

**Alcantarillados: un programa para el diseño optimizado de la topología y el  
diseño de mínimo costo de redes de drenaje urbano  
“XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de  
abastecimiento y drenaje”**

***Daniel Luna (1), Emilio Corrales (2), Laura Montaña (3),  
Andrés Ardila (4), Juan Saldarriaga (5)***

**(1)(2)(3) Investigador(a), Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes, Carrera 1ª Este N° 19A -40, Bogotá Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3066, de.luna123@uniandes.edu.co; e.corrales61@uniandes.edu.co; le.montano110@uniandes.edu.co.**

**(4) Monitor de Investigación, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes, Carrera 1ª Este N° 19A -40, Bogotá Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3520, af.ardila327@uniandes.edu.co.**

**(5) Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Director Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª Este N° 19A -40, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3521, jsaldarr@uniandes.edu.co.**

**RESUMEN**

En la búsqueda de criterios hidráulicos que permitan encontrar diseños de redes de drenaje urbano de bajo costo, el programa ALCANTARILLADOS, del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes – CIACUA Bogotá, Colombia, implementa técnicas exhaustivas que resuelven completamente el espacio solución del problema. En este artículo se muestra la forma en la que se plantearon los algoritmos exhaustivos para resolver los problemas de diseño de alcantarillados, buscando hacerlos computacionalmente eficientes, y la forma en la que se identificaron los criterios hidráulicos que ayudan a encontrar de manera directa soluciones de mínimo costo.

**Palabras claves:** Técnicas exhaustivas, algoritmos eficientes, diseño, alcantarillado, criterio hidráulico.

**ABSTRACT**

The software ALCANTARILLADOS, developed in Los Andes University's Aqueducts and Sewers Research Center - CIACUA (by its initials in Spanish) has allowed finding hydraulic criteria to minimize sewer design costs, implementing exhaustive techniques. This paper shows the use of exhaustive algorithms in order to solve the optimization of sewer system design problem, making them work efficiently. Also, shows the search technique of these hydraulic criteria.

**Key words:** Exhaustive techniques, efficient algorithms, design, sewer, hydraulic criteria.

**SOBRE EL AUTOR PRINCIPAL**

***Daniel Luna Beltrán:*** Ingeniero Ambiental Universidad de Los Andes, Bogotá Colombia. Estudiante de la maestría en Recursos Hídricos, y de la maestría en Construcción de Software de la Universidad de los Andes, Colombia. Asistente Graduado del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados CIACUA del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de los Andes, Colombia. Investigador del Centro de Investigación Estratégica del Agua (CIE-AGUA) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes, Colombia.

## ANTECEDENTES E INTRODUCCIÓN

Actualmente, la mayoría de poblaciones en América Latina cuentan con una baja cobertura en sus sistemas de saneamiento básico; esto sucede principalmente por el bajo presupuesto con el que cuentan para sobrellevar los gastos asociados con la construcción y operación de éstos. Este problema ha sido abordado por la comunidad académica, y a partir de la década de 1940 se empezó a estudiar la optimización de redes de alcantarillado y la importancia que tiene este procedimiento sobre la efectividad y viabilidad de los diseños (Hardenbergh, 1942). En el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes, CIACUA Bogotá, Colombia, se ha venido desarrollando, desde hace varios años, una metodología para el diseño optimizado de redes de drenaje urbano que se ha implementado en el programa ALCANTARILLADOS.

Fue en la década de los 70's que se empezó a separar el procedimiento del diseño de redes de drenaje urbano en dos componentes: la selección de la topología o trazado de la red, y el diseño hidráulico de ésta (Argaman, *et al.*, 1973). También, se estableció la relación existente entre estos dos procedimientos y su impacto en los costos finales del proyecto. Tres décadas más tarde, ya era claro que la optimización del trazado solo puede ser llevada a cabo luego de tener un modelo capaz de generar diseños hidráulicos optimizados (Weng & Liaw, 2005). Por esta razón, en el programa ALCANTARILLADOS se comenzó con la búsqueda de una técnica de diseño hidráulico enfocada en la reducción de los costos de los diámetros y el volumen de excavación, dadas unas condiciones topológicas iniciales (López, 2012). Para esto, fueron utilizadas técnicas computacionales exhaustivas, tales como programación por restricciones sobre grafos, encontrando siempre la forma de optimizar los diseños bajo las condiciones establecidas.

El siguiente paso consistió en la creación de algoritmos que fueran capaces de generar trazados de forma exhaustiva dada una cantidad de puntos de unión. Así, el programa ALCANTARILLADOS fue capaz de evaluar y diseñar todos los trazados posibles para cualquier condición de topografía, topología y aporte de caudal. Evidentemente, el desafío más grande ha sido la minimización de los tiempos de ejecución mediante técnicas de aumento de eficiencia computacional, o algoritmos eficientes, ya que el uso de procedimientos exhaustivos sobre el problema de diseño de alcantarillados hace que

dichos tiempos aumenten de forma exponencial, ya que se trata de un problema NP-Duro.

El análisis de los resultados logrados con el programa ALCANTARILLADOS ha permitido aclarar la forma como se optimizan los diseños de las redes de drenaje urbano, y encontrar criterios hidráulicos para la selección de trazados que reduzcan los costos de diseño. Usando el programa se han obtenido diseños hidráulicos con costos mucho menores que otros modelos, que también son capaces de realizar este procedimiento con un trazado definido. Por último, ha demostrado la importancia que tiene el uso de algoritmos eficientes como componente central en la resolución de problemas complejos.

## BASE CIENTÍFICO – TEÓRICA

En teoría sobre complejidad de algoritmos se destacan 3 tipos de problemas, a saber: problemas que pueden ser resueltos en un tiempo polinomial (problemas P, NP), problemas que son resueltos en un tiempo no-polinomial (NP-Completo) y problemas que pueden tener un tiempo de solución aún mayor (NP-Duro). Los problemas más complejos se pueden identificar siempre que la variable que describe el tamaño del problema tenga una tasa de crecimiento exponencial o mayor (Russell, *et al.*, 2010).

Con el objetivo de dimensionar el espacio a explorar, se utiliza el 'principio de multiplicación', usado dentro de la teoría de conteo. Según este principio se sabe que si se tiene un número  $n$  de operaciones que pueden desarrollarse de forma secuencial, en el que cada una puede realizarse de  $m$  maneras diferentes, entonces el número total  $N$  de formas diferentes de realizar todas las operaciones esta descrito por la Ecuación 1 (Larson, 1992).

$$N = \prod_{i=1}^n m_i \quad (1)$$

El dimensionamiento de los problemas que representa el diseño exhaustivo de redes de drenaje urbano hace uso del principio de multiplicación en prácticamente la totalidad de los casos.

Uno de los parámetros usados para realizar los análisis en busca de las redes de alcantarillado de bajo costo fue la Potencia Unitaria, concepto desarrollado por Saldarriaga, Romero, Ochoa,

Moreno y Cortés (2007) como un indicador del comportamiento hidráulico de redes de distribución de agua potable. La energía que pierde el flujo como consecuencia de su paso a través de un tramo es lo que se denomina Potencia Unitaria.

$$PU = Qh_f \quad (2)$$

donde:

- $PU$  es la potencia unitaria de un tramo de alcantarillado.
- $Q$  es el caudal que mueve el tramo.
- $h_f$  son las pérdidas de energía por fricción.

## METODOLOGÍA

La búsqueda de criterios hidráulicos que permiten encontrar de forma directa diseños de redes de drenaje urbano de bajo costo comenzó con el dimensionamiento matemático del problema. Para entender la complejidad del mismo, se mostrarán las posibilidades de solución que existen conforme se hable de cada uno de los pasos que componen el proceso, y la metodología seguida para el desarrollo del programa ALCANTARILLADOS.

La idea central del módulo de diseño del programa ALCANTARILLADOS, es que funcione a través de una metodología determinística que permita obtener un resultado único dependiendo de los datos de entrada. Para entender la naturaleza del problema, se propuso producir todos los diseños válidos posibles en cada caso, y a partir de este espacio de soluciones, identificar las características comunes que comparten las redes de drenaje de menor costo.

El problema del diseño de alcantarillados se divide en dos componentes: 1) la selección de la topología o trazado de la red, que consiste en resolver la conectividad de los puntos de unión, y 2) el diseño hidráulico de ésta, que consiste en la selección de los diámetros y las pendientes de todas las tuberías. Según los trabajos de Weng & Liaw (2005) en el tema, es posible demostrar que sólo se puede optimizar la selección de la topología teniendo un modelo que sea capaz de optimizar el diseño hidráulico. Esto ocurre ya que el primer modelo debe hacer uso del segundo, y sus resultados dependerán completamente de la forma como se logre la optimización en el primer caso.

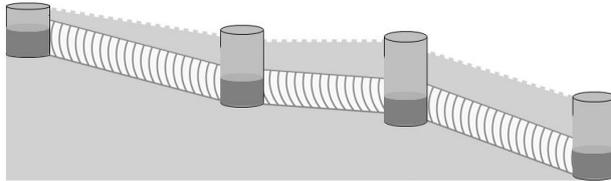
## Diseño de un tramo de alcantarillado

El módulo de diseño del programa ALCANTARILLADOS comenzó con la solución del problema de escoger el diámetro y la pendiente de diseño de un tramo particular, entendiendo un tramo como la secuencia de tuberías que conectan dos cámaras de unión. El espacio de este problema comprende el número de diámetros posibles para diseño, multiplicado por el número de pendientes en las que sea posible disponer la tubería, siguiendo el principio de multiplicación de la Ecuación (1). El número de diámetros generalmente se limita a una lista de diámetros comerciales disponibles según el material. El número de pendientes posibles para disponer la tubería se puede encontrar mediante la discretización del rango de pendientes a usar, en pasos de 1/1000, que es el valor de precisión admisible para que los topógrafos puedan instalar las tuberías con exactitud. El resultado obtenido es un grupo del orden de  $10^3$  posibilidades diferentes de disponer la tubería en un solo tramo.

La optimización de la selección del diámetro y la pendiente de diseño se lleva a cabo usando grupos pequeños de estas pendientes, tales como las Pendientes Propias e Intermedias, que permiten minimizar los costos de la excavación y el costo de las tuberías en el diseño. Las Pendientes Propias son aquellas pendientes que hacen que, por una tubería de diámetro conocido, fluya un caudal con la máxima relación de llenado posible, permitiendo aprovechar al máximo la capacidad hidráulica de la tubería. Las Pendientes Intermedias son pendientes que se calculan como un promedio ponderado de dos Pendientes Propias, de tal manera que se logre reducir la diferencia entre la pendiente del terreno y la del diseño final. También se pueden excluir del problema todas aquellas pendientes a partir de las cuales alguna restricción de diseño no se cumpla, como las de velocidad o las de esfuerzo cortante en la pared. Esto hace que el problema se reduzca dos órdenes de magnitud, teniendo en cuenta que las pendientes que cumplen con todas las anteriores condiciones son siempre menos de 10. En este punto, es posible encontrar los diseños posibles de cada tramo, que son los conjuntos de diseños hechos usando Pendientes Propias e Intermedias que cumplen con las restricciones hidráulicas impuestas.

## Diseño de una serie de tramos de alcantarillado

Una serie de alcantarillado está conformada por una secuencia de tramos que se encuentran conectados por cámaras de unión (Figura 1).



**Figura 1. Serie ejemplo con 3 tramos de alcantarillado.**

Todas las posibles series de alcantarillado que se pueden numerar siguiendo la Ecuación (1). Esto implica que el tamaño del espacio de soluciones del problema crece de forma exponencial dependiendo del número de tramos que se añadan a la serie.

En Colombia, para el diseño de una serie de alcantarillados hay que tener en cuenta que no es posible disponer tuberías de diámetro menor a las tuberías de aguas arriba. También es habitual encontrar limitaciones en las profundidades máximas y mínimas en las que las tuberías de alcantarillado pueden encontrarse. Esto se debe a obstrucciones que deben ser evitadas, o simplemente a reglamentación propia de la construcción de las tuberías, como ocurre con la profundidad mínima para proteger la tubería de cargas, o de los cuidados y riesgos asociados con una excavación profunda.

El programa ALCANTARILLADOS, en su módulo de diseño, comenzó con un algoritmo que organiza los diseños de  $t$  tramos en una matriz  $M$  de tamaño:

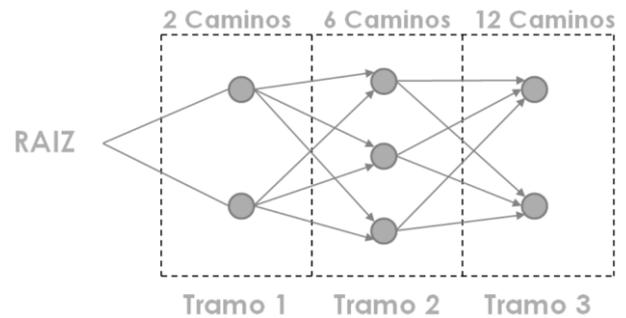
$$M_{\prod_{i=1}^n t_i \times t}$$

donde:

- $n$  es el número de diseños posibles en el tramo  $i$ .
- $t$  es el número de tramos de la serie.
- $t_i$  es el  $i$ -ésimo tramo de la serie.

Es claro que el número de filas de esta matriz puede crecer de forma exponencial conforme se aumenta el número de tramos. Para verificar la validez de los diseños, se revisaba cada fila de la matriz en forma individual. En este entonces, los tiempos computacionales eran muy elevados, puesto que no se tenía en cuenta ninguna restricción del problema en el desarrollo del algoritmo.

Con el objetivo de aumentar la eficiencia computacional del algoritmo, se cambió la forma en la que el programa ALCANTARILLADOS organiza, verifica y almacena los datos de los diseños. Para esto, los diseños se almacenaron como objetos en una estructura de grafo, como se muestra en la Figura 2, un ejemplo de una serie con 3 tramos, con 2, 3, y 2 diseños posibles respectivamente.



**Figura 2. Grafo de una serie de 3 tramos de alcantarillado.**

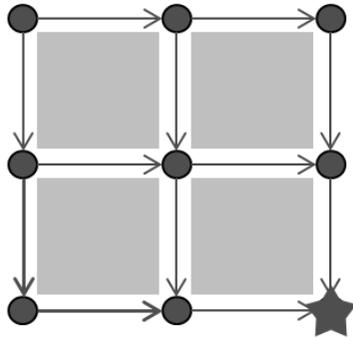
Esta forma de organizar los datos, permite:

1. Reducir el espacio que ocupan los diseños en memoria principal.
2. Introducir las restricciones en el proceso de evaluación. De esta manera se reduce el espacio a explorar, ya que se ignoran los caminos que incumplan con alguna de las restricciones: reducción de diámetros, profundidades máximas y profundidades mínimas.
3. Almacenar las respuestas usando la menor cantidad de memoria posible.

Luego de usar el programa ALCANTARILLADOS para encontrar la totalidad de alternativas válidas en un amplio conjunto de datos de entrada, se encontró una fuerte relación inversa entre Potencia Unitaria y los costos de las tuberías, y una relación directa, menos fuerte, entre Potencia Unitaria y costos de excavación. Esto hace que el proceso de optimización usando este concepto dependa de la forma de la ecuación de costos. Por esta razón, el diseño de series de alcantarillado se dejó de forma exhaustiva para seguir con la búsqueda de un criterio que permita encontrar el trazado de mínimo costo.

## Selección del trazado de una red de alcantarillado.

El programa ALCANTARILLADOS comienza a diseñar redes completas teniendo puntos de unión, direcciones de flujo y puntos de descarga fijos. Estas redes son de drenaje sanitario o combinado, por lo que, según la reglamentación, deben pasar por todas las calles de la ciudad (Figura 3). El punto de descarga está representado por la estrella.



**Figura 3. Grilla ejemplo de una red de alcantarillado de 2x2 circuitos.**

Con el objetivo de mantener la red de alcantarillado como una red abierta, no se permite que las cámaras tengan más de una tubería de salida. De esta forma, la cantidad de trazados que pueden generarse sigue el principio de multiplicación de la Ecuación 1, puesto que las  $n$  cámaras de la parte superior izquierda de la red tienen 2 posibilidades de drenaje: derecha o abajo. Así, la cantidad total de trazados  $NT$  se describe con la Ecuación 3:

$$NT = 2^n \quad (3)$$

Esto, siempre y cuando los sentidos de flujo estén fijados como se mostró en la Figura 3, de lo contrario, las posibilidades de trazado aumentan a:

$$NT = 2^4 \cdot 3^{2(m+n-2)} \cdot 4^{(m-1)(n-1)} \quad (4)$$

Hay que tener en cuenta que la Ecuación 4 ignora la posición del punto de descarga, puesto que las direcciones de flujo de todas las cámaras no siguen un camino definido.

Es evidente entonces que el problema de generación exhaustiva de trazados es un problema NP-Duro, puesto que el tamaño del espacio solución crece de manera exponencial conforme se aumentan los circuitos de la grilla.

El proceso de diseño de una grilla sigue el siguiente esquema:

1. Definir los sentidos de flujo. En un principio el algoritmo exhaustivo trabajó con sentidos de flujo fijos, debido al tamaño del problema.
2. Definir las tuberías de inicio o arranque. Cada cuadra cuenta mínimo con una tubería de éstas, y se caracterizan por no transportar el agua que llega a la cámara de aguas arriba.
3. Ya que la red ha quedado dividida en caminos, se usa el algoritmo de diseño de series de alcantarillado para conocer el diámetro y la pendiente que debe tener cada tramo.
4. Se realiza un ajuste de cotas de llegada de las series secundarias a las series principales, usando cámaras de caída.

Los resultados obtenidos por este algoritmo permitieron encontrar características comunes que comparten las redes de alcantarillado de bajo costo. En la mayoría de pruebas que se realizaron con el programa ALCANTARILLADOS en este punto, pusieron en evidencia que las características de las redes de bajo costo dependen enormemente de la topología y la topografía del lugar. Algunas de estas características se convirtieron en criterios de diseño, para ser usadas en un nuevo algoritmo que encuentra de forma más directa una red de bajo costo, sin la necesidad de explorar de forma exhaustiva la totalidad del espacio de soluciones.

Las características de diseño fueron convertidas en una ecuación de beneficio/costo, teniendo en cuenta su impacto en el costo final de la red (diámetro promedio y volumen excavado total). Esta ecuación fue usada en un algoritmo que construye la red como un árbol que tiene su raíz en el punto de descarga de la red (Figura 4). Esta metodología evalúa la posibilidad de añadir un nuevo tramo a la red, dependiendo de la calificación otorgada por la ecuación de beneficio/costo. Al finalizar el proceso, el programa ALCANTARILLADOS es capaz de obtener redes de bajo costo, en relación con las obtenidas mediante la evaluación exhaustiva del problema.

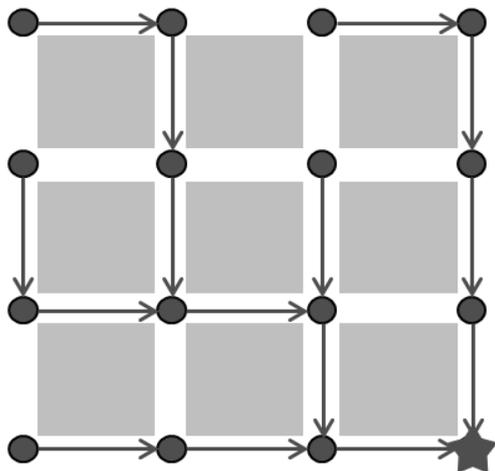


Figura 4. Árbol ejemplo obtenido para una grilla de 3x3 con topografía sin pendiente.

### PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Un estudio detallado del comportamiento de los algoritmos terminaron por demostrar que el número de alternativas evaluadas en cada caso no es la única variable para medir el tiempo computacional requerido para resolver cada caso. Además de esto, el número de resultados almacenados en memoria principal, el tráfico puntual de información en el procesador del computador, las restricciones hidráulicas impuestas en el problema, entre otras, tienen una influencia importante en la cantidad de tiempo invertido en los análisis. Un ejemplo de esto se observa en las Figuras 5 y 6, donde se muestran respectivamente los tiempos de cálculo y los diseños válidos, con respecto al número de tramos diseñados.

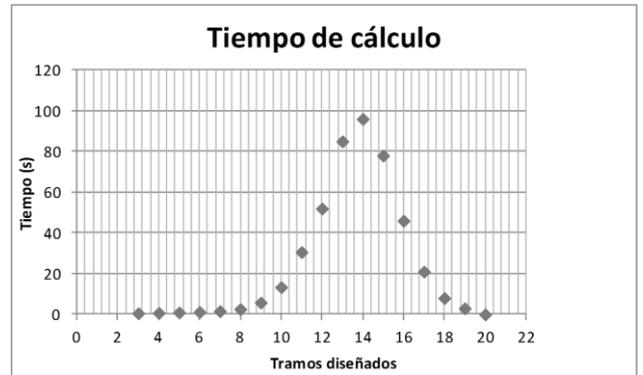


Figura 5. Tiempos de cálculo del algoritmo de diseño de series de alcantarillado.

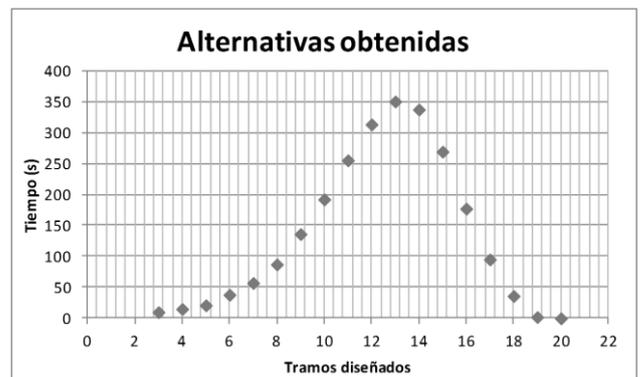


Figura 6. Alternativas válidas encontradas por el algoritmo de diseño de series de alcantarillado.

Estos resultados se obtuvieron con el perfil de terreno y límites mostrados en la Figura 7. El caudal de entrada en cada cámara es de 20 L/s, y el material de las tuberías tiene una rugosidad absoluta de  $1.5 \times 10^{-6}$  metros.

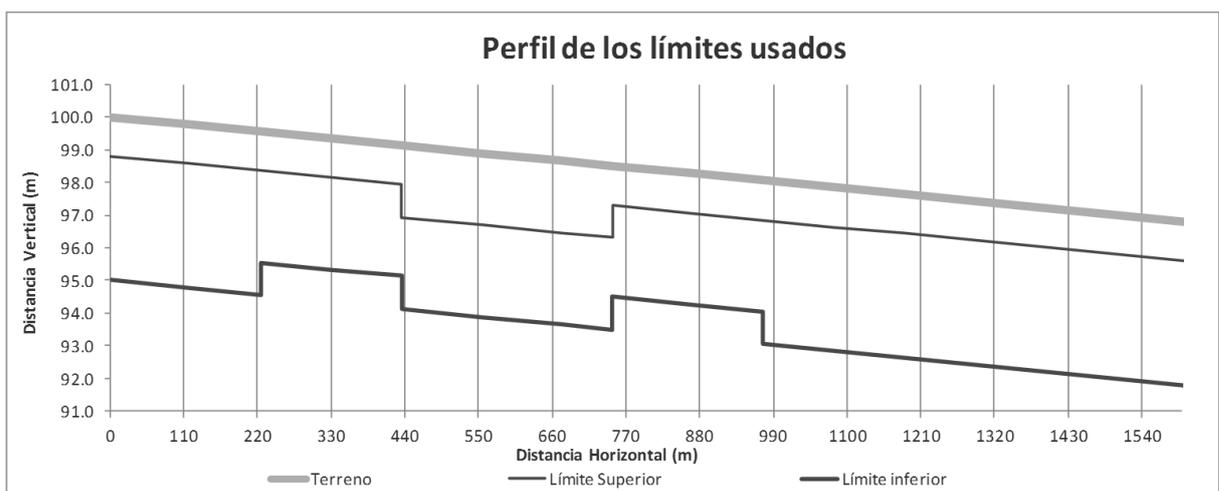
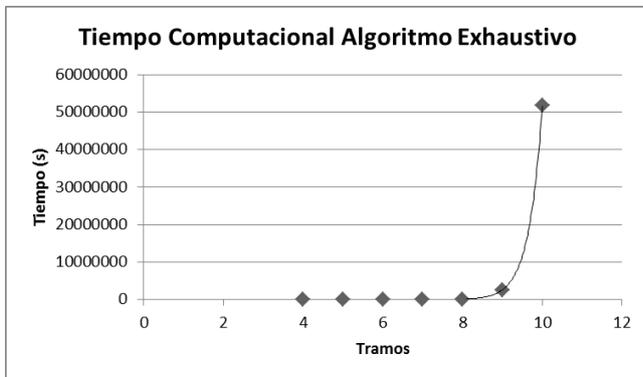


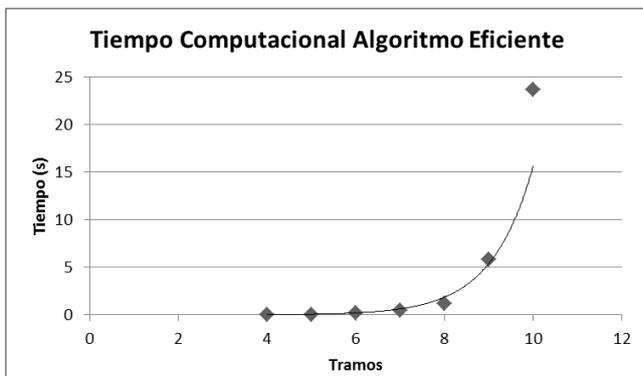
Figura 7. Perfiles del terreno y límites de excavación usados para el diseño de las series.

Estos resultados al inicio del desarrollo del programa ALCANTARILLADOS fueron decisivos a la hora de aumentar la eficiencia del algoritmo, puesto que explican las variables de las que depende el tiempo de ejecución del algoritmo.

Los cambios en los tiempos de ejecución del algoritmo se pueden observar en las siguientes figuras.

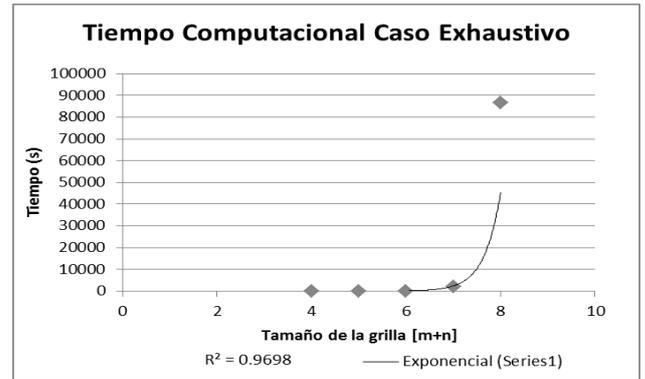


**Figura 8. Tiempo promedio usado por el algoritmo de diseño exhaustivo de series de tramos de alcantarillado.**

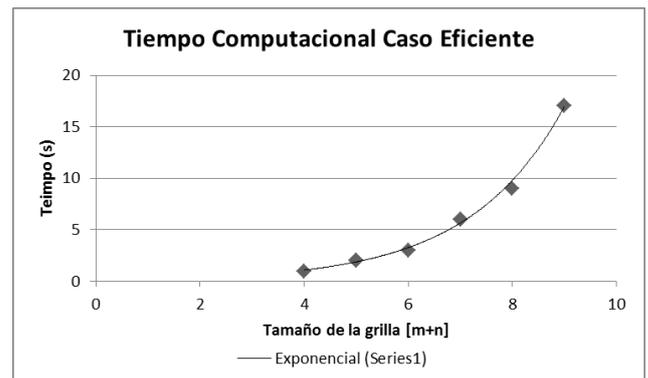


**Figura 9. Tiempo promedio usado por el algoritmo de diseño exhaustivo-eficiente de series de tramos de alcantarillado.**

En las Figuras 8 y 9 es evidente la reducción de la velocidad de crecimiento del tiempo de ejecución del algoritmo de diseño de series de alcantarillado. También ocurre lo mismo con el algoritmo de diseño de grillas. Este comportamiento se puede observar en las Figuras 10 y 11.



**Figura 10. Tiempo promedio usado por el algoritmo de diseño exhaustivo de redes con respecto al número de filas + columnas de la grilla.**



**Figura 11. Tiempo promedio usado por el algoritmo de diseño eficiente de redes con respecto al número de filas + columnas de la grilla.**

Estos resultados fueron obtenidos como el promedio del tiempo que tardaban en completarse las simulaciones con diferentes datos de entrada: caudales, topologías, topografías y materiales.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

El nuevo algoritmo de diseño de series de alcantarillados es capaz de evaluar una serie de tramos de cualquier tamaño sin incurrir en un tiempo computacional elevado. Los resultados mostrados en las Figuras 5 y 6 muestran que el tiempo de ejecución está más relacionado con la cantidad de resultados válidos, que con el tamaño del espacio de alternativas a evaluar, debido al almacenamiento de datos en memoria principal. Este hecho permitió reducir la cantidad de alternativas almacenadas en cada caso, almacenando sólo las alternativas de menor costo.

La metodología de diseño de redes usando la estructura de datos en forma de árbol permite realizar la selección de sentidos de flujo y la

selección de puntos de inicio o arranque de manera simultánea, para uno o más puntos de descarga en la red. Esta es una diferencia notable con respecto al algoritmo de exploración exhaustiva.

El esquema funcionamiento del programa ALCANTARILLADOS está basado en un algoritmo voraz, puesto que en cada paso del diseño de la red de drenaje realiza una optimización independiente. Esto ocurre ya que el tamaño del problema es demasiado grande para ser abordado por completo de forma directa. Para esto, se requeriría de supercomputadoras para realizar las exploraciones exhaustivas. En contraparte, el algoritmo voraz de ALCANTARILLADOS, es una metodología que ha sido desarrollada en computadores personales convencionales, por lo que puede ser probada en cualquier parte del mundo.

## **CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES, Y TRABAJO FUTURO**

Después del trabajo desarrollado con el programa ALCANTARILLADOS es evidente que el análisis del espacio solución producido por algoritmos exhaustivos es fundamental para la obtención de criterios que permitan encontrar diseños de alcantarillados de bajo costo.

También se destacó la importancia que tiene el aumento de la eficiencia computacional a la hora de trabajar con algoritmos exhaustivos. La ventaja primordial ha sido conocer a fondo el problema a resolver y utilizar sus restricciones para minimizar los tiempos de ejecución requeridos. Se recomienda siempre incluir las restricciones que permitan reducir el tamaño del problema, cuando se trabaje con algoritmos de exploración exhaustiva. De igual forma, los algoritmos voraces son una excelente aproximación para encontrar resultados cercanos al óptimo, sin necesidad de contar con equipos especializados en procesamiento de alta velocidad.

El criterio de Potencia Unitaria debe aplicarse dependiendo de los costos locales de la excavación y de las tuberías. Cuando esto esté definido, es posible encontrar un criterio directo para el diseño de series de alcantarillado.

ALCANTARILLADOS es un programa capaz de diseñar redes de drenaje urbano dados una topología y unos puntos de unión. Un desafío en el que se debe seguir trabajando es la escogencia óptima de la ubicación de estos puntos de unión, teniendo en cuenta un análisis hidráulico del terreno, de los suelos y de la distribución de aportes de caudal de la

zona. También, la búsqueda de un criterio que permita encontrar de forma directa la combinación de diámetros y pendientes de diseño de una serie de alcantarillados. Del mismo modo, es necesario trabajar en la forma de adicionar cámaras de caída intermedias, para aquellos tramos cuyas alternativas no permitan cumplir con las restricciones hidráulicas.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Argaman, Y., Shamir, U. y Spivak, D., (1973). "Design of optimal Sewage Systems." Journal of the Environmental Engineering Division, pp. 703-716.
- Hardenbergh W.A. (1942). Home Sewage Disposal. Philadelphia : Lippincott Company.k.
- Larson, H. (1992). Introducción a la Teoría de Probabilidades e Inferencia Estadística. México D.F.: Limusa.
- López, A. (2012). Diseño Optimizado de Redes de Drenaje Urbano Usando el Concepto de Potencia Unitaria. Bogotá: Tesis de Grado 20112021 Universidad de Los Andes.
- Russell, S. y Norving, P. (2010). Artificial Intelligence A Modern Approach. Third Edition. New Jersey : Pearson.
- Saldarriaga, J., Romero, N., Ochoa, S., Moreno, M. y Cortés, O. (2007). Rehabilitación priorizada de redes usando el concepto de potencia disipada para disminuir el IANC. Bogotá: Universidad de Los Andes.
- Weng, H. y Liaw, S. (2005). "Establishing an Optimization model for Sewer System Layout with Applied Genetic Algorithm". Taiwan: ISEIS.

