a 1.5 L/s se debe adoptar esta valor. Todos los caudales deben ser los correspondientes al final del periodo de operación.

$$Q_{DT} = Q_{MH} + Q_{CE} + Q_{INF} \quad 2.9$$

- Diámetro interno real mínimo: Se establece un valor mínimo con el fin de evitar obstrucciones del sistema; este valor es 8" (200 mm). Si el nivel de complejidad es bajo, y mediante una justificación adecuada, este valor puede ser 6" (150 mm).
- Velocidad mínima: Se establece un valor mínimo de velocidad para favorecer condiciones de autolimpieza en las tuberías y que la sedimentación no se convierta en un problema de las redes. Así, el valor mínimo para la velocidad es de 0.45 m/s. Sin embargo, si las tuberías han de transportar aguas industriales, el criterio de velocidad mínima está sujeto a la calidad del agua ( $DBO_5$ ). En la Tabla 6, se presentan las relaciones enunciadas.

**Tabla 6.** Velocidades mínimas como función de la DBO (RAS, 2000).

<b>DBO efectiva (mg / L)</b>	<b>Velocidad mínima real (m / s)</b>
Hasta 225	0.5
De 226 a 350	0.65
De 351 a 500	0.75
De 501 a 690	0.9
De 691 a 900	1

- Velocidad máxima: El valor del límite superior de la velocidad está dado por las condiciones de la tubería (material y empotramiento) y las del agua (características abrasivas y turbulencia). Por ende se insta a justificar los valores establecidos como límite para la velocidad. A manera de recomendación se sugiere un valor de 5 m/s.
- Esfuerzo cortante mínimo: Al igual que para la velocidad, el valor del esfuerzo cortante mínimo obedece a razones de autolimpieza. El esfuerzo cortante se calcula mediante la

Ecuación 2.11, en la cual el caudal a utilizar está dado por la Ecuación 2.10, para condiciones iniciales. El valor de caudal medio horario para las condiciones iniciales ( $Q_{MHi}$ ) mínimo es 1.5 L/s. En caso de obtener un valor menor se debe adoptar 1.5 L/s. Si, por las condiciones topográficas, no es posible asegurar una velocidad mayor o igual a la mínima, debe verificarse que el valor del esfuerzo cortante sea mayor o igual a 1.2 N/m<sup>2</sup>.

$$Q_{MHi} = \frac{F \cdot Q_{Di}}{K_1} + Q_{Ii} + Q_{Ci} + Q_{INi} + Q_{CEi} \quad 2.10$$

donde,

$Q_{Di}$ : Caudal doméstico para el inicio del periodo de operación (L/s).

$Q_{Ii}$ : Caudal industrial para el inicio del periodo de operación (L/s).

$Q_{Ci}$ : Caudal comercial para el inicio del periodo de operación (L/s).

$Q_{INi}$ : Caudal de infiltración para el inicio del periodo de operación (L/s).

$Q_{CEi}$ : Caudal de conexiones erradas para el inicio del periodo de operación (L/s).

$K_1$ : Relación entre el caudal máximo diario y el caudal medio diario, varía entre 1.2 y 1.5.

$$\tau = \gamma R S_f \quad 2.11$$

donde,

$\tau$ : Esfuerzo cortante (Pa).

$\gamma$ : Peso específico (N/m<sup>3</sup>).

$S_f$ : Pendiente de fricción (-).

- Pendiente mínima: Se establece el valor mínimo de la pendiente como aquel que cumple con las restricciones de velocidad y esfuerzo cortante mínimo.
- Pendiente máxima. Se establece el valor máximo de la pendiente como aquel que cumple con las restricciones de velocidad máxima.
- Profundidad hidráulica máxima: Este valor debe estar entre el 70 - 85% del diámetro interno de la tubería, con el fin de favorecer la aireación del flujo.
- Profundidad mínima a la cota clave: La profundidad mínima a la que se encuentra la cota clave de la tubería se establece con el fin de proteger la tubería de fracturas ocasionadas por las cargas vivas. Ésta depende del tipo de servidumbre que se encuentra por encima de la tubería. De esta manera, si la servidumbre es vías peatonales o zonas verdes, el valor de la profundidad debe ser, mínimo, 0.75 m. Por otro lado, si la servidumbre corresponde a vías vehiculares, la profundidad debe tener como valor mínimo 1.20 m.

- Profundidad máxima a la cota clave: Por razones de seguridad durante la construcción, el valor máximo de la profundidad a la cota clave es 5 m. Sin embargo, el valor puede ser mayor si se garantizan requerimientos geotécnicos de las cimentaciones y estructurales de los materiales durante la construcción de estos.

### 2.5.2. Redes de drenaje urbano pluvial

A continuación se muestran los parámetros de diseño y restricciones que fueron designadas para las redes de drenaje urbano pluvial. Si se quiere un mayor detalle sobre la información presentada se recomienda consultar el literal D.4 del RAS 2000.

- Áreas de drenaje: Las áreas aferentes a los tramos de las redes deben definirse de acuerdo con las redes de drenaje natural y estar debidamente delimitadas, para lo cual se aconseja elaborar una medición directa en planos.
- Caudal de diseño: Es el caudal que se estima que circulará por el tramo objeto del diseño, en un evento de precipitación, dada la probabilidad de ocurrencia de este. Para hallar el caudal se hace uso del Método Racional, Ecuación 2.12. En esta, C es el coeficiente de escorrentía, i es la intensidad del evento y A es el área aferente. Se recomienda revisar los condicionamientos del modelo, antes de su implementación.

$$Q = 2.78 \cdot C \cdot I \cdot A \quad 2.12$$

- Diámetro mínimo: El diámetro mínimo debe ser de 10" (250 mm). En casos justificados puede llegar a ser 8" (200 mm).
- Velocidad mínima: Debido a que los sólidos transportados por el agua lluvia pueden sedimentarse se debe tener una velocidad mínima de 0.75 m/s para garantizar condiciones de autolimpieza. Adicionalmente, se debe verificar que el esfuerzo cortante para el 10% de la capacidad de tubo lleno sea mínimo 1.5 Pa.
- Velocidad máxima: Los valores máximos de la velocidad dependen de la resistencia de la tubería a la abrasión. Por ende, influye el material de la tubería y los sedimentos que transporte el agua. En la Tabla 7 se muestran algunos valores recomendados de velocidad máxima para diferentes materiales.

**Tabla 7.** Velocidades máximas (RAS, 2000).

Tipo de material	v (m/s)
Ladrillo común	3
Ladrillo vitrificado y gres	5
Concreto	5
PVC	10



- Pendiente mínima: El límite inferior del valor de la pendiente es para el cual se obtiene la velocidad mínima.
- Pendiente máxima: La pendiente máxima debe ser aquella con la cual se obtiene la velocidad máxima.
- Profundidad hidráulica máxima: El flujo puede fluir a tubo lleno.
- Profundidad mínima y máxima a la cota clave: Se deben seguir las mismas indicaciones que para redes de drenaje urbano sanitario.

### 2.5.3. Redes de drenaje urbano combinado

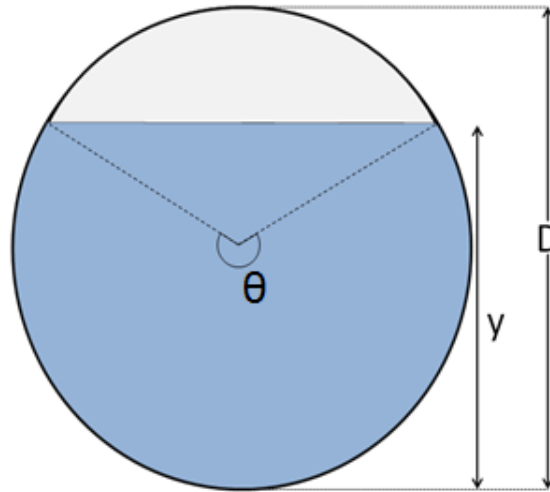
Los parámetros de diseño de las redes de drenaje combinadas son similares a las de las redes de drenaje urbano pluvial. Los máximos y mínimos corresponden a los de drenaje urbano pluvial y de manera excepcional, cuando el caudal de aguas residuales supera el 5% del caudal de aguas lluvia. En este caso el caudal de diseño debe ser igual a la suma de los dos caudales. Para hallar el caudal de aguas residuales es necesario tener en cuenta los aportes domésticos, industriales, comerciales, institucionales, y de infiltración. Las conexiones erradas no se tienen en cuenta.

## 2.6. Diseño hidráulico de los tramos de las redes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano

El diseño de una red de drenaje urbano se puede escindir en dos procesos: diseño del trazado de la red y el diseño hidráulico del trazado seleccionado. El primero de estos procesos, de manera general, consiste en la construcción de un trazado: escoger los puntos donde se ubicarán las cámaras de inspección y, por ende, determinar la longitud de los tramos y las cámaras de inicio y final para cada uno. Como resultado de este proceso se obtiene lo que se denomina la topología de la red.

El segundo proceso consiste en, basado en el trazado, hallar el conjunto de diámetros y pendientes que pueden transportar el flujo por gravedad y que cumplan con las restricciones hidráulicas. Este proceso se puede hacer siguiendo alguna metodología, por prueba y error o por experiencia. A continuación se enuncian las ecuaciones utilizadas para el diseño. La Figura 3 muestra las variables de una sección circular fluyendo parcialmente llena.

### 2.6.1. Geometría hidráulica



**Figura 3.** Características de una sección circular fluyendo parcialmente llena.  
 Tomado de (López Sabogal, 2012).

Con base en la Figura 3 se obtienen las características geométricas (Ecuación 2.13 a Ecuación 2.18).

$$\theta = \pi + 2 \cdot \text{sen}^{-1} \left( \frac{y - \frac{D}{2}}{\frac{D}{2}} \right) \quad 2.13$$

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen}(\theta)) \quad 2.14$$

$$P = \theta \frac{D}{2} \quad 2.15$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\text{sen}(\theta)}{\theta} \right) \quad 2.16$$

$$B = D \text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad 2.17$$

$$D_h = \frac{A}{B} = \frac{D}{8} \left( \frac{\theta - \text{sen}(\theta)}{\text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad 2.18$$

En las anteriores ecuaciones,

$\theta$ : Ángulo entre el centro de la tubería y el nivel del agua (rad).

D: Diámetro de la tubería (m).

A: Área mojada ( $\text{m}^2$ ).

P: Perímetro mojado (m).

R: Radio hidráulico (m).

B: Ancho en la superficie (m).  
 $D_h$ : Profundidad hidráulica (m).

Con las ecuaciones de la geometría hidráulica definidas, se halla el caudal que puede transportar una tubería; para ello se hace uso de la ecuación de conservación de la masa (Ecuación 2.19):

$$Q = v \cdot A \quad 2.19$$

donde,

Q: Caudal que fluye por la tubería ( $m^3/s$ ).  
v: Velocidad del flujo (m/s).

### 2.6.2. Cálculo de la velocidad de flujo

Para hallar la velocidad del flujo existen varias ecuaciones empíricas, de las cuales las más utilizadas son la ecuación de Manning (Ecuación 2.20) y la de Chézy (Ecuación 2.21). Estas dos ecuaciones, aunque fueron deducidas para canales, tienen una amplia difusión debido a la facilidad de cálculo. Actualmente, con los materiales lisos de las tuberías se insta a utilizar otras expresiones para el cálculo de la velocidad, pues la implementación de estas ecuaciones conlleva a errores en el diseño.

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot S_f^{1/2} \quad 2.20$$

donde,

n: Coeficiente que describe la rugosidad del conducto ( $s/m^3$ ).

$$v = C \cdot \sqrt{R \cdot S_f} \quad 2.21$$

donde,

C: Coeficiente que describe la rugosidad del conducto ( $m^{1/2}/s$ ).

En contraparte a las ecuaciones presentadas, las ecuaciones de Colebrook – White (Ecuación 2.22) y Darcy – Weisbach (Ecuación 2.23), son físicamente basadas, por lo cual tienen una mayor precisión y exactitud. Al despejar el factor de fricción, f, de la Ecuación y reemplazarlo en la Ecuación, se llega a la Ecuación 2.24.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{k_s}{3.7 D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad 2.22$$

$$h_f = f \frac{L v^2}{D 2g} \quad 2.23$$

$$v = -2 \sqrt{8 g R S_f} \log_{10} \left( \frac{k_s}{14.8 R} + \frac{2.51 v}{4 R \sqrt{8 g R S_f}} \right) \quad 2.24$$

donde,

f: Factor de fricción (-).

v: Viscosidad cinemática (m<sup>2</sup>/s).

K<sub>s</sub>: Rugosidad interna de la tubería (m).

g: Aceleración de la gravedad (m/s<sup>2</sup>).

Re: Número de Reynolds (-).

### 2.6.3. Obtención de diámetros y pendientes

El proceso para la obtención de los conjuntos de pendientes y diámetros es un proceso iterativo, en el cual se parte de unos valores iniciales de pendiente y relación de llenado (escogidos por experiencia). Con base en estos se calculan los valores de área, perímetro y radio hidráulico, con los cuales se halla la velocidad y el caudal. Si el caudal calculado es mayor o igual al caudal de diseño, se verifica el cumplimiento de las diferentes restricciones, en caso contrario se aumenta el diámetro hasta que el caudal calculado sea igual o mayor al de diseño. Si se llega a un diseño satisfactorio, es decir que se cumplan las restricciones, existen dos alternativas: se culmina el proceso de diseño o se cambian los valores iniciales en pro de un mejor diseño.

### 2.6.4. Suposición de flujo uniforme

El flujo puede variar en el espacio o en el tiempo. Si varía en el espacio se denomina flujo no uniforme, de manera contraria, flujo uniforme. Si la variación es en el tiempo, será flujo no permanente, y si es constante, se llama permanente. Las variaciones del flujo dependen de las características del conducto y de las de éste: rugosidad, geometría, caudal y pendiente. La modelación más sencilla se da cuando el flujo es permanente y uniforme (no cambia ni en el tiempo ni en el espacio), estas condiciones se cumplen cuando se igualan las fuerzas inerciales y las gravitatorias, es decir las fuerzas que aceleran el flujo son iguales a las que resisten el movimiento. La Ecuación 2.25, muestra la consecuencia del flujo uniforme - permanente<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Aunque no varía ni en el tiempo, ni en el espacio se denomina flujo uniforme únicamente, debido a que la existencia de un flujo uniforme – no permanente es muy poco probable.

$$S_0 = S_f = S_w = S$$

2.25

donde,

$S_0$ : Pendiente del fondo del canal (-).

$S_f$ : Pendiente de fricción (-).

$S_w$ : Pendiente de la superficie de agua (-).

Dado que el flujo uniforme permanece constante a lo largo del conducto mientras no se cambien las condiciones, los diseños se hacen basados en la suposición de que se presentará este tipo de flujo. Una vez se tiene el diseño se debe verificar la operación del sistema con el flujo que se espera que se presente para varias condiciones.

## 2.7. Aproximaciones a la optimización del diseño hidráulico de las redes de los Sistemas Integrados de Drenaje Urbano

Como se describe en la Sección 2.1.2 los sistemas de drenaje tenían el único propósito de evacuar las aguas (pluviales y/o residuales), sin importar el costo asociado con las estructuras. La evolución de estos representó un cambio, el cual consistió en que la concepción no era solo evacuar aguas eficientemente sino también hacerlo a un bajo costo. Londres y París fueron dos ciudades determinantes dado que mediante los sistemas de drenaje de estas se adquirió experiencia y se establecieron algunos criterios para el diseño, con los cuales se cumplían los requerimientos.

Así, se crearon diferentes tablas en las cuales se reportaban los diámetros como función de la pendiente del terreno y el área aferente. La Tabla 8 muestra un ejemplo. La experiencia que se obtenía de los sistemas en funcionamientos mejoró el criterio de selección del diámetro y el desarrollo de la tecnología ejerció un papel determinante en la evolución del proceso de diseño. A pesar de esto, “*el estudio de procesos de optimización de sistemas de drenaje urbano es criticado por los ingenieros de campo, quienes afirman que los métodos son muy complicados para ser aplicados a los diseños actuales*” (Holland, 1968).

**Tabla 8.** Metodología de diseño de los sistemas de drenaje urbano. Tomado de (Burian & Edwards, Historical Perspectives of Urban Drainage, 2002).

Inclination Fall or Slope of Sewer	Inner Diameter, or Bore, of Sewer in Feet									
	2	2.5	3	4	5	6	7	8	9	10
	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres	Acres
Level	39	67	120	277	570	1020	1725	2850	4125	5825
¼-in. in 10 feet	43	75	135	308	630	1117	1925	3025	4425	6250
½-in. in 10 feet	50	87	155	355	735	1318	2225	3500	5100	7175
¾-in. in 10 feet	63	113	203	460	950	1692	2875	4500	6575	9250
1-in. in 10 feet	78	143	257	590	1200	2180	3700	5825	7850	11050
1 ½-in. in 10 feet	90	165	295	670	1385	2486	4225	6625		
2-in. in 10 feet	115	182	318	730	1500	2675	4550	7125		

Los grandes avances en el campo de la computación cambiaron la metodología tradicional de diseño, lo cual, como se muestra en el párrafo anterior, no fue un proceso inmediato. Dado que los diversos cálculos eran hechos por las máquinas, el nuevo objetivo era optimizar los diseños. De esta manera surgieron soluciones mediante la Programación Lineal (LP) y Programación No Lineal (NLP) (Guo, Walters, & Savic, 2008).

Como consecuencia de las restricciones de los métodos enunciados y de la naturaleza del problema, éstos fueron descartados. La Programación Lineal, aunque está en capacidad de operar con diferentes variables de decisión, requiere que sean lineales lo cual no corresponde al problema de los sistemas de drenaje. En contraparte, la Programación No Lineal no presenta restricciones en cuanto al grado de las ecuaciones del problema; sin embargo debido a la complejidad de este (clasificado como NP) los costos computacionales son muy elevados y no siempre se tiene una solución factible (Guo, Walters, & Savic, 2008).

La Programación Dinámica (DP) y la Programación Dinámica Discreta Diferencial (DDDP), una versión modificada de la primera, es una metodología cuyas restricciones cumplen las características del problema por lo cual ha sido ampliamente utilizada para diferentes estudios de optimización de diseño de redes de drenaje urbano. Cuatro características de la metodología que la hacen exitosa para el problema de drenaje urbano son: el problema debe ser representado de forma secuencial y dividido en partes, en cada una de ellas se tiene un conjunto de variables y decisiones, es flexible con respecto a la función objetivo y los resultados se presentan de manera discreta (Guo, Walters, & Savic, 2008).

Sin embargo, la Programación Dinámica, a pesar de ser una metodología que ha demostrado buenos resultados, tiene limitaciones que conllevan a que sea una solución básica y no pueda ser implementada en problemas con espacios de solución amplios y complejos. Entre estas limitaciones se tiene: si el sistema tiene más de un punto de descarga el modelo no funciona correctamente; dado que se diseña un tramo a la vez, las simplificaciones necesarias pueden llevar a obtener resultados lejos del óptimo o que no sean factibles; cuando el flujo es subcrítico el diseño de un tramo se ve afectado por el tramo aguas abajo, lo cual impide que el diseño global se lleve a cabo de manera individual (como lo requiere la Programación Dinámica); por definición, solo se maneja una variable de decisión, la cual se adopta como la cota de batea de la tubería, por lo cual el diámetro queda fuera de la optimización; y, por último, dado que en cada una de las etapas el proceso de optimización se enfoca en una variable, si el problema se complejiza, la metodología es obsoleta (Guo, Walters, & Savic, 2008).

El vertiginoso ritmo de la evolución de la computación y la preocupación creciente por un sistema integrado de drenaje urbano (descrito en la Sección 2.1.3) impulsaron el desarrollo de nuevas técnicas de optimización del diseño de redes de drenaje urbano. La meta heurística se convierte en un recurso importante a la hora de abordar el problema, siendo los Algoritmos Genéticos (GA) la metodología más destacada y difundida (Guo, Walters, & Savic, 2008).

Gracias a que en el proceso de optimización basado en Algoritmos Genéticos se toma toda la hidráulica de la red, y no por tramos como los métodos antecesores, las repercusiones de un evento en cualquier punto de ésta estarán contempladas en la solución que se obtenga. Adicionalmente, los Algoritmos Genéticos son independientes del tipo y la forma de la función objetivo, por lo cual no es necesario realizar simplificaciones ni suposiciones que alteren el funcionamiento modelado de la red (Guo, Walters, & Savic, 2008).

Los Algoritmos Genéticos, en combinación con otras técnicas, han sido utilizados en diversos estudios de optimización del diseño de redes de drenaje urbano. Algunos de ellos son: (Haghighi & Bakhshipour, Optimization of Sewer Networks Using an Adaptive Genetic Algorithm, 2012), (Pan & Kao, 2009) y (Navarro, 2009). A pesar de la eficacia y eficiencia del método, se tienen algunas advertencias en la aplicación de este. Como consecuencia de su naturaleza estocástica, el uso de diferentes semillas y parámetros conlleva a diferentes soluciones, por lo que se recomienda realizar un análisis de sensibilidad frente a éstos con el fin de obtener los mejores resultados (aún así, no se garantiza la consecución del óptimo global).

Hay otras metodologías reportadas para la optimización del diseño de redes de drenaje urbano (Algoritmos tipo Colonias de Hormigas y Recocido Simulado); sin embargo éstas no difieren mucho de Algoritmos Genéticos y la implementación de ésta ha probado ser efectiva en redes pequeñas, por lo cual no son muy usadas (Guo, Walters, & Savic, 2008).

La combinación de las mejores características de cada uno de los métodos converge en resultados cercanos al óptimo global y con un costo computacional menor que sus predecesores originales. El siguiente paso será la implementación de técnicas de optimización en diferentes programas de diseño con lo cual se permita una migración de la técnica actual de diseño (experiencia) hacia una técnica optimizada de diseño.

## **2.8. Aproximaciones a la optimización de un trazado dado de una red del Sistema Integrado de Drenaje Urbano**

*“Los diseños de mínimo costo de un sistema de drenaje se pueden dividir en dos: (1) optimización del trazado del sistema; y (2) optimización de los parámetros de diseño de las tuberías (profundidades, pendientes, diámetros, y profundidades de las cámaras de inspección) para un trazado dado. Los dos aspectos en conjunto constituyen la totalidad del problema de diseño”* (Mays, Wenzel, & Liebman, 1976).

De esta manera, la optimización del diseño total de las redes de drenaje se puede afrontar de manera conjunta (trazado y diseño hidráulico en el mismo modelo) o seccionada (trazado en un modelo y diseño hidráulico en otro). De esta última, (Liebman, 1967), (Tekeli & Belkaya, 1986), (Weng & Liaw, 2005), (Haghighi, Loop by Loop Cutting Algorithm to Generate Urban Drainage Systems Layout, 2012), entre otros, han desarrollado modelos que optimizan el diseño del trazado de la red.

Con el trazado diseñado, solo resta hallar el conjunto de diámetros y pendientes (diseño hidráulico); dado que, como se describe en la Sección 2.7, la optimización del diseño hidráulico es un problema ampliamente estudiado, los investigadores se enfocan o en la optimización del trazado o en la optimización de la red completa (trazado y diseño hidráulico).

Esta última forma de afrontar el problema de diseño de redes ha sido abordada, entre otros por (Dajani & Gemmell, 1971), (Argaman, Shamir, & Spivak, 1973), (Mays, Wenzel, & Liebman, 1976) y (Li & Matthew, 1990). En estos estudios, aunque aseguran la obtención de muy buenos resultados, advierten que no está garantizado el óptimo global. Igualmente sugieren que los resultados obtenidos aunando las dos partes del problema son mejores que aquellos que se han obtenido mientras sólo se ha tenido en cuenta una de la partes.

## 2.9. Metodología del ‘camino más corto’

De acuerdo con lo descrito en la Sección 2.8, los mejores resultados de la optimización de las redes de drenaje urbano se obtienen cuando se aborda el problema integralmente, es decir teniendo en cuenta tanto el trazado como el diseño hidráulico. Lo anterior conlleva a que el problema se centre en encontrar la mejor manera de conectar una serie de puntos (cámaras) y de hallar la mejor conexión entre los puntos (la mejor tubería entre dos cámaras cualesquiera). Así, los algoritmos que resuelven el problema de camino más corto (Shortest Path), se convierten en una alternativa factible para la solución del problema puesto que permiten modelar la red como varios caminos que van de un punto a otro (de una cámara inicial a un punto de descarga), siendo cada uno de los caminos una posibilidad de tubería entre una cámara y otra.

La abstracción de la realidad que hacen estos algoritmos se da a través de grafos, los cuales se definen como unas estructuras de datos que contienen un conjunto de nodos y de arcos, siendo los arcos las conexiones entre los nodos. En la Figura 4, los círculos denotados con una letra son los nodos o vértices del grafo y las líneas que conectan dichos nodos son los arcos del grafo.

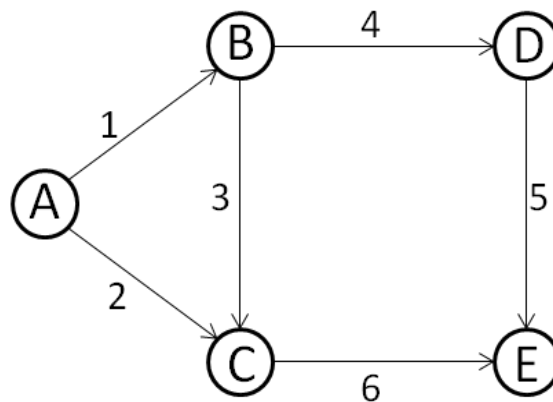


Figura 4. Ejemplo de un grafo.



### 2.9.1. Metodología de Bellman Ford

Esta metodología fue desarrollada en 1956 con el propósito de solucionar un problema de tiempo de viaje entre diferentes ciudades (Bellman, 1956). En la actualidad es uno de los algoritmos con más uso en los problemas de camino más corto con un único origen<sup>4</sup> (Goldberg & Radzik, 1993). Aunque el tiempo de solución de este algoritmo es mayor que el tiempo de solución del algoritmo de Dijkstra, Bellman-Ford aventaja a Dijkstra en cuanto a que este último no puede manejar ciclos negativos, es decir no puede manejar arcos con valores negativos.

Descontando las diferencias mencionadas en el párrafo anterior, los dos algoritmos trabajan de manera similar:

Cada uno de los nodos tiene una etiqueta la cual se determina como la suma de la etiqueta del nodo anterior más el valor (costo) del arco que une al nodo y al nodo anterior. Así, se empieza desde el nodo inicial (cuyo valor de la etiqueta es cero) y se buscan todos los nodos que están directamente conectados; el valor de la etiqueta de cada nodo se actualiza, según lo descrito anteriormente. Cuando todos los nodos adyacentes al nodo inicial estén etiquetados se realiza el mismo procedimiento para cada uno de los nodos, con la diferencia que el valor de la etiqueta de un nodo siguiente se actualiza sí y solo sí el valor obtenido para ese nodo es menor al valor existente (siempre y cuando al nodo llegue más de un arco). Una vez se han etiquetado todos los nodos, la etiqueta del nodo final será el valor del camino más corto (de menos costo); de esta manera se parte del nodo final al nodo predecesor, de este al predecesor; así, continuando hasta el nodo inicial.

### 2.9.2. Metodología de Dijkstra

Debido a la similitud entre el algoritmo de Dijkstra y el de Bellman-Ford, el hecho de que en los problemas reales no se requiera la evaluación de ciclos negativos y a la rapidez del primer método, se ha optado por esta metodología como la predilecta para resolver los problemas de camino más corto. Esto ha conllevado a diferentes estudios en los que se pretenden introducir algunas mejoras al método, ya sea para aplicaciones específicas o para corregir algunas deficiencias consideradas por algunos autores.

De esta manera (Wang, 2012), plantea un algoritmo modificado, en el cual da solución a tres inconvenientes que presenta la metodología: el mecanismo de finalización del método puede conllevar a ciclos infinitos, se presentan problemas con la priorización de los vértices adyacentes al momento de generar nuevas etiquetas y más de un nodo puede ser etiquetado al mismo tiempo.

Por otro lado, (Ahuja, Magnanti, & Orlin, 1993) plantean dos modificaciones: la primera consiste en una metodología inversa, en la cual la gran diferencia radica en que en cada paso se parte del nodo de etiqueta de menor valor. La segunda plantea un cambio para la situación específica en que

---

<sup>4</sup> Un único origen implica que se calculará la ruta de un solo nodo hacia los demás nodos del grafo.

no sea necesario hallar la distancia desde el nodo de inicio a todos los nodos de la red, así la transformación implica que el cómputo del algoritmo finalice tan pronto todas las etiquetas del nodo sean evaluadas.

Dado que en el presente trabajo se pretende modelar una red de drenaje urbano, se plantea la implementación de la metodología de Dijkstra dado que en las redes de drenaje urbano no se esperan ni arcos ni ciclos negativos. En la Sección 3.1 se describe la adaptación de la metodología para poder acoplarla a una red de drenaje urbano. Mediante dicha adaptación se espera obtener el diseño de mínimo costo, partiendo de una topología dada.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. Implementación de Dijkstra

La implementación del algoritmo de Dijkstra requiere que se maneje una estructura de datos tipo grafo (ver Sección 2.9). La analogía completa entre las redes de drenaje y el grafo sería: el grafo estaría representado por toda la red, los nodos por las cámaras y los arcos por las diferentes opciones de tubería entre una cámara y otra. Las posibilidades de tubería resultan de una combinación entre diámetro y pendiente. Como ejemplo, se ilustra en la Figura 5 la representación de una red de 4 cámaras y 4 tuberías.

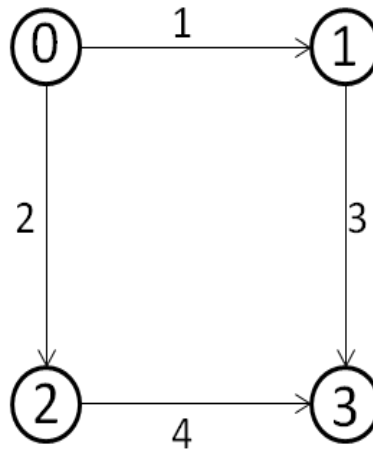


Figura 5. Representación de una red como un grafo.

En la Figura 5, cada una de las 4 líneas representa un conjunto de arcos entre los dos nodos, como también cada uno de los 4 círculos representa un conjunto de nodos. Cada uno de los arcos es una posibilidad de poner una tubería entre dos cámaras. En la Figura 6 se muestra el detalle del grafo, suponiendo que sólo hay dos diámetros disponibles para hacer el diseño al igual que dos profundidades. El Diámetro 1 es menor que el Diámetro 2 y la Profundidad 2 es mayor que la Profundidad 1. De la Figura 6 es importante aclarar que:

- El número de nodos en la Cámara 1 es 2 y en la Cámara 2 y Cámara 3 es 4.
- Los arcos que salen de un nodo a otro nodo con la misma profundidad y el mismo diámetro existen sí y solo sí la cota de la cámara aguas abajo es inferior que la cota de la cámara aguas arriba.
- No existen arcos que conecten un diámetro, aguas abajo, con un diámetro menor, aguas arriba.

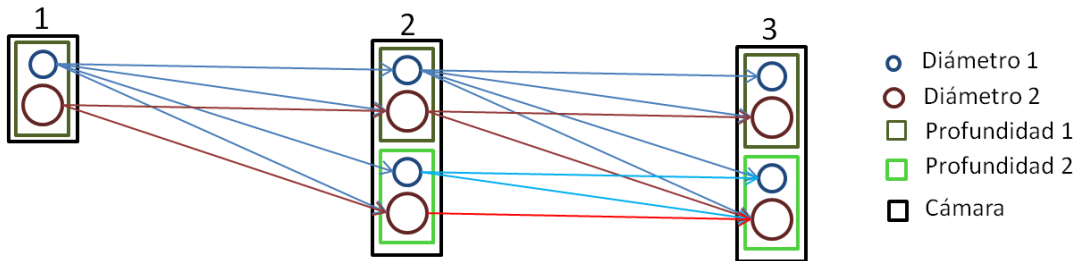


Figura 6. Detalle del grafo.

Dado que el algoritmo de Dijkstra tiene como objetivo conectar un nodo, nodo inicial, con el resto del grafo, se debe tener en cuenta que en una red de drenaje urbano el nodo inicial sería el punto de descarga pues es éste el que debe estar conectado con el resto de la red. Adicionalmente el resultado final de la metodología de Dijkstra es un árbol, es decir, para cada nodo existe un camino que lo conecta con el punto de descarga, pero no todos los nodos están conectados con todos. Lo anterior implica que habría que crear una nueva metodología para agregar las tuberías que hacen parte de la red, pero no fueron incluidas en el árbol.

Debido al problema descrito se trabajó en una metodología con la cual se obtuviera, como resultado final, un 'árbol cerrado', es decir que todas las tuberías de la red sean agregadas.

### 3.2. Generación del 'árbol cerrado'

#### 3.2.1. Definición del 'árbol cerrado'

Un árbol se denomina a un grafo que tiene, para todos los nodos (ramas), un camino para llegar hasta el nodo inicial (raíz). En el caso de una red de drenaje urbano sería que cada una de las cámaras tiene una ruta de drenaje hacia el punto de descarga. A pesar de la veracidad de lo anterior, la disposición de las tuberías de las redes de drenaje urbano (topología) no sigue la forma de un árbol. En la Figura 7 se observan dos configuraciones; en (a) se puede observar una red en árbol y en (b) se muestra una red en 'árbol cerrado', el cual representa el trazado de una red real de drenaje urbano.

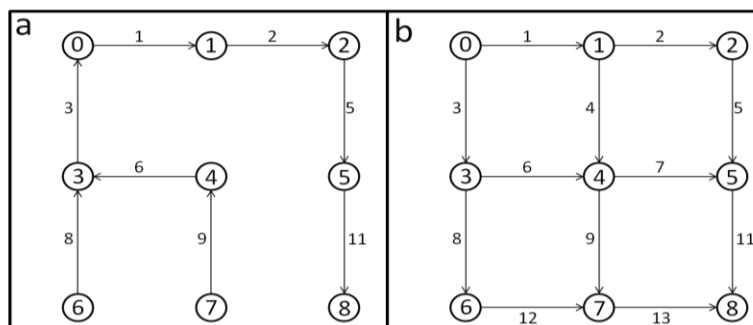


Figura 7. Ejemplo de árbol y 'árbol cerrado'.

La metodología desarrollada para la creación del ‘árbol cerrado’ tiene gran influencia de la metodología de Dijkstra; así las características más importantes son:

- Recorrido de los nodos: La diferencia con la metodología de Dijkstra radica en que una vez se encuentra el camino más corto hacia el nodo  $i$ -ésimo (el tubo de menor costo que parte de uno de los nodos adyacentes) se vuelven a evaluar las demás tuberías que llegan a éste, en iteraciones posteriores. De esta manera se asegura que todas las tuberías hagan parte del resultado final.
- Temporalidad del camino más corto: Esta metodología evalúa en cada iteración cuáles son los frentes de avance (ver Sección 2.9.1), de éstos evalúa todas las posibilidades. A medida que calcula dichas posibilidades genera camino más corto de las posibilidades evaluadas. Éste, es un camino más corto temporal, pues no se han computado todas las posibilidades. El algoritmo de Dijkstra denomina la temporalidad del resultado como etiqueta- $t$  ( $t$ -label), etiqueta temporal, y etiqueta- $p$  ( $p$ -label), etiqueta permanente.

### 3.2.2. Descripción del proceso operativo

En la Figura 8 se muestra un ejemplo del proceso operativo de la metodología. Como se explicó en la Sección 3.1, es necesario empezar desde el punto de descarga. De esta manera, todos los nodos adyacentes conforman los denominados frentes de avance. Éstos se definen como las nuevas tuberías que pueden ser agregadas al ‘árbol cerrado’ en cada una de las iteraciones. Así los frentes de avance tienen tres posibilidades (ver Sección 3.2.3): una tubería que llega al nodo de descarga, una tubería que crea una nueva serie o una tubería que se pega a una serie existente.

En el literal a de la Figura 8 se muestran los dos frentes de avance que tiene el punto de descarga, éstos son: la tuberías de la cámara 1 a la cámara 3 y la tubería de la cámara 2 a la cámara 3. En los literales b y c se muestra la evaluación individual de cada uno de los frentes de avance. En el literal d se ha agregado al árbol el resultado del camino más corto (la tubería de menor precio). Una vez el árbol cuenta con un nuevo elemento se buscan los nuevos frentes de avance y se evalúa cada uno de ellos.

En el literal g se observa que el valor de la tubería que conecta las cámaras 2 y 3 cambia de \$100 a \$130; esto se da porque se está agregando una tubería aguas arriba de esta, por lo que deberá transportar un mayor caudal. En el literal h se ha agregado la tubería que va de la cámara 1 a la cámara 3, a pesar de que el costo de esta es de \$ 150 y el costo de la otra tubería evaluada (de la cámara 0 a la cámara 2) es de \$70. Esto es porque se debe tener en cuenta el costo total de la serie, ya que el diseño de la tubería que va de la cámara 2 a la cámara 3 cambió.

El proceso se repite iterativamente hasta que los todos los nodos estén conectados entre sí.

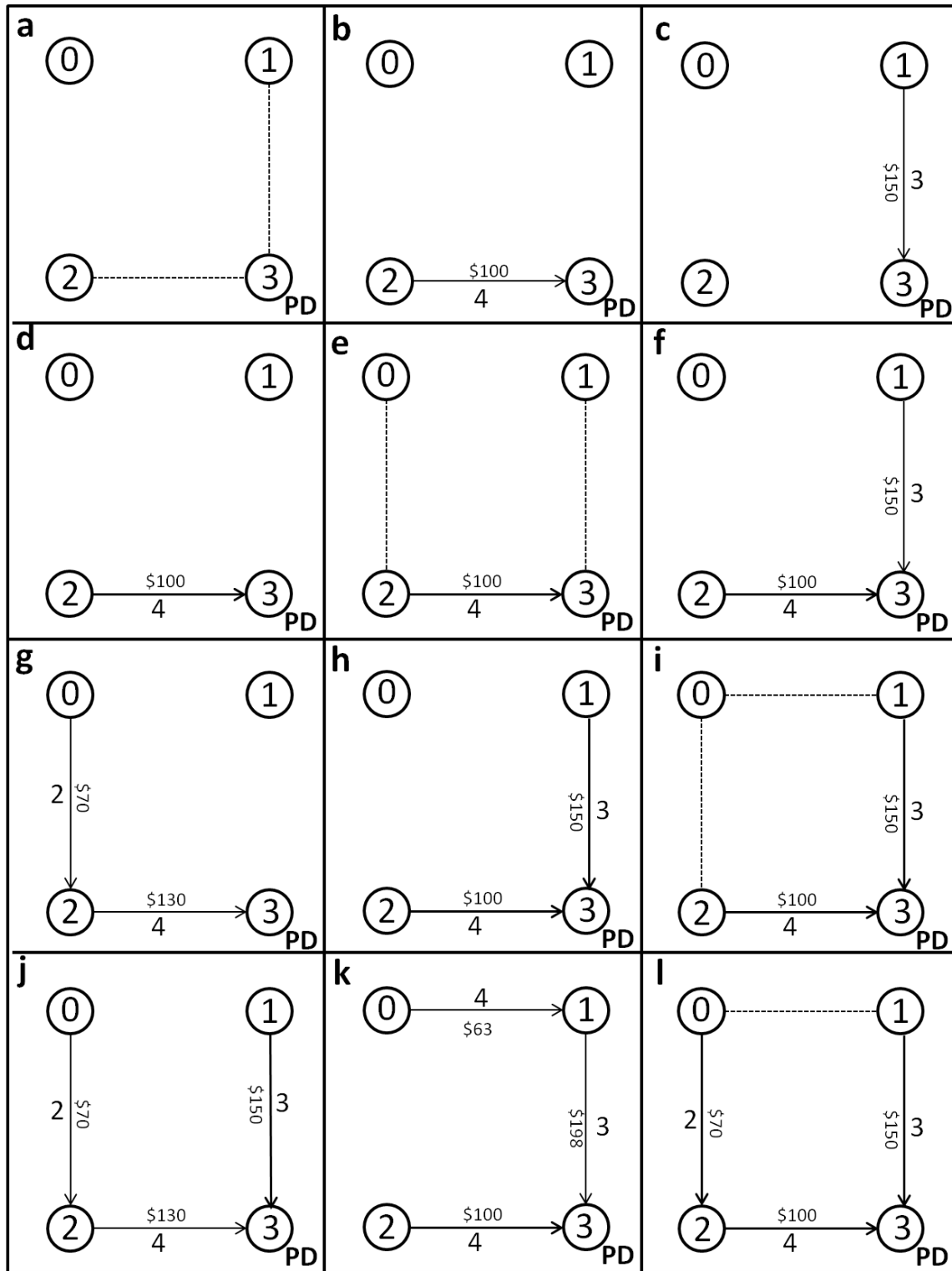


Figura 8. Ejemplo del proceso operativo de la metodología.

### 3.2.3. Tipos de frentes de avance

Cuando se agrega un nuevo tubo al 'árbol cerrado' es necesario reevaluar los frentes de avance, si se agregan, se suprimen o se mantienen. La importancia de los frentes de avance, en la metodología, radica en que el proceso a seguir depende en qué tipo de frente de avance se trate. Se han clasificado en tres los frentes de avance, esta clasificación depende del efecto que genere el nuevo tubo sobre el 'árbol cerrado' existente:

- La tubería a agregar llega a una cámara perteneciente al 'árbol cerrado'; dicha cámara es el punto de descarga. En esta situación es necesario diseñar únicamente la tubería; para esto, el caudal de diseño equivale al caudal de aportes.
- La tubería a agregar llega a una cámara que se encuentra en el 'árbol cerrado', pero que no es el punto de descarga: en este caso se estaría diseñando una tubería y una serie. Los caudales de diseño de la serie cambian desde aguas abajo de la tubería.
- La tubería a agregar llega a una cámara que es la cámara inicial del tubo más aguas arriba de una serie: este escenario implicaría el rediseño de una serie, todos los caudales cambian. Los nuevos caudales serían igual a los antiguos más el caudal de la nueva tubería.

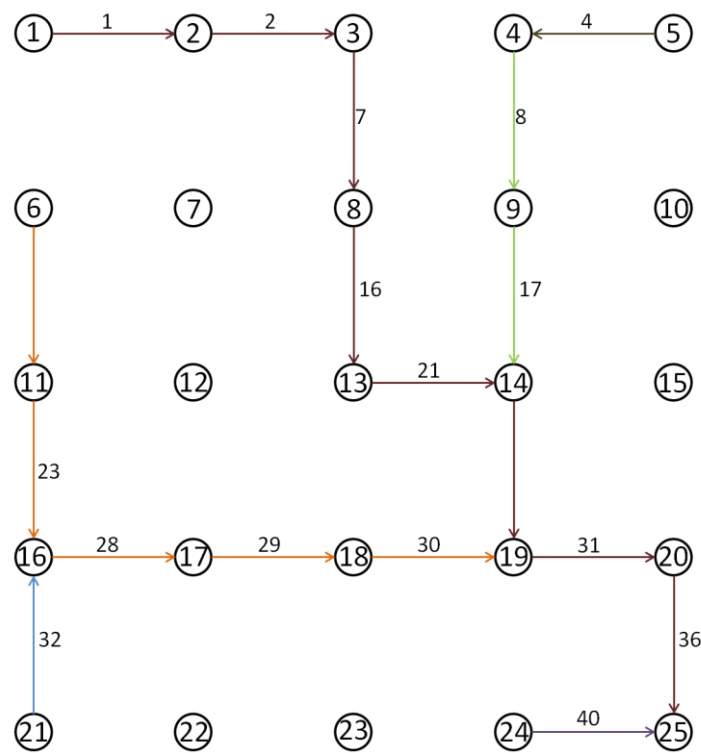


Figura 9. Tipos de frente de avance.

En la Figura 9 se observan los diferentes tipos de frentes de avance. La serie roja es la serie principal. El primer tipo de frente de avance está representado por la línea morada que une los nodos 24 y 25. El segundo tipo se representa con la línea azul que va del nodo 21 al 16, en este caso se tiene la serie naranja (inicia en el nodo 6 y termina en el nodo 19) y llega la tubería en mención. Para la evaluación de este frente de avance es necesario rediseñar la serie naranja (los caudales de las tuberías 28, 29 y 30 se incrementan en el caudal aportado por la tubería azul). Por lo anterior, en este tipo de frente de avance se realiza tanto el diseño de una serie como de una tubería. Por último, la línea café entre los nodos 5 y 4 representa el tercer tipo de avance, en el cual la tubería para agregar al ‘árbol cerrado’ se adiciona a una serie existente. Se hace el diseño de la serie completa.

### 3.2.4. Diseño

El orden de diseño viene dado por los frentes de avance. Una vez se escogen cada uno de los frentes de avance, se diseña y evalúa cada uno de ellos. El diseño se hace con la metodología desarrollada por Natalia Duque en su trabajo de grado “Metodología para la optimización del diseño de tuberías en serie en sistemas de alcantarillado”. Esta metodología parte de un grafo dirigido, es decir, los arcos tienen una dirección definida, de una función de costos y de un nodo de inicio. Dado que se trata de una serie de tuberías (a cada una de las cámaras entra solo una tubería y de cada una de ellas sale una sola tubería, exceptuando las cámaras inicial y final), no es necesario considerar bidireccionalidad (Duque, 2013).

Cada una de las cámaras de la serie tiene un conjunto de nodos cuyo tamaño depende de la precisión con la que se trabaje el diseño y el número de diámetros disponibles para el diseño. La precisión se define como el inverso de la distancia vertical entre nodos. Así, el tamaño del conjunto de nodos de la cámara  $i$ -ésima estará dado por:

$$NPC_i = (h_{min} - h_{max}) \cdot p + 1) \cdot ND \quad 3.1$$

donde,

$NPC_i$ : Número de nodos de la cámara  $i$ -ésima<sup>5</sup>.

$h_{min}$ : Profundidad mínima a la que se debe encontrar la cota clave de la tubería.

$h_{max}$ : Profundidad máxima a la que se debe encontrar la cota batea de la tubería.

$p$ : precisión.

$ND$ : número de diámetros disponibles para el diseño.

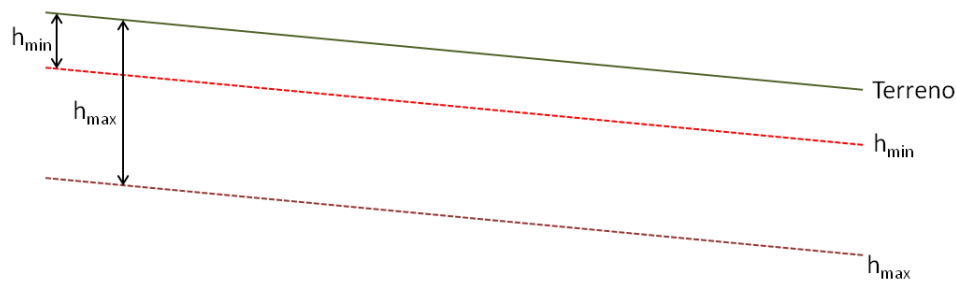
En la Figura 10 se muestra la descripción de las variables de profundidad. El espacio entre la línea roja y la línea vinotinto se denomina espacio de factibilidad y es en el cual se pueden posicionar las tuberías. Entre mayor sea la precisión, una mayor cantidad de nodos se pueden ubicar en el espacio

---

<sup>5</sup> Si la cámara es la primera el número de nodos en esa cámara será únicamente el número de diámetros disponibles, pues el tubo se ubica en la mínima profundidad posible.



de factibilidad. De manera general, la precisión con la que se trabajó fue de centímetros, es decir, la distancia vertical entre un nodo y otro, para cada diámetro, es de un centímetro. Así mismo, la profundidad mínima es de 1.2 m y la máxima es de 5 m, según lo establecido en el Reglamento de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS, 2000).



**Figura 10.** Profundidad mínima y máxima.

Una vez se crean la totalidad de los nodos se procede a generar los arcos que conecten a los nodos de una cámara con la siguiente. Para esto se verifica que la pendiente del tubo sea diferente de cero y que el diámetro aguas abajo sea igual o mayor que el diámetro aguas arriba. Una vez se arma el grafo (para un ejemplo de un grafo, ver la Figura 6) se inicia la búsqueda del camino más corto, partiendo desde el nodo inicial (ver Sección 2.9.1).

### 3.2.5. Verificación de las cotas de batea

Dado que el diseño de la red se lleva a cabo en series independientes, es necesario verificar que cuando se intersequen dos series la cota de batea de la serie que se va a diseñar sea superior a la cota de batea de la serie que está diseñada. Este procedimiento supone que las series que fueron incluidas primero que otras (dado que tenían un menor costo) son principales sobre las últimas.

De esta manera, la verificación de las cotas de batea se lleva a cabo modificando el espacio de factibilidad antes de realizar el diseño en cada una de las iteraciones. Así, cuando se va a diseñar un frente de avance que llega al punto de descarga, se limita  $h_{max}$  de dicha cámara. Si el frente de avance es una serie completa, se modifica  $h_{max}$  de la cámara a la cual llega la serie. Por último, si el frente de avance se compone de dos series (una serie y una tubería), se limita el  $h_{max}$  de la cámara donde llega la serie y con el diseño de la serie se modifica el  $h_{max}$  del nodo final de la tubería (el cual pertenece a la serie diseñada).

## 3.3. Parámetros de optimización

### 3.3.1. Función objetivo

Dada la característica del método de solución, y según lo enunciado en la Sección 3.2.4, es necesario plantear una función objetivo, la cual será la que le asigna el valor a cada uno de los

arcos, es decir, es la directriz de la optimización. Por la naturaleza del problema se requiere hallar un diseño que tenga el menor costo posible, sin sacrificar el buen funcionamiento de la red. Así pues, la función objetivo es el costo total de la red. La mecánica de la metodología trabajada busca un mínimo global partiendo de la minimización de los componentes, es decir que para el caso trabajado, se consigue el mínimo costo de la red, partiendo del mínimo costo de las tuberías.

En el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA) se estableció una fórmula para hallar los costos de las tuberías (instaladas) de una red de drenaje urbano. Ésta se encuentra dividida en dos criterios: costo de tubería y costo de excavación. Para los costos de tubería se halla una relación entre el costo por unidad de longitud y el diámetro de ésta; para los costos de excavación se halla el volumen excavado y los costos asociados con la mano de obra requerida para tal fin (Saldarriaga, y otros, Trazado Óptimo de la red, 2013).

$$CT = k(A_1 \cdot L \cdot D^{0.5737}) \quad 3.2$$

donde,

CT: Costo de la tubería (COP \$).

k: Coeficiente que determina el aumento del costo de la tubería, de acuerdo con la inflación (1.32).

$A_1$ : Coeficiente que determina el aumento del costo de la tubería, de acuerdo con la inflación (9579.31).

L: Longitud de la tubería (m).

D: Diámetro de la tubería (m).

$$CE = A_2 \cdot V^{1.31} \quad 3.3$$

donde,

CE: Costo de excavación (COP \$).

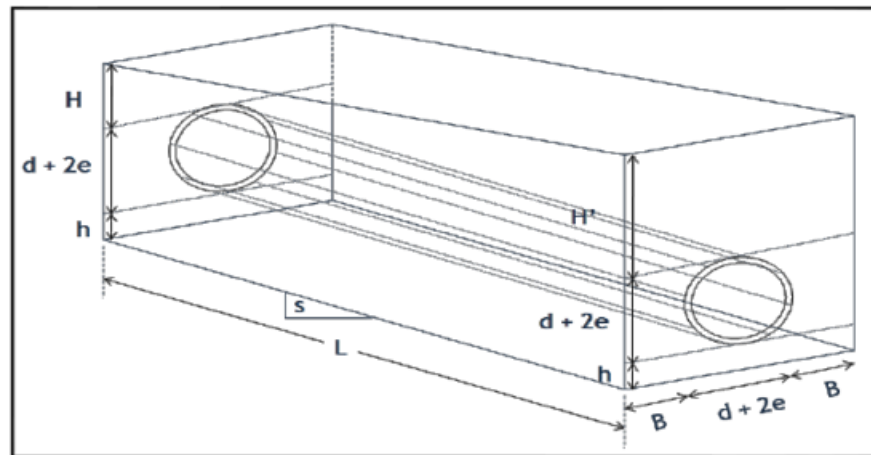
$A_2$ : Coeficiente que determina el aumento del costo de excavación, de acuerdo con la inflación (1163.77).

V: Volumen de excavación, definido en la Ecuación 3.5 ( $m^3$ ).

El costo total está dado por la suma del costo de la tubería más el costo de excavación. Así, la función objetivo cuando se quiere minimizar el costo total, será:

$$C = CT + CE \quad 3.4$$

En la Figura se muestran las diferentes variables utilizadas para calcular el volumen de excavación, (Ecuación 3.5).



**Figura 11.** Proyección del trapecio que produce el área excavada para una tubería. Tomado de (Saldarriaga, y otros, Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano, 2013)

$$V = \left( \frac{H + H'}{2} + D + 2e + h \right) \cdot (2B + 2e + D) \cdot L \cdot \cos(\tan^{-1} S) \quad 3.5$$

donde,

H: Profundidad de excavación hasta la cota clave de aguas arriba de la tubería (m).

H': Profundidad de excavación hasta la cota clave de aguas abajo de la tubería (m).

e: Espesor de la tubería (m).

h: Relleno que debe disponerse bajo la tubería. Depende de la normatividad. (0.15 m).

B: Espacio lateral a cada uno de los lados de la tubería para facilidad de la instalación (m).

### 3.3.2. Variables de decisión

De manera general, la solución del problema, mediante la metodología planteada, consiste en cambiar el valor de las variables de decisión y encontrar un valor específico para cada una de ellas tal que resuelva de manera satisfactoria la función objetivo, cumpliendo todas las restricciones estipuladas. En el caso de este proyecto, las variables de decisión son la pendiente y el diámetro de cada una de las tuberías de la red.

Adicionalmente, el tipo de costo se puede considerar una variable de decisión puesto que, como se ve en la Figura 12, en una red normal los costos de excavación representan cerca del 70 % del costo total de la red. De esta manera, la función objetivo estaría definida como la función de costos, sin especificar a qué tipo de costos se hace referencia. Así, para cada diseño en específico se puede establecer qué tipo de costo prevalece, si el costo total o el costo de excavación.

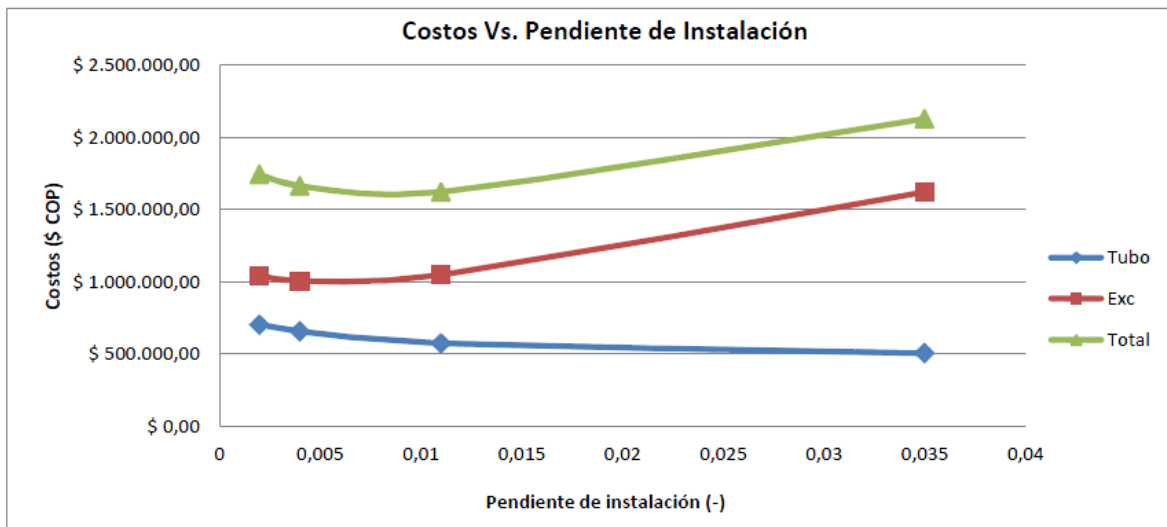


Figura 12. Relación de costos en un proyecto de drenaje urbano. Tomado de (Saldarriaga, y otros, Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano, 2013).

### 3.3.3. Restricciones

La solución óptima debe ceñirse a un espacio de solución definido por ciertas restricciones, para este proyecto éstas son:

- El diámetro de aguas abajo tiene que ser mayor o igual al diámetro de aguas arriba.
- La pendiente del tubo tiene que ser mayor a cero,
- La máxima relación de llenado es función del diámetro: diámetros menores a 0.5 m, relación de llenado máxima es de 70 %; diámetro entre 0.5 m y 1 m, relación de llenado máxima de 80 %; para diámetros mayores a 1 m, relación de llenado máxima de 80 %.
- La velocidad tiene que ser menor a 10 m/s si el material es PVC, 5 m/s si el material es concreto.
- Si la relación de llenado es menor o igual al 10 %, el esfuerzo cortante tiene que ser mayor a 2 Pa.
- Si el diámetro es mayor o igual a 0.45 m el esfuerzo cortante tiene que ser mayor a 3 Pa; si el diámetro es menor a 0.45 m, la velocidad debe ser mayor a 0.6 m/s.
- Si la relación de llenado es mayor al 70 % el número de Froude no puede estar en un rango entre 0.7 y 1.5.

## 4. RESULTADOS

En esta Sección se muestran 3 tamaños de redes: 3x3, 4x4 y 5x5. El tamaño de las redes está dado por el número de cámaras que hacen parte de la red, así, la red de 3x3 está compuesta por 9 cámaras. Cada uno de los tipos de redes se calculó para tres configuraciones diferentes:

- Terreno plano: Las cotas de las cámaras (100 m), los caudales aferentes a cada tubo (0.02 m<sup>3</sup>/s) y las longitudes son iguales (100 m).
- Terreno a favor del drenaje: Las cotas de las cámaras disminuyen hacia el punto de descarga, las longitudes varían aleatoriamente y los caudales aferentes (0.02 m<sup>3</sup>/s) a cada tubo son iguales.
- Terreno con topografía variable: Las cotas de las cámaras varían de manera aleatoria al igual que las longitudes. La diferencia entre el punto más alto y el más bajo de toda la red es de 1.5 m. Los caudales aferentes (0.02 m<sup>3</sup>/s) a cada tubo son iguales.

Las convenciones que se utilizarán en los resultados se muestran en la Figura 13. Se aclara que serie secundaria es cualquier serie (de más de una tubería) diferente a la principal, el inicio es una tubería que se adiciona a una serie existente. Las tuberías sin diseñar están en los esquemas de las redes y no tienen sentido de flujo pues esa decisión está incluida en la respuesta.

- Serie principal
- Serie secundaria
- Inicio
- Tubería sin diseñar
- PD** Punto de descarga

**Figura 13.** Convenciones de los resultados.

### 4.1.Red tipo 3x3

En la Figura 14 se muestra la red de tipo 3x3. No es un modelo a escala y se muestra para tener una referencia de las numeraciones de las cámaras y los tubos. Los círculos representan las cámaras y los números al interior de cada círculo son el ID de cada cámara. Las líneas son las tuberías y los números al lado de cada línea el ID de la tubería.

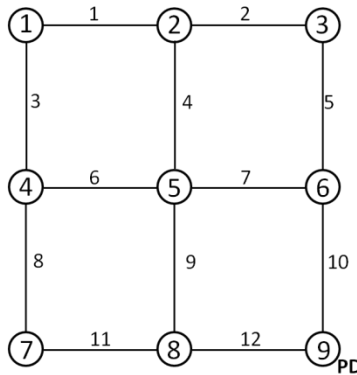


Figura 14. Esquema de la red tipo 3x3.

#### 4.1.1. Terreno plano

Las características topológicas de cada una de las cámaras se muestran en la

Tabla 9. En la Figura 15 se muestra el resultado de diseño de la red y en la Tabla 10 se muestra el diseño obtenido.

Tabla 9. Información de las cámaras. 3x3.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	0.0	100.0
2	100.0	0.0	100.0
3	200.0	0.0	100.0
4	0.0	100.0	100.0
5	100.0	100.0	100.0
6	200.0	100.0	100.0
7	0.0	200.0	100.0
8	100.0	200.0	100.0
9	200.0	200.0	100.0

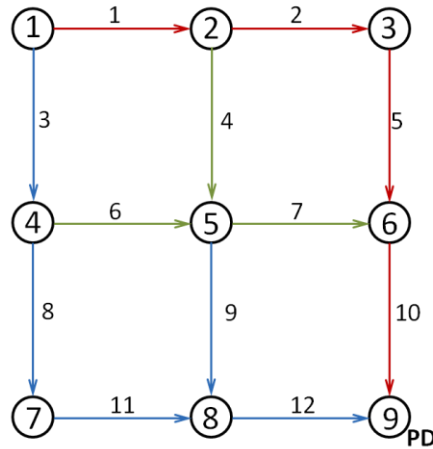


Figura 15. Red para terreno plano. 3x3.

Tabla 10. Resultado diseño terreno plano. 3x3.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
1	2	0.25	0.161	0.00106	100.0	\$ 1,301,126
2	3	0.3	0.206	0.00130	100.0	\$ 1,518,169
3	6	0.3	0.210	0.00260	100.0	\$ 1,643,772
6	9	0.35	0.245	0.00580	100.0	\$ 2,114,544
5	8	0.2	0.138	0.00260	100.0	\$ 1,168,889
8	9	0.3	0.201	0.00660	100.0	\$ 2,420,443
2	5	0.2	0.138	0.00260	100.0	\$ 1,168,889
5	6	0.3	0.210	0.00260	100.0	\$ 1,626,528
1	4	0.2	0.138	0.00260	100.0	\$ 1,168,889
4	7	0.25	0.175	0.00300	100.0	\$ 1,478,345
7	8	0.25	0.175	0.00630	100.0	\$ 1,763,154
4	5	0.2	0.138	0.00260	100.0	\$ 1,168,889
<b>Total</b>						<b>\$ 18,541,639</b>

#### 4.1.2. Terreno a favor del drenaje

Tabla 11. Información de las cámaras. 3x3.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	0.0	101.3
2	75.0	0.0	100.9
3	160.0	0.0	101.5
4	5.0	98.0	101.0
5	100.0	100.0	100.9
6	169.0	91.0	100.4
7	15.0	135.0	100.3
8	100.0	200.0	100.3
9	150.0	184.0	100.0

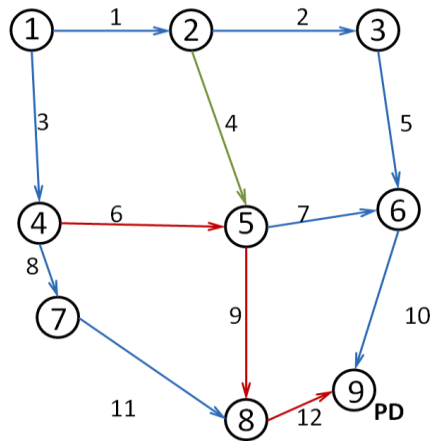


Figura 16. Red para terreno a favor del drenaje. 3x3.

Tabla 12. Resultado diseño terreno a favor del drenaje. 3x3.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
4	5	0.2	0.138	0.0026	95.0	\$ 1,074,039
5	8	0.25	0.175	0.0063	100.0	\$ 1,840,052
8	9	0.3	0.210	0.0122	52.5	\$ 993,696
5	6	0.15	0.105	0.0100	69.6	\$ 640,756
6	9	0.3	0.210	0.0066	94.9	\$ 1,658,259
1	2	0.2	0.095	0.0074	75.0	\$ 815,819
2	3	0.25	0.175	0.0030	85.0	\$ 1,302,341
3	6	0.25	0.175	0.0063	91.5	\$ 1,511,735
1	4	0.15	0.105	0.0100	98.1	\$ 1,066,133
4	7	0.2	0.140	0.0088	38.3	\$ 429,889
7	8	0.25	0.175	0.0063	107.0	\$ 1,731,029
2	5	0.15	0.105	0.0100	103.1	\$ 1,216,223
<b>Total</b>						<b>\$ 14,279,971</b>

#### 4.1.3. Terreno con topografía variable

Tabla 13. Información de las cámaras. 3x3.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	0.0	100.9
2	75.0	0.0	100.8
3	160.0	0.0	101.5
4	5.0	98.0	101.0
5	100.0	100.0	101.0
6	169.0	91.0	100.4
7	15.0	135.0	100.2
8	100.0	200.0	100.3



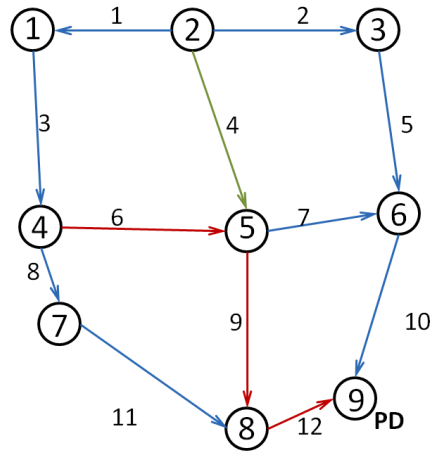


Figura 17. Red para terreno con topografía variable. 3x3.

Tabla 14. Resultado diseño terreno con topografía variable. 3x3.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
4	5	0.2	0.138	0.0026	95.0	\$ 1,097,666
5	8	0.25	0.175	0.0063	100.0	\$ 1,937,071
8	9	0.3	0.210	0.0156	52.5	\$ 1,133,428
5	6	0.15	0.099	0.0115	69.6	\$ 641,377
6	9	0.3	0.210	0.0044	94.9	\$ 1,540,463
2	3	0.2	0.138	0.0026	85.0	\$ 1,105,335
3	6	0.25	0.175	0.0030	91.4	\$ 1,381,255
2	1	0.2	0.135	0.0026	75.0	\$ 840,118
1	4	0.25	0.175	0.0030	98.1	\$ 1,493,239
4	7	0.25	0.175	0.0063	38.3	\$ 477,190
7	8	0.3	0.210	0.0044	107.0	\$ 1,781,738
2	5	0.15	0.105	0.0100	103.1	\$ 1,266,390
<b>Total</b>						<b>\$ 14,695,270</b>

## 4.2.Red tipo 4x4

En la Figura 18 se muestra la red de tipo 4x4. No es un modelo a escala y se muestra para tener una referencia de las numeraciones de las cámaras y los tubos.

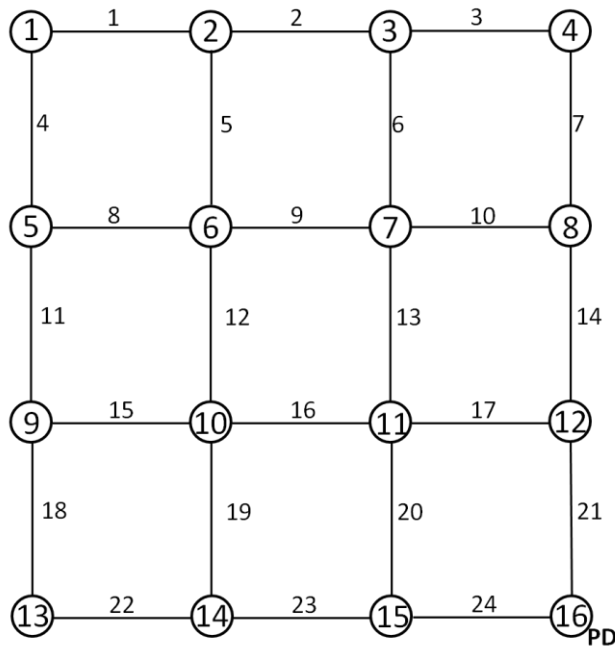


Figura 18. Esquema de la red tipo 4x4.

#### 4.2.1. Terreno plano

Tabla 15. Información de las cámaras. 4x4.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	0.0	100.0
2	100.0	0.0	100.0
3	200.0	0.0	100.0
4	300.0	0.0	100.0
5	0.0	100.0	100.0
6	100.0	100.0	100.0
7	200.0	100.0	100.0
8	300.0	100.0	100.0
9	0.0	200.0	100.0
10	100.0	200.0	100.0
11	200.0	200.0	100.0
12	300.0	200.0	100.0
13	0.0	300.0	100.0
14	100.0	300.0	100.0
15	200.0	300.0	100.0
16	300.0	300.0	100.0

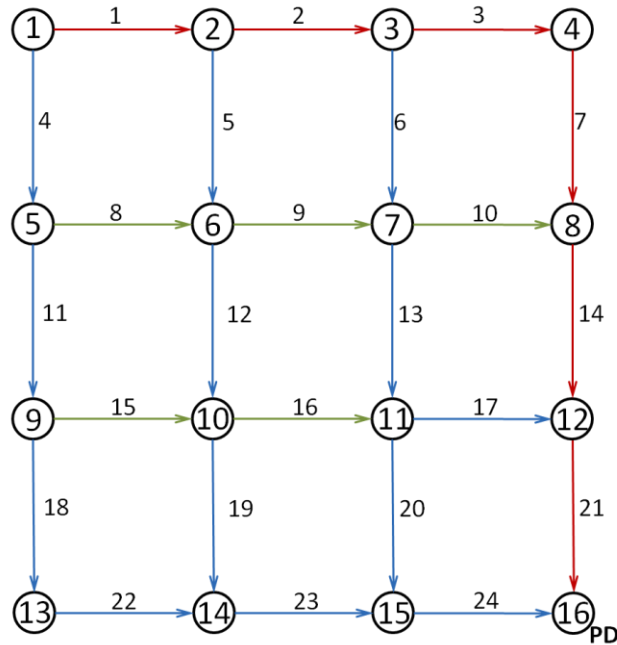


Figura 19. Red para terreno plano. 4x4.

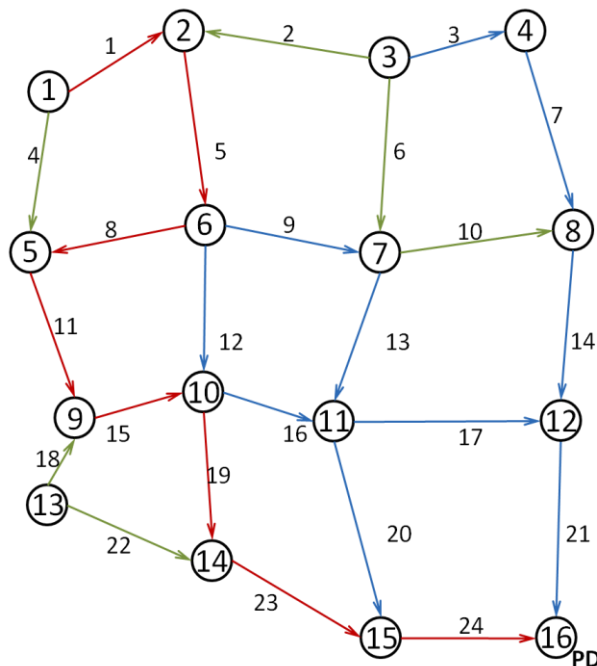
Tabla 16. Resultado diseño terreno plano. 4x4.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
1	2	0.25	0.161	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
2	3	0.35	0.229	0.0007	100.0	\$ 1,645,879
3	4	0.4	0.272	0.0007	100.0	\$ 1,844,893
4	8	0.4	0.280	0.0011	100.0	\$ 1,914,008
8	12	0.4	0.280	0.0023	100.0	\$ 2,494,206
12	16	0.4	0.279	0.0082	100.0	\$ 3,154,001
11	15	0.2	0.138	0.0026	100.0	\$ 1,168,889
15	16	0.4	0.279	0.0082	100.0	\$ 3,565,755
3	7	0.25	0.161	0.0010	100.0	\$ 1,301,126
7	11	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 2,251,753
11	12	0.35	0.243	0.0032	100.0	\$ 2,428,791
2	6	0.25	0.161	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
6	10	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 2,251,753
10	14	0.4	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,579,788
14	15	0.4	0.279	0.0059	100.0	\$ 2,913,611
10	11	0.2	0.138	0.0026	100.0	\$ 1,168,889
1	5	0.25	0.161	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
5	9	0.35	0.229	0.0007	100.0	\$ 1,645,879
9	13	0.4	0.272	0.0007	100.0	\$ 1,844,893
13	14	0.4	0.280	0.0011	100.0	\$ 1,914,008
7	8	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
6	7	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
9	10	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
5	6	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
<b>Total</b>						<b>\$ 44,653,507</b>

#### 4.2.2. Terreno a favor del drenaje

**Tabla 17.** Información de las cámaras. 4x4.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	30.0	100.9
2	76.0	0.0	100.4
3	194.0	12.0	100.5
4	269.0	0.0	100.2
5	20.0	153.0	100.0
6	99.0	99.0	100.3
7	210.0	130.0	100.2
8	300.0	100.0	100.1
9	17.0	197.0	100.0
10	88.0	184.0	100.0
11	164.0	200.0	100.0
12	293.0	200.0	100.1
13	3.0	243.0	100.3
14	96.0	271.0	100.3
15	197.0	305.0	100.2
16	283.0	310.0	100.0



**Figura 20.** Red para terreno a favor de drenaje. 4x4.

**Tabla 18.** Resultado diseño terreno a favor de drenaje. 4x4.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
10	14	0.25	0.160	0.0011	87.4	\$ 1,178,986
14	15	0.30	0.210	0.0026	106.6	\$ 2,213,102
15	16	0.45	0.315	0.0097	86.1	\$ 2,966,721
7	8	0.20	0.138	0.0026	94.9	\$ 1,071,923
8	12	0.30	0.210	0.0044	100.2	\$ 2,085,581
12	16	0.35	0.244	0.0044	110.5	\$ 2,951,049
6	5	0.20	0.106	0.0053	95.7	\$ 1,097,262
5	9	0.40	0.272	0.0007	44.1	\$ 718,182
9	10	0.40	0.276	0.0017	72.2	\$ 1,319,082
10	11	0.45	0.315	0.0033	77.7	\$ 1,708,395
11	15	0.45	0.313	0.0062	110.1	\$ 3,182,035
6	7	0.20	0.138	0.0026	115.2	\$ 1,363,253
7	11	0.25	0.175	0.0063	83.8	\$ 1,175,922
11	12	0.20	0.138	0.0026	129.0	\$ 1,641,202
3	4	0.20	0.116	0.0041	76.0	\$ 802,889
4	8	0.20	0.140	0.0088	104.7	\$ 1,395,444
13	9	0.15	0.105	0.0100	48.1	\$ 415,718
13	14	0.15	0.105	0.0100	97.1	\$ 1,118,905
1	2	0.15	0.105	0.0100	81.7	\$ 793,886
2	6	0.30	0.210	0.0026	101.6	\$ 1,631,198
6	10	0.30	0.210	0.0044	85.7	\$ 1,397,170
3	7	0.20	0.138	0.0026	119.1	\$ 1,357,016
1	5	0.15	0.105	0.0100	124.6	\$ 1,314,644
3	2	0.20	0.138	0.0026	118.6	\$ 1,412,999
<b>Total</b>						<b>\$36,312,564</b>

#### 4.2.3. Terreno con topografía variable

**Tabla 19.** Información de las cámaras. 4x4.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	30.0	100.0
2	76.0	0.0	100.4
3	194.0	12.0	100.5
4	269.0	0.0	100.2
5	20.0	153.0	100.4
6	99.0	99.0	101.5
7	210.0	130.0	101.0
8	300.0	100.0	100.9
9	17.0	197.0	100.9
10	88.0	184.0	100.5
11	164.0	200.0	100.0
12	293.0	200.0	100.1
13	3.0	243.0	100.3
14	96.0	271.0	100.3
15	197.0	305.0	100.2
16	283.0	310.0	100.0

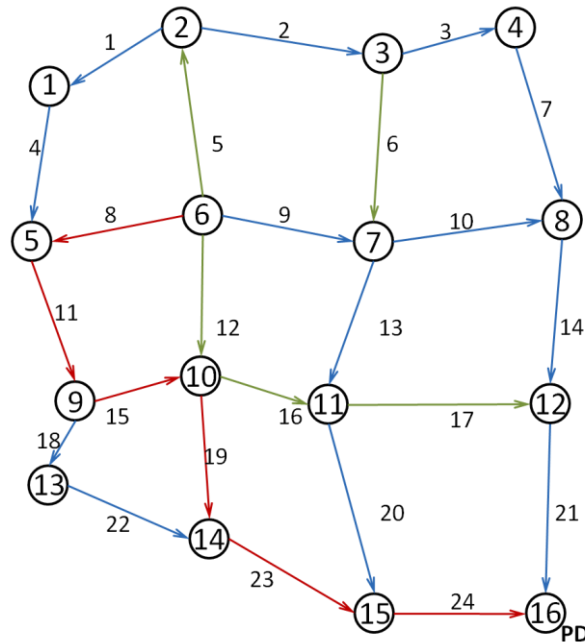


Figura 21. Red para terreno con topografía variable. 4x4

Tabla 20. Resultado diseño terreno con topografía variable. 4x4.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
10	14	0.20	0.116	0.0041	87.4	\$ 975,780
14	15	0.35	0.244	0.0021	106.6	\$ 2,479,083
15	16	0.45	0.313	0.0079	86.1	\$ 3,160,380
7	8	0.20	0.138	0.0026	94.9	\$ 1,071,923
8	12	0.30	0.210	0.0092	100.2	\$ 2,431,174
12	16	0.35	0.245	0.0074	110.5	\$ 3,405,181
6	7	0.15	0.105	0.0100	115.3	\$ 1,282,997
7	11	0.25	0.154	0.0087	83.8	\$ 1,324,105
11	15	0.40	0.279	0.0070	110.1	\$ 3,203,654
6	5	0.15	0.092	0.0142	95.7	\$ 943,705
5	9	0.35	0.244	0.0021	44.1	\$ 895,611
9	10	0.40	0.276	0.0017	72.2	\$ 1,859,065
10	11	0.40	0.278	0.0031	77.7	\$ 1,865,635
6	10	0.15	0.093	0.0135	85.7	\$ 810,551
11	12	0.20	0.138	0.0026	129.0	\$ 1,641,202
9	13	0.15	0.086	0.0167	48.1	\$ 417,660
13	14	0.20	0.140	0.0088	97.1	\$ 1,358,276
3	7	0.20	0.138	0.0026	119.1	\$ 1,615,806
6	2	0.15	0.095	0.0128	101.6	\$ 999,814
2	3	0.30	0.206	0.0013	118.6	\$ 1,902,852
3	4	0.30	0.210	0.0026	76.0	\$ 1,157,467
4	8	0.30	0.210	0.0044	104.7	\$ 2,071,266
2	1	0.20	0.098	0.0068	81.7	\$ 901,757
1	5	0.25	0.175	0.0030	124.6	\$ 2,027,857
<b>Total</b>						<b>\$ 39,802,803</b>

### 4.3.Red tipo 5x5

En la Figura 22 se muestra la red de tipo 5x5. No es un modelo a escala y se muestra para tener una referencia de las numeraciones de las cámaras y los tubos.

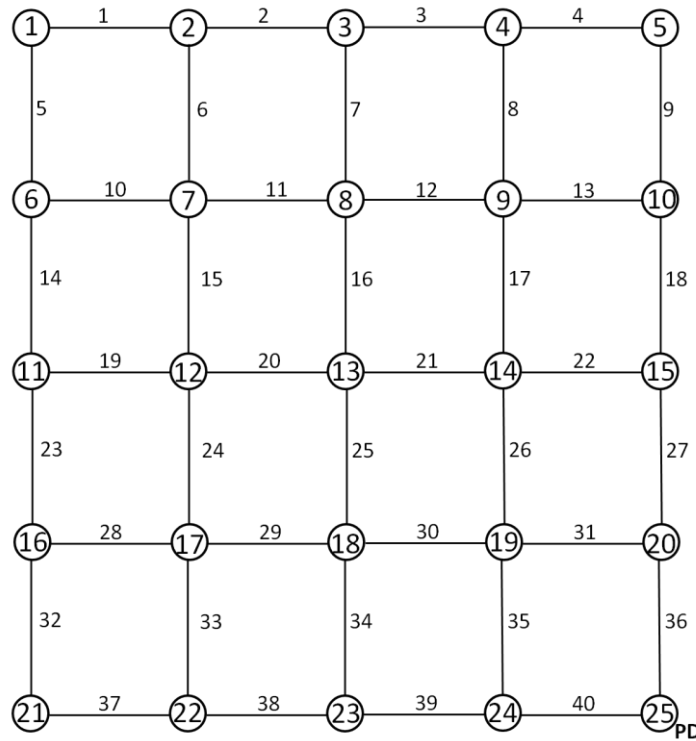


Figura 22. Esquema de la red tipo 5x5.

#### 4.3.1. Terreno plano

Tabla 21. Información de las cámaras. 5x5.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)	ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	0.0	0.0	100.0	14	300.0	200.0	100.0
2	100.0	0.0	100.0	15	400.0	200.0	100.0
3	200.0	0.0	100.0	16	0.0	300.0	100.0
4	300.0	0.0	100.0	17	100.0	300.0	100.0
5	400.0	0.0	100.0	18	200.0	300.0	100.0
6	0.0	100.0	100.0	19	300.0	300.0	100.0
7	100.0	100.0	100.0	20	400.0	300.0	100.0
8	200.0	100.0	100.0	21	0.0	400.0	100.0
9	300.0	100.0	100.0	22	100.0	400.0	100.0
10	400.0	100.0	100.0	23	200.0	400.0	100.0
11	0.0	200.0	100.0	24	300.0	400.0	100.0
12	100.0	200.0	100.0	25	400.0	400.0	100.0
13	200.0	200.0	100.0				

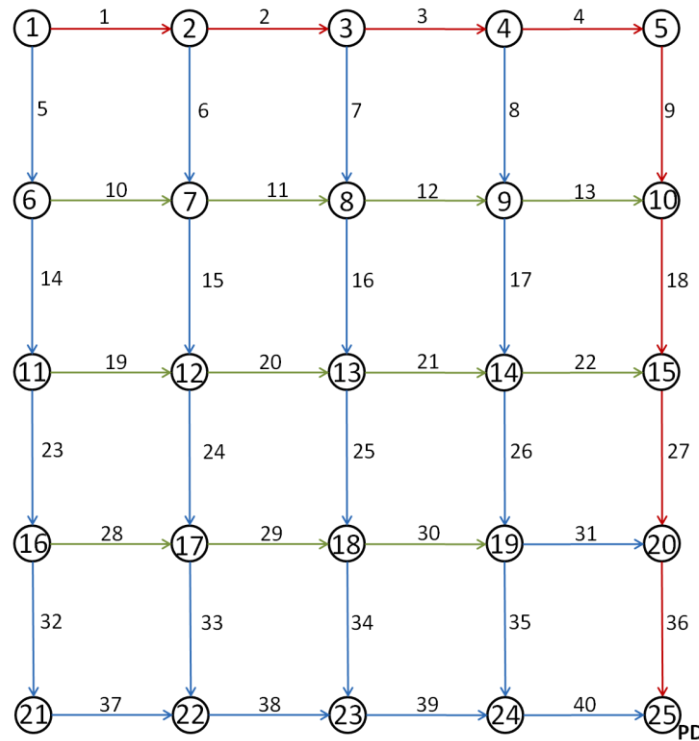


Figura 23. Red para terreno plano. 5x5.

Tabla 22. Resultado diseño terreno plano. 5x5.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
1	2	0.25	0.160	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
2	3	0.35	0.229	0.0007	100.0	\$ 1,645,879
3	4	0.40	0.272	0.0007	100.0	\$ 1,844,893
4	5	0.40	0.280	0.0011	100.0	\$ 1,914,008
5	10	0.40	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,023,464
10	15	0.40	0.278	0.0031	100.0	\$ 2,528,331
15	20	0.45	0.311	0.0028	100.0	\$ 3,013,503
20	25	0.45	0.314	0.0088	100.0	\$ 3,604,332
19	24	0.20	0.138	0.0026	100.0	\$ 1,168,889
24	25	0.45	0.314	0.0153	100.0	\$ 6,447,468
4	9	0.25	0.160	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
9	14	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 2,251,753
14	19	0.40	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,579,788
19	20	0.40	0.278	0.0031	100.0	\$ 2,789,067
3	8	0.25	0.160	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
8	13	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 2,251,753
13	18	0.40	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,579,788
18	23	0.40	0.278	0.0031	100.0	\$ 2,789,067
23	24	0.45	0.315	0.0129	100.0	\$ 4,826,737
18	19	0.20	0.138	0.0026	100.0	\$ 1,168,889
2	7	0.25	0.160	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
7	12	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 2,251,753



ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
12	17	0.40	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,579,788
17	22	0.40	0.278	0.0031	100.0	\$ 2,789,067
22	23	0.40	0.279	0.0095	100.0	\$ 3,362,687
14	15	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
1	6	0.25	0.160	0.0011	100.0	\$ 1,301,126
6	11	0.35	0.229	0.0007	100.0	\$ 1,645,879
11	16	0.35	0.240	0.0013	100.0	\$ 1,715,778
16	21	0.35	0.244	0.0021	100.0	\$ 1,836,910
21	22	0.40	0.276	0.0017	100.0	\$ 2,151,329
9	10	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
13	14	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
8	9	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
17	18	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
12	13	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
7	8	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
16	17	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
11	12	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
6	7	0.15	0.105	0.0100	100.0	\$ 1,165,501
<b>Total</b>						<b>\$ 81,921,444</b>

#### 4.3.2. Terreno a favor del drenaje

Tabla 23. Información de las cámaras. 5x5.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	50.0	50.0	100.8
2	86.0	0.0	100.5
3	184.0	12.0	100.4
4	267.0	12.0	100.4
5	388.0	20.0	100.3
6	5.0	88.0	100.4
7	98.0	94.0	100.3
8	167.0	102.0	100.2
9	269.0	95.0	100.2
10	335.0	100.0	100.2
11	0.0	200.0	100.3
12	100.0	254.0	100.2
13	200.0	239.0	100.1
14	312.0	215.0	100.1
15	429.0	265.0	100.1
16	2.0	350.0	100.3
17	106.0	312.0	100.3
18	189.0	297.0	100.2
19	299.0	314.0	100.1
20	391.0	320.0	100.1
21	3.0	459.0	100.2
22	91.0	412.0	100.2
23	167.0	399.0	100.1
24	305.0	389.0	100.1
25	428.0	421.0	100.0

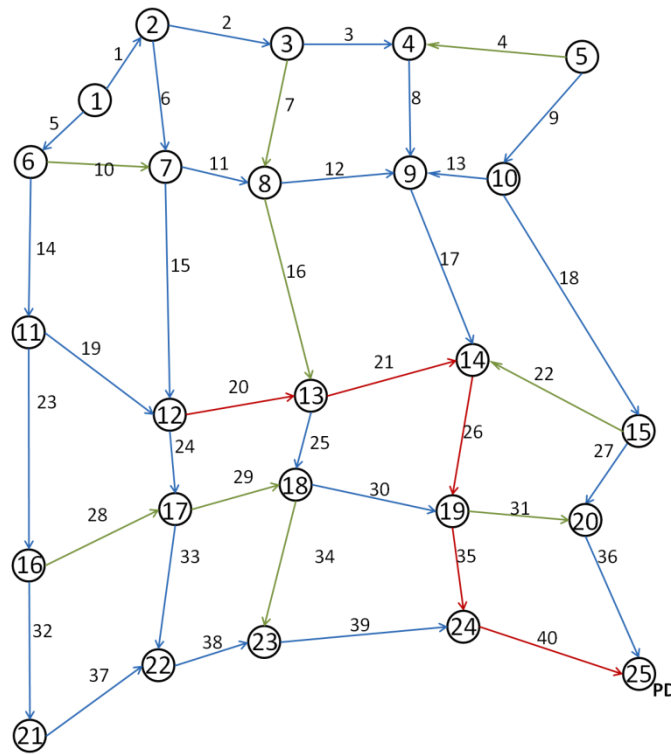


Figura 24. Red para terreno a favor del drenaje. 5x5.

Tabla 24. Resultado diseño terreno a favor del drenaje. 5x5.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
10	15	0.25	0.160	0.0011	189.9	\$ 2,773,006
15	20	0.30	0.206	0.0013	66.9	\$ 935,860
20	25	0.30	0.210	0.0044	107.6	\$ 1,799,593
12	13	0.20	0.138	0.0026	101.1	\$ 1,159,375
13	14	0.35	0.240	0.0013	114.5	\$ 2,056,932
14	19	0.45	0.313	0.0079	99.9	\$ 4,109,339
19	24	0.45	0.315	0.0118	75.2	\$ 3,513,247
24	25	0.60	0.422	0.0085	127.1	\$ 10,220,646
19	20	0.25	0.160	0.0011	92.2	\$ 1,180,731
13	18	0.20	0.138	0.0026	59.0	\$ 629,889
18	19	0.25	0.175	0.0063	111.3	\$ 2,094,509
1	6	0.15	0.105	0.0100	58.9	\$ 526,903
6	11	0.30	0.206	0.0013	112.1	\$ 1,694,203
11	12	0.35	0.240	0.0013	113.6	\$ 1,928,243
12	17	0.40	0.278	0.0031	58.3	\$ 1,110,548
17	22	0.45	0.311	0.0028	101.1	\$ 2,814,402
22	23	0.45	0.313	0.0054	77.1	\$ 2,190,396
23	24	0.45	0.314	0.0070	138.4	\$ 5,461,437
18	23	0.20	0.138	0.0026	104.3	\$ 1,205,186
5	10	0.20	0.138	0.0026	96.0	\$ 1,087,123
10	9	0.30	0.206	0.0013	66.2	\$ 923,933

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
9	14	0.40	0.279	0.0070	127.5	\$ 4,129,758
15	14	0.20	0.138	0.0026	127.2	\$ 1,577,756
17	18	0.15	0.105	0.0100	84.3	\$ 902,449
1	2	0.20	0.095	0.0074	61.6	\$ 648,977
2	3	0.30	0.206	0.0013	98.7	\$ 1,463,631
3	4	0.35	0.240	0.0013	83.0	\$ 1,346,983
4	9	0.40	0.276	0.0017	83.0	\$ 1,481,146
7	8	0.20	0.138	0.0026	69.5	\$ 734,426
8	9	0.25	0.175	0.0063	102.2	\$ 1,885,056
11	16	0.25	0.160	0.0011	150.0	\$ 2,124,154
16	21	0.25	0.175	0.0030	109.0	\$ 1,581,068
21	22	0.25	0.175	0.0063	99.8	\$ 1,680,608
8	13	0.20	0.138	0.0026	140.9	\$ 1,755,123
16	17	0.15	0.105	0.0100	110.7	\$ 1,346,156
5	4	0.25	0.160	0.0011	121.3	\$ 1,676,990
2	7	0.20	0.120	0.0037	94.8	\$ 1,071,460
7	12	0.30	0.210	0.0026	160.0	\$ 2,754,368
6	7	0.20	0.138	0.0026	93.2	\$ 1,048,777
3	8	0.15	0.105	0.0100	91.6	\$ 989,524
<b>Total</b>						<b>\$ 79,613,911</b>

#### 4.3.3. Terreno con topografía variable

Tabla 25. Información de las cámaras. 5x5.

ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)	ID	X (m)	Y (m)	Cota (m)
1	50.0	50.0	100.8	14	312.0	215.0	100.1
2	86.0	0.0	100.3	15	429.0	265.0	100.1
3	184.0	12.0	100.4	16	2.0	350.0	100.2
4	267.0	12.0	100.4	17	106.0	312.0	100.3
5	388.0	20.0	100.5	18	189.0	297.0	100.5
6	5.0	88.0	100.4	19	299.0	314.0	100.1
7	98.0	94.0	101.0	20	391.0	320.0	100.1
8	167.0	102.0	100.0	21	3.0	459.0	100.3
9	269.0	95.0	100.2	22	91.0	412.0	100.2
10	335.0	100.0	100.2	23	167.0	399.0	100.1
11	0.0	200.0	100.0	24	305.0	389.0	100.2
12	100.0	254.0	100.2	25	428.0	421.0	100.0
13	200.0	239.0	101.5				

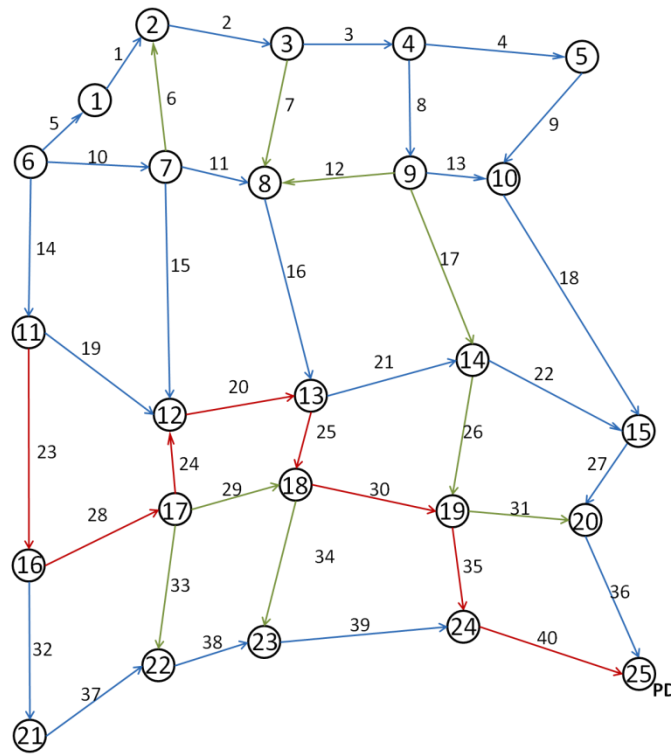


Figura 25. Red para terreno con topografía variable. 5x5.

Tabla 26. Resultado diseño terreno con topografía variable. 5x5.

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	y <sub>n</sub> (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
13	14	0.15	0.091	0.0145	114.6	\$ 1,166,957
14	15	0.35	0.240	0.0013	127.2	\$ 3,226,059
15	20	0.45	0.313	0.0062	66.9	\$ 1,907,692
20	25	0.45	0.313	0.0079	107.6	\$ 4,057,402
11	16	0.25	0.160	0.0011	150.0	\$ 2,221,156
16	17	0.35	0.229	0.0007	110.7	\$ 2,104,973
17	12	0.40	0.272	0.0007	58.3	\$ 1,091,228
12	13	0.40	0.279	0.0039	101.1	\$ 2,865,788
13	18	0.50	0.424	0.0022	59.0	\$ 2,104,561
18	19	0.50	0.339	0.0045	111.3	\$ 4,143,725
19	24	0.60	0.470	0.0017	75.2	\$ 3,062,189
24	25	0.60	0.397	0.0047	127.1	\$ 6,414,582
19	20	0.20	0.138	0.0026	92.2	\$ 1,057,743
16	21	0.25	0.160	0.0011	109.0	\$ 1,474,528
21	22	0.30	0.206	0.0013	99.8	\$ 1,551,695
22	23	0.35	0.244	0.0021	77.1	\$ 1,279,238
23	24	0.35	0.244	0.0044	138.4	\$ 3,264,610
14	19	0.15	0.105	0.0100	99.9	\$ 1,163,050
18	23	0.15	0.105	0.0100	104.4	\$ 1,137,656
17	22	0.20	0.138	0.0026	101.1	\$ 1,159,375
17	18	0.15	0.105	0.0100	84.3	\$ 959,273
6	1	0.20	0.138	0.0026	58.9	\$ 666,741

ID cámara inicial	ID cámara final	D (m)	$y_n$ (m)	S (-)	L (m)	Costo (COP)
1	2	0.25	0.175	0.0030	61.6	\$ 828,352
2	3	0.40	0.280	0.0011	98.7	\$ 1,877,852
3	4	0.40	0.276	0.0017	83.0	\$ 1,635,660
4	9	0.40	0.280	0.0023	83.0	\$ 1,677,456
9	10	0.40	0.278	0.0031	66.2	\$ 1,326,192
10	15	0.45	0.315	0.0033	189.9	\$ 5,879,852
6	11	0.20	0.116	0.0041	112.1	\$ 1,278,847
11	12	0.25	0.175	0.0030	113.6	\$ 1,666,268
7	8	0.15	0.084	0.0180	69.5	\$ 647,104
8	13	0.30	0.210	0.0044	140.9	\$ 3,700,263
4	5	0.20	0.138	0.0026	121.3	\$ 1,518,378
5	10	0.25	0.175	0.0030	96.0	\$ 1,407,188
9	14	0.15	0.105	0.0100	127.5	\$ 1,617,067
6	7	0.20	0.138	0.0026	93.2	\$ 1,214,210
7	12	0.25	0.175	0.0030	160.0	\$ 2,897,962
7	2	0.15	0.105	0.0100	94.8	\$ 930,521
9	8	0.20	0.138	0.0026	102.2	\$ 1,149,430
3	8	0.15	0.105	0.0100	91.6	\$ 948,263
<b>Total</b>						<b>\$ 80,281,086</b>

#### 4.4. Gasto computacional

Debido a la naturaleza explícita de la metodología implementada, el tiempo computacional es uno de los factores determinantes en el rendimiento de esta. Las variables que conllevan a un mayor gasto computacional son:

- Tamaño de la red (número de nodos).
- Precisión.
- Tamaño del espacio de factibilidad.
- Tamaño del vector de diámetros

De acuerdo con lo anterior se sugieren dos estrategias para reducir el gasto de recursos informáticos, y por ende el tiempo de cálculo. Dado que el tamaño de la red es una variable inmodificable (dato de entrada) y el tamaño del espacio de factibilidad está definido por la reglamentación (profundidades máxima y mínima), la primera estrategia consiste en limitar el número de diámetros para el diseño. La forma en que se pueden limitar es a partir de una estimación del máximo caudal que puede circular por el último tramo y estimar el diámetro necesario, utilizando la pendiente del terreno. De esta manera, para las redes más grandes trabajadas (5 x 5) el número de diámetros disponibles para el diseño se puede reducir hasta en un 50 %, lo cual implica la reducción del espacio solución en una proporción similar, dado que el número de nodos por cámara es proporcional al número de diámetros disponibles para el diseño. Así, el tiempo se reduce a un 30 %.

La segunda consiste en trabajar con precisiones no tan altas, siendo suficiente para un esquema del problema, una precisión de decímetro y para la solución definitiva de este una precisión de centímetro. De esta manera, para un diseño dado el tiempo necesario para obtener una solución, con una precisión de decímetros equivale a un 2 % del tiempo requerido para encontrar la solución con una precisión de centímetros. Así mismo, contrastando los tiempos empleados en la solución del problema utilizando precisiones de centímetros y milímetros, se obtiene que en el primer caso el tiempo es un 1 % del tiempo para el segundo caso. Por otro lado, comparando los costos obtenidos para las soluciones con cada una de las precisiones se tiene que, en promedio, este es un 4 % más bajo si se pasa de una precisión de decímetros a una de centímetros y entre precisiones de centímetros y milímetros este se reduce un 0.8 %, aproximadamente.

En esta Sección no se hace referencia, explícita, a los tiempos computacionales dado que la máquina virtual de Java (lenguaje en el que fue implementada la metodología) tiene configuraciones propias en cada uno de los computadores donde se corrió el programa. Lo anterior impide que las comparaciones entre diferentes computadores puedan ser llevadas a cabo. A manera de ejemplo se ilustra la siguiente situación: una red de 2 x 2 tardó 4 horas y 33 minutos con una precisión de milímetros, 2 minutos y 51 segundos con una precisión de centímetros y 2 segundos con una precisión de decímetros; los tiempos mencionados fueron obtenidos en un computador con un procesador Intel® Core™ i7-2600 @ 3.4 GHz, con una memoria Ram de 8 GB. Por otro lado, la misma red tardó 43 minutos y 51 segundos con una precisión de milímetros, 27 segundos con una precisión de centímetros y 0.6 segundos con una precisión de decímetros; estos tiempos fueron obtenidos en un computador con un procesador Intel® Core™ 2 Duo E7500 @ 2.93 GHz, con una Ram de 4 GB.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El algoritmo de Dijkstra se pudo implementar, haciendo algunas modificaciones, y se pudieron modelar diferentes redes de drenaje urbano.
- Aunque la metodología trabajada encamina el resultado al óptimo global (camino más corto), no se puede afirmar que los resultados sean los óptimos globales del problema, dado que los resultados se pueden mejorar manipulando la precisión.
- De acuerdo a lo anterior, se afirma que los resultados obtenidos son óptimos globales dentro del espacio solución configurado para la solución determinada del problema.
- En general, la variable topológica más importante es la pendiente del terreno. Para terrenos a favor del drenaje se obtuvieron las redes de menor costo.
- El tiempo de cálculo puede aumentarse hasta 1500 % si se aumenta la precisión del problema en un orden de magnitud.
- Con base en los resultados se sugiere trabajar con precisiones de centímetro. Precisiones superiores requieren un gran tiempo de cálculo y con precisiones inferiores se obtienen mayores costos.
- Se sugiere limitar la lista de diámetros para disminuir los tiempos de cálculo.
- El costo de un diseño, en promedio, disminuye 4 % comparando precisiones de decímetro y centímetro.
- El costo de un diseño, en promedio, disminuye 0.8 % comparando precisiones de centímetro y milímetro.
- No se observan grandes diferencias, en cuanto a los costos, entre los resultados obtenidos con la metodología trabajada y la metodología desarrollada por el CIACUA. En promedio la diferencia es del 3 %.
- Hay grandes diferencias, en cuanto al tiempo computacional, entre los resultados obtenidos con la metodología trabajada y la metodología desarrollada por el CIACUA. Se llegan a obtener resultados con un tiempo mayor hasta en un 10000 %.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). *Network flows: theory, algorithm and applications*. New Jersey: Prentice Hall.
- Argaman, Y., Shamir, U., & Spivak, E. (1973). *Design of Optimal Sewerage Systems*. Journal of the Environmental Engineering Division.
- Bellman, R. (1956). *On a routing problem*.
- Burian, S., & Edwards, F. (2002). *Historical Perspectives of Urban Drainage*. Obtenido de <http://rpitt.eng.ua.edu/Class/International%20urban%20water%20systems/M1%20Burian%20paper.pdf>
- Burian, S., & Edwards, F. (s.f.). *Historical Perspectives of Urban Drainage*. Obtenido de <http://rpitt.eng.ua.edu/Class/International%20urban%20water%20systems/M1%20Burian%20paper.pdf>
- Burian, S., Nix, S., Durrans, R., Pitt, R., Fan, C.-Y., & Field, R. (1999). *The Historical Development of Wet-Weather Flow Management*. Environmental Protection Agency.
- Butler, D., & Davies, J. (2011). *Urban Drainage*. Abingdon: Spon Press.
- Dajani, J., & Gemmell, R. (1971). *Economics of Wastewater Collection Systems*. Evanston: University of Illinois.
- Duque, N. (2013). *Metodología para la optimización del diseño de tuberías en serie en sistemas de alcantarillado*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Giraldo Gómez, E. (2000). ¿Combinar o separar? Una discusión con un siglo de antigüedad y de gran actualidad para los bogotanos. *Revista de Ingeniería*, 17-20.
- Goldberg, A. V., & Radzik, T. (1993). *A heuristic improvement of the Bellman-Ford algorithm*. Pergamon Press Ltd.
- Guo, Y., Walters, G., & Savic, D. (2008). Optimal design of storm sewer networks: Past, Present and Future. *11th International Conference on Urban Drainage*, (págs. 1-10). Edinburgh.
- Haghighi, A. (2012). Loop by Loop Cutting Algorithm to Generate Urban Drainage Systems Layout. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 693-703.
- Haghighi, A., & Bakhshipour, A. (2012). Optimization of Sewer Networks Using an Adaptive Genetic Algorithm. *Water Resources Management*, 3441-3456.
- Holland, M. (1968). Discussion of Heuristic aid for the design of sewer networks. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 437-438.
- Li, G., & Matthew, R. (1990). New Approach for Optimization of Urban Drainage Systems. *Journal of Environmental Engineering*, 927-944.
- Liebman, J. (1967). A Heuristic Aid for the Design of Sewer Networks. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 81-90.
- López Sabogal, D. A. (Enero de 2012). Diseño Optimizado De Redes De Drenaje Urbano Usando El Concepto De Potencia Unitaria. *Trabajo de proyecto de grado*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Mays, L., Wenzel, H., & Liebman, J. (1976). Model for Layout and Design of Sewer Systems. *Journal of the Water Resources Planning and Management Division*, 385-40.



- Navarro, I. (2009). *Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Ovalle, F. (2011). *Criterio de tuberías fluyendo parcialmente llenas: Velocidad mínima, esfuerzo cortante mínimo y número de Froude cuasicrítico*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Pan, T.-C., & Kao, J.-J. (2009). GA-QP Model to Optimize Sewer System Design. *Journal of Environmental Engineering*, 17-24.
- Saldarriaga, J. (2007). *Hidráulica de Tuberías*. Bogotá: Alfaomega.
- Saldarriaga, J. (2011). Clase Sistema Integrado de Drenaje Urbano. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Saldarriaga, J., Corrales, E., Cuero, P., Luna, D., Montaña, D., & Ardila, A. (2013). *Trazado Óptimo de la red*. Bogotá: Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados.
- Saldarriaga, J., Corrales, E., Cuero, P., Luna, D., Montaña, L., & Ardila, A. (2013). *Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano*. Bogotá: Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados.
- Secretaria Distrital de Ambiente. (2011). *Sistemas Urbanos de Drenaje Sostenible SUDS Para el Plan de Ordenamiento Zonal Norte POZN*. Bogotá.
- Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios. (2007). *Estudio Sectorial Acueducto y Alcantarillado 2002 - 2005*. Bogotá.
- Tekeli, S., & Belkaya, H. (1986). Computerized Layput Generation for Sanitary Sewers. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 500-515.
- Wang, S.-X. (2012). The improved Dijkstra's shortest path algorithm and its application. *Procedia Engineering*, 1186-1190.
- Weng, H., & Liaw, S. (2005). Establishing an Optimization Model for Sewer System Layout wit Applied Genetic Algorithm. *Journal of Environmental Informatics* , 26-35.