

**PROYECTO DE GRADO
INGENIERÍA CIVIL**

**METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE TUBERÍAS EN SERIE EN
SISTEMAS DE ALCANTARILLADO**

**PRESENTADO POR:
NATALIA DUQUE VILLARREAL^a**

**ASESOR:
JUAN GUILLERMO SALDARRIAGA VALDERRAMA^a**

^a Centro de Investigación en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA), Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

**CO-ASESOR:
DANIEL DUQUE VILLARREAL^b**

^b Centro para la Optimización y Probabilidad Aplicada (COPA), Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
BOGOTÁ D.C
DICIEMBRE DE 2013**

EL presente trabajo corresponde al Proyecto de Grado con el cual se culminan los estudios de pregrado del programa de Ingeniería Civil de la Universidad de los Andes.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia, por su apoyo incondicional y sus enseñanzas a lo largo de toda mi vida,
a mi hermano y co-asesor, por enseñarme nuevas cosas, tenerme paciencia y exigirme al máximo
en este Proyecto de Grado, lo cual me hizo crecer no solo a nivel académico pero también a nivel
personal,

a mi asesor Juan Saldarriaga por su apoyo para lograr el desarrollo de este Proyecto de Grado y
por su contribución en mi formación profesional y personal,

al grupo CIE-AGUA por su colaboración y paciencia durante el semestre.

¡Gracias!



TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivo general.....	2
1.2.2	Objetivos específicos.....	2
2	MARCO TEÓRICO.....	3
2.1	Redes de drenaje urbano	3
2.1.1	Efectos de la urbanización.....	3
2.1.2	Componentes de las redes de drenaje urbano	5
2.1.3	Fallas en redes de drenaje urbano	7
2.2	Sistema integrado de drenaje urbano.....	8
2.3	Diseño de redes de drenaje urbano	10
2.3.1	Definición del problema	10
2.3.2	Supuestos del diseño.....	11
2.3.3	Ecuaciones de diseño	12
2.4	Restricciones de diseño.....	18
2.4.1	Restricciones hidráulicas	18
2.4.2	Restricciones comerciales	21
2.5	Función de costos.....	21
2.6	Pendientes Propias e Intermedias	24
2.7	Potencia Específica.....	28
3	METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE SISTEMAS DE ALCANTARILLADO	30
3.1	Problemas de flujo en redes	30
3.1.1	Problema de la ruta más corta	31
3.1.2	Algoritmo de Bellman-Ford	32
3.2	Planteamiento del problema	34



3.2.1	Datos de entrada.....	34
3.2.2	Modelaje del grafo	34
3.2.3	Variables de decisión.....	37
3.2.4	Función objetivo.....	38
3.2.5	Representación una serie de tuberías de la red de alcantarillado en un grafo	39
3.2.6	Diseño óptimo de series de tuberías de alcantarillado.....	43
3.2.7	Dimensionamiento del problema	47
4	RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	49
4.1	Diseño de un tramo de alcantarillado.....	49
4.2	Diseño de series de tuberías de alcantarillado	54
4.3	Análisis de costos y tiempos.....	60
5	CONCLUSIONES	69
6	BIBLIOGRAFÍA.....	71
7	ANEXOS	73



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Tipos de flujo	11
Tabla 2.2 Resumen de propiedades geométricas del alcantarillado	13
Tabla 2.3 Límites de la profundidad a cota clave de la tubería.....	20
Tabla 2.4 Resumen de restricciones hidráulicas de diseño.....	20
Tabla 2.5 Lista de diámetros comerciales	21
Tabla 4.1 Resultados de diseños de un tramo – comparación de costos y PE.....	50
Tabla 4.2 Resultados de diseño de un tramo – comparación de diámetros y pendientes de diseño	52
Tabla 4.3 Datos de entrada de serie 10 tramos	54
Tabla 4.4 Resultados en tiempos y costos	55
Tabla 4.5 Resultados para el diseño de serie de 10 tramos –Metodología 1.	55
Tabla 4.6 Resultados para el diseño de serie de 10 tramos –Metodología 2.	55
Tabla 4.7 Datos de entrada de serie 50 tramos.	57
Tabla 4.8 Resultado del diseño.	58
Tabla 4.9 Resultados para el diseño de serie de 50 tramos –Metodología 2.	58
Tabla 4.10 Datos de entrada de serie 12 tramos.	61
Tabla 4.11 Diseño de series de tuberías con costos totales y una variación de la pendiente de 1/1000.	61
Tabla 4.12 Diseño de series de tuberías solo con costos tuberías y una variación de la pendiente de 1/1000.	62
Tabla 4.13 Diseño de series de tubería solo con costos de excavación y una variación de la pendiente de 1/1000.....	62
Tabla 4.14 Diseño de series de tuberías con costos totales y una variación de la pendiente de 1/10000.	65
Tabla 4.15 Diseño de series de tuberías solo con costos de tuberías y una variación de la pendiente de 1/10000.	65
Tabla 4.16 Diseño de series de tuberías solo con costos de excavación y una variación de la pendiente de 1/10000.....	66
Tabla 7.1 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 1 – Metodología 1	73
Tabla 7.2 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 1 – Metodología 2	74
Tabla 7.3 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 2 – Metodología 2	74



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Interacciones del Sistema de Drenaje Urbano	3
Figura 2.2 Efectos de la urbanización.....	4
Figura 2.3 Fallas en redes de drenaje urbano.	8
Figura 2.4 Sistema Integrado de Drenaje Urbano.....	9
Figura 2.5 Flujo uniforme en canales abiertos.	12
Figura 2.6 Sección transversal de tubería fluyendo parcialmente llena	13
Figura 2.7 Proyección del trapecio que produce el área excavada para una tubería de alcantarillado.....	23
Figura 2.8 Búsqueda de la pendiente de diseño.	25
Figura 3.1. Grafo.....	31
Figura 3.2. Algoritmo de Bellman-Ford	33
Figura 3.3. Conjunto de nodos que pertenecen a un mismo pozo de inspección.	35
Figura 3.4. Representación de un arco $v_{ik}, v_{jk} + 1$	36
Figura 3.5. Representación de un tramo de alcantarillado.....	37
Figura 3.6. Representación de una tubería en un grafo	40
Figura 3.7. Grafo de un tramo.....	40
Figura 3.8. Grafo de una serie de 2 tramos.....	41
Figura 3.9. Solución del grafo.....	42
Figura 3.10 proceso de compilación de la JVM	46
Figura 4.1 Relación entre la Potencia Específica el costo.	51
Figura 4.2 Relación ente la Potencia Específica y el caudal.	51
Figura 4.3 Efectos del aumento del caudal en los costos.	52
Figura 4.4 Pendiente de diseño.....	53
Figura 4.5 Perfil del diseño óptimo para una serie de 10 tramos para costos totales.	56
Figura 4.6 Perfil del diseño óptimo para una serie de 50 tramos para costos totales.	60
Figura 4.7 Mejoras en costos computacionales utilizando la nueva metodología (variando la cota cada dm).....	63
Figura 4.8 Mejoras en costos de construcción utilizando la nueva metodología (variando la cota cada dm).....	64
Figura 4.9 Mejoras en costos computacionales utilizando la nueva metodología (variando la cota cada cm).	66
Figura 4.10 Mejoras en costos de construcción utilizando la nueva metodología (variando la cota cada cm).	67



TABLA DE ECUACIONES

Ecuación 2.1 Ángulo theta	14
Ecuación 2.2 Área mojada.....	14
Ecuación 2.3 Perímetro mojado.....	14
Ecuación 2.4 Radio hidráulico	14
Ecuación 2.5 Ancho en la suerficie	15
Ecuación 2.6 Profundidad hidráulica.....	15
Ecuación 2.7 Número de Froude.....	15
Ecuación 2.8 Número de Reynolds	15
Ecuación 2.9 Esfuerzo cortante en la pared.....	15
Ecuación 2.10 Ecuación de Manning.....	16
Ecuación 2.11 Ecuación de Chézy	16
Ecuación 2.12 Ecuación de Darcy para las pérdidas por fricción	17
Ecuación 2.13 Relación entre el C de Chézy y las pérdidas por fricción	17
Ecuación 2.14 Ecuación de Colebrook-White para el factor de fricción	17
Ecuación 2.15 Ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con Colebrook-White para la velocidad	17
Ecuación 2.16 Función de costos De Oro Vergara (2008).....	21
Ecuación 2.17 Costo de una tubería.....	22
Ecuación 2.18 Costo de excavación	22
Ecuación 2.19 Volumen de excavación	23
Ecuación 2.20 Función de costos	24
Ecuación 2.21 Número total de alternativas de diseño	25
Ecuación 2.22 Pendiente Intemedia	26
Ecuación 2.23 Variación de la pendiente cuando $s_{i+1} < s_t$	26
Ecuación 2.24 Variación de la pendiente cuando $s_{i+1} > s_t$	26
Ecuación 2.25 Potencia Específica (PE)	28
Ecuación 3.1 Función Objetivo del problema de la ruta más corta	32
Ecuación 3.2 Restricción del problema de la ruta más corta.....	32
Ecuación 3.3 Variable de decisión de natualeza binaria x_{ij}	32
Ecuación 3.4 Diámetro del arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$	37
Ecuación 3.5 Pendiente del arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$	37
Ecuación 3.6 Función objetivo del problema de diseño	38
Ecuación 3.7 Función de costos asociados a un arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$	38
Ecuación 3.8 Volumen de excavación asociado al arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$	38



Ecuación 3.9 Profundidad de excavación aguas arriba en $(v_i^k) \in \mathcal{N}$	39
Ecuación 3.10 Profundidad de excavación aguas abajo en $(v_j^{k+1}) \in \mathcal{N}$	39
Ecuación 3.11 Número total de alternativas para un grafo de k tramos y d cantidad de diámetros	47
Ecuación 3.12 Número total de alternativas de diseño	48



GLOSARIO

- *Relación de Llenado*: Relación entre la profundidad del flujo en la tubería con respecto al Escorrentía: Lámina de agua que corre por la superficie de una cuenca de drenaje. En este caso la escorrentía se da sobre zonas impermeables.
- *Corrosión*: cualquier proceso, involuntario, que sea químico, físico, biológico o eléctrico como la oxidación de los metales, agentes electroquímicos, descargas industriales, agua subterránea con alto contenido de sulfato, erosión y agentes microbiológicos, que implique deterioro, degradación o destrucción de los componentes del sistema de recolección de agua y que sea debido a la operación natural del mismo (ASCE, 2007).
- *Capacidad Hidráulica*: Caudal máximo que puede transportar una tubería.
- diámetro interno de la misma.
- *Autodepuración*: es el proceso de recuperación de un curso de agua después de un episodio de contaminación orgánica (Branco, 1984).
- *Cavitación*: Fenómeno en el cual el agua en estado líquido pasa a estado gaseoso (vapor de agua) a raíz de una disminución de la presión y posterior mente estas burbujas de vapor vuelven a pasar a estado líquido repentinamente y con presiones muy altas que generan daños en la infraestructura de la red (Saldarriaga, Clase de Hidráulica, 2012).
- *Ciclo negativo*: Se refiere a ciclos de un grafo en los que la suma del valor asociado con sus arcos es negativa.
- *Alternativa de diseño*: se refiere una combinación de tuberías factibles (una de cada tramo), que conforman una serie.



1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

Las redes de drenaje urbano ayudan a evacuar grandes volúmenes de agua residual. Para esto, las ciudades cuentan con redes de alcantarillado compuestos por tuberías y pozos de inspección, además de otros elementos complementarios que ayudan al funcionamiento integral de las mismas. Hasta el momento, el *Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados* de la Universidad de los Andes (CIACUA) ha desarrollado e implementado una metodología de diseño que intenta encontrar el diseño de mínimo costo. Para esto se busca aprovechar al máximo las tuberías asegurando una relación de llenado máxima, sin infringir las normas de diseño y construcción establecidas por el RAS (2000), por medio de los conceptos de *Pendiente Propia* y *Pendiente Intermedia*.

Este proyecto busca entonces, encontrar el diseño óptimo de una serie de tramos de un sistema de drenaje urbano por medio de una nueva metodología. La metodología propuesta pretende modelar el problema de diseño como un problema de optimización conocido como el problema de ruta más corta (Ahuja & et Al., 1993). Para el modelaje, se hace uso de un grafo en el que se representan las diferentes decisiones concernientes al diseño de la serie de tramos, i.e., el diámetro y pendiente de cada tubería en cada tramo.

EL presente documento presenta un amplio marco teórico en el Capítulo 2, donde se establecen los componentes de un sistema integrado de drenaje urbano y más específicamente de los sistemas de alcantarillado. Se definen también conceptos importantes relacionados con la hidráulica en sistemas de alcantarillado, que son la base para evaluar la factibilidad hidráulica del diseño de tuberías de alcantarillado. Así mismo, el Capítulo 3 presenta en detalle la nueva metodología propuesta. Se definen los diferentes conceptos relacionados con los problemas de optimización, además de la aplicación de estos en el diseño de series de tuberías de alcantarillado. Se explica además, la forma en que un grafo puede representar una serie de tuberías de alcantarillado, con la ayuda de un ejemplo.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos con la nueva metodología, para el diseño un tramo y posteriormente para el diseño de series de tramos de tuberías en sistemas de alcantarillado. Además, se presenta el análisis de resultados que incluye las comparaciones de costos computacionales y costos constructivos con respecto a los resultados obtenidos con la metodología basada en el uso de Pendientes Propias e Intermedias. Finalmente en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones de este proyecto de grado.



1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Desarrollar una metodología para el diseño costo-óptimo de las tuberías en serie para un sistema de alcantarillado, que tenga en cuenta los aspectos hidráulicos que aseguran el funcionamiento adecuado del sistema de drenaje urbano, siguiendo las normas colombianas: Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico – RAS (2000).

1.2.2 Objetivos específicos

- Diseñar tramos de redes de drenaje urbano para caudales de diseño dados, que cumplan con las restricciones hidráulicas, comerciales y técnicas establecidas por las normas colombianas: Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico – RAS (2000).
- Determinar el diseño óptimo de tuberías en series en redes de drenaje urbano para caudales de diseño dados, que cumplan con el RAS (2000).
- Diseñar para tres tipos de costos: los costos totales de construcción, únicamente costos de tuberías y únicamente costos de excavación.
- Establecer la relación entre el diseño de mínimo costo y el índice de confiabilidad, la Potencia Específica.
- Analizar el tiempo computacional de solución con respecto al número de tramos evaluado en cada serie y a la precisión con la que se decide diseñar.
- Entregar una herramienta de apoyo que permita realizar el diseño óptimo de series de tuberías a partir de un conjunto de datos de entrada dados.



2 MARCO TEÓRICO

2.1 Redes de drenaje urbano

Las redes de drenaje urbano son obras civiles necesarias dentro del desarrollo de zonas urbanas debido a la constante interacción entre el hombre y el ciclo natural del agua. Dicha interacción se presenta por la necesidad del hombre de abastecerse de agua para su consumo y por el proceso de urbanización que desvía los sistemas de drenaje naturales originales. De estas dos actividades se producen aguas residuales y pluviales que deben ser canalizadas y tratadas. El propósito de las redes de drenaje urbano es minimizar posibles problemas causados a seres humanos o al ambiente (Butler & Davies, 2011).

La Figura 2.1 muestra las interacciones del sistema de drenaje urbano con la población y el medio ambiente. En este sentido, el propósito de las redes de drenaje urbano se traduce en evitar problemas de inundación y reducir los problemas de contaminación que se generan al no evacuar las aguas residuales y pluviales de una población.

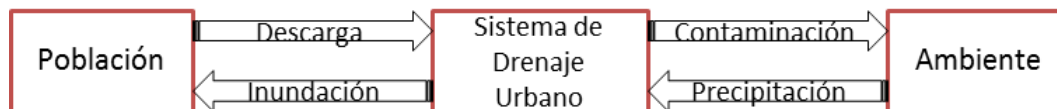


Figura 2.1 Interacciones del Sistema de Drenaje Urbano. Tomado y Modificado de Butler & Davies (2011).

2.1.1 Efectos de la urbanización

El crecimiento poblacional acelerado, que se ha venido experimentando en el mundo desde principios del siglo XX, ha generado un aumento significativo en la densidad de viviendas y el movimiento de la gente de zonas rurales a zonas urbanas. La afluencia de personas en las zonas urbanas exige la realización de obras civiles para facilitar las actividades que allí se desenvuelven y suplir las necesidades de la gente. La pavimentación de las vías y la construcción de edificios hacen parte de dicho proceso de urbanización, donde la impermeabilización del suelo impide la infiltración del agua lluvia (Muth, Brinson, & Bernhar, 2010).

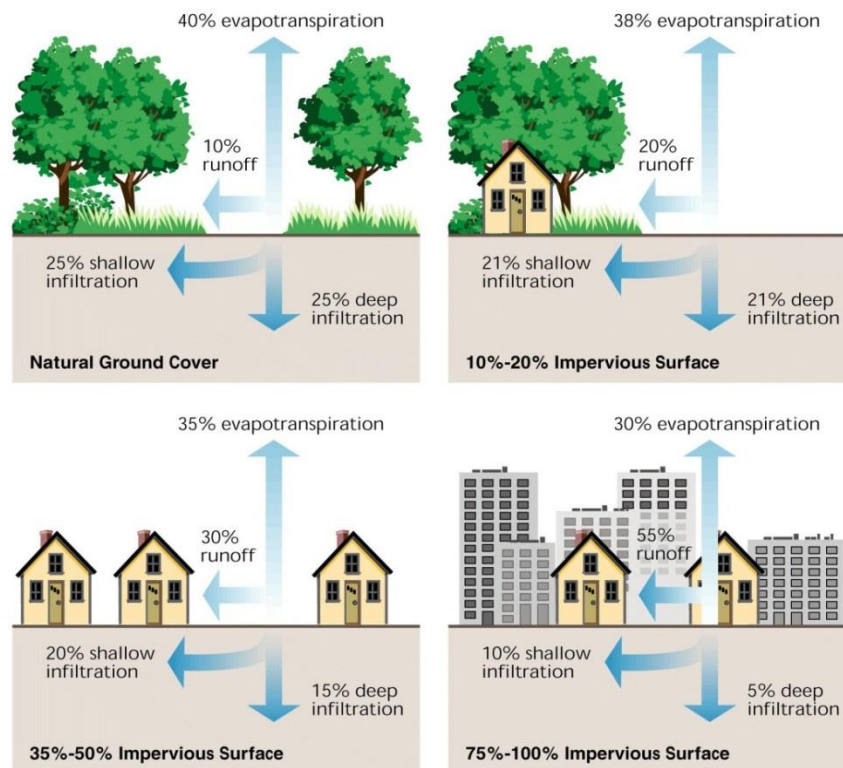


Figura 2.2 Efectos de la urbanización. Tomado de Muth, Brinson, & Bernhar (2010).

La Figura 2.2 presenta la relación entre la impermeabilización del suelo y la escorrentía¹ superficial. Como se observa, la impermeabilización del suelo aumenta la escorrentía superficial y disminuye las infiltraciones y la evaporación del agua, lo que afecta el ciclo hidrológico normal. Esto genera acumulación de aguas lluvias que pueden generar problemas de control de inundaciones. Además, existe la necesidad de evacuar las aguas residuales domésticas, comerciales o industriales para prevenir problemas de salud pública y contaminación ambiental.

¹ Escorrentía: Lámina de agua que corre por la superficie de una cuenca de drenaje. En este caso la escorrentía se da sobre zonas impermeables.



2.1.2 Componentes de las redes de drenaje urbano

Para recolectar y transportar las aguas residuales y pluviales, desde donde se origina la descarga hasta el sitio donde se va a depositar y tratar el agua, se necesita un sistema completamente artificial de alcantarillado. Esto quiere decir que las redes están compuestas por componentes de captación, de conducción, de inspección y conexión, de regulación y alivio y de bombeo (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

2.1.2.1 Estructuras de captación

El principal componente de captación de agua lluvia es el agua superficial que cae en zonas impermeables. Las estructuras que recolectan las aguas pluviales y residuales son:

- Sumideros: estructuras para la captación de la escorrentía superficial que se drena a través de las calles. Estas pueden ser diseñadas en forma lateral o transversal al sentido del flujo, y se localizan en las vías vehiculares o peatonales del proyecto (RAS, 2000).
- Canaletas y bajantes: Estructuras complementarias de captación que ayudan a drenar el agua desde los techos hasta el sistema de alcantarillado o a la calle, donde se colocan sumideros.

En el caso de las aguas residuales la captación se realiza directamente. Las aguas residuales se clasifican de acuerdo con su procedencia: domésticas o no domésticas (comerciales o industriales) (Butler & Davies, 2011). En ambos casos el agua es conducida directamente desde el punto de descarga hasta la red de alcantarillado, por medio de tuberías.

2.1.2.2 Estructuras de conducción

Los componentes de conducción corresponden a las tuberías que se encargan de transportar el agua a lo largo y ancho de la red de drenaje urbano. Estas conforman el mayor porcentaje de área de la red y son su componente principal.



2.1.2.3 Estructuras de inspección y conexión

Los componentes de inspección y conexión de colectores corresponden a:

- Pozos de inspección: Estructuras hidráulicas con tapa removible, que permiten el acceso a la red de alcantarillado, para el mantenimiento e inspección de la misma. Estas estructuras son utilizadas cuando se debe cambiar la dirección del flujo, cambiar la pendiente, cambiar el diámetro de las tuberías, realizar conexiones con otras redes, asegurar aireación al alcantarillado o cada 90 m.
- Pozos de caída: Estructuras diseñadas para dirigir el flujo que entra a un pozo de inspección con mucha energía, de forma que se pueda disipar gran cantidad de su energía para proteger la infraestructura de la red contra impactos del flujo sobre las paredes.

2.1.2.4 Estructuras de regulación y alivio

Para el buen funcionamiento del sistema se necesitan los componentes de regulación y alivio, que corresponden a:

- Sifones invertidos: Estructuras en forma de U dispuestas entre dos pozos en caso que el sistema de alcantarillado requiera atravesar un cuerpo de agua o se quiera evitar la interferencia del trazado de la red con otros servicios públicos. Estos sifones trabajan como tuberías a presión.
- Sistemas de almacenamiento temporal: Tanques subterráneos para retener el agua con el objetivo de disminuir los picos de caudal a fin de evitar la evacuación rápida de los contaminantes desde el sistema hacia al cuerpo receptor, en un evento de precipitación. Sin embargo, el tiempo de retención no debe ser muy grande puesto que puede ocasionar problemas de olores.
- Aliviaderos: Estructuras que permiten la salida de cierto volumen del agua que viaja por el alcantarillado, cuando se presenta un evento extremo de precipitación.
- Canales abiertos: Estructuras de conducción de escorrentía pluvial, diseñados para manejar velocidades mínimas que eviten la sedimentación de sólidos arrastrados por el



agua lluvia y velocidades máximas que evitan daños en la estructura por erosión, cuyo valor depende del material de la misma.

- Estructuras de disipación de energía: Estructuras que reducen la velocidad del flujo generando un cambio de régimen de supercrítico a subcrítico, permitiendo entregar el agua con un nivel de energía bajo. Esto ayuda a minimizar el riesgo de socavación o erosión en los puntos de descarga del sistema de alcantarillado (Planta de tratamiento o cuerpo receptor).

2.1.2.5 Estructuras de bombeo

Finalmente, los componentes de bombeo son necesarios cuando la energía hidráulica en una zona es demasiado baja para que las aguas residuales sean evacuadas por gravedad y necesite bombearse. En otras palabras, se requiere bombeo cuando se deba elevar la línea de gradiente hidráulico para vencer una diferencia de alturas topográficas y el flujo por gravedad no lo permita.

2.1.3 Fallas en redes de drenaje urbano

El diseño de las redes de drenaje urbano debe cumplir con ciertos requerimientos de forma que se tenga una buena operación del sistema y se eviten fallas que puedan llegar a generar problemas de salud pública, problemas ambientales o daños en la infraestructura de la misma. Los tipos de fallas más comunes son (López, 2012):

- **Fallas estructurales:** Se pueden presentar por problemas de corrosión² o cargas aplicadas que pueden agrietar o ahuecar las tuberías, causando una pérdida en la capacidad hidráulica³ y el aumento de infiltraciones y exfiltraciones. Este tipo de falla se puede observar en la Figura 2.3 (a).

² *Corrosión:* cualquier proceso, involuntario, que sea químico, físico, biológico o eléctrico como la oxidación de los metales, agentes electroquímicos, descargas industriales, agua subterránea con alto contenido de sulfato, erosión y agentes microbiológicos, que implique deterioro, degradación o destrucción de los componentes del sistema de recolección de agua y que sea debido a la operación natural del mismo (ASCE, 2007).

³ *Capacidad Hidráulica:* Caudal máximo que puede transportar una tubería.



- **Sedimentación de partículas sólidas:** La sedimentación se refiere a la acumulación de partículas en el fondo de las tuberías, causando pérdidas en la capacidad hidráulica de la red. Pueden ser de tipo sanitario, superficial o de alcantarillado. Los sanitarios corresponden a las partículas finas de materia orgánica o fecal, papel y material vegetal, que recoge la red; la sedimentación superficial se refiere a las partículas que entran a la red arrastradas por aguas superficiales, como material vegetal o basura en general y finalmente la sedimentación de alcantarillado hace referencia a la sedimentación de las partículas propias del sistema o sus áreas circundantes. Este tipo de falla se puede observar en la Figura 2.3 (b).
- **Sobrecargas:** Se da al sobrepasar una relación de llenado⁴ del 80% que genera una desaceleración del flujo y aumento de la profundidad hasta alcanzar una relación de llenado del 94% donde la tubería lleva el máximo caudal posible. De seguir aumentando la profundidad del agua la tubería se presuriza, a lo que se denomina sobrecarga. Este tipo de falla es el más importante de controlar para prevenir inundaciones, ya que el agua está altamente contaminada y puede generar grandes problemas de salud pública y ambiental. Este tipo de falla se puede observar en la Figura 2.3 (c).



(a)

(b)

(c)

Figura 2.3 Fallas en redes de drenaje urbano.

2.2 Sistema integrado de drenaje urbano

Actualmente se sabe que el crecimiento de las zonas urbanas y la densidad poblacional es inevitable. Por lo mismo, se deben diseñar las ciudades para que estén en la capacidad de resistir

⁴ *Relación de Llenado:* Relación entre la profundidad del flujo en la tubería con respecto al diámetro interno de la misma.



la demanda del futuro. Esto sin duda aumenta la cantidad y la contaminación del agua a tratar, lo que se traduce en la necesidad de construir *plantas de tratamiento de aguas residuales* (PTAR). Las PTAR, tienen como fin descontaminar el agua, captada y transportada por las redes de alcantarillado, antes de depositarla en el cuerpo receptor. Esto se requiere cuando la capacidad de autodepuración⁵ del cuerpo receptor es muy baja o los niveles de contaminación del agua son muy altos (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

Se entiende entonces, como Sistema Integrado de Drenaje Urbano al conjunto conformado por las redes de drenaje urbano (alcantarillado), la planta de tratamiento de aguas residuales (PTAR) y el cuerpo receptor, como una unidad. Este concepto tiene en cuenta la cantidad y calidad del agua en cada uno de los componentes del sistema. El papel del alcantarillado es recolectar las aguas residuales y lluvias, y transportarlas hacia la PTAR. La red de alcantarillado debe asegurar hermeticidad en las redes, minimizando infiltraciones y exfiltraciones, además de lograr algún tratamiento preliminar, controlando la cantidad y la calidad del agua residual que llega al tramo (interceptor) aguas arriba de dichas plantas (RAS, 2000). A continuación se muestra un esquema del sistema integrado de drenaje urbano en la Figura 2.4.



Figura 2.4 Sistema Integrado de Drenaje Urbano.

La PTAR es necesaria, como se había mencionado, siempre que la capacidad de autodepuración del cuerpo receptor no sea lo suficientemente alta para que este se recupere de la contaminación de la descarga que recibe. La PTAR se encarga de entregar una descarga que

⁵ *Autodepuración*: es el proceso de recuperación de un curso de agua después de un episodio de contaminación orgánica (Branco, 1984).



cumpla con ciertos parámetros de calidad que se establecen de acuerdo con la capacidad de autodepuración del cuerpo receptor y al uso que se le dará al agua aguas abajo.

2.3 Diseño de redes de drenaje urbano

2.3.1 Definición del problema

El diseño de las redes de alcantarillado es un problema complejo que tiene dos componentes fundamentales: la topología de la red y el diseño hidráulico. La topología de la red se refiere a la forma en que se deben poner las tuberías, de manera que se tenga un diseño hidráulico que cumpla con una serie de requisitos y restricciones hidráulicas, teniendo en cuenta el Plan de Saneamiento y Manejo de Vertimientos PSMV regional. Simultáneamente el diseño debe ser económicamente factible, lo que quiere decir que se deben minimizar los costos. Esto es posible gracias a las nuevas tecnologías que permiten realizar modelos matemáticos de un problema para que, por medio de procesos de optimización, se encuentre el diseño óptimo desde el punto de vista económico, dentro de millones de alternativas de diseño posibles, para una red de drenaje urbano.

Para buscar el punto de operación óptimo de una red de drenaje urbano se debe intervenir alguno de sus componentes y minimizar los costos de construcción del mismo. Sin embargo, intervenir el cuerpo receptor implica cambiar las características del río para aumentar su capacidad de autodepuración, lo cual resulta muy costoso. De acuerdo con esto, es importante resaltar que el diseño de un sistema integrado de drenaje gira en torno a las condiciones naturales del cuerpo receptor (río), ya que se busca causar el menor impacto posible sobre los cuerpos de agua naturales.

Así mismo, la intervención en las PTAR también resulta en altos costos. Si el diseño original de la planta no tiene la eficiencia requerida se requeriría la ampliación de la misma, generando muy altos costos. Finalmente, la intervención de la red de alcantarillado es una opción muy viable, ya que con pocos cambios en zonas específicas de la red se puede mejorar mucho el funcionamiento de la misma, ofreciendo la mayor relación beneficio-costos (B/C) (López, 2012).

Este proyecto busca encontrar el diseño óptimo de series de tramos de tuberías en sistemas de alcantarillado, diseñando para todos los posibles diámetros de tuberías combinados con todas las posibles pendientes a las que se pueden instalar las tuberías. Para el diseño de sistemas de alcantarillados en general se debe considerar unos supuestos de diseño, como se definirá en el



Numeral 2.3.2. Un diseño factible también debe cumplir un mínimo de condiciones, como que los tramos deben estar interconectados para formar la serie y no pueden haber pendientes adversas que desaceleren el flujo; además de un conjunto de restricciones hidráulicas y comerciales que se mencionarán en el Numeral 2.4. Siendo así, cada diseño factible tiene un costo asociado, que corresponde a la suma del costo asociado al diseño de cada tramo. El óptimo se encuentra con el diseño más económico por medio de un proceso de optimización que se explicará en el Capítulo 3.

2.3.2 Supuestos del diseño

A la hora de diseñar se debe suponer un tipo de flujo que describa la hidráulica. Es decir, que establezca cómo es el comportamiento hidráulico de un flujo en espacio y tiempo. En este caso se está tratando con agua, por lo que el primer supuesto de diseño considera un fluido incompresible, lo que quiere decir que su densidad es constante. También, se tiene una suposición del tipo de flujo.

Las condiciones de flujo se clasifican según su variación en espacio y tiempo. La variación del flujo en el espacio puede ser uniforme o variable. Así mismo, las características del flujo pueden ser constantes en el tiempo formando un flujo permanente o pueden ser variables (no permanente). Se forman entonces, cuatro tipos de flujo como se muestra en la Tabla 2.1. Sin embargo, es imposible que el flujo variado no permanente se de en la naturaleza, dejando sólo tres tipos de flujo (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

Tabla 2.1 Tipos de flujo

	Flujo Permanente	Flujo No-Permanente
Flujo Uniforme	Flujo Uniforme	Flujo Uniforme- No Permanente
Flujo Variable	Flujo Variado-Permanente	Flujo Variado- No permanente

En el caso del flujo en tuberías de alcantarillado se considera que el flujo mantiene sus características en tiempo y espacio, es decir que se considera un Flujo Uniforme (Flujo Uniforme - Permanente).

Este tipo de flujo se da gracias a que las fuerzas gravitacionales, las fuerzas de presión y las fuerzas viscosas están en equilibrio; las gravitacionales aceleran el flujo y las viscosas le oponen



resistencia. Analizando un canal abierto en dos puntos, se puede observar cómo la altura de la lámina de agua (altura por presión hidrostática) y , la altura por velocidad $v^2/2g$ y demás propiedades geométricas e hidráulicas permanecen constantes a lo largo del canal. De ahí que, la pendiente s_f de *Línea de Energía Total* (LET), la pendiente s_w de *Línea de Gradiente Hidráulico* agua (LGH) y pendiente s_o del fondo del canal son la misma ($s = s_f = s_w = s_o$), es decir que son paralelas. Por lo tanto, las pérdidas por fricción serán constantes en toda la longitud de la tubería (Saldarriaga, Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos, 2007).

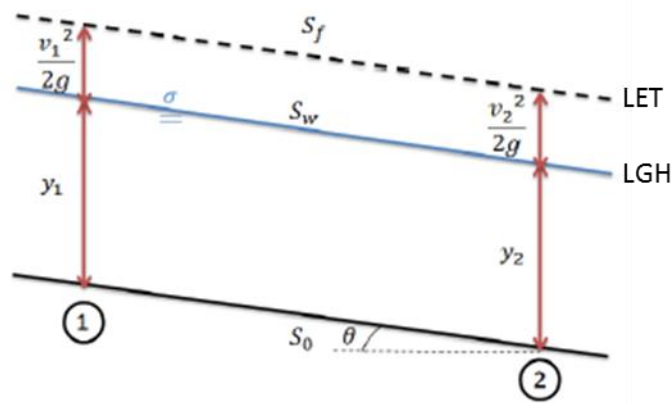


Figura 2.5 Flujo uniforme en canales abiertos. Tomado y modificado de Salcedo (2012).

2.3.3 Ecuaciones de diseño

En sistemas de alcantarillado las tuberías trabajan bajo la condición de flujo libre por gravedad, debido a que las tuberías deben ir fluyendo parcialmente llenas. Este tipo de flujo es un caso especial del flujo en canales abiertos, por lo cual aplican las mismas teorías (Butler & Davies, 2011). En este caso se manejan secciones transversales circulares como la que se muestra en la Figura 2.6.

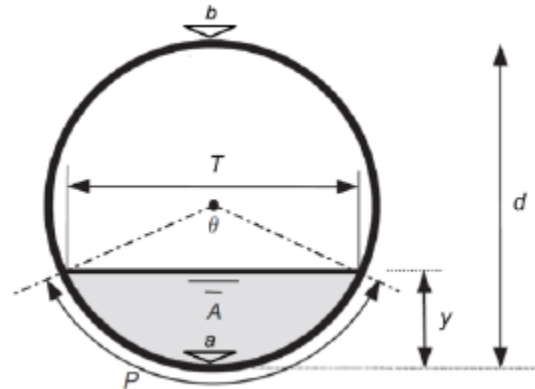


Figura 2.6 Sección transversal de tubería fluyendo parcialmente llena. Tomada de Salcedo (2012).

En este caso las ecuaciones de diseño se modifican en función de la profundidad de llenado y y el diámetro de la tubería d , que forman un ángulo θ a partir del cual se calcula el resto de las propiedades geométricas descritas en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Resumen de propiedades geométricas del alcantarillado. Tomado y adaptado de Butler & Davies (2011) y Salcedo (2012).

Propiedad Geométrica	Símbolo	Descripción	Unidades (SI)
Profundidad de flujo	y_n	Altura del agua por encima de la cota de batea.	[m]
Ángulo	θ	Ángulo formado en el centro de la tubería por la superficie libre.	[rad]
Área Mojada	A	Área mojada de la sección transversal.	[m ²]
Perímetro Mojado	P	Porción del perímetro del flujo que está en contacto con el canal.	[m]
Radio Hidráulico	R	Área por unidad de perímetro.	[m]
Ancho de la	T	Ancho del flujo en la superficie libre del	[m]



Superficie		agua.	
Profundidad Hidráulica	D	Área por unidad de ancho en la superficie.	[m]
Cota de Batea	a	El punto más bajo de la sección transversal de la tubería.	[m]
Cota Clave	b	El punto más alto de la sección transversal de la tubería.	[m]

Las expresiones que describen los elementos geométricos para una tubería fluyendo parcialmente llena, se exponen a continuación (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

- Ángulo

$$\theta = \pi - 2 \sin^{-1} \left(\frac{y_n - d/2}{d/2} \right) \quad \text{Ecuación 2.1}$$

- Área Mojada

$$A = \frac{1}{8}(\theta - \sin \theta)d^2 \quad \text{Ecuación 2.2}$$

- Perímetro Mojado

$$P = \frac{d}{2}\theta \quad \text{Ecuación 2.3}$$

- Radio Hidráulico

$$R = \frac{A}{P} = \frac{1}{4}(\theta - \sin \theta)d \quad \text{Ecuación 2.4}$$



- Ancho de la Superficie

$$T = d \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{y_n - d/2}{d/2} \right) \right)$$

Ecuación 2.5

- Profundidad Hidráulica

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(\theta - \sin \theta)d}{8 \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{y_n - d/2}{d/2} \right) \right)}$$

Ecuación 2.6

A continuación se presentan algunas propiedades hidráulicas relacionadas con las propiedades geométricas.

- Número de Froude

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}}$$

Ecuación 2.7

- Número de Reynolds

$$Re = \frac{4Q\rho}{\pi d\mu}$$

Ecuación 2.8

- Esfuerzo cortante en la pared

$$\tau_0 = \rho g R s$$

Ecuación 2.9

donde:

- ρ : Densidad del fluido que en este caso corresponde al agua.
- g : La aceleración de la gravedad.
- R : Radio hidráulico.
- s : pendiente de diseño.



Además de estas propiedades hidráulicas también se debe calcular la velocidad del flujo que si bien es función del radio hidráulico R y la pendiente s , se puede calcular de dos formas. La primera es la *Ecuación de Manning*, propuesta en 1889 por Robert Manning. Esta ecuación es empírica y fue deducida a partir de los experimentos realizados por Darcy y Bazin en 1865 sobre canales reales abiertos fluyendo bajo la condición de flujo uniforme. Estas condiciones implican que la Ecuación de Manning sólo es aplicable para el caso de flujo uniforme turbulento hidráulicamente rugoso (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013). La Ecuación de Manning para el cálculo de la velocidad entonces es:

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} s^{1/2} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

donde n es una constante que se calcula en función a la rugosidad absoluta (conocida como n de Manning) y se supone uniforme a lo largo del canal. Estudios posteriores de la Asociación Americana de Ingenieros Civiles (ASCE por sus siglas en inglés) establecieron valores constantes del n de Manning para diferentes materiales de la tubería, encontrando así un rango de valores de n partiendo de un caudal y una sección transversal dados. Sin embargo, el uso de esta ecuación en la actualidad es inapropiado ya que los materiales modernos, como el PVC o el GRP, son muy lisos e invalidan la suposición de Flujo Turbulento Hidráulicamente Rugoso (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

La segunda forma de calcular la velocidad es a partir de una ecuación físicamente basada. La Ecuación de Chézy describe la velocidad bajo la condición de flujo uniforme y está dada por:

$$v = C\sqrt{Rs} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

donde R es el radio hidráulico de la tubería, s la pendiente de la misma y C es el coeficiente de Chézy⁶. Dicho coeficiente es un factor que describe la rugosidad del canal por el cual fluye el agua.

Ahora bien, se deben tener en cuenta las pérdidas de energía por fricción que representan las pérdidas de presión por unidad de longitud. Estas, según los experimentos de Reynolds (1884), varían linealmente con respecto a la velocidad del flujo cuando el flujo es laminar o turbulento (Saldarriaga, Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos, 2007). Las pérdidas por fricción se calculan según la ecuación físicamente basada, planteada por Darcy-Weisbach, mostrada a continuación.

⁶ Saldarriaga, J. (2007). Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos. Bogotá: Alfaomega.



- Pérdidas por Fricción (Darcy-Weisbach)

$$h_f = f \frac{l v^2}{d 2g}$$

Ecuación 2.12

Combinando la Ecuación de Chézy con la Ecuación físicamente basada de Darcy-Weisbach, se obtiene la siguiente relación (Salcedo, 2012):

- Relación entre el C de Chézy y las pérdidas por fricción

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

Ecuación 2.13

donde f es el factor de fricción descrito por la Ecuación de Colebrook-White.

- Factor de fricción (Colebrook-White)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{14.8R} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 2.14

Reemplazando la Ecuación 2.13 en la Ecuación 2.14, se obtiene coeficiente C en términos del radio hidráulico de la tubería R , la rugosidad absoluta de la tubería k_s y el número de Reynolds descrito en la Ecuación 2.8. Posteriormente, se reemplaza la ecuación de velocidad de Chézy (Ecuación 2.11), en esta última para obtener así la velocidad en función de las propiedades mencionadas, como se muestra en la Ecuación 2.15.

- Ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con Colebrook-White

$$v = -2\sqrt{8gRS} \log_{10} \left(\frac{k_s}{14.8R} + \frac{2.51v}{4R\sqrt{8gRS}} \right)$$

Ecuación 2.15

Las ventajas de utilizar la Ecuación 2.15 para el cálculo de la velocidad son: primero, que es una ecuación explícita por lo cual su cálculo no requiere de métodos numéricos; en segundo lugar, que es físicamente basada y por lo mismo es la que mejor describe la resistencia fluida (Salcedo,



2012). Además, esta ecuación es válida para cualquier tipo de flujo, abarcando desde el Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso FTHL hasta el Flujo Turbulento Hidráulicamente Rugoso FTTH. Gracias a que funciona para cualquier valor de k_s , cualquier fluido newtoniano y en cualquier planeta, esta ecuación tiene mayor aplicación hoy en día que la Ecuación de Manning (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013).

2.4 Restricciones de diseño

2.4.1 Restricciones hidráulicas

Las restricciones hidráulicas buscan garantizar que el diseño de las redes de alcantarillado cumpla con la capacidad de demanda y aseguren un proceso de auto-limpieza de la red. A continuación se mencionan las restricciones hidráulicas para redes de drenaje urbano de aguas residuales y para redes de drenaje urbano pluvial y combinado (residual y pluvial) (RAS, 2000).

1. Diámetro mínimo

En sistemas de alcantarillado de aguas residuales el diámetro interno mínimo de las tuberías debe ser de 170 mm, para evitar la obstrucción del sistema por objetos de gran tamaño que logren entrar al sistema. En el caso de las redes de aguas lluvias el diámetro mínimo es de 250 mm puesto que se corre mayor riesgo de que entren objetos al sistema arrastrados por el agua superficial (Saldarriaga, Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano, 2013). Para este proyecto se utilizó un diámetro mínimo de 200 mm establecido por el RAS (2000).

2. Relación de llenado máxima

Esta relación de llenado máxima se establece con el fin de evitar problemas de sobrecarga del sistema y asegurar la aireación del mismo para evitar problemas ambientales. A partir de esta se establecen las profundidades máximas del flujo de acuerdo al diámetro interno de la tubería. La máxima relación de llenado entonces corresponde al 85%. Sin embargo, para las tuberías con diámetros menores a 600 mm la relación de llenado máxima es del 70%. Adicionalmente, se recomienda establecer una relación de llenado máxima del 80% siempre que se presente flujo cuasi-crítico i.e, que el número de Froude Fr esté entre 0.7 y 1.5, donde una pequeña alteración en la energía específica del flujo causa variaciones



bruscas en la profundidad de la lámina de agua, lo que puede generar problemas de sobrecarga (Copete, 2012).

Para el caso de este proyecto, se manejaron relaciones de llenado máximas del 70% para tuberías de diámetros menores a 500 mm o para cuando se presente flujo cuasi-crítico, 80% para tuberías con diámetros entre 500 y 1000 mm y 85% para tuberías con diámetros mayores a 1000 mm. Esto, con el fin de hacer comparable los resultados de este proyecto con los resultados obtenidos utilizando la metodología propuesta por el CIACUA.

3. Velocidad mínima

La velocidad mínima busca evitar problemas de sedimentación y/o acumulación de partículas sólidas dentro de las tuberías. De esta forma se evita la obstrucción de las tuberías, lo que podría causar problemas de sobrecarga de la misma. Para tuberías de alcantarillado el RAS (2000) sugiere una velocidad mínima de 0.75 m/s para diámetros menores a 450 mm.

4. Esfuerzo cortante mínimo

El esfuerzo cortante en el fondo de una tubería de alcantarillado de aguas residuales debe ser igual o mayor que 2 Pa en tuberías de diámetros mayores o iguales a 450 mm, para asegurar un proceso de auto-limpieza. En el caso de alcantarillados de aguas lluvias el esfuerzo cortante debe ser mayor o igual a 3 Pa en tuberías de diámetros mayores o iguales a 450 mm (RAS, 2000).

5. Velocidad máxima

La velocidad máxima se establece con el fin de evitar problemas de erosión en las tuberías, problemas de cavitación⁷, entrapamiento de aire, generación de resaltos hidráulicos dentro de la red, entre otros. El RAS 2000 recomienda que la velocidad máxima sea de 5 m/s y para tuberías termoplásticas (PVC) de 10 m/s.

6. Pendiente máxima y mínima

Las pendientes pueden variar en un rango en el cual se cumplen las restricciones de velocidad mínima y máxima. En este sentido, el valor mínimo para la pendiente debe ser aquel para el cual el flujo alcanza la velocidad mínima y cumple con la restricción del

⁷ Cavitación: Fenómeno en el cual el agua en estado líquido pasa a estado gaseoso (vapor de agua) a raíz de una disminución de la presión y posterior mente estas burbujas de vapor vuelven a pasar a estado líquido repentinamente y con presiones muy altas que generan daños en la infraestructura de la red (Saldarriaga, Clase de Hidráulica, 2012).



esfuerzo cortante mínimo. Así mismo, la pendiente máxima será aquella para la cual el flujo alcanza la velocidad máxima.

7. Profundidad a cota clave de la tubería.

La profundidad mínima a cota clave de la tubería debe ser tal se asegure la protección de las tuberías y que las descargas domiciliarias sin sótano puedan ser drenadas por gravedad. Así mismo, se establece una profundidad máxima por razones constructivas y para limitar las cargas que deberá soportar la tubería. Estos límites de excavación se presentan a continuación.

Tabla 2.3 Límites de la profundidad a cota clave de la tubería.

Tipo de Vía	h_{min} (m)	h_{max} (m)
Peatonal o Zona Verde	0.7	5.0
Vehicular	1.2	5.0

La Tabla 2.4 resumen las restricciones hidráulicas utilizadas para el diseño de series de tuberías en sistemas de alcantarillado.

Tabla 2.4 Resumen de restricciones hidráulicas de diseño. Tomado y modificado de Butler & Davies (2011).

	Restricción	Aguas residuales	Aguas Iluvias
1	Diámetro nominal mínimo	170 mm	200 mm
2	Relación máxima entre la profundidad y el diámetro de la tubería	85%	85%
3	Velocidad mínima	0.6 m/s	0.75 m/s
4	Velocidad máxima	5 m/s	5 m/s
5	Esfuerzo de cortante mínimo	> 2 Pa	> 3 Pa
6	Pendiente mínima	Aquella que cumple la velocidad mínima y el esfuerzo de cortante mínimo.	
7	Pendiente máxima	Aquella para la que se obtiene la velocidad máxima real.	



2.4.2 Restricciones comerciales

El diámetro asignado a cada tubería del sistema de alcantarillado, sólo puede tomar valores discretos que pertenecen al conjunto de diámetros comercialmente disponibles (PAVCO, 2013). Para este proyecto se utilizó la siguiente lista de diámetros comerciales.

Tabla 2.5 Lista de diámetros comerciales

Diámetros Pequeños (m)	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500
Diámetros Grandes (m)	0.600	0.675	0.750	0.825	0.900	1.000	1.100

2.5 Función de costos

Con base en un estudio realizado por el *Trenchless Technology Center* de *Louisiana Tech University*, De Oro Vergara (2008) propuso una ecuación para analizar los costos asociados con sistemas de alcantarillado. Dicha ecuación presenta los costos como una función del diámetro de la tubería y la profundidad a la que se instale la misma.

$$C = 693.62d^{1.088}H^{0.303} \quad \text{Ecuación 2.16}$$

donde:

- C : Costo por metro lineal de tubería [COP/m].
- d : Diámetro de la tubería en milímetros [mm].
- H : Profundidad de la Instalación en metros [m].

Posteriormente, esta ecuación fue ajustada de acuerdo con información de las bases de datos del *Ministerio de Medio Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial (MAVDT)*, del *Fondo Financiero de Proyectos de Desarrollo (FONADE)* y de empresas encargadas de prestar el servicio, por medio de un estudio análisis de inversiones en acueducto y alcantarillado, desarrollado por la *Comisión de Regulación de Agua Potable y Saneamiento Básico (CRA)* (Navarro, 2009).

Se encontró entonces que los costos de las tuberías, son función del diámetro de la misma y se pueden la calcular de acuerdo con la Ecuación 2.17.



$$C = 9579.31 * k * d^{0.5737}$$

Ecuación 2.17

donde:

- C : Costo por metro lineal de tubería a Mayo de 2009 [COP/m].
- d : Diámetro de la tubería en milímetros [mm].
- k : Factor de conversión de pesos de Diciembre de 2007 a Mayo de 2009. Este fue calculado como: $(1 + IPC_{2008}) * (1 + IPC_{06/2009}) = 1.32$.

Análogamente, los costos de excavación son función del volumen de excavación necesario para la instalación de la tubería, como plantea la Ecuación 2.18.

$$C = 1163.77 * k * V^{1.31}$$

Ecuación 2.18

donde:

- C : Costo por metro lineal de tubería a Mayo de 2009 [COP/m].
- V : Volumen de excavación por tubería [m³].
- k : Factor de conversión de pesos de Diciembre de 2007 a Mayo de 2009. Este fue calculado como: $(1 + IPC_{2008}) * (1 + IPC_{06/2009}) = 1.32$.



A continuación se presenta la ecuación para el cálculo del volumen de excavación necesario para la instalación de una tubería, de acuerdo al análisis de la Figura 2.7 (CIACUA, 2013).

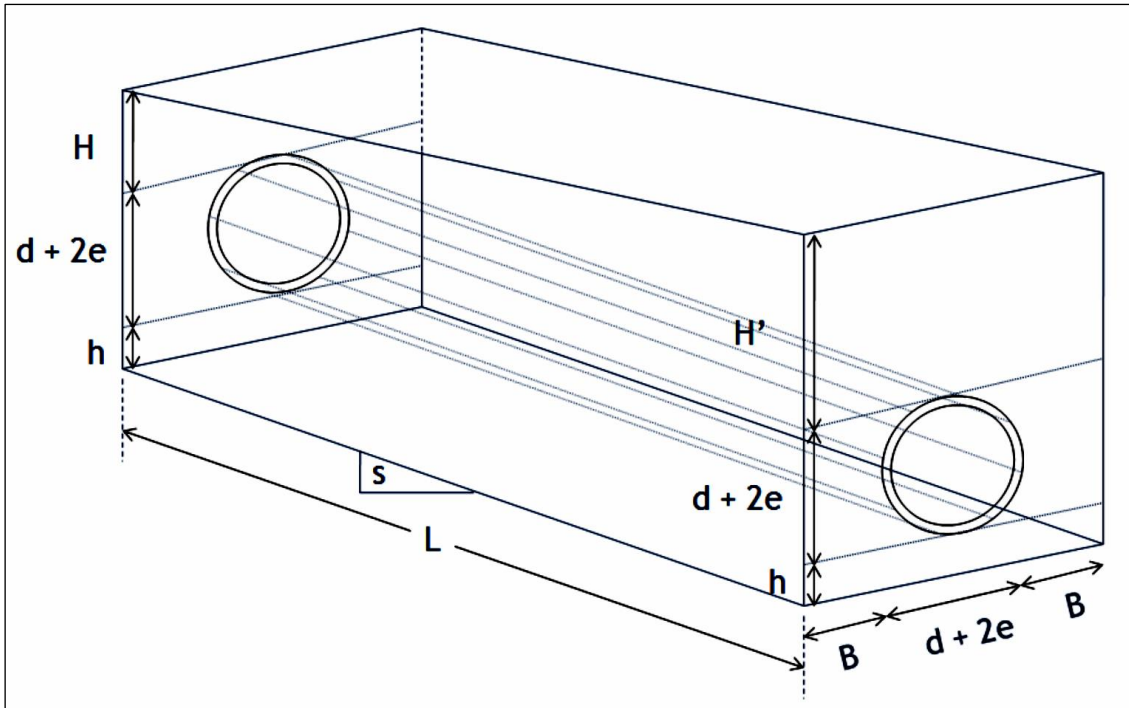


Figura 2.7 Proyección del trapecio que produce el área excavada para una tubería de alcantarillado. Tomada de (CIACUA, 2013)

$$V = \left(\left[\frac{H + H'}{2} \right] + d + 2e + h \right) * (2B + 2e + d) * (L \cos[\tan^{-1} s]) \quad \text{Ecuación 2.19}$$

donde:

- V : Volumen excavado para poner la tubería.
- H : Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas arriba de la tubería.
- H' : Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas abajo de la tubería.
- d : Diámetro interno de la tubería
- e : Espesor de la pared de la tubería.
- h : Relleno que debe disponerse bajo la tubería. Depende de la reglamentación del lugar donde se lleve a cabo el diseño. Para los ejemplos se siguieron las recomendaciones del RAS (2000): $h = 15 \text{ cm}$.



- B : Espacio lateral que debe dejarse a ambos lados de la tubería para ponerla.
- s : Pendiente en la que se dispone la tubería.
- L : Longitud de la tubería.

De acuerdo con lo anterior, los costos asociados con la construcción de sistemas de alcantarillado se calculan como la suma entre los costos de las tuberías como tal (Ecuación 2.17) y los costos de la excavación (Ecuación 2.18), tal como plantea la Ecuación 2.20.

$$C = k * (9579.31 * d^{0.5737} + 1163.77 * V^{1.31}) \quad \text{Ecuación 2.20}$$

Para este proyecto se utilizó la Ecuación 2.20 como función de costos; así como fue utilizada por López (2012) y Copete (2012) en sus proyectos de grado, con el fin de hacer comparables las diferentes metodologías propuestas: El diseño optimizado utilizando el concepto de Pendientes Propias (Ver Numeral 2.6) y el diseño optimizado utilizando el problema de la ruta más corta (Ver Capítulo 3).

2.6 Pendientes Propias e Intermedias

La metodología de diseño de redes de alcantarillado propuesta por López (2012) plantea que se puede encontrar una pendiente específica para la cual se pueda aprovechar al máximo la tubería. Esto se logra teniendo en cuenta que al aumentar la pendiente de una tubería se reduce el nivel de agua dentro de la misma, llevándola a fluir parcialmente libre en muchos casos. Por lo tanto se busca maximizar la relación de llenado para una tubería de diámetro conocido, con una pendiente específica. Según esto, a medida que se aumenta la pendiente, el diámetro de la tubería disminuye de forma que se mantenga la condición de llenado máxima posible (López, 2012).

Se entiende entonces como Pendiente Propia, aquella pendiente que para un diámetro conocido y un caudal de diseño dado, lleva la máxima relación de llenado posible. Teniendo que entre mayor sea la pendiente el diámetro disminuye, se sabe que pueden haber varias Pendientes Propias para cada tramo de la serie, lo que aumenta la magnitud del problema como describe la Ecuación 2.21 (López, 2012).



$$NTA = \prod_{i=1}^n P_i$$

Ecuación 2.21

donde:

- NTA : Número total de alternativas [-].
- i : Número de tramos [-].
- P_i : Número de Pendientes Propias en el tramo i –esimo [-].

Es claro que los costos de las tuberías serán menores al aumentar las pendientes. Sin embargo, los costos totales presentan un aumento importante, como se observa en la Figura 2.8. Esto se debe a que el volumen de excavación aumenta a medida que la pendiente de diseño también lo hace, causando un incremento importante en los costos de excavación, que son más representativos que los costos de las tuberías.

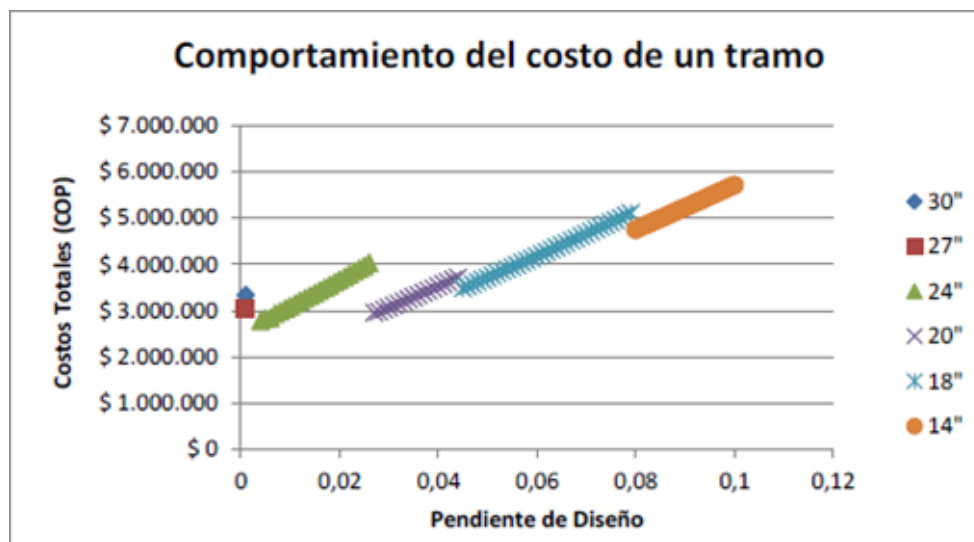


Figura 2.8 Búsqueda de la pendiente de diseño. Tomado de López (2012).

Posteriormente, el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados CIACUA de la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia estableció que "después de llevar a cabo una gran cantidad de diseños para series de tramos, fue claro que el concepto de Pendiente Propia no era suficiente para garantizar que los costos se reducirían en todos los casos" (CIACUA, 2013). Esto surge como consecuencia de que el concepto de Pendientes Propias, como se mencionó, es muy



efectivo disminuyendo el costo de las tuberías pero descuida el costo de excavación. Las posibilidades de instalación de una tubería se limitan a una pendiente por diámetro para cada tramo. La limitación del diseño de la red genera sobrecostos sobre todo cuando la Pendiente Propia es mucho mayor que la del terreno.

Para amortiguar los sobrecostos, se desarrolló el concepto de Pendiente Intermedia (sI_i) que se refiere al promedio ponderado entre dos Pendientes Propias consecutivas sI_i y sI_{i+1} (Ecuación 2.22). El diseño con Pendientes Intermedias permite utilizar pendientes menos empinadas que llevan una relación de llenado buena (no máxima) y reduzcan significativamente los costos de excavación.

$$sI_i = s_i(1 - \alpha) + s_{i+1}\alpha \quad \text{Ecuación 2.22}$$

donde:

- sI_i : Pendiente Intermedia.
- s_i, s_{i+1} : Pendientes Propias consecutivas.
- α : Coeficiente de variación de la pendiente.

El coeficiente α se calcula como:

$$\alpha = 0.5 + \beta \quad \text{cuando } s_{i+1} < s_t \quad \text{Ecuación 2.23}$$

$$\alpha = 0.5 - \beta \quad \text{cuando } s_{i+1} > s_t \quad \text{Ecuación 2.24}$$

donde:

- s_t : Pendiente del terreno.
- β : Coeficiente de variación de la pendiente.

El coeficiente β permite la variación leve entre pendientes y varía entre valores mayores o iguales a 0 y menores a 0.5 [0; 0.5). Sin embargo, la mayor reducción de costos se encuentra utilizando un coeficiente $\beta = 0.3$ (CIACUA, 2013).

Esta metodología de diseño se describe a continuación en el Diagrama de Flujo 2.1 (a) Diseño de series de alcantarillado utilizando el concepto de Pendientes Propias e Intermedias: cálculo de Pendientes Propias.

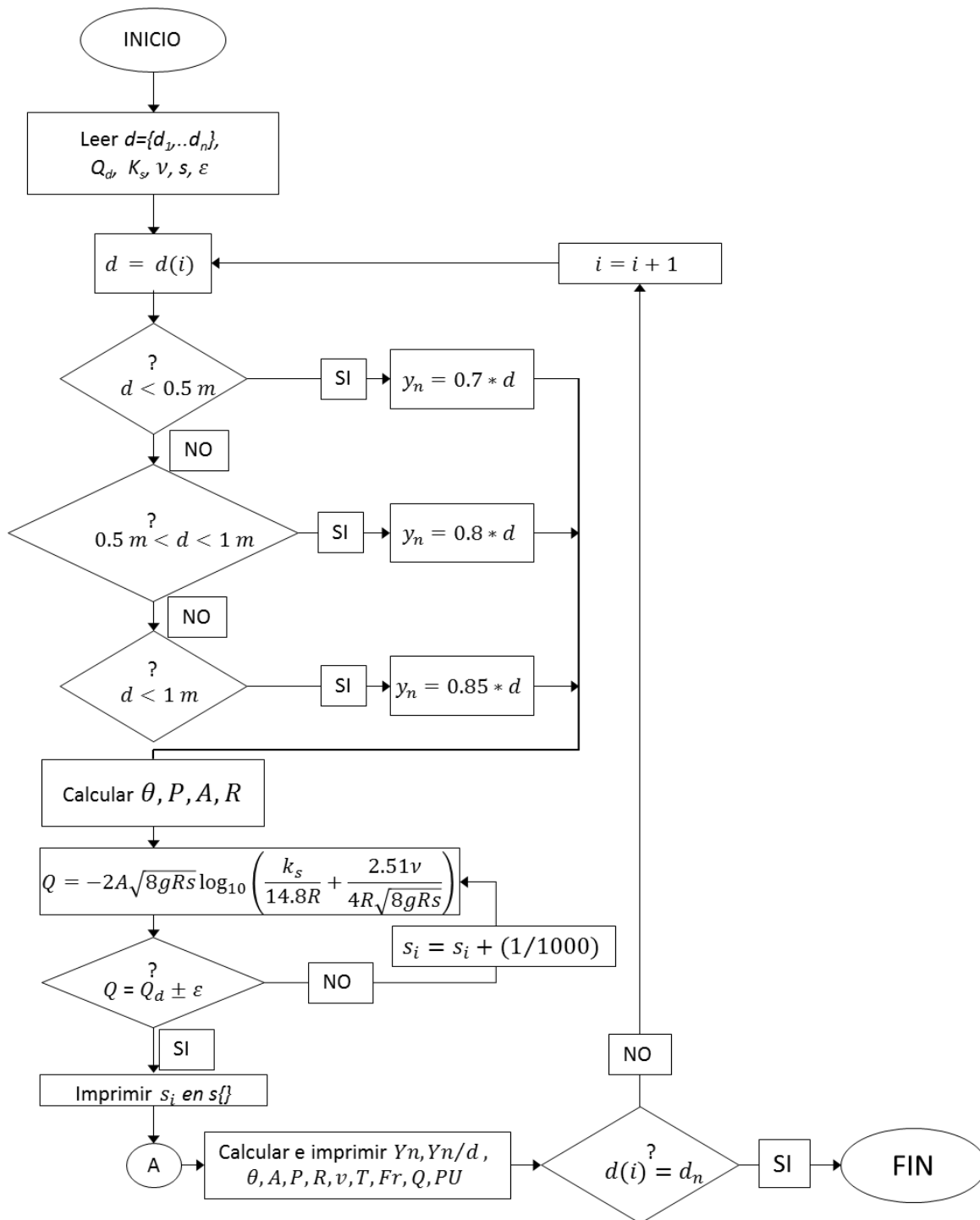


Diagrama de Flujo 2.1 (a) Diseño de series de alcantarillado utilizando el concepto de Pendientes Propias e Intermedias: cálculo de Pendientes Propias.

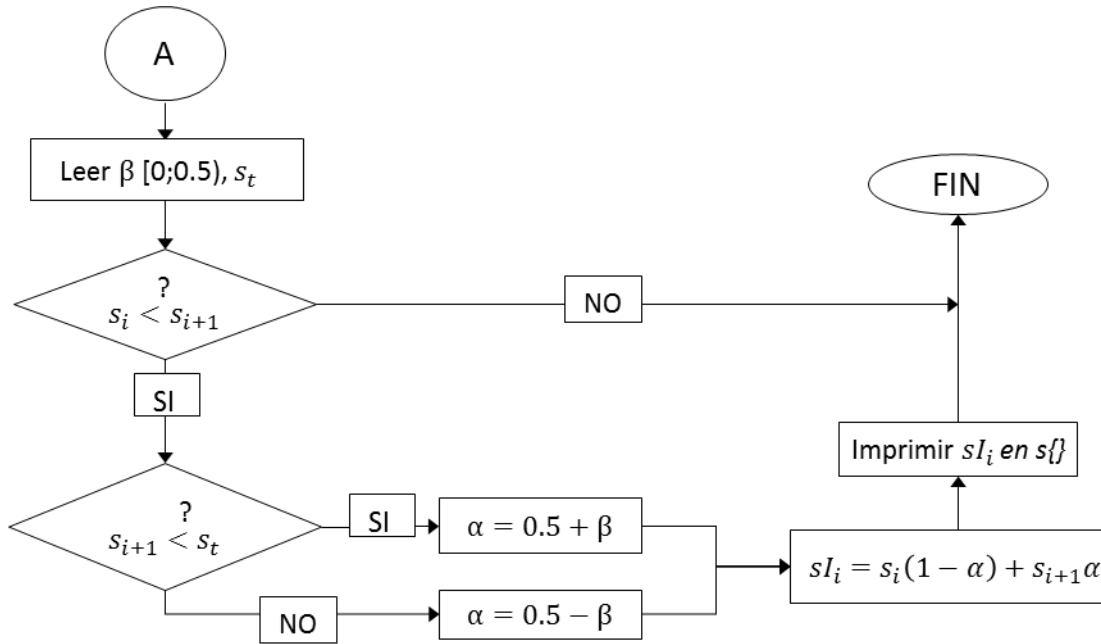


Diagrama de Flujo 2.1 (b) Diseño de series de alcantarillado utilizando el concepto de Pendientes Propias e Intermedias: cálculo de Pendientes Intermedias.

2.7 Potencia Específica

La *Potencia Específica* (PE) es un criterio de confiabilidad en la etapa del diseño de una red que reduce la probabilidad de que durante la operación de la misma se presenten problemas que puedan afectar la infraestructura de la red o las áreas circundantes a ésta.

Este concepto fue desarrollado como un indicador del comportamiento hidráulico en *redes de distribución de agua potable* RDAP por Saldarriaga, Romero, Ochoa, Moreno & Cortés (2007). La Potencia Específica se entiende entonces, como la energía que pierde el flujo como consecuencia de su paso a través de un tramo (López, 2012). Esta se describe según la Ecuación 2.25.

$$PE = Q(h_i - h_{i+1})$$

Ecuación 2.25



donde:

PE : Potencia Específica [m^4/s].

h_i : Altura piezométrica en el pozo aguas arriba del tramo [m].

h_{i+1} : Altura piezométrica en el pozo aguas abajo del tramo [m].



3 METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE SISTEMAS DE ALCANTARILLADO

En general los procesos de optimización buscan encontrar la mejor forma de realizar una actividad. En el caso del diseño de sistemas de alcantarillado, un diseño óptimo es aquel que cumple con todos los aspectos hidráulicos de diseño y cuyo costo de construcción es mínimo. Al igual que otros problemas de optimización, en este problema existen cuatro componentes importantes para el modelaje y solución: los parámetros, las variables de decisión, las restricciones y la función objetivo. Los parámetros proporcionan la información necesaria (o conocida) que se tiene de los problemas. Las variables de decisiones son los aspectos del problema sobre los cuales el decisor tiene injerencia. Las restricciones limitan el problema estableciendo las reglas que se deben cumplir en una solución de mismo. Finalmente, la función objetivo guía la búsqueda de la solución que se quiere encontrar.

Dada la complejidad del problema, este es considerado NP-duro, es decir que no es determinista en un tiempo polinómico y por lo tanto no existen algoritmos que puedan resolverlos de manera práctica. La ejecución de este tipo de problemas tomaría demasiado tiempo computacional sin encontrar la solución, volviendo impráctico el algoritmo (Corrales & et Al, 2013). La forma de abordar este tipo de problemas es por medio de métodos heurísticos que dan soluciones muy buenas o incluso óptimas. En este caso el problema será abordado como un problema de optimización conocido como el problema de ruta más corta.

3.1 Problemas de flujo en redes

Los problemas de flujo en redes buscan encontrar la solución a un problema que se modela a través de un grafo como por ejemplo, encontrar un camino óptimo (según el caso, podría ser el más económico, más corto, con mayor capacidad, etc.). Un grafo se representa a partir de un conjunto de Nodos \mathcal{N} y un conjunto de Arcos \mathcal{A} . Cada arco, es un elemento que conecta pares de nodos diferentes (Ahuja & et Al., 1993), como los que se muestran en la Figura 3.1.

Cada grafo, puede tener múltiples caminos para ir de un nodo inicial a uno final dados. Cada elemento del grafo tiene atributos. Por ejemplo, los nodos tienen atributos que determinan cuál es el nodo de inicio y cuál el nodo final, mientras los arcos tienen como atributo un costo asociado, una distancia, una capacidad, entre otros.

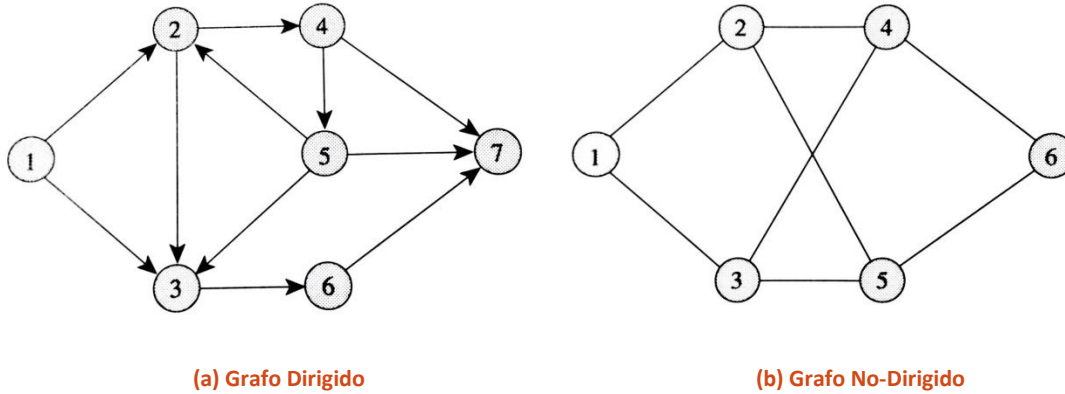


Figura 3.1. Grafo. Tomado de Ahuja & et Al (1993).

En la Figura 3.1 (a) se muestra un grafo dado por un conjunto de nodos $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ y arcos $\mathcal{A} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (5, 2), \dots\}$, para los cuales se conoce su dirección. Por otro lado la Figura 3.1 (b) presenta otro grafo dado por el conjunto de nodos $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y con arcos no dirigidos que pueden ser definidos en ambos sentidos, por ejemplo $(1, 2) \in \mathcal{A}$ ó $(2, 1) \in \mathcal{A}$.

De acuerdo con la Figura 3.1 un camino para el grafo dirigido, entre los nodos 1 y 7 podría estar definido de diferentes maneras. Por ejemplo, un camino puede ser el comprendido por los arcos $(1, 2), (2, 4)$ y $(4, 7)$. Otro camino puede ser $(1, 2), (2, 3), (3, 6)$ y $(6, 7)$, entre otras posibles combinaciones de arcos. Así mismo, también se pueden dar ciclos como el comprendido por los arcos $(2, 4), (4, 5)$ y $(5, 2)$.

3.1.1 Problema de la ruta más corta

El problema de la ruta más corta pertenece a la rama de la optimización que estudia los problemas de flujo en redes. En un grafo dado, este problema busca encontrar el camino de mínimo costo (distancia o tiempo de recorrido) desde un nodo específico inicial hasta un nodo final. Las principales aplicaciones de estos modelos de optimización se encuentran en problemas de transporte, donde se busca minimizar tiempos de recorrido de un punto a otro (Ahuja & et Al, Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications, 1993).

Matemáticamente, un problema de ruta más corta se define como:



$$\min \sum_{(v_i, v_j) \in \mathcal{A}} c_{ij} x_{ij}$$

Ecuación 3.1

$$\sum_{\{j | (v_i, v_j) \in \mathcal{A}\}} x_{ij} - \sum_{\{j | (v_j, v_i) \in \mathcal{A}\}} x_{ji} = \begin{cases} 1 & v_i = v_s \\ 0 & v_i \neq v_s, v_t \\ -1 & v_i = v_t \end{cases} \quad \forall v_i \in \mathcal{N}$$

Ecuación 3.2

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall v_i \in \mathcal{N}, v_j \in \mathcal{N}$$

Ecuación 3.3

donde, x_{ij} , es una variable binaria que toma el valor de uno si el arco $(i, j) \in \mathcal{A}$ está en la solución del problema (el camino) o toma el valor de cero de lo contrario. c_{ij} es el costo de utilizar el arco $(i, j) \in \mathcal{A}$ en el camino, v_s es el nodo inicial del cual parte el camino y v_t es el nodo final del camino. La Ecuación 3.1 determina la función objetivo del problema, que en este caso es la minimización de los costos del camino. La Ecuación 3.2 determina las restricciones que garantizan que un camino parta del nodo v_s y llegue al nodo v_t y finalmente la Ecuación 3.3 establece la naturaleza binaria de las variables.

3.1.2 Algoritmo de Bellman-Ford

El Algoritmo de Bellman-Ford nace por la necesidad de conocer el camino que representa el mínimo tiempo de viaje entre dos ciudades que hacen parte de un conjunto de \mathcal{N} ciudades, donde cada par de ciudades están interconectadas entre sí por una vía que tiene un tiempo de viaje asociado. Estos tiempos no son directamente proporcionales a las distancias, debido a la cantidad de rutas que existen para viajar de una ciudad a otra y la variación del tráfico en cada una de ellas (Bellman, 1956).

Este es un algoritmo clásico de ruta más corta que resuelve el problema de ruta más corta para grafos dirigidos, que no presentan ciclos negativos⁸. De lo contrario el algoritmo puede quedar en un ciclo infinito, sin dar solución alguna. Sin embargo, el algoritmo permite resolver, en un tiempo polinomial, problemas NP-duros, ya que converge en un número de pasos finito si los ciclos del grafo son positivos y los costos de cada arco son fijos (Hutson, Schlosser, & Shier, 2011).

⁸ *Ciclo negativo*: Se refiere a ciclos de un grafo en los que la suma del valor asociado con sus arcos es negativa.



3.1.2.1 Definición y notación

Los parámetros de entrada para este problema de ruta más corta son (G, v_s, c) : donde $G = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$ es un grafo dirigido, c es la función de costo o distancia asociada a cada arco $(v_i, v_j) \in \mathcal{A}$ (e.g., distancia, costo) y el nodo inicial v_s que pertenece al conjunto de nodos \mathcal{N} . El objetivo es encontrar la ruta más corta desde el nodo $v_s \in \mathcal{N}$ a todos los otros nodos del grafo G .

Este algoritmo se basa en un método de corrección de etiquetas, para resolver el problema de la ruta más corta. La corrección de etiquetas actualiza para cada nodo $v_i \in \mathcal{N}$, su costo acumulado $d(v_i)$, el nodo predecesor $\pi(v_i)$ y el estado del nodo $S(v_i) \in \{\text{por revisar}, \text{etiquetado}, \text{escaneado}\}$. Inicialmente para cada nodo tiene que $d(v_i) = \infty$, $\pi(v_i) = \text{nulo}$ y $S(v_i) = \text{por revisar}$. Posteriormente, se comienza por el nodo inicial $v_s \in \mathcal{N}$ con $d(v_s) = 0$ y $S(v_s) = \text{etiquetado}$, para después escanear el resto de nodos y actualizar sus etiquetas hasta que no existan más nodos por etiquetar en el grafo (Goldberg & Radzik, 1993). En este momento ya se tienen todas las rutas más cortas desde un nodo inicial a todos los demás nodos del grafo. El algoritmo de Bellman-Ford se describe entonces, como se muestra en el algoritmo presentado en la Figura 3.2.

```

procedure SCAN( $v_i$ )
  for all  $(v_i, v_j) \in \mathcal{A}$ 
    if  $d(v_i) + c(v_i, v_j) < d(v_j)$  then
       $d(v_j) \leftarrow d(v_i) + c(v_i, v_j)$ ;
       $S(v_j) \leftarrow \text{etiquetado}$ ;
       $\pi(v_j) \leftarrow v_i$ ;
       $S(v_i) \leftarrow \text{escaneado}$ ;
    EndIf
  EndFor
  
```

Figura 3.2. Algoritmo de Bellman-Ford. Tomado y modificado de Goldberg & Radzik (1993).

Como se observa, el método empieza asignarle a cada nodo un costo acumulado, de forma que si el costo acumulado $d(v_i)$ del nodo $v_i \in \mathcal{N}$ más el costo del arco $(v_i, v_j) \in \mathcal{A}$ es menor que el costo acumulado $d(v_j)$ del nodo $v_j \in \mathcal{N}$, entonces se actualiza el costo acumulado $d(v_j)$. De lo contrario se mantiene el costo acumulado $d(v_j)$, obtenido por otro camino y se relaja (elimina) el nodo $v_i \in \mathcal{N}$ que no hace parte de la ruta más corta (MIT: Massachusetts Institute of Technology, 2011). Para encontrar una ruta más corta en particular, entre un nodo inicial y uno final establecidos, se comienza en el nodo final y se van evaluando sus nodos predecesores. El camino conformado por estos nodos forma entonces la ruta más corta.



3.2 Planteamiento del problema

3.2.1 Datos de entrada

Se reciben como datos de entrada la topografía de la zona donde se planea construir o reemplazar una serie de tramos de una red de alcantarillado, además de las características de las tuberías como: la rugosidad absoluta k_s , la longitud de la tubería l y los posibles diámetros que se podrían utilizar en el diseño (según las restricciones comerciales). Específicamente, los parámetros de entrada son los siguientes:

- D : Conjunto de diámetros comerciales disponibles.

$$D = \{d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_d\}$$

- P : Conjunto de pozos de inspección que conforman una serie de tramos de una red de alcantarillado.

$$P = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, k\}$$

El Pozo 0 representa el pozo inicial y el pozo k el punto de descarga del sistema de alcantarillado.

- Q_k : Caudal del pozo $k \in P$.
- V_k : Cota del terreno en el pozo $k \in P$.
- k_s : Rugosidad absoluta de las tuberías.
- l : Longitud de tramos.
- ν : Viscosidad cinemática del agua.

3.2.2 Modelaje del grafo

En el caso del diseño de series de tramos de una red de alcantarillado lo que se quiere es minimizar los costos de construcción. Para esto se puede modelar la red como un grafo dirigido, donde:



- Los nodos representan profundidades a las cuales se podría instalar la tubería a cota de batea.
- Los arcos representan las tuberías como tal, desde un nodo en un primer pozo de inspección $k \in P$ hasta un nodo en el pozo de inspección sucesivo $k + 1 \in P$.

Se quiere modelar un grafo que represente la una serie de tuberías, de tal forma que hayan tantos arcos como tuberías posibles, para cada tramo. Para esto, los pozos de inspección serán representados imaginariamente como grupos de nodos. Cada nodo representa una profundidad a la cual se puede instalar la tubería a cota de batea y un diámetro. En general se tiene un conjunto global de nodos \mathcal{N} , que le otorga una identificación distinta a cada nodo. Cada nodo, además, pertenece a un conjunto \mathcal{N}_k que contiene los nodos de un pozo k que pertenece al conjunto de pozos P , como se observa en la Figura 3.3. Esto permite conocer cuántos nodos hay por pozo.

La notación que se utiliza se muestra a continuación:

- \mathcal{N} : Conjunto de nodos.

$$\mathcal{N} = \{v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$$

- \mathcal{N}_k : Conjunto de nodos que pertenecen a el pozo $k \in P$.

$$\mathcal{N}_k = \{v_1^k, v_2^k, v_3^k, \dots, v_{n_k}^k\}$$

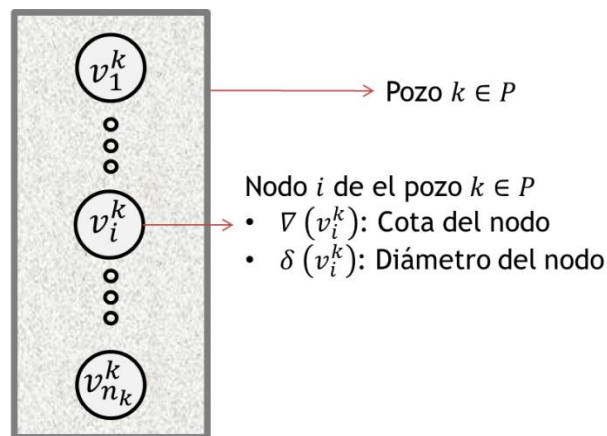


Figura 3.3. Conjunto de nodos que pertenecen a un mismo pozo de inspección.



Para efectos del modelaje del problema, cada nodo $v_i^k \in \mathcal{N}_k$ va a tener dos atributos. El primero, es la cota en metros sobre un nivel de referencia $\nabla(v_i^k)$ y el segundo es el diámetro $\delta(v_i^k)$. El primer atributo representa la cota batea de una tubería y el segundo representa el diámetro de una tubería asociada con el tramo entre el pozo $k - 1$ y k .

EL grafo también está conformado por arcos (v_i^k, v_j^{k+1}) que se definen entre dos nodos $v_i^k \in \mathcal{N}_k$ y $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$, donde v_i^k es el i -ésimo nodo del pozo $k \in P$ y v_j^{k+1} es el j -ésimo nodo del pozo estrictamente siguiente $k + 1 \in P$. Además, cada arco tiene un costo asociado que representa el costo total de construcción, es decir la suma entre el costo de la tubería y los costos de excavación, según la función de costos presentada en el Numeral 2.5. A continuación se muestra la notación y una representación de un arco.

- \mathcal{A} : Conjunto de arcos.

$$\mathcal{A} = \{ (v_i^k, v_j^{k+1}) | v_i^k \in \mathcal{N}_k, v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1} \}$$

- $c(v_i^k, v_j^{k+1})$: Costo del arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$.

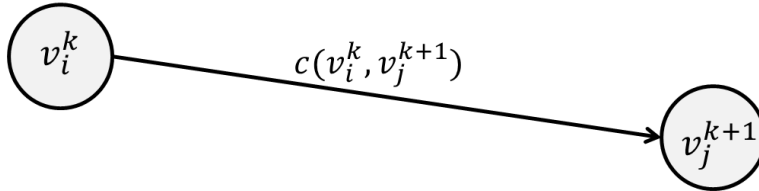


Figura 3.4. Representación de un arco (v_i^k, v_j^{k+1}) .

Teniendo en cuenta que, como se mencionó, quien carga la información del diámetro es el nodo, el diámetro de un arco (v_i^k, v_j^{k+1}) adopta el valor del nodo $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$. Así mismo, el nodo carga la información de la cota batea donde se instalaría la tubería.

- $\nabla(v_i^k)$: Cota de cada nodo i en el pozo $k \in P$.
- $d(v_i^k, v_j^{k+1})$: Diámetro del arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$, representado como un atributo del nodo $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$.



$$d(v_i^k, v_j^{k+1}) = \delta(v_j^{k+1})$$

Ecuación 3.4

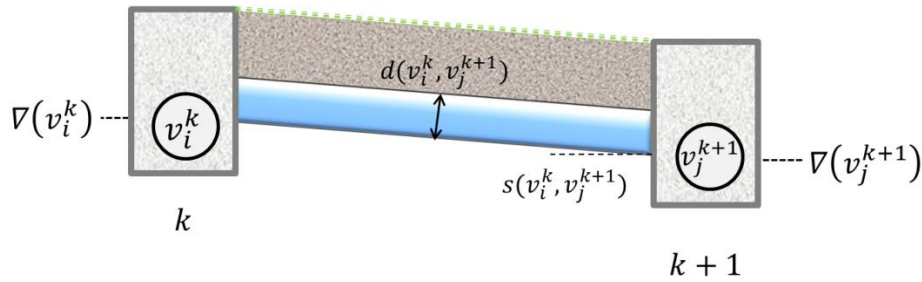


Figura 3.5. Representación de un tramo de alcantarillado.

La pendiente asociada con el arco $s(v_i^k, v_j^{k+1})$, es función de las cotas de los nodos que lo componen. Esta se calcula como:

$$s(v_i^k, v_j^{k+1}) = \frac{\nabla(v_i^k) - \nabla(v_j^{k+1})}{l}$$

Ecuación 3.5

3.2.3 Variables de decisión

En este caso las variables de decisión son los arcos $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$. x_{ij} , es una variable binaria que toma el valor de uno (1) si el arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ pertenece al camino que forma la ruta más corta o toma el valor de cero (0) de lo contrario, como se plantea en la Ecuación 3.3 (b).

$$x_{ij} \in \{0,1\} \forall v_i^k \in \mathcal{N}, v_j^{k+1} \in \mathcal{N}$$

Ecuación 3.3 (b)

La escogencia de un arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ implica escoger un diámetro $d(v_i^k, v_j^{k+1})$ y una pendiente de diseño $s(v_i^k, v_j^{k+1})$.



3.2.4 Función objetivo

En este caso la función objetivo es la planteada en la Ecuación 3.1, donde c_{ij} corresponde a la función de costos planteada en la Ecuación 2.20, en función del diámetro del arco $d(v_i^k, v_j^{k+1})$ y las cotas de los nodos que lo componen $\nabla(v_i^k)$ y $\nabla(v_j^{k+1})$. Se busca entonces, minimizar la función de costos para encontrar el diseño que, cumpliendo con todas las restricciones, sea el más económico. De acuerdo con esto, la función objetivo sería:

$$\min \sum_{(v_i, v_j) \in \mathcal{A}} c(v_i^k, v_j^{k+1}) x_{ij} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

$$c(v_i^k, v_j^{k+1}) = k * (9579.31 * d(v_i^k, v_j^{k+1})^{0.5737} + 1163.77 * V^{1.31}) \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Recordando la Ecuación 2.21, el volumen se calcula en términos del diámetro de la tubería y la profundidad a la que se instale. Dicha profundidad se calcula de acuerdo con las cotas de batea del nodo $v_i^k \in \mathcal{N}_k$ y el nodo $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$ de cada arco, como se explica a continuación:

$$V = \left(\left[\frac{H + H'}{2} \right] + d(v_i^k, v_j^{k+1}) + 2e + h \right) * (2B + 2e + d(v_i^k, v_j^{k+1})) * (l \cos[\tan^{-1} s(v_i^k, v_j^{k+1})]) \quad \text{Ecuación 3.8}$$

donde:

- V = Volumen excavado para poner la tubería.
- H = Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas arriba de la tubería.
- H' = Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas abajo de la tubería.
- $d(v_i^k, v_j^{k+1})$ = Diámetro del arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$
- e = Espesor de la pared de la tubería.
- h = Relleno que debe disponerse bajo la tubería. Depende de la reglamentación del lugar donde se lleve a cabo el diseño. Para los ejemplos se siguieron las recomendaciones del RAS: $h = 15 \text{ cm}$.
- B = Espacio lateral que debe dejarse a ambos lados de la tubería para colocarla.
- $s(v_i^k, v_j^{k+1})$ = Pendiente asociada al arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ (Ecuación 3.5).
- l = Longitud de la tubería.



La profundidad de excavación, se refiere a la diferencia entre la cota del terreno y la cota clave de la tubería. La Ecuación 3.9 y la Ecuación 3.10 describen la profundidad de excavación aguas arriba y aguas abajo de la tubería, respectivamente.

$$H = \nabla_k - \nabla(v_i^k) + d(v_i^k, v_j^{k+1}) \quad \text{Ecuación 3.9}$$

donde:

- H : Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas arriba de la tubería.
- ∇_k : Cota del terreno del pozo $k \in P$.
- $\nabla(v_i^k)$: Cota del nodo de salida $v_i^k \in \mathcal{N}_k$.
- $d(v_i^k, v_j^{k+1})$: Diámetro interno de la tubería.

$$H' = \nabla_{k+1} - \nabla(v_j^{k+1}) + d(v_i^k, v_j^{k+1}) \quad \text{Ecuación 3.10}$$

donde:

- H' : Profundidad de excavación hasta la cota clave aguas abajo de la tubería.
- ∇_{k+1} : Cota del terreno del pozo $k + 1 \in P$.
- $\nabla(v_j^{k+1})$: Cota del nodo de llegada $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$.
- $d(v_i^k, v_j^{k+1})$: Diámetro interno de la tubería.

3.2.5 Representación una serie de tuberías de la red de alcantarillado en un grafo

En la Figura 3.6 se presenta la representación de tres tuberías de diferentes diámetros en un grafo. Los tres arcos salen del mismo nodo y tienen la misma pendiente, pero cada uno llega a un nodo diferente, debido a que cada uno representa un diámetro distinto. Como se puede observar, cada arco (flecha) representa una tubería de cierto diámetro que está ubicada con una pendiente s específica. El arco entonces tiene un diámetro asociado $d(v_i^k, v_j^{k+1})$ y una pendiente asociada $s(v_i^k, v_j^{k+1})$. Con base en esto, se calcula el costo asociado $c(v_i^k, v_j^{k+1})$ de cada arco como se observa.

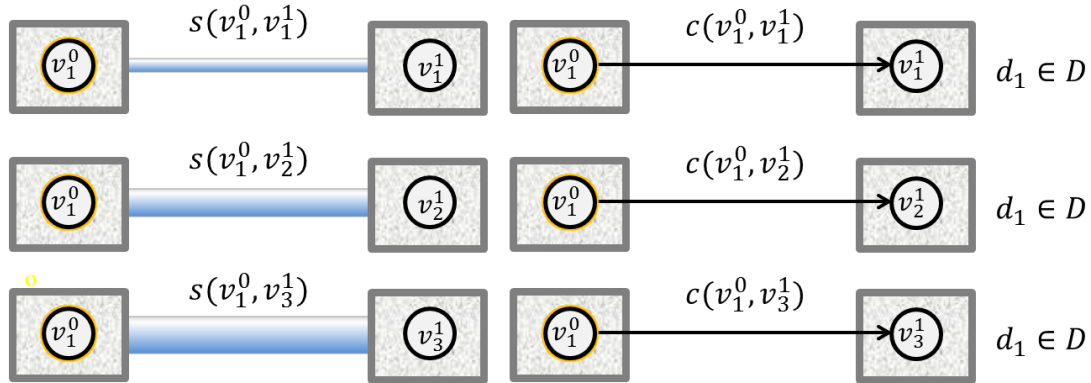


Figura 3.6. Representación de una tubería en un grafo.

A continuación, se presenta el primer tramo de un ejemplo de una serie de 2 tramos con 3 diámetros disponibles para el diseño y 1 sola profundidad posible de instalación. Como muestra la Figura 3.7, todos los arcos tienen la misma pendiente. Es importante resaltar que los nodos que están agrupados en rectángulos rojos están ubicados a una misma profundidad, pero cada uno tiene un diámetro diferente, ordenados de forma ascendente. Además, de cada nodo salen arcos hacia los nodos del pozo siguiente que tengan diámetros y profundidades mayores o iguales. De esta forma se cumple la restricción hidráulica de diámetros y se evitan pendientes adversas.

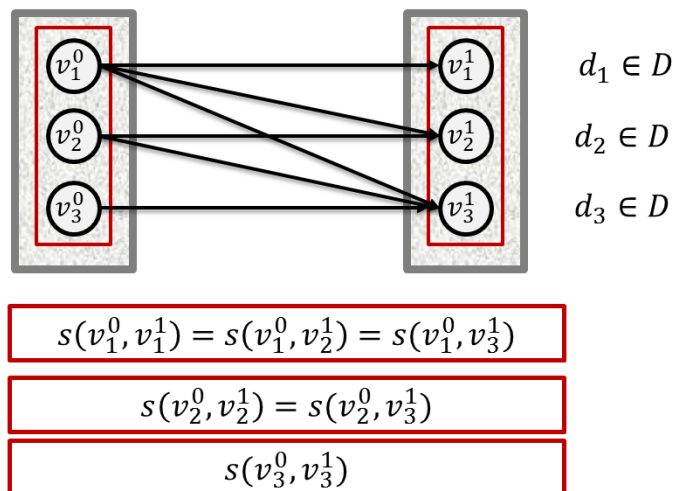


Figura 3.7. Grafo de un tramo.



Además, se puede observar que para nodos con diámetros mayores y a mayores profundidades existen menos alternativas de diseño. Esto también se puede observar en el siguiente ejemplo, Figura 3.8, donde se extiende el mismo problema a una serie de dos tramos; también con 3 diámetros comerciales disponibles y 3 posibles profundidades.

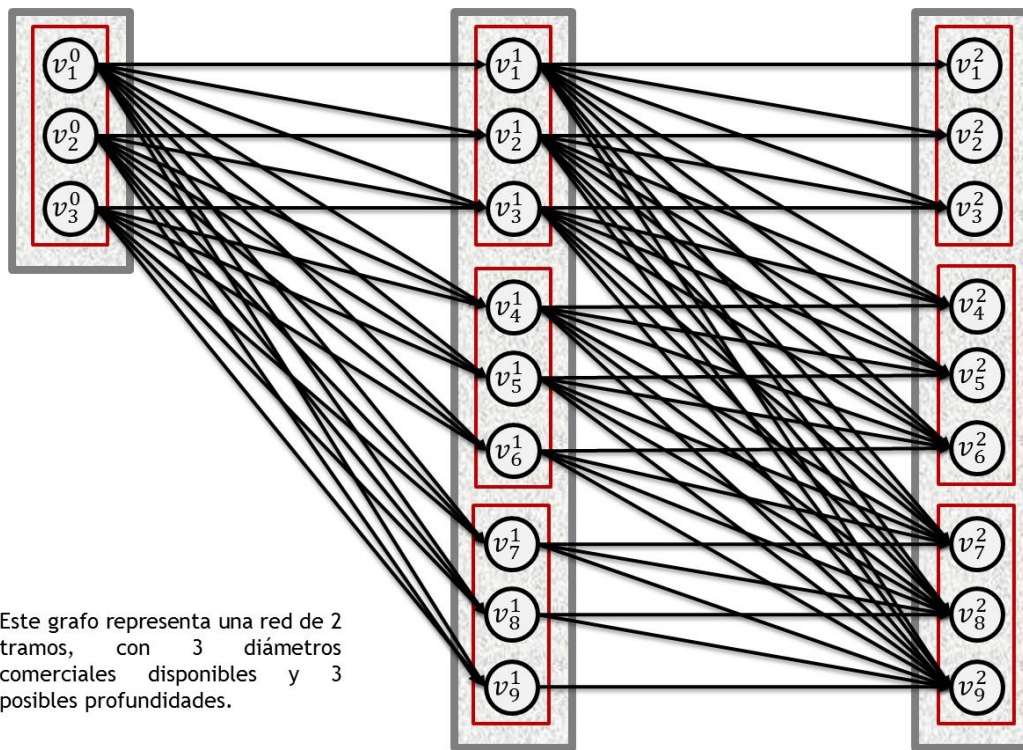


Figura 3.8. Grafo de una serie de 2 tramos.

Al ampliar el problema se observa mejor la complejidad del mismo, dado el aumento de *alternativas de diseño*⁹ que se presenta. Para encontrar cuál de todas las alternativas de diseño es la óptima se debe conocer el costo total de cada una de ellas y buscar la más económica. El costo total de una alternativa es entonces la suma del costo de cada una de las tuberías que componen la serie. De este modo, a cada nodo se le va atribuir un nuevo valor que corresponde a un costo acumulado, proceso que se explicará más adelante. La solución se encuentra entonces, al encontrar el nodo cuyo costo acumulado es el mínimo. Una vez encontrado el nodo de mínimo costo, se busca el nodo anterior o predecesor. EL nodo predecesor va ser aquel nodo del pozo anterior que condujo a que la suma de los costos fuera mínima. La búsqueda se continúa hasta

⁹ *Alternativa de diseño*: se refiere una combinación de tuberías factibles (una de cada tramo), que conforman una serie.



llegar al primer pozo. De esta forma traza un camino en el grafo que es el que representa la ruta más corta y por lo tanto el diseño óptimo.

La Figura 3.9 muestra la solución del grafo donde la suma acumulada de los costos fue mínima para el Nodo 5 del Pozo 2 (v_5^2). Este nodo corresponde al segundo diámetro de la lista de diámetros comerciales disponibles y se encuentra ubicado en la segunda profundidad posible. En seguida, se busca el nodo predecesor, que según las restricciones debe tener un diámetro y una profundidad menores o iguales. Para el ejemplo, el nodo que llevó al camino de la ruta más corta fue el Nodo 2 del Pozo 1 (v_2^1), que también representa el segundo diámetro de la lista y está ubicado en la primera profundidad. Finalmente se busca el nodo predecesor de v_2^1 , llegando al Nodo 1 del Pozo 0 (v_1^0), que representa el primer diámetro disponible en la única posición posible en el Pozo 0.

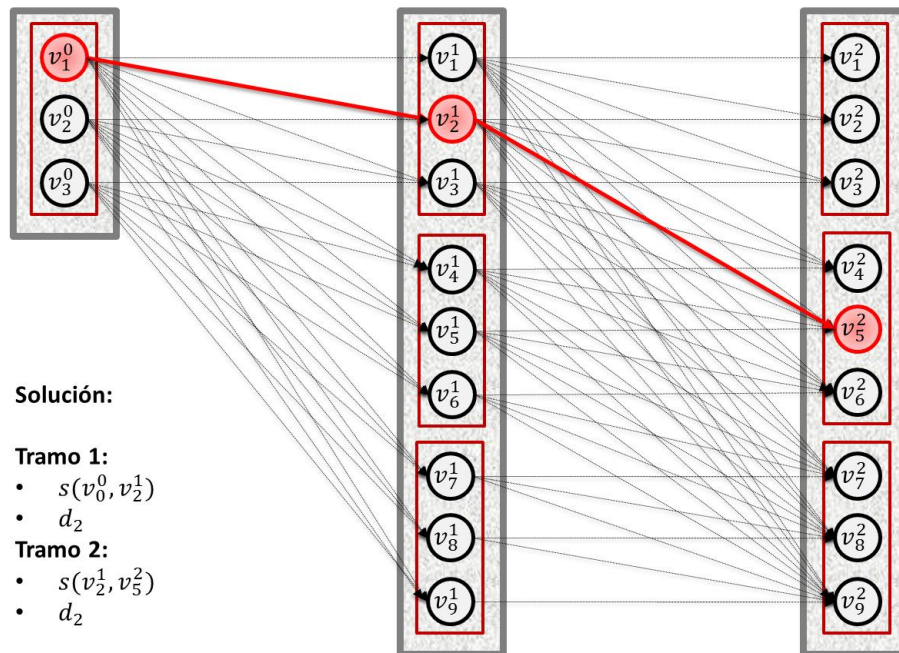


Figura 3.9. Solución del grafo.



3.2.6 Diseño óptimo de series de tuberías de alcantarillado

Una vez explicado el proceso de representación de una serie de tuberías como un grafo y el proceso de selección del diseño óptimo, se describe entonces la metodología de diseño de una serie de tramos de alcantarillado, por medio del Diagrama de Flujo 3.1.

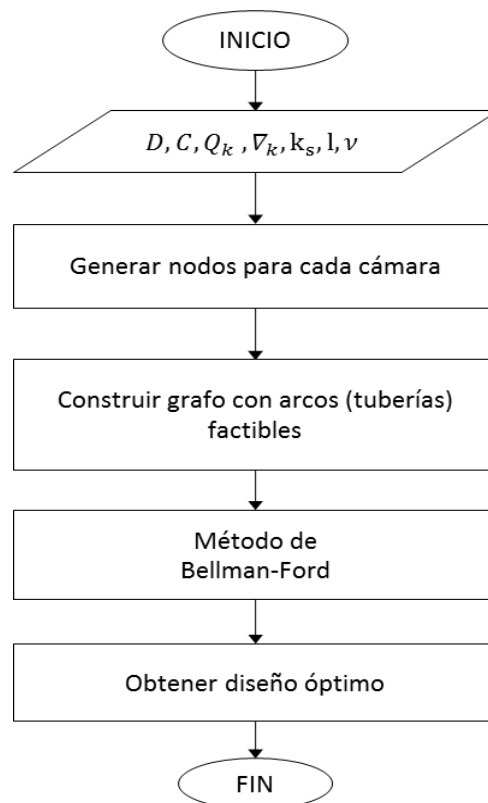


Diagrama de Flujo 3.1 Metodología para el diseño optimizado se series de tramos de alcantarillado.

Como se observa, se reciben los datos de entrada mencionados en el Numeral 3.2.1, según los cuales se empiezan a generar los nodos de cada pozo. Esto quiere decir que se crean un nodo para cada combinación de diámetro $\delta(v_i^k)$ y cota $\nabla(v_i^k)$. Este proceso se describe en el Algoritmo 1, mostrado a continuación.



Algorithm 1 Generar Nodos

Input: \mathcal{D} , conjunto de diámetros; \mathcal{P} , conjunto de pozos de inspección

Output: void

```

1: for  $k \in \mathcal{P}$  do
2:    $\nabla_{superior} \leftarrow \nabla_k - 1.2$ 
3:    $\nabla_{inferior} \leftarrow \nabla_k - 5$ 
4:   if  $k = 0$  then
5:     for  $d \in \mathcal{D}$  do
6:        $\nabla_i^0 \leftarrow \nabla_{superior} - d$ 
7:        $v_i^0 \leftarrow \text{nuevoNodo}(d, \nabla_i^0)$ 
8:        $\mathcal{N}_0 \leftarrow \mathcal{N}_0 \cup \{v_i^0\}$ 
9:     end for
10:  else
11:     $\nabla_i^k \leftarrow \nabla_{superior}$ 
12:    while  $\nabla_i^k \geq \nabla_{inferior}$  do
13:      for  $d \in \mathcal{D}$  do
14:        if  $\nabla_i^k \leq \nabla_{superior} - d$  then
15:           $v_i^k \leftarrow \text{nuevoNodo}(d, \nabla_i^k)$ 
16:           $\mathcal{N}_k \leftarrow \mathcal{N}_k \cup \{v_i^k\}$ 
17:           $\nabla_i^k \leftarrow \nabla_i^k - \text{delta}\nabla$ 
18:        end if
19:      end for
20:    end while
21:  end if
22: end for

```

Después de creados todos los nodos se pasa a generar el grafo con los arcos factibles. Esto quiere decir que solo se crean aquellos arcos $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ que cumplan con todas las condiciones y restricciones hidráulicas. El siguiente pseudocódigo, presenta este proceso. Además, se puede observar que el Algoritmo 2 contiene dos procesos del Diagrama de Flujo 3.1. Este evalúa si el arco $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ es factible y en caso de que lo sea, se actualizan las etiquetas de los nodos, siguiendo el Algoritmo de Bellman-Ford, como se mencionó en el Numeral 3.1.2.



Algorithm 2 Generar Grafo

Input: \mathcal{N} , conjunto de nodos; l , longitud de los tramos

Output: void

```
1: for  $k \in \mathcal{P}$  do
2:   for  $v_i^k \in \mathcal{N}_k$  do
3:     for  $v_j^{k+1} \in \mathcal{N}_{k+1}$  do
4:       if  $\delta(v_j^{k+1}) \geq \delta(v_i^k)$  then
5:          $s(v_i^k, v_j^{k+1}) \leftarrow (\nabla(v_i^k) - \nabla(v_j^{k+1})) / l$ 
6:         if  $s(v_i^k, v_j^{k+1}) > 0$  then
7:            $c(v_i^k, v_j^{k+1}) \leftarrow \text{costo}(\delta(v_j^{k+1}), \nabla(v_i^k), \nabla(v_j^{k+1}), l)$ 
8:           if  $V(v_i^k) + c(v_i^k, v_j^{k+1}) < V(v_j^{k+1})$  then
9:              $Q(v_i^k, v_j^{k+1}) \leftarrow \text{calcularHidráulica}(\delta(v_j^{k+1}), s(v_i^k, v_j^{k+1}))$ 
10:            if  $Q(v_i^k, v_j^{k+1}) > Q_k$  then
11:              if  $\text{verificarHidráulica}(K_s, \nu, Q(v_i^k, v_j^{k+1}), \delta(v_j^{k+1}))$  then
12:                 $V(v_j^{k+1}) \leftarrow V(v_i^k) + c(v_i^k, v_j^{k+1})$ 
13:                 $P(v_j^{k+1}) \leftarrow v_i^k$ 
14:              end if
15:            end if
16:          end if
17:        end if
18:      end if
19:    end for
20:  end for
21: end for
```

Finalmente para solucionar el grafo como se presentó en el ejemplo, se busca el nodo de mínimo costo acumulado en el último pozo de la serie ($v_i \in \mathcal{N}_{k-1}$). Se empieza por establecer el mínimo costo como *infinito* y posteriormente se va actualizando este valor, guardando costos que sean cada vez menores, hasta encontrar el mínimo. Posteriormente se buscan los nodos predecesores que conforman la ruta más corta, tal como se muestra en el Algoritmo 3.



Algorithm 3 Obtener Solución

Input: \mathcal{N} , conjunto de nodos

Output: void

```
1: minCosto  $\leftarrow \infty$ 
2: for  $v_i \in \mathcal{N}_{k-1}$  do
3:   if  $V_i(v_i^{k-1}) < \text{minCosto}$  then
4:     minCosto  $\leftarrow V_i(v_i^{k-1})$ 
5:     nodoMinCosto  $\leftarrow v_i^{k-1}$ 
6:   end if
7: end for
8: nodoPredecesor  $\leftarrow$  nodoMinCosto
9: for  $k \in \mathcal{P}$  do
10:   $\mathcal{G} \leftarrow \text{add}(\text{nodoPredecesor})$ 
11:  nodoPredecesor  $\leftarrow P_j(\text{nodoPredecesor})$ 
12: end for
```

El algoritmo fue desarrollado en Java que es uno de los lenguajes de programación más eficientes hoy en día, después de C y C++. A pesar de no ser un lenguaje nativo del sistema operativo, como sí lo es Visual Basic, el lenguaje usado para el diseño con la metodología de Pendientes Propias e Intermedias, Java es el tercer lenguaje de programación más eficiente con respecto a la programación orientada a objetos (Jiménez, 2010). Este lenguaje de programación tiene la ventaja de funcionar para cualquier sistema operativo (multiplataforma) utilizando una máquina virtual JAVA (JVM, por sus siglas en inglés) que compilan la información (Java (lenguaje de programación), 2013). La Figura 3.10 muestra este proceso.

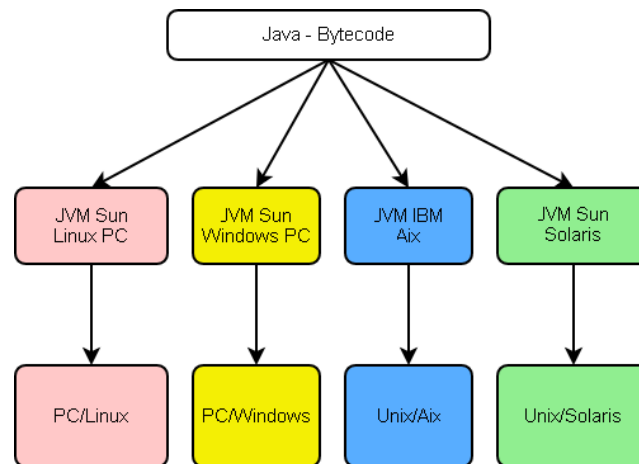


Figura 3.10 proceso de compilación de la JVM. Tomado de Máquina virtual Java (2013).



3.2.7 Dimensionamiento del problema

Tras observar la Figura 3.9, se puede apreciar que el pozo inicial (Pozo 0) tiene una única posición posible, que va a ser la profundidad mínima a la que se pueda poner una tubería. Es decir que los nodos de las primeras pozos van a tener siempre una cota $\nabla(v_i^0)$ correspondiente a la diferencia entre la cota del terreno de dicha pozo ∇_0 y la mínima profundidad de excavación según el RAS (2000) que corresponde a 1.2 m más el diámetro asociado al arco (tubería) $d(v_i^k, v_j^{k+1})$. Además, el número de nodos $v_i^0 \in \mathcal{N}_0$ va a ser igual al número de diámetros comerciales disponibles.

Para el resto de pozos el número de profundidades disponibles puede variar de a centímetro (cm) o de a decímetro (dm) en un rango de 3.8 m. Esto debido a que según los límites de excavación establecidos por el RAS (2000) hay una distancia de 3.8 m para realizar la construcción de la red de drenaje urbano. En ese orden de ideas, el número de nodos $v_i^k \in \mathcal{N}_k$ será igual al producto entre el número de profundidades disponibles por el número de diámetros comerciales disponibles.

El número total de alternativas NTA de diseño para un grafo de k tramos y d cantidad de diámetros comerciales disponibles que pertenecen a D , corresponde al producto del número de arcos existentes en cada tramo. Teniendo en cuenta el número de nodos de cada pozo, el número de alternativas de la serie se podría plantear de la siguiente forma:

$$NTA = (3.8pd^2) * (3.8pd)^{2k} \quad \text{Ecuación 3.11}$$

donde:

- p : la precisión con que se varíen las cotas:
 - $p = 10$ si se varían las cotas cata decímetro.
 - $p = 100$ si se varían las cotas cata centímetro.

Sin embargo, este número de alternativas se reduce mucho teniendo en cuenta que no existen arcos que conecten dos nodos, de forma que el nodo de llegada tenga un diámetro menor o se encuentre a una cota más elevada (no se permiten pendientes adversas).



$$NA = \sum_1^d (3.8pd - d + 1) * \left(\sum_1^{3.8pd} (3.8pd - d + 1) \right)^{k-1}$$

Ecuación 3.12

donde:

- p : la precisión con que se varíen las cotas:
 - $p = 10$ si se varían las cotas cata decímetro.
 - $p = 100$ si se varían las cotas cata centímetro.



4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se presentaran los resultados de diferentes diseños realizados bajo el concepto de Pendientes Propias e Intermedias, en comparación con los resultados utilizando la metodología de optimización del problema de la ruta más corta. En todos los casos se analizan tres tipos de costos: los costos totales de la construcción CT, los costos de tuberías CT y los costos de excavación CE. Los últimos dos tienen como fin establecer un parámetro de diseño en caso de que sólo se deba responder por uno de los dos costos, si el otro es subsidiado por una entidad del estado o una empresa privada.

Más adelante también se presentarán los resultados acerca del tiempo computacional en cada método, teniendo en cuenta que el uso de Pendientes Propias elimina una gran cantidad de alternativas y por ende sería intuitivo pensar que el tiempo de simulación es menor para este método. Sin embargo, al utilizar también Pendientes Intermedias el número de alternativas se eleva, ya que cada tramo tiene casi el doble de pendientes factibles, lo que representa un leve aumento en el tiempo computacional.

En primer lugar se presentan los resultados del diseño de un solo tramo, para después pasar al diseño de series de tuberías de alcantarillado. En el caso de los diseños de tramos de alcantarillado se busca ratificar, por medio de esta nueva metodología, que el comportamiento de los costos se da tal como se concluyó de los diseños basados en el método de Pendientes Propias e Intermedias, referirse a Corrales & et Al (2013).

4.1 Diseño de un tramo de alcantarillado

A continuación se muestran los resultados del diseño óptimo de 20 tramos independientes, por medio del método de la ruta más corta. Cada uno tiene un caudal diferente; sin embargo comparten la misma topografía, material (PVC: $k_s = 0.0000015 m$) y longitud de 100 m. Todos los tramos se dan entre dos pozos: el pozo de salida se encuentra a una cota de 1000 m y el de entrada está a 999 m. Es decir que para cada caso la pendiente del terreno es de 0.010 y la pendiente máxima a la que se podría instalar la tubería es de 0.048, según los límites de excavación.



Tabla 4.1 Resultados de diseños de un tramo – comparación de costos y PE.

Diseño	Q (m ³ /s)	Costo Total		Costo de Tuberías		Costo de Excavación	
		Costo (COP)	PE (m ² /s)	Costo (COP)	PE (m ² /s)	Costo (COP)	PE (m ² /s)
1	0.15	\$ 1,568,306	0.21	\$ 570,829	0.50	\$ 934,534	0.21
2	0.19	\$ 1,634,368	0.20	\$ 633,771	0.39	\$ 941,995	0.20
3	0.34	\$ 2,005,765	0.36	\$ 692,373	1.04	\$ 1,206,012	0.36
4	0.45	\$ 2,179,380	0.45	\$ 747,498	1.17	\$ 1,329,794	0.45
5	0.59	\$ 2,179,380	0.59	\$ 747,498	2.54	\$ 1,329,794	0.59
6	0.79	\$ 2,501,958	1.34	\$ 799,754	3.28	\$ 1,652,373	1.34
7	0.99	\$ 2,697,129	1.18	\$ 849,586	2.56	\$ 1,753,864	1.18
8	1.02	\$ 2,750,557	1.33	\$ 849,586	2.86	\$ 1,807,293	1.33
9	1.17	\$ 2,913,079	1.87	\$ 849,586	4.08	\$ 1,928,209	1.20
10	1.35	\$ 3,055,306	1.65	\$ 943,265	2.83	\$ 2,046,100	1.65
11	1.42	\$ 3,114,866	1.89	\$ 943,265	3.27	\$ 2,105,660	1.89
12	1.56	\$ 3,235,184	2.37	\$ 943,265	4.20	\$ 2,225,978	2.37
13	1.67	\$ 3,307,132	1.76	\$ 943,265	5.19	\$ 2,235,043	1.76
14	1.75	\$ 3,372,193	2.02	\$ 943,265	5.96	\$ 2,300,104	2.02
15	1.84	\$ 3,437,692	2.30	\$ 943,265	6.82	\$ 2,365,603	2.30
16	2.01	\$ 3,636,758	3.12	\$ 1,009,206	5.08	\$ 2,564,669	3.12
17	2.35	\$ 3,845,592	2.99	\$ 1,009,206	7.80	\$ 2,713,249	2.99
18	2.62	\$ 4,044,982	2.62	\$ 1,009,206	10.55	\$ 2,854,681	2.62
19	2.84	\$ 4,201,306	3.41	\$ 1,072,089	8.10	\$ 3,011,004	3.41
20	3.00	\$ 4,280,200	3.90	\$ 1,072,089	9.45	\$ 3,089,899	3.90

En la Tabla 4.1 se observa una vez más que en el diseño de redes de alcantarillado los *costos de excavación* (CE) son mucho mayores y por lo mismo más representativos que los *costos de tuberías* (CT), sobre los *costos totales* (CTT). Además se observa que para todos los casos la Potencia Específica para los CTT y los CE es la misma y siempre es menor que la Potencia Específica relacionada con los CT. Esto comprueba cómo el diseño óptimo siempre toma el camino que le tenga los mínimos CE.

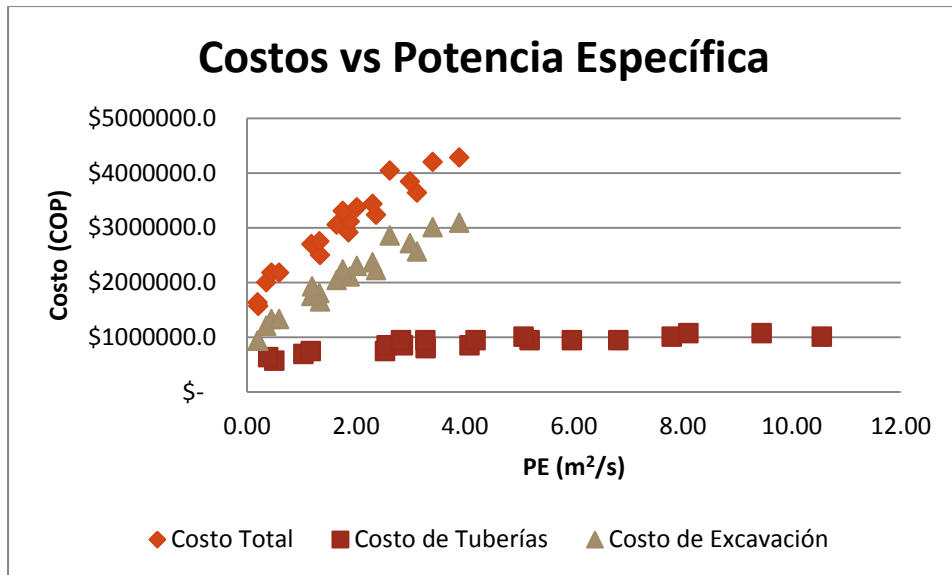


Figura 4.1 Relación entre la Potencia Específica el costo.

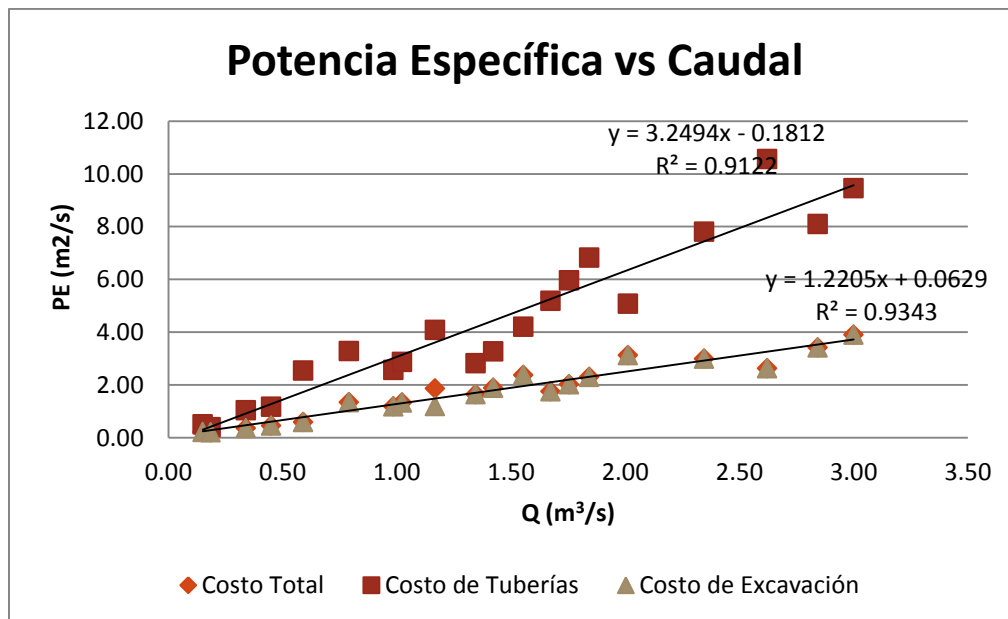


Figura 4.2 Relación entre la Potencia Específica y el caudal.

La Figura 4.1 permite apreciar cómo para los CT la Potencia Específica tiene a aumentar para mantener bajos los CT. En todos los casos se presenta la PU máxima para los CT; sin embargo tiene a aumentar linealmente con respecto al caudal, como se observa en la Figura 4.2. En promedio la



Potencia Específica relacionada a los CT es 2.5 veces mayor que la de los CE, que a su vez corresponde a la razón entre las pendientes que describen las relaciones PU-caudal. Esto se debe a que los mínimos CE buscan minimizar también la pendiente. Por el contrario, el mínimo CT se obtiene maximizando la pendiente de diseño para minimizar el diámetro de la tubería.

El que la Potencia Específica, para un caudal dado, tienda a ser la misma para CTT y CE, también ayuda a entender por qué el comportamiento de la función de costos tiende a seguir mejor el comportamiento de la ecuación de CE, como se observa en la Figura 4.3. En todos los casos son directamente proporcionales al caudal de diseño que se requiere transportar, que incurre en el aumento del diámetro de la tubería y por ende, del volumen de excavación. Como se ve, el aumento del caudal no eleva en gran medida los CT, mas si los de excavación.

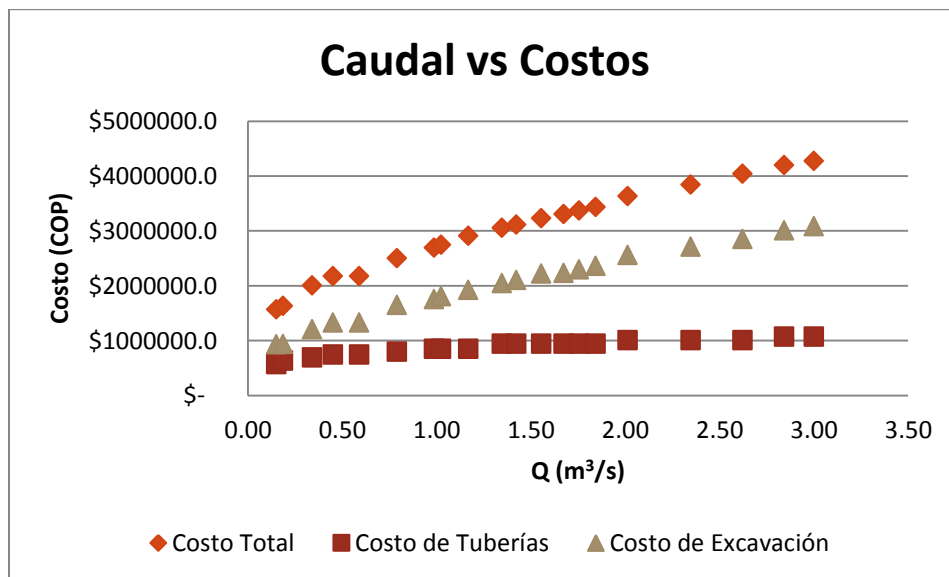


Figura 4.3 Efectos del aumento del caudal en los costos.

Tabla 4.2 Resultados de diseño de un tramo – comparación de diámetros y pendientes de diseño.

Diseño	Q (m³/s)	Costo Total			Costo de Tuberías			Costo de Excavación		
		d (m)	Pendiente (-)	PE (m²/s)	d (m)	Pendiente (-)	PE (m²/s)	d (m)	Pendiente (-)	PE (m²/s)
1	0.15	0.300	0.014	0.21	0.250	0.0335	0.50	0.300	0.014	0.21
2	0.19	0.350	0.011	0.20	0.300	0.0210	0.39	0.350	0.011	0.20
3	0.34	0.450	0.011	0.36	0.350	0.0305	1.04	0.450	0.011	0.36



4	0.45	0.500	0.010	0.45	0.400	0.0260	1.17	0.500	0.010	0.45
5	0.59	0.500	0.010	0.59	0.400	0.0430	2.54	0.500	0.010	0.59
6	0.79	0.500	0.017	1.34	0.450	0.0415	3.28	0.500	0.017	1.34
7	0.99	0.600	0.012	1.18	0.500	0.0260	2.56	0.600	0.012	1.18
8	1.02	0.600	0.013	1.33	0.500	0.0280	2.86	0.600	0.013	1.33
9	1.17	0.600	0.016	1.87	0.500	0.0350	4.08	0.675	0.010	1.20
10	1.35	0.675	0.012	1.65	0.600	0.0210	2.83	0.675	0.012	1.65
11	1.42	0.675	0.013	1.89	0.600	0.0230	3.27	0.675	0.013	1.89
12	1.56	0.675	0.015	2.37	0.600	0.0270	4.20	0.675	0.015	2.37
13	1.67	0.750	0.011	1.76	0.600	0.0310	5.19	0.750	0.011	1.76
14	1.75	0.750	0.012	2.02	0.600	0.0340	5.96	0.750	0.012	2.02
15	1.84	0.750	0.013	2.30	0.600	0.0370	6.82	0.750	0.013	2.30
16	2.01	0.750	0.016	3.12	0.675	0.0253	5.08	0.750	0.016	3.12
17	2.35	0.825	0.013	2.99	0.675	0.0333	7.80	0.825	0.013	2.99
18	2.62	0.900	0.010	2.62	0.675	0.0403	10.55	0.900	0.010	2.62
19	2.84	0.900	0.012	3.41	0.750	0.0285	8.10	0.900	0.012	3.41
20	3.00	0.900	0.013	3.90	0.750	0.0315	9.45	0.900	0.013	3.90

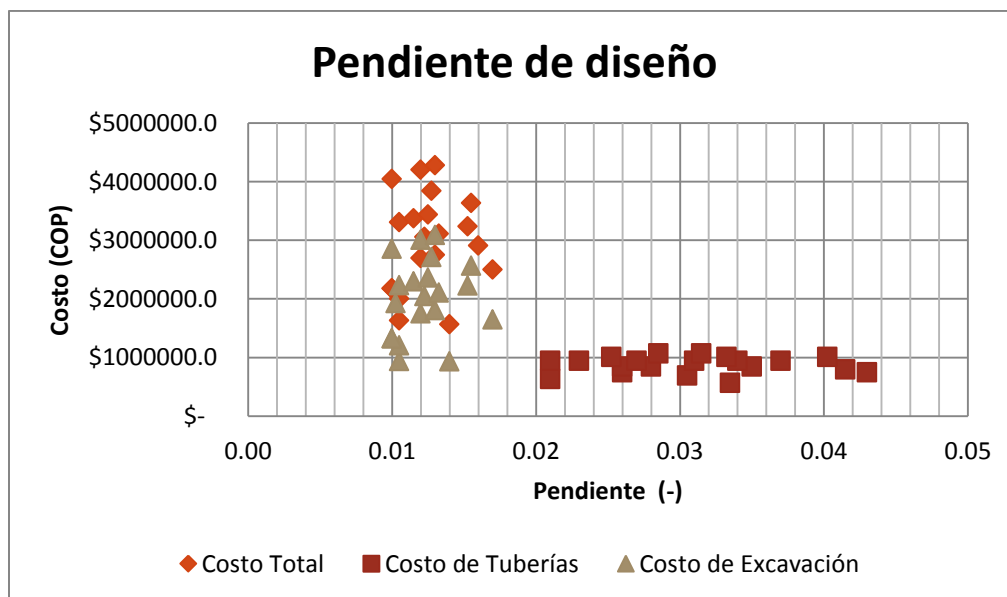


Figura 4.4 Pendiente de diseño.



Con la Tabla 4.2 y la Figura 4.4 se pretende demostrar que los diseños óptimos son aquellos cuya pendiente de diseño se asemeja más a la pendiente del terreno. En el caso de que la excavación sea subsidiada y solo se tengan los CT, sucede lo contrario, el diseño óptimo es aquel cuya pendiente tiende a ser la máxima pendiente permitida según los límites de excavación.

4.2 Diseño de series de tuberías de alcantarillado

Ejemplo 1

A continuación se presenta un diseño óptimo para una serie de tramos de un sistema de alcantarillado, que consta de 12 tramos de 100 m de longitud cada uno y los caudales y cotas de terreno que se muestran en la Tabla 4.10. Las tuberías son de concreto ($k_s = 0.0003 m$). A continuación se evalúa el diseño obtenido con las dos metodologías mencionadas: el diseño utilizando los conceptos de Pendientes Propias e Intermedias (1) y el diseño utilizando el problema de la ruta más corta (2).

Tabla 4.3 Datos de entrada de serie 10 tramos.

Pozo k	Caudal de diseño Q_k (m ³ /s)	Cota del terreno ∇_k (m)
0	0.058	100.00
1	0.128	99.70
2	0.137	99.99
3	0.181	99.62
4	0.277	99.92
5	0.351	99.55
6	0.451	99.88
7	0.543	99.47
8	0.637	99.87
9	0.689	99.39
10	0.000	99.86



Tabla 4.4 Resultados en tiempos y costos.

Metodología	Costo de Construcción (COP)	Costos Computacionales (s)	PE (m ² /s)
1	\$ 40,642,817	35.06	0.095
2	\$ 32,796,110	11.70	0.090

En la Tabla 4.4 se puede observar que para este diseño se obtiene un ahorro del 19.3% sobre los costos totales, con un tiempo de ejecución del algoritmo casi 3 veces más rápido que el método 1. En la sección de Anexos se pueden encontrar los resultados para el cálculo de la hidráulica de cada ejemplo.

Tabla 4.5 Resultados para el diseño de serie de 10 tramos –Metodología 1.

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Tramo	Costo Tramo (COP)	Pendiente (-)	Diámetro (m)	Caudal (m ³ /s)	PE (m ² /s)
0	98.8	98.4	-	-	-	-	-	-
1	98.72	98.32	1	\$ 1,850,882	0.0008	0.400	0.058	0.0046
2	98.35	97.95	2	\$ 1,993,066	0.0037	0.400	0.127	0.0471
3	98.17	97.72	3	\$ 2,367,559	0.0023	0.450	0.137	0.0315
4	97.77	97.32	4	\$ 2,629,029	0.0040	0.450	0.181	0.0724
5	96.86	96.41	5	\$ 3,240,601	0.0091	0.450	0.276	0.2516
6	96.915	96.24	6	\$ 4,999,219	0.0017	0.675	0.351	0.0597
7	96.695	96.02	7	\$ 5,100,758	0.0022	0.675	0.450	0.0991
8	96.58	95.83	8	\$ 5,758,277	0.0019	0.750	0.543	0.1032
9	96.33	95.58	9	\$ 5,986,000	0.0025	0.750	0.636	0.1591
10	96.225	95.40	10	\$ 6,717,426	0.0018	0.825	0.688	0.1239

Tabla 4.6 Resultados para el diseño de serie de 10 tramos –Metodología 2.

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Tramo	Costo Tramo (COP)	Pendiente (-)	Diámetro (m)	Caudal (m ³ /s)	PE (m ² /s)
0	98.80	98.40	-	-	-	-	-	-
1	98.71	98.31	1	\$ 1,853,700	0.0009	0.4	0.058	0.0050



2	98.53	98.08	2	\$ 2,105,125	0.0024	0.45	0.136	0.0321
3	98.29	97.84	3	\$ 2,259,089	0.0024	0.45	0.137	0.0324
4	98.13	97.63	4	\$ 2,620,025	0.0021	0.5	0.207	0.0439
5	98.05	97.45	5	\$ 3,200,693	0.0018	0.6	0.293	0.0520
6	97.97	97.30	6	\$ 3,605,630	0.0015	0.675	0.351	0.0534
7	97.91	97.16	7	\$ 3,958,344	0.0014	0.75	0.450	0.0640
8	97.72	96.97	8	\$ 4,082,960	0.0019	0.75	0.543	0.1024
9	97.38	96.63	9	\$ 4,350,057	0.0034	0.75	0.729	0.2469
10	96.99	96.24	10	\$ 4,760,487	0.0039	0.75	0.688	0.2713

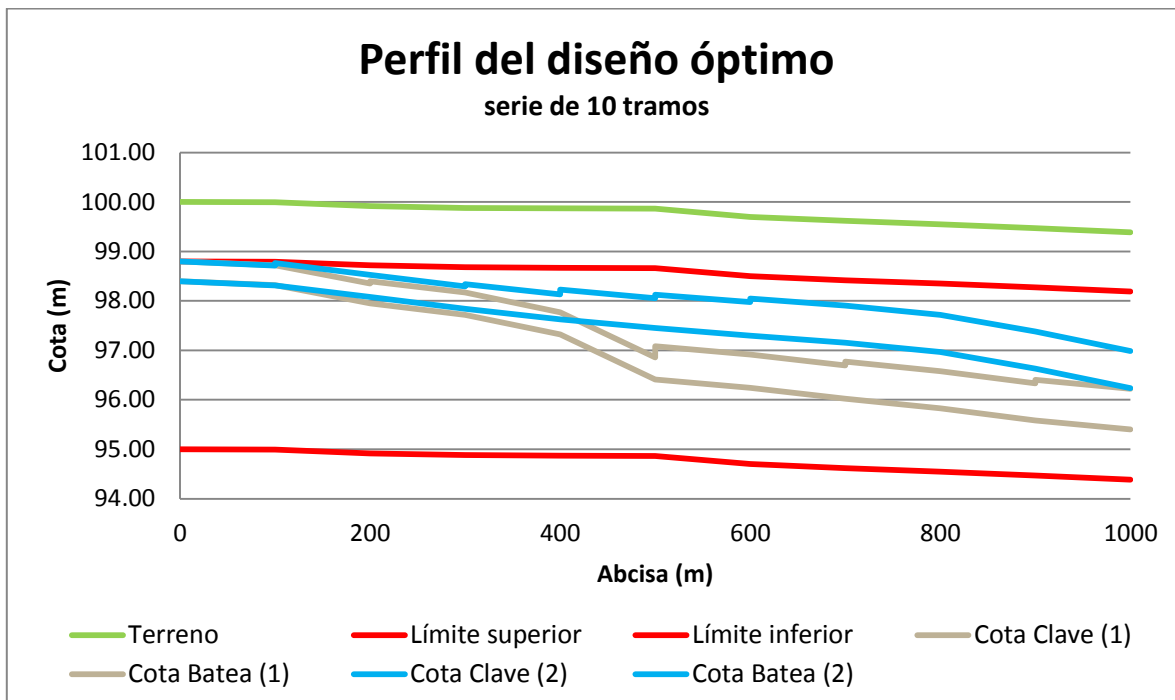


Figura 4.5 Perfil del diseño óptimo para una serie de 10 tramos para costos totales.

La Figura 4.5 permite observar de forma gráfica, el punto donde se empieza a dar la diferencia en costos de excavación entre ambas alternativas de diseño. El diseño azul es el óptimo, calculado utilizando la metodología 2 y el gris es una alternativa muy cercana al diseño óptimo, calculado utilizando los conceptos de Pendientes Propias e Intermedias.



Ejemplo 2

A continuación se presenta un diseño óptimo para una serie de tramos de un sistema de alcantarillado, que consta de 50 tramos de 100 m de longitud cada uno y los caudales y cotas de terreno que se muestran en la Tabla 4.7. Las tuberías son de PVC ($k_s = 0.0000015 \text{ m}$). A continuación se evalúa el diseño obtenido la Metodología 2 que utiliza el problema de la ruta más corta.

En efecto hay ocasiones en que no existen diseños que cumplan con todas las restricciones, sobre todo a medida que se aumenta el número de tramos a diseñar. Sin embargo, en caso de que exista se puede calcular con la nueva metodología, a diferencia de la Metodología 1 que hasta el momento tiene la capacidad de diseñar series de hasta 20 tramos.

Tabla 4.7 Datos de entrada de serie 50 tramos.

Pozo	Caudal (m ³ /s)	Cota Terreno (m)	Pozo	Caudal (m ³ /s)	Cota Terreno (m)	Pozo	Caudal (m ³ /s)	Cota Terreno (m)
0	0.025	1000.00	17	0.492	987.57	34	0.910	971.77
1	0.048	999.05	18	0.524	986.53	35	0.925	969.89
2	0.072	998.47	19	0.556	985.21	36	0.962	969.78
3	0.107	996.51	20	0.566	983.25	37	0.978	969.74
4	0.136	996.19	21	0.609	983.07	38	0.987	968.33
5	0.173	995.54	22	0.613	981.89	39	1.020	967.11
6	0.184	994.56	23	0.625	981.49	40	1.063	965.44
7	0.227	993.81	24	0.651	980.55	41	1.090	964.03
8	0.252	993.12	25	0.671	980.33	42	1.126	963.40
9	0.274	992.80	26	0.690	979.37	43	1.159	963.12
10	0.294	992.70	27	0.726	978.61	44	1.173	961.91
11	0.324	992.32	28	0.758	977.28	45	1.219	961.17
12	0.341	990.84	29	0.771	976.69	46	1.240	960.85
13	0.371	990.22	30	0.782	975.74	47	1.274	960.10
14	0.401	990.22	31	0.803	973.79	48	1.287	959.04
15	0.406	988.75	32	0.840	973.13	49	1.312	958.07
16	0.444	988.00	33	0.881	971.91	50	1000	957.00



Tabla 4.8 Resultado del diseño.

Metodología	Costo de Construcción (COP)	Costos Computacionales (s)
2	\$ 137,430,516	0.907

Tabla 4.9 Resultados para el diseño de serie de 50 tramos –Metodología 2.

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Tramo	Costo Tramo (COP)	Pendiente (-)	Diámetro (m)	Caudal (m ³ /s)
0	998.80	998.60					
1	997.75	997.55	\$ 626,291	0.0105	0.200	0.025	0.026
2	997.22	996.97	\$ 728,491	0.0058	0.250	0.048	0.027
3	995.26	995.01	\$ 728,491	0.0196	0.250	0.072	0.141
4	994.94	994.59	\$ 924,800	0.0042	0.350	0.107	0.045
5	994.29	993.94	\$ 959,266	0.0065	0.350	0.135	0.088
6	993.31	992.96	\$ 959,266	0.0098	0.350	0.173	0.169
7	992.51	992.11	\$ 1,088,309	0.0085	0.400	0.184	0.157
8	991.87	991.42	\$ 1,226,761	0.0069	0.450	0.227	0.156
9	991.60	991.10	\$ 1,329,794	0.0033	0.500	0.308	0.101
10	991.20	990.70	\$ 1,466,009	0.0040	0.500	0.274	0.110
11	990.72	990.22	\$ 1,652,373	0.0047	0.500	0.294	0.139
12	989.64	989.14	\$ 1,512,103	0.0109	0.500	0.324	0.352
13	988.92	988.42	\$ 1,374,849	0.0071	0.500	0.341	0.243
14	988.22	987.72	\$ 1,747,493	0.0071	0.500	0.371	0.262
15	987.45	986.95	\$ 1,747,493	0.0077	0.500	0.401	0.308
16	986.70	986.20	\$ 1,420,256	0.0075	0.500	0.406	0.303
17	985.87	985.37	\$ 1,605,290	0.0084	0.500	0.444	0.371
18	985.03	984.53	\$ 1,699,775	0.0084	0.500	0.492	0.415
19	984.01	983.51	\$ 1,466,009	0.0101	0.500	0.524	0.531
20	981.95	981.45	\$ 1,374,849	0.0206	0.500	0.556	1.145
21	981.47	980.87	\$ 1,861,098	0.0058	0.600	0.566	0.331
22	980.59	979.99	\$ 1,915,274	0.0087	0.600	0.609	0.532
23	979.89	979.29	\$ 1,915,274	0.0070	0.600	0.613	0.429



24	979.15	978.55	\$ 1,969,815	0.0074	0.600	0.625	0.465
25	978.43	977.83	\$ 2,135,575	0.0072	0.600	0.651	0.470
26	977.67	977.07	\$ 2,304,440	0.0076	0.600	0.671	0.507
27	976.91	976.31	\$ 2,191,525	0.0077	0.600	0.690	0.529
28	976.08	975.48	\$ 1,915,274	0.0083	0.600	0.726	0.600
29	975.29	974.69	\$ 1,753,864	0.0079	0.600	0.758	0.598
30	974.44	973.84	\$ 1,807,293	0.0085	0.600	0.771	0.653
31	972.59	971.99	\$ 1,700,818	0.0185	0.600	0.782	1.447
32	971.73	971.13	\$ 1,753,864	0.0086	0.600	0.803	0.694
33	970.71	970.11	\$ 1,753,864	0.0102	0.600	0.840	0.854
34	969.67	969.07	\$ 2,135,576	0.0104	0.600	0.881	0.917
35	968.59	967.99	\$ 2,191,525	0.0108	0.600	0.910	0.987
36	968.23	967.48	\$ 2,398,515	0.0050	0.750	0.925	0.467
37	967.69	966.94	\$ 3,008,571	0.0054	0.750	0.962	0.522
38	967.08	966.33	\$ 2,801,613	0.0061	0.750	0.978	0.596
39	965.86	965.11	\$ 2,267,518	0.0122	0.750	0.987	1.204
40	964.19	963.44	\$ 2,267,518	0.0167	0.750	1.020	1.702
41	962.78	962.03	\$ 2,267,518	0.0141	0.750	1.063	1.499
42	962.15	961.40	\$ 2,267,518	0.0064	0.750	1.090	0.693
43	961.47	960.72	\$ 2,531,228	0.0068	0.750	1.227	0.834
44	960.66	959.91	\$ 2,531,228	0.0081	0.750	1.159	0.936
45	959.92	959.17	\$ 2,267,518	0.0074	0.750	1.173	0.870
46	959.20	958.45	\$ 2,531,228	0.0072	0.750	1.219	0.872
47	958.45	957.70	\$ 2,801,613	0.0075	0.750	1.240	0.926
48	957.69	956.94	\$ 2,598,213	0.0076	0.750	1.274	0.974
49	956.82	956.07	\$ 2,332,799	0.0087	0.750	1.287	1.114
50	955.75	955.00	\$ 2,267,518	0.0107	0.750	1.312	1.409

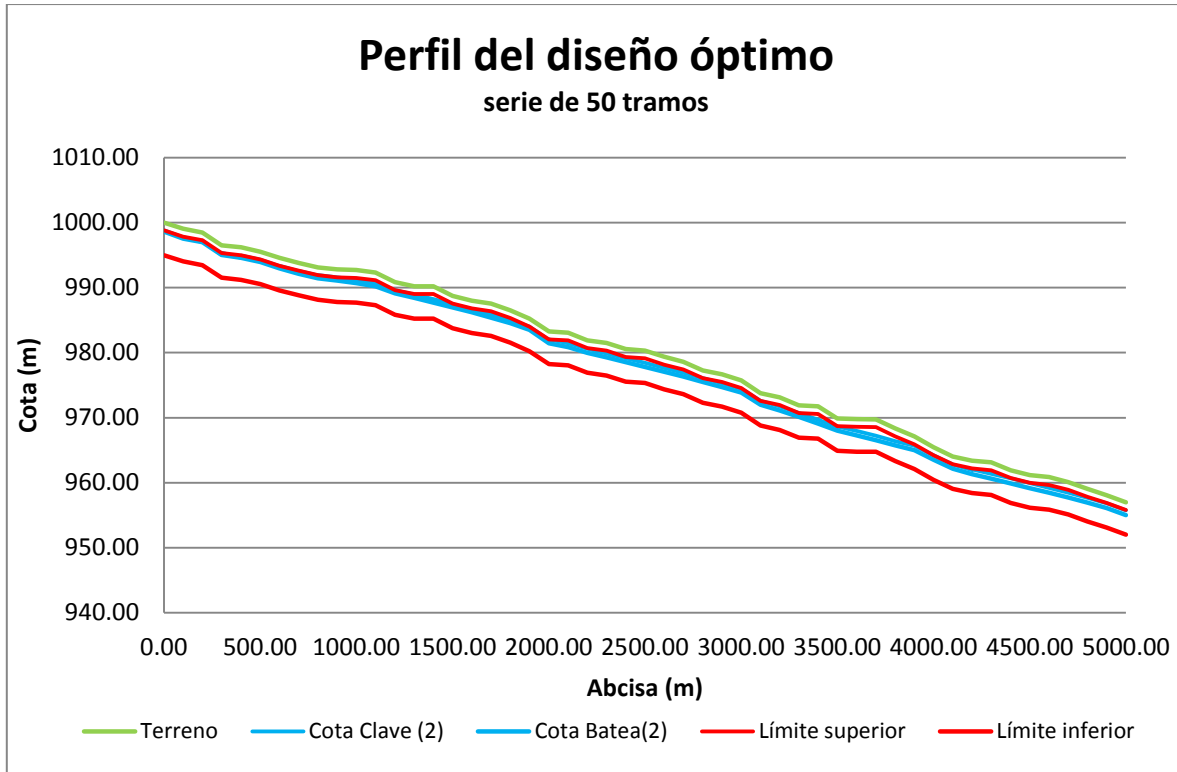


Figura 4.6 Perfil del diseño óptimo para una serie de 50 tramos para costos totales.

Como se observa en la Figura 4.6, corresponde a aquel que esté más cerca de la superficie, para lo cual debe tener pendientes similares a las del terreno y en lo posible evitar pendientes altas que incurran en altos costos de excavación.

4.3 Análisis de costos y tiempos

A continuación se presenta un diseño óptimo para una serie de tramos de un sistema de alcantarillado, que consta de 12 tramos de 100 m de longitud cada uno y los caudales y cotas de terreno que se muestran en la Tabla 4.10. Esta serie se evaluará para los dos materiales más utilizado de tuberías: PVC ($k_s = 0.0000015 m$) y concreto ($k_s = 0.0003 m$). Además con estos mismos datos de entrada, se evaluarán los resultados para series más cortas de 10 y 5 tramos y para un solo tramo. Esto con el fin de observar la eficiencia del diseño, en cuanto a tiempo y costos, por medio de las dos metodologías propuestas, en función del número de tramos.



Tabla 4.10 Datos de entrada de serie 12 tramos.

Pozo k	Caudal de diseño Q_k (m ³ /s)	Cota del terreno ∇_k (m)
0	0.052	100
1	0.081	99
2	0.117	98
3	0.139	97
4	0.148	95
5	0.155	94
6	0.164	92
7	0.170	92
8	0.180	92
9	0.200	91
10	0.220	91
11	0.240	91
12	0.000	90

Cabe aclarar que el diseño utilizando la metodología de Pendientes Propias (2) se basa en la variación de las pendientes de diseño, mientras que en el caso de la metodología que aplica el problema de la ruta más corta (1) se varía la profundidad a la que podría ser instalada la tubería (cota de batea). De esta forma y para hacer comparables ambos métodos se diseña en primera medida, variando la cota cada decímetro (dm) que equivale a la variación de la pendiente que utiliza actualmente el primer método (1/1000), para tramos de 100 m de longitud.

4.2.1 Variación de la pendiente de 1/1000

Tabla 4.11 Diseño de series de tuberías con costos totales y una variación de la pendiente de 1/1000.

Costos Totales - cotas cada dm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 1,316,494	0.105	\$ 1,302,340	0.008	13.18	1%



	PVC	\$ 1,230,613	0.102	\$ 1,230,513	0.009	11.28	0%
5	Concreto	\$ 7,936,029	0.137	\$ 7,752,766	0.203	0.67	2%
	PVC	\$ 7,508,520	0.121	\$ 7,096,347	0.222	0.55	5%
10	Concreto	\$ 19,172,687	5.758	\$ 18,808,976	0.343	16.79	2%
	PVC	\$ 18,192,759	3.406	\$ 17,279,135	0.376	9.06	5%
12	Concreto	\$ 25,123,534	43.785	\$ 24,195,077	0.384	114.02	4%
	PVC	\$ 23,245,550	18.027	\$ 22,330,050	0.430	41.92	4%

Tabla 4.12 Diseño de series de tuberías solo con costos tuberías y una variación de la pendiente de 1/1000.

Costos Tuberías - cotas cada dm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 502,370	0.106	\$ 502,237	0.007	15.07	0.03%
	PVC	\$ 502,294	0.106	\$ 502,237	0.008	13.18	0.01%
5	Concreto	\$ 3,033,421	0.148	\$ 3,032,982	0.237	0.63	0.01%
	PVC	\$ 2,849,045	0.129	\$ 2,848,497	0.206	0.63	0.02%
10	Concreto	\$ 6,674,233	44.688	\$ 6,673,689	0.478	93.49	0.01%
	PVC	\$ 6,370,341	13.977	\$ 6,369,827	0.466	29.99	0.01%
12	Concreto	\$ 8,321,732	314.211	\$ 8,321,200	0.613	512.58	0.01%
	PVC	\$ 7,920,485	75.609	\$ 7,919,948	0.591	127.93	0.01%

Tabla 4.13 Diseño de series de tubería solo con costos de excavación y una variación de la pendiente de 1/1000.

Costos Excavación - cotas cada dm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 745,689	0.113	\$ 731,511	0.008	14.16	1.90%
	PVC	\$ 728,426	0.156	\$ 714,469	0.008	19.53	1.92%
5	Concreto	\$ 4,654,539	0.168	\$ 4,471,047	0.159	1.06	3.94%
	PVC	\$ 4,464,190	0.141	\$ 4,043,639	0.170	0.83	9.42%



10	Concreto	\$ 11,999,989	5.246	\$ 11,630,700	0.260	20.18	3.08%
	PVC	\$ 11,375,304	3.273	\$ 10,403,377	0.285	11.49	8.54%
12	Concreto	\$ 16,351,416	42.164	\$ 15,191,106	0.293	143.90	7.10%
	PVC	\$ 14,828,617	17.430	\$ 13,826,470	0.323	53.96	6.76%

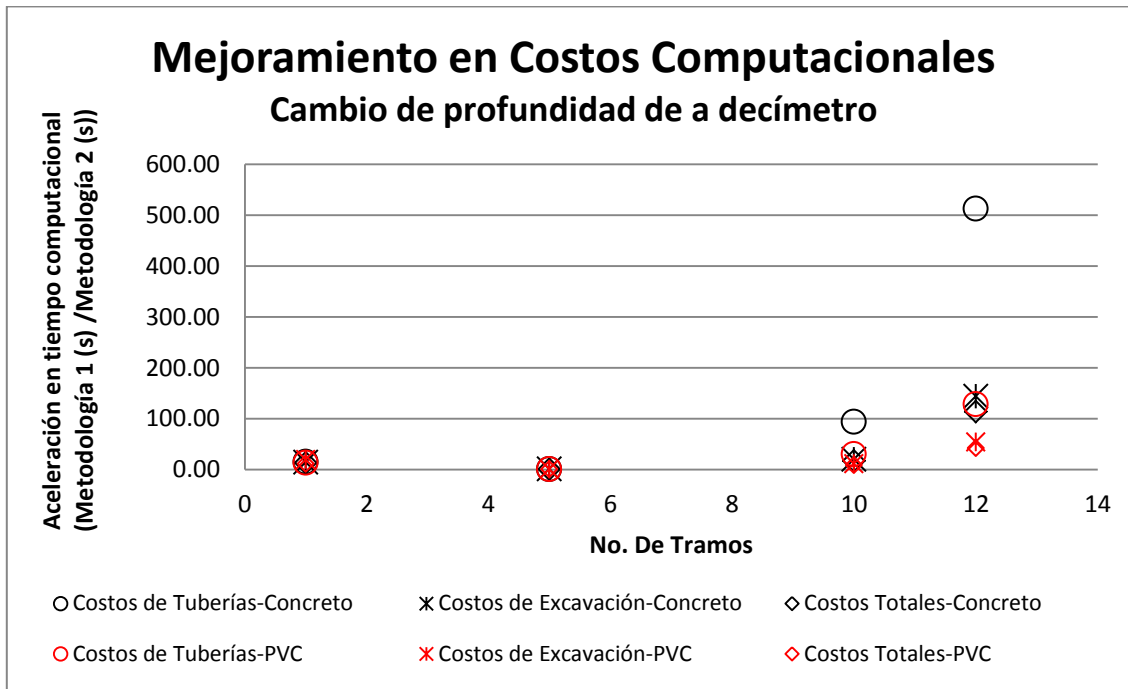


Figura 4.7 Mejoras en costos computacionales utilizando la nueva metodología (variando la cota cada dm).

La Figura 4.7 presenta las mejoras en costos computacionales utilizando la metodología de la ruta más corta, teniendo en cuenta que se evalúan más alternativas de diseño. Esto se debe al lenguaje de programación utilizado (Java) y al orden en que se pide evaluar cada arco. Se encontró que el costo computacional se reducía drásticamente si se evalúa primero la factibilidad económica, antes de la hidráulica que requiere más iteraciones. Dicho proceso se presenta en el Algoritmo 2. Entonces, se encontró que para series de 5 tramos se obtiene un tiempo menor a 1 segundo para obtener el diseño con ambos lenguajes de programación (Visual Basic y Java). Sin embargo no hay mejoría con la Metodología 2, en este caso. En el caso de las series con mayor número de tramos se observa un crecimiento exponencial de la aceleración en tiempo, llegando a ser hasta 93 veces más rápido para la serie de 10 tramos y 512 veces más rápido para la serie de 12 tramos.

Aunque en términos generales ambos programas presentaban tiempos de ejecución muy buenos, en comparación con programas antiguos que demoraban días obteniendo un diseño que



no llega a ser el óptimo. Sin embargo, esta mejora en tiempo se hace importante para el diseño de series de más de 10 tramos, donde la Metodología 1 empieza a tomar minutos para obtener un diseño cercano al óptimo versus un tiempo en milisegundos obteniendo el óptimo global con la Metodología 2.

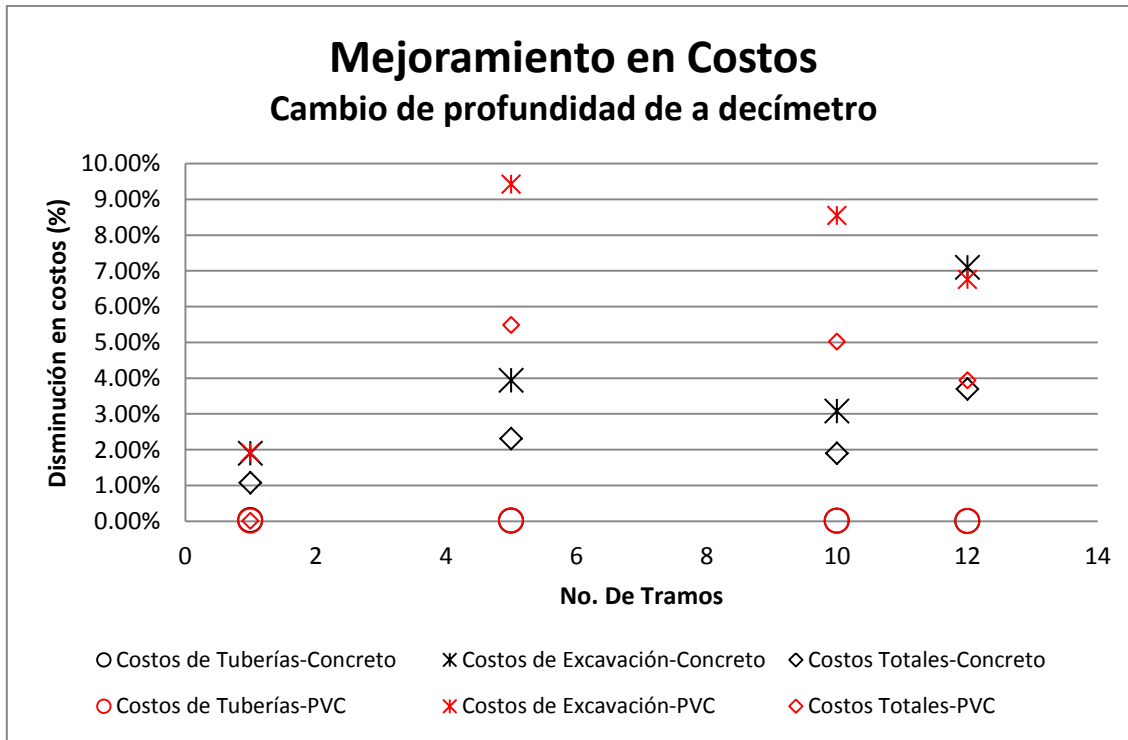


Figura 4.8 Mejoras en costos de construcción utilizando la nueva metodología (variando la cota cada dm).

Ahora bien, con respecto a la mejoría en costos de construcción, se puede observar en las tablas y en la Figura 4.8 que para todos los casos se presenta una disminución en los costos, ya que como se mencionó el problema de la ruta más corta, asegura encontrar el óptimo realizando una búsqueda exhaustiva desde un nodo inicial hasta cada uno de los nodos del grafo. En general se ha encontrado que el ahorro en costos de tuberías es casi nulo, lo cual demuestra que el uso de Pendientes Propias lleva a los mínimos costos de tuberías. De forma que, el ahorro se presenta por la reducción de los costos de excavación que llegan a estar entre un 8% a 10%, representando ahorros hasta del 4% y 5% sobre los costos totales.

Es evidente que un 4% y 5% no son representativos con respecto a los costos totales de este tipo de proyectos. Esto quiere decir que los diseños realizados bajo los conceptos de Pendientes Propias e Intermedias son muy buenos, pues están muy cerca al óptimo. Esto se da gracias al uso de Pendientes Intermedias que buscar asemejarse más a la pendiente del terreno, más que al uso de Pendientes Propias únicamente.



4.2.2 Variación de la pendiente de 1/10,000

En seguida se presentan los resultados para la misma serie de tuberías de alcantarillado, pero esta vez evaluando los costos constructivos y computacionales variando la profundidad de instalación (a cota de batea) cada centímetro (cm). Esto amplía el rango de estudio, pues encuentra una mayor cantidad de alternativas factibles. Esta variación de cota corresponde a una variación de 1/10,000 de las pendientes en tramos de 100 m, por lo que se evaluará el programa del CIACUA (Metodología 2) bajo esta condición.

Tabla 4.14 Diseño de series de tuberías con costos totales y una variación de la pendiente de 1/10000.

Costos Totales - cotas cada cm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 1,299,575	0.098	\$ 1,288,304	0.075	1.30	1%
	PVC	\$ 1,215,076	0.105	\$ 1,214,985	0.078	1.35	0%
5	Concreto	\$ 8,278,046	0.133	\$ 7,636,621	17.921	0.01	8%
	PVC	\$ 7,377,751	0.129	\$ 7,010,671	19.370	0.01	5%
10	Concreto	\$ 19,470,952	6.652	\$ 18,178,205	29.930	0.22	7%
	PVC	\$ 18,311,065	7.258	\$ 16,922,310	33.103	0.22	8%
12	Concreto	\$ 24,888,892	46.438	\$ 23,073,815	32.961	1.41	7%
	PVC	\$ 23,137,311	38.238	\$ 21,745,206	36.513	1.05	6%

Tabla 4.15 Diseño de series de tuberías solo con costos de tuberías y una variación de la pendiente de 1/10000.

Costos Tuberías - cotas cada cm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 502,369	0.105	\$ 502,237	0.072	1.46	0.03%
	PVC	\$ 502,289	0.090	\$ 502,237	0.077	1.17	0.01%
5	Concreto	\$ 2,974,917	0.141	\$ 2,974,381	12.981	0.01	0.02%
	PVC	\$ 2,849,013	0.129	\$ 2,848,497	13.529	0.01	0.02%
10	Concreto	\$ 6,664,222	34.938	\$ 6,663,698	23.151	1.51	0.01%
	PVC	\$ 6,315,207	39.434	\$ 6,314,702	25.251	1.56	0.01%
12	Concreto	\$ 8,269,494	267.781	\$ 8,268,944	26.444	10.13	0.01%



PVC	\$ 7,865,341	327.805	\$ 7,864,822	29.337	11.17	0.01%
-----	--------------	---------	--------------	--------	-------	-------

Tabla 4.16 Diseño de series de tuberías solo con costos de excavación y una variación de la pendiente de 1/10000.

Costos Excavación - cotas cada cm							
No. de Tramos	Material	Pendientes Propias e Intermedias		Problema de la ruta más corta		Aceleración en tiempo computacional	Ahorro en costos (%)
		Costo (COP)	Tiempo (s)	Costo (COP)	Tiempo (s)		
1	Concreto	\$ 728,766	0.105	\$ 717,475	0.076	1.39	1.55%
	PVC	\$ 712,883	0.105	\$ 700,511	0.078	1.35	1.74%
5	Concreto	\$ 5,055,227	0.133	\$ 4,354,901	13.086	0.01	13.85%
	PVC	\$ 4,335,031	0.133	\$ 3,956,863	14.276	0.01	8.72%
10	Concreto	\$ 12,361,258	6.230	\$ 10,999,107	22.219	0.28	11.02%
	PVC	\$ 11,377,132	6.871	\$ 10,046,552	24.604	0.28	11.70%
12	Concreto	\$ 16,080,035	43.027	\$ 13,201,304	27.380	1.57	17.90%
	PVC	\$ 14,620,125	47.441	\$ 14,151,705	24.359	1.95	3.20%

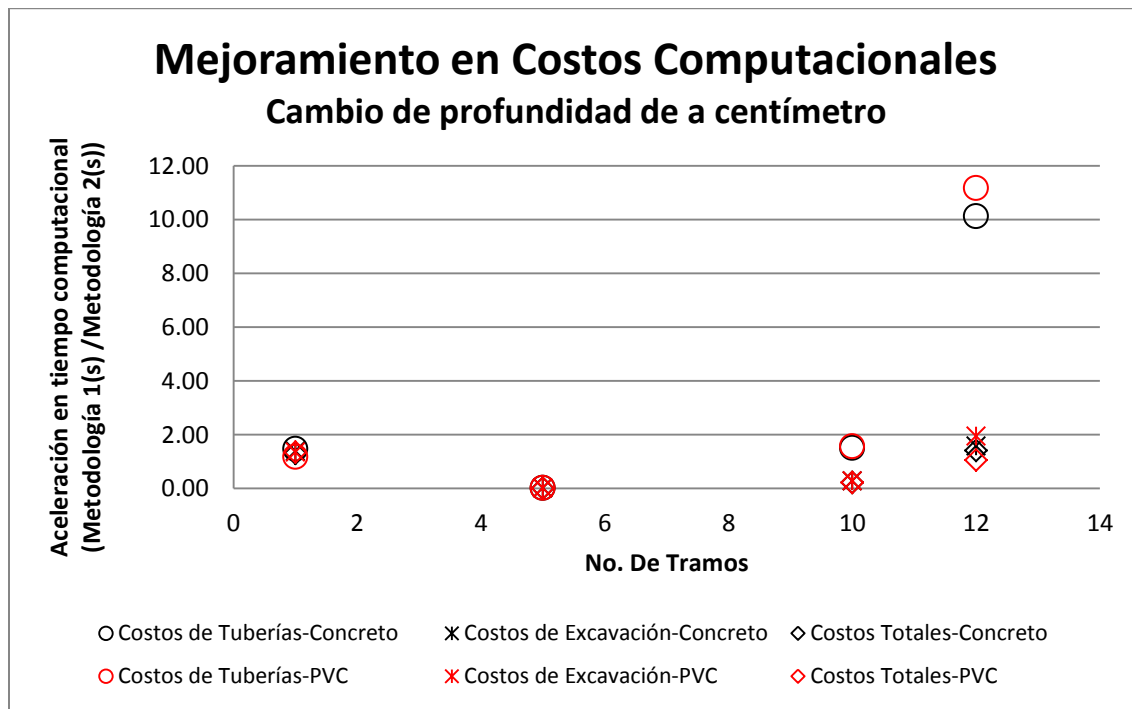


Figura 4.9 Mejoras en costos computacionales utilizando la nueva metodología (variando la cota cada cm).



Con los últimos resultados se observa que se tienen los mismos resultados que antes, con un orden de magnitud menor. Es decir que, a pesar que se siguen obteniendo tiempos de ejecución menores para tramos individuales y series de más de 5 tramos, ya no se hace tan notoria la diferencia en costos computacionales. La aceleración en costos computacionales llega a ser de hasta 11 veces más rápido si se evalúan solo costos de tuberías en series de 12 tramos, mientras que cuando se evalúan los costos totales o los de excavación solo se alcanzan aceleraciones del tiempo de 1 y 2 veces más rápido, respectivamente.

Comparando las mejoras en costos computacionales, diseñando cada centímetro (cm) versus cada decímetro (dm), se observa que con la Metodología 1 el cambio de pendientes no afecta el tiempo de ejecución, para cada número de tramos evaluados y tipos de costos analizados se obtienen los mismos tiempos aproximadamente. Incluso llegan a ser un poco mayores diseñando cada dm en ciertos casos. Con la Metodología 2 si se puede apreciar una diferencia en el tiempo que pasa de arrojar el resultado en milisegundos (diseñando cada dm) a durar aproximadamente 30 segundos (diseñando cada cm).

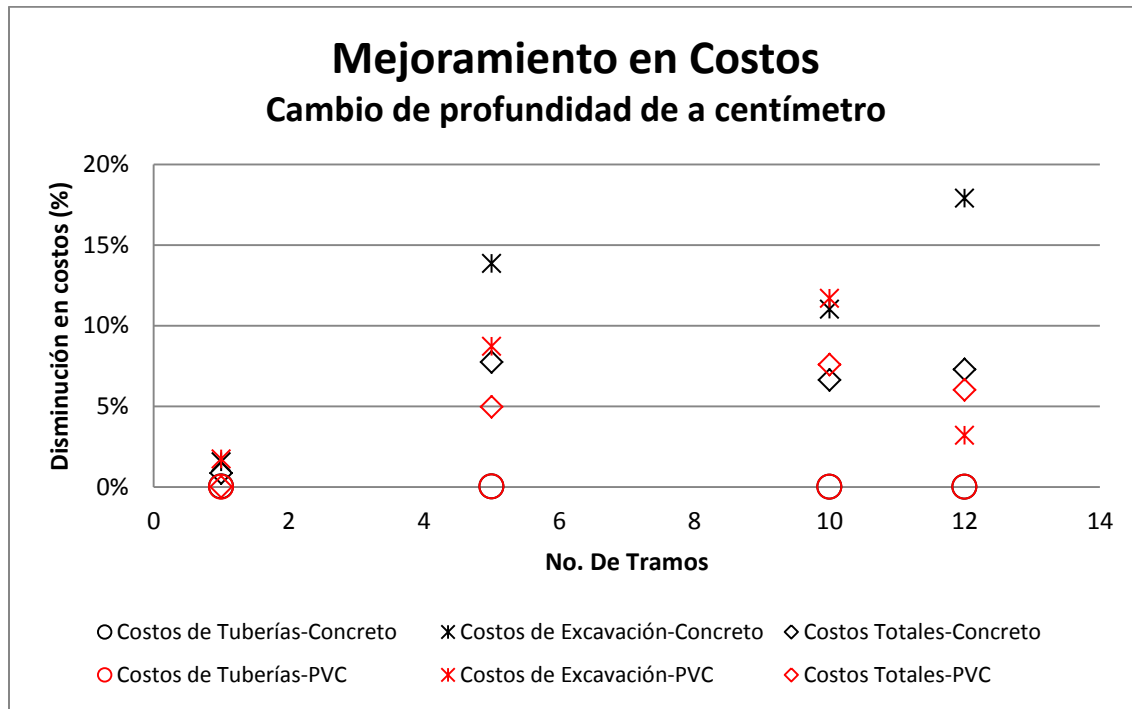


Figura 4.10 Mejoras en costos de construcción utilizando la nueva metodología (variando la cota cada cm).

Con respecto al ahorro en costos sucede lo contrario, al evaluar profundidades cada centímetro es más probable encontrar mayor ahorro. En este caso se alcanza un ahorro en costos de excavación entre 13% y 17% lo que se traduce en un ahorro de hasta el 8% sobre los costos



totales. En cuanto a los costos de tuberías se sigue manteniendo el hecho de que el ahorro es casi nulo.

Tras el análisis de todas las series se hace evidente que el número de arcos factibles se va reduciendo después del primer tramo, ya que se da un proceso de poda que evita que salgan arcos de nodos a los cuales no les llega al menos un arco factible. Como se ha mencionado, los arcos no se consideran factibles si no cumplen con absolutamente todas las restricciones.



5 CONCLUSIONES

- La metodología de diseño de series de tuberías en sistemas de alcantarillado cumple con el objetivo general, pues asegura el óptimo global desde el punto de vista económico, teniendo en cuenta los aspectos hidráulicos que aseguren el adecuado funcionamiento del sistema, con base en las normas colombianas: Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico – RAS (2000).
- Los problemas de ruta más corta ayudan a resolver problemas de tipo NP-duros en un tiempo polinómico.
- El uso del algoritmo de Bellman-Ford para etiquetar los nodos, permite establecer la ruta más corta mientras se genera el grafo que representa la serie de tuberías de un sistema de alcantarillado.
- El grafo que representa la serie de tuberías está conformado por nodos $v_i^k \in \mathcal{N}$, que representan una combinación diámetro $\delta(v_i^k)$ -cota $\nabla(v_i^k)$ y arcos $(v_i^k, v_j^{k+1}) \in \mathcal{A}$ que representan las tuberías y tienen asociado un diámetro $d(v_i^k, v_j^{k+1})$, una pendiente $s(v_i^k, v_j^{k+1})$ y un costo $c(v_i^k, v_j^{k+1})$.
- La solución del grafo se busca desde el nodo final que es el nodo de mínimo costo del último pozo de inspección, hacia aguas arriba, buscando los nodos predecesores que conforman la ruta más corta (la serie de mínimo costo), hasta llegar al pozo de inspección inicial.
- Al evaluar los diseños con los tres tipos de costos, se rectificó que la mayor influencia sobre los costos totales se da por los costos de construcción. Además para ambos casos las pendientes de diseño tienden a ser las mismas y buscan asemejarse a las pendientes del terreno.
- La Potencia Específica para un diseño evaluado solo para costos de tuberías puede ser en promedio 2.5 veces, la Potencia Específica para diseños evaluados solo con costos de excavación o con costos totales.
- El diseño óptimo de series de tuberías de alcantarillado se encuentra con la mínima Potencia Específica posible en cada tramo. Por el contrario, el diseño óptimo evaluando solo costos de tuberías, tiende a maximizar la Potencia Específica.
- El diseño de series de tuberías de alcantarillado utilizando el concepto de Pendientes Propias elimina muchas alternativas de diseño factibles y no minimiza los costos de excavación, por lo que no conduce al diseño óptimo. Sin embargo, la implementación de las Pendientes Intermedias y de terreno en el diseño ayudan a reducir dichos costos de excavación, lo que genera un diseño muy cercano al óptimo.



- El porcentaje de ahorro en costos depende de una serie de factores, de los cuales el que más puede influir es la topografía del terreno que afecta los volúmenes de excavación.
- Con la nueva metodología se reducen en mayor porcentaje los costos de excavación, mientras que la disminución de costos de tuberías es casi nula. Esto representa una disminución en costos totales, cuya función de costos tiene el mismo comportamiento que los costos de excavación. Esto comprueba lo mencionado anteriormente, que la metodología de Pendientes Propias e Intermedias minimiza los costos de tuberías, descuidando un poco los de excavación, pero dando un resultado muy cercano al óptimo.
- Los costos computacionales se reducen de forma importante para series de tuberías de más de 12 tramos aproximadamente, donde el tiempo de ejecución del algoritmo empieza a crecer exponencialmente.
- La precisión del diseño afecta tanto los costos como los tiempos de ejecución del algoritmo; sin embargo para la primera metodología estos tiempos no parecen variar en función de la precisión del diseño. A veces incluso, se presentan mayores tiempos para menores precisiones lo que no tiene mucho sentido, ya que se están evaluando menos pendientes por tramo y por lo tanto el número de alternativas debe ser menor según la Ecuación 2.21. Por el contrario con la segunda metodología si se presenta un aumento significativo al aumentar la precisión de decímetros a centímetros, pues se pasa de un tiempo en milisegundos a casi medio minuto.
- Se encontró que el costo computacional se reduce drásticamente si se evalúa primero la factibilidad económica, antes de la hidráulica que consume más tiempo de ejecución, por el número de iteraciones que realiza.



6 BIBLIOGRAFÍA

- Java (lenguaje de programación)*. (15 de 12 de 2013). Obtenido de Wikipedia:
[http://es.wikipedia.org/wiki/Java_\(lenguaje_de_programaci%C3%B3n\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Java_(lenguaje_de_programaci%C3%B3n))
- Máquina virtual Java*. (11 de 10 de 2013). Obtenido de Wikipedia:
http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_virtual_Java
- Ahuja, R. K., & et Al. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. New Jersey: Prentice-Hall.
- ASCE, A. S. (2007). *Gravity Sanitary Sewer: Design and Construction*. Reston.
- Bellman, R. (20 de Diciembre de 1956). On a Routing Problem.
- Branco, S. (1984). *Limnología sanitaria, estudio de la polución de aguas continentales*. (OEA, Ed.)
- Butler, D., & Davies, J. (2011). *Urban Drainage* (Third Edition ed.). New York: Spon Press.
- CIACUA. (2013). *Diseño Optimizado en Redes de Alcantarillado: Desarrollo de Técnicas Computacionales Exhaustivas para el Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano*. Bogotá: Universidad de Los Andes.
- Copete, D. (2012). *Diseño Hidráulico Optimizado de Redes de Alcantarillado Usando los Conceptos de de Potencia Unitaria y Pendiente Lógica*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Corrales, E., Cuero, P., & et al. (2013). *Metodología de Diseño Optimizado de Series de Tramos de Alcantarillado Utilizando los Conceptos de Pendiente Propia y Pendiente Intermedia*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Engineers, A. S. (2007). *Gravity Sanitary Sewer: Design and Construction*. Reston.
- Goldberg, A., & Radzik, T. (1993). A Heuristic improvement of the Bellman-Ford Algorithm. Gran betaña.
- Hutson, K., Schlosser, T., & Shier, D. (2011). On the Distributed Bellman-Ford Algorithm and the Looping Problem. *INFORMS Journal on Computing* ISSN 1091-9856, 19, 542–551.
- Jiménez, C. (2010). Clase de algorítmica y programación orientada a objetos I. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.



- López, A. (2012). *Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano Usando el Concepto de Potencia Unitaria*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- MIT: Massachusetts Institute of Technology. (2011). Introduction to Algorithms: Bellman-Ford Algorithm. *MIT Open Courses*. Massachusetts.
- Muth, C., Brinson, L., & Bernhar, E. (2010). Inquiry-based exploration of human impacts on stream ecosystems: The Mud Creek case study. *LEARN NC*. Chapel Hill, North Carolina, United States: University of North Carolina at Chapel Hill . Obtenido de <http://www.learnnc.org/lp/editions/mudcreek/6394>
- Navarro, I. (2009). *Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano*. Bogotá: Uniersidad de los Andes.
- PAVCO. (2013). *Lista de referencia de precios Tubosistemas*. Recuperado el 05 de 12 de 2013, de http://pavco.com.co/files/data/20130926115937_s.pdf
- RAS. (2000). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico*. Ministerio de Desarrollo Económico: Dirección de Agua Potable y Saneamiento Básico.
- Salcedo, C. (2012). *Diseño optimizado de sistemas de alcantarillado utilizando los conceptos de resiliencia y potencia unitaria*. Bogotá: Universidad de Los Andes.
- Saldarriaga, J. (2007). *Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos*. Bogotá: Alfaomega.
- Saldarriaga, J. (2012). Clase de Hidráulica. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Saldarriaga, J. (2013). Clase de Sistemas Integrados de Drenaje Urbano. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.



7 ANEXOS

Tabla 7.1 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 1 – Metodología 1

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
0	98.80	98.40														
1	98.72	98.32	\$ 1,850,882	0.0008	0.400	0.694	0.278	3.939	0.093	0.788	0.118	0.623	0.927	0.396	0.058	0.005
2	98.35	97.95	\$ 1,993,066	0.0037	0.400	0.695	0.278	3.943	0.093	0.789	0.118	1.367	4.291	0.868	0.128	0.047
3	98.17	97.72	\$ 2,367,559	0.0023	0.450	0.699	0.315	3.960	0.119	0.891	0.133	1.157	3.006	0.689	0.137	0.032
4	97.77	97.32	\$ 2,629,029	0.0040	0.450	0.696	0.313	3.948	0.118	0.888	0.133	1.532	5.222	0.915	0.181	0.072
5	96.86	96.41	\$ 3,240,601	0.0091	0.450	0.700	0.315	3.963	0.119	0.892	0.133	2.327	11.898	1.384	0.277	0.252
6	96.92	96.24	\$ 4,999,219	0.0017	0.675	0.715	0.483	4.032	0.274	1.361	0.201	1.282	3.357	0.611	0.351	0.060
7	96.70	96.02	\$ 5,100,758	0.0022	0.675	0.794	0.536	4.397	0.305	1.484	0.205	1.480	4.429	0.633	0.451	0.099
8	96.58	95.83	\$ 5,758,277	0.0019	0.750	0.782	0.587	4.342	0.371	1.628	0.228	1.465	4.245	0.604	0.543	0.103
9	96.33	95.58	\$ 5,986,000	0.0025	0.750	0.797	0.598	4.415	0.378	1.656	0.228	1.686	5.594	0.680	0.637	0.159
10	96.23	95.40	\$ 6,717,426	0.0018	0.825	0.794	0.655	4.400	0.455	1.815	0.251	1.513	4.430	0.585	0.689	0.124



Tabla 7.2 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 1 – Metodología 2

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
0	98.80	98.40														
1	98.71	98.31	\$ 1,853,700	0.0009	0.400	0.671	0.268	3.839	0.090	0.768	0.117	0.647	1.001	0.423	0.058	0.005
2	98.53	98.08	\$ 2,105,125	0.0024	0.450	0.690	0.311	3.922	0.117	0.882	0.133	1.167	3.065	0.703	0.137	0.032
3	98.29	97.84	\$ 2,259,089	0.0024	0.450	0.692	0.311	3.930	0.117	0.884	0.133	1.169	3.074	0.702	0.137	0.032
4	98.13	97.63	\$ 2,620,025	0.0021	0.500	0.821	0.411	4.538	0.173	1.135	0.152	1.204	3.158	0.573	0.208	0.044
5	98.05	97.45	\$ 3,200,693	0.0018	0.600	0.787	0.472	4.364	0.239	1.309	0.182	1.231	3.169	0.564	0.294	0.052
6	97.98	97.30	\$ 3,605,630	0.0015	0.675	0.749	0.506	4.186	0.288	1.413	0.204	1.221	3.042	0.556	0.351	0.053
7	97.91	97.16	\$ 3,958,344	0.0014	0.750	0.755	0.566	4.212	0.358	1.580	0.227	1.259	3.158	0.540	0.451	0.064
8	97.72	96.97	\$ 4,082,960	0.0019	0.750	0.785	0.589	4.356	0.372	1.634	0.228	1.460	4.215	0.600	0.543	0.102
9	97.38	96.63	\$ 4,350,057	0.0034	0.750	0.784	0.588	4.351	0.372	1.632	0.228	1.964	7.560	0.808	0.730	0.247
10	96.99	96.24	\$ 4,760,487	0.0039	0.750	0.699	0.524	3.960	0.330	1.485	0.222	2.088	8.583	0.963	0.689	0.271

Tabla 7.3 Cálculo de la hidráulica Ejemplo 2 – Metodología 2

Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
0	998.80	998.60														
1	997.75	997.55	\$ 1,128,529	0.0105	0.20	0.482	0.096	3.070	0.015	0.307	0.049	1.654	5.027	1.928	0.025	0.026
2	997.22	996.97	\$ 1,299,320	0.0058	0.25	0.613	0.153	3.600	0.032	0.450	0.070	1.507	3.966	1.337	0.048	0.027
3	995.26	995.01	\$ 1,299,321	0.0196	0.25	0.521	0.130	3.225	0.026	0.403	0.064	2.786	12.350	2.765	0.072	0.141



Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
4	994.94	994.59	\$ 1,617,172	0.0042	0.35	0.651	0.228	3.757	0.066	0.657	0.101	1.606	4.164	1.150	0.107	0.045
5	994.29	993.94	\$ 1,651,639	0.0065	0.35	0.652	0.228	3.761	0.066	0.658	0.101	2.038	6.435	1.457	0.135	0.088
6	993.31	992.96	\$ 1,651,639	0.0098	0.35	0.663	0.232	3.807	0.068	0.666	0.102	2.560	9.751	1.806	0.173	0.169
7	992.51	992.11	\$ 1,835,807	0.0085	0.40	0.572	0.229	3.432	0.074	0.686	0.108	2.472	9.049	1.821	0.184	0.157
8	991.87	991.42	\$ 2,026,515	0.0069	0.45	0.577	0.260	3.452	0.095	0.777	0.122	2.382	8.276	1.644	0.227	0.156
9	991.60	991.10	\$ 2,179,380	0.0033	0.50	0.803	0.401	4.442	0.169	1.110	0.152	1.823	4.886	0.894	0.308	0.101
10	991.20	990.70	\$ 2,315,595	0.0040	0.50	0.665	0.332	3.813	0.139	0.953	0.145	1.976	5.707	1.165	0.274	0.110
11	990.72	990.22	\$ 2,501,958	0.0047	0.50	0.656	0.328	3.774	0.136	0.944	0.145	2.156	6.699	1.285	0.294	0.139
12	989.64	989.14	\$ 2,361,689	0.0109	0.50	0.520	0.260	3.222	0.103	0.806	0.128	3.142	13.660	2.207	0.324	0.352
13	988.92	988.42	\$ 2,224,435	0.0071	0.50	0.622	0.311	3.634	0.128	0.909	0.141	2.656	9.863	1.648	0.341	0.243
14	988.22	987.72	\$ 2,597,078	0.0071	0.50	0.661	0.331	3.799	0.138	0.950	0.145	2.692	10.067	1.593	0.371	0.262
15	987.45	986.95	\$ 2,597,078	0.0077	0.50	0.678	0.339	3.869	0.142	0.967	0.146	2.832	11.031	1.642	0.401	0.308
16	986.70	986.20	\$ 2,269,842	0.0075	0.50	0.692	0.346	3.931	0.145	0.983	0.148	2.802	10.808	1.596	0.406	0.303
17	985.87	985.37	\$ 2,454,876	0.0084	0.50	0.707	0.353	3.993	0.148	0.998	0.149	2.992	12.177	1.674	0.444	0.371
18	985.03	984.53	\$ 2,549,361	0.0084	0.50	0.768	0.384	4.273	0.162	1.068	0.151	3.043	12.519	1.569	0.492	0.415
19	984.01	983.51	\$ 2,315,595	0.0101	0.50	0.743	0.371	4.156	0.156	1.039	0.151	3.350	14.966	1.788	0.524	0.531
20	981.95	981.45	\$ 2,224,435	0.0206	0.50	0.586	0.293	3.489	0.120	0.872	0.137	4.642	27.732	3.007	0.556	1.145
21	981.47	980.87	\$ 2,804,362	0.0058	0.60	0.684	0.410	3.893	0.206	1.168	0.176	2.747	10.111	1.444	0.566	0.331
22	980.59	979.99	\$ 2,858,538	0.0087	0.60	0.617	0.370	3.614	0.183	1.084	0.169	3.324	14.473	1.894	0.609	0.532



Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
23	979.89	979.29	\$ 2,858,538	0.0070	0.60	0.675	0.405	3.858	0.203	1.157	0.176	3.018	12.039	1.603	0.613	0.429
24	979.15	978.55	\$ 2,913,079	0.0074	0.60	0.668	0.401	3.827	0.201	1.148	0.175	3.114	12.763	1.668	0.625	0.465
25	978.43	977.83	\$ 3,078,840	0.0072	0.60	0.697	0.418	3.950	0.210	1.185	0.177	3.094	12.577	1.600	0.651	0.470
26	977.67	977.07	\$ 3,247,705	0.0076	0.60	0.700	0.420	3.963	0.211	1.189	0.178	3.174	13.180	1.635	0.671	0.507
27	976.91	976.31	\$ 3,134,790	0.0077	0.60	0.712	0.427	4.015	0.215	1.205	0.179	3.207	13.424	1.628	0.690	0.529
28	976.08	975.48	\$ 2,858,539	0.0083	0.60	0.717	0.430	4.038	0.217	1.211	0.179	3.347	14.516	1.687	0.726	0.600
29	975.29	974.69	\$ 2,697,129	0.0079	0.60	0.760	0.456	4.233	0.230	1.270	0.181	3.291	14.042	1.567	0.758	0.598
30	974.44	973.84	\$ 2,750,557	0.0085	0.60	0.745	0.447	4.165	0.226	1.249	0.181	3.413	15.028	1.659	0.771	0.653
31	972.59	971.99	\$ 2,644,082	0.0185	0.60	0.557	0.334	3.372	0.162	1.012	0.160	4.827	29.073	2.956	0.782	1.447
32	971.73	971.13	\$ 2,697,129	0.0086	0.60	0.765	0.459	4.258	0.232	1.277	0.182	3.460	15.395	1.636	0.803	0.694
33	970.71	970.11	\$ 2,697,129	0.0102	0.60	0.737	0.442	4.129	0.223	1.239	0.180	3.760	17.978	1.846	0.840	0.854
34	969.67	969.07	\$ 3,078,840	0.0104	0.60	0.760	0.456	4.234	0.230	1.270	0.181	3.824	18.523	1.821	0.881	0.917
35	968.59	967.99	\$ 3,134,789	0.0108	0.60	0.766	0.460	4.265	0.232	1.279	0.182	3.914	19.332	1.847	0.910	0.987
36	967.96	967.28	\$ 3,311,177	0.0070	0.68	0.728	0.492	4.089	0.279	1.380	0.202	3.315	13.983	1.552	0.925	0.652
37	967.21	966.54	\$ 4,135,233	0.0074	0.68	0.735	0.496	4.119	0.282	1.390	0.203	3.415	14.765	1.586	0.962	0.714
38	966.41	965.73	\$ 4,201,014	0.0081	0.68	0.717	0.484	4.039	0.275	1.363	0.201	3.563	15.985	1.693	0.978	0.791
39	965.69	965.01	\$ 3,495,984	0.0072	0.68	0.762	0.514	4.245	0.293	1.433	0.204	3.374	14.426	1.510	0.987	0.711
40	964.22	963.54	\$ 3,070,158	0.0147	0.68	0.587	0.396	3.493	0.218	1.179	0.185	4.668	26.698	2.600	1.020	1.498
41	962.81	962.13	\$ 2,952,061	0.0141	0.68	0.612	0.413	3.594	0.230	1.213	0.189	4.629	26.191	2.502	1.063	1.499
42	961.97	961.30	\$ 3,070,158	0.0084	0.68	0.774	0.523	4.304	0.297	1.453	0.205	3.664	16.792	1.611	1.090	0.911
43	961.37	960.62	\$ 3,737,698	0.0068	0.75	0.694	0.520	3.937	0.327	1.476	0.222	3.442	14.772	1.598	1.126	0.765



Pozo	Cota Clave (m)	Cota Batea (m)	Costo Tramo (COP)	s (-)	d (m)	y_n/d (-)	y_n (m)	θ (-)	A (m ²)	P (m)	R (m)	v (m/s)	τ (Pa)	Fr (-)	Q (m ³ /s)	PE (m ² /s)
44	960.66	959.91	\$ 3,670,302	0.0071	0.75	0.698	0.523	3.954	0.329	1.483	0.222	3.521	15.401	1.627	1.159	0.820
45	959.92	959.17	\$ 3,339,607	0.0074	0.75	0.691	0.518	3.925	0.326	1.472	0.221	3.604	16.084	1.679	1.173	0.870
46	959.20	958.45	\$ 3,603,317	0.0072	0.75	0.722	0.542	4.063	0.342	1.524	0.224	3.566	15.741	1.597	1.219	0.872
47	958.45	957.70	\$ 3,873,702	0.0075	0.75	0.719	0.539	4.047	0.340	1.518	0.224	3.648	16.414	1.640	1.240	0.926
48	957.69	956.94	\$ 3,670,302	0.0076	0.75	0.728	0.546	4.086	0.344	1.532	0.225	3.701	16.853	1.646	1.274	0.974
49	956.82	956.07	\$ 3,404,888	0.0087	0.75	0.695	0.521	3.944	0.328	1.479	0.222	3.925	18.826	1.819	1.287	1.114
50	955.75	955.00	\$ 3,339,607	0.0107	0.75	0.647	0.485	3.739	0.302	1.402	0.216	4.336	22.738	2.131	1.312	1.409