

Universidad de los Andes
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental



Proyecto de Grado
Pregrado en Ingeniería Ambiental

**Revisión de las Ecuaciones de Resistencia Fluida Para el Caso del
Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso**

Presentado por:
Gloria Patricia Moscote Ordóñez

Asesor:
Juan Guillermo Saldarriaga Valderrama

Bogotá D.C., Colombia
Julio de 2012



Agradecimientos

A Dios y a mi familia por darme la vida y la oportunidad de ingresar a la Universidad de los Andes, lugar donde alcanzo uno de mis sueños, el de ser Ingeniera Ambiental; además sin su apoyo y entrega no habría llegado a este punto. De igual forma, quiero hacer extensivo el agradecimiento a mis amigos por su interés y colaboración en el desarrollo de este proyecto.

Así mismo, agradezco a mi asesor Juan Saldarriaga por todo el apoyo y guía brindada durante esta investigación.

Al laboratorista del laboratorio de Alcantarillados perteneciente al grupo de investigación CIACUA (Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes), John Calvo, quien me apoyó y asesoró en las actividades relacionadas en la construcción del montaje.



Tabla de Contenido

Agradecimientos.....	i
Índice de Ecuaciones	iv
Índice de Figuras	v
Índice de Tablas.....	viii
1 Introducción	1
1.1 Objetivos.....	2
1.1.1 Objetivo General.....	2
1.1.2 Objetivos Específicos	3
1.2 Antecedentes	3
2 Marco Teórico.....	5
2.1 Hidráulica del Flujo en Tuberías	5
2.1.1 Capa Límite y Subcapa Laminar Viscosa.....	5
2.1.2 Número de Reynolds	7
2.1.3 Ecuación de Bernoulli	8
2.1.4 Pérdidas Menores en Sistemas de Tuberías.....	10
2.2 Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso	13
2.2.1 Definición	13
2.2.2 Ecuaciones Características	13
2.2.3 Diagrama de Moody	22
2.3 Últimos Estudios Sobre el Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso.....	25
2.3.1 Estudios de Brkic.....	25
2.3.2 Estudios en la Universidad de los Andes.....	27
3 Diseño del Modelo	43
3.1 Diseño del Montaje	43
3.2 Instrumentación del Montaje	43
3.2.1 Medición de Caudal.....	43
3.2.2 Medición de Presión	45
3.2.3 Medición de la Temperatura.....	47
4 Construcción del Montaje	48



4.1	Instalación de Soportes	48
4.2	Adquisición de la Tubería Principal	52
4.3	Instalación de las Rejillas Uniformadoras de Flujo	62
4.4	Acoplamiento de la Estructura.....	65
4.5	Instalación de los Manómetros Diferenciales	73
5	Costos	76
6	Metodología	77
6.1	Medición de Diámetro Externo.....	77
6.2	Determinación de la Viscosidad	78
6.3	Comprobación de Diseño.....	79
6.3.1	Ecuaciones Para el Cálculo de Tuberías Simples.....	81
6.4	Descripción de las Pruebas	82
6.4.1	Calibración de Tuberías Simples.....	83
6.4.2	Verificación del Régimen de Flujo.....	86
7	Conclusiones y Recomendaciones	89
7.1	Conclusiones	89
7.2	Recomendaciones	89
8	Bibliografía.....	91
9	Anexos.....	92
9.1	Planilla para el Registro de Datos.....	92
9.2	Planos del Montaje.....	93
9.3	Manuales de Usuario	93



Índice de Ecuaciones

Ecuación 1. Esfuerzo cortante.	5
Ecuación 2. Número de Reynolds.	8
Ecuación 3. Energía total de una partícula del líquido.	9
Ecuación 4. Altura piezométrica de líquido en el punto U	10
Ecuación 5. Altura piezométrica de líquido en el punto D	10
Ecuación 6. Ecuación de Bernoulli.	10
Ecuación 7. Ecuación de Bernoulli Modificada.	10
Ecuación 8. Coeficiente de pérdidas menores.	11
Ecuación 9. Cálculo de pérdidas menores.	11
Ecuación 10. Sumatoria de pérdidas dentro de una tubería.	11
Ecuación 11. Ecuación de Darcy-Weisbach.	14
Ecuación 12. Ecuación de Blasius.	14
Ecuación 13. Espesor de la subcapa laminar viscosa.	16
Ecuación 14. Relación entre el factor de fricción y el esfuerzo cortante.	16
Ecuación 15. Velocidad de corte.	16
Ecuación 16. Flujo turbulento hidráulicamente liso.	16
Ecuación 17. Flujo turbulento hidráulicamente rugoso.	16
Ecuación 18. Comparación entre la rugosidad absoluta y el espesor de la subcapa laminar viscosa.	17
Ecuación 25. Relación entre la rugosidad y la subcapa laminar viscosa para el flujo turbulento hidráulicamente liso.	18
Ecuación 26. Relación entre la rugosidad y la subcapa laminar viscosa para el flujo turbulento hidráulicamente rugoso.	19
Ecuación 27. Ecuación de Colebrook-White.	19
Ecuación 32. Relación de Buzzelli para el Régimen Hidráulicamente Liso con Presencia de Rugosidad. Tomada de (Brkic1, 2011).	26
Ecuación 37. Límite inferior de la zona de transición.	28
Ecuación 42. Límite superior de la zona de transición.	30
Ecuación 43. Presión en el punto A.	45
Ecuación 44. Presión en el punto B.	45
Ecuación 46. Caída de presión.	45
Ecuación 47. Cálculo de la altura piezométrica.	45
Ecuación 49. Altura del nivel del agua en una tubería simple.	81
Ecuación 50. Evaluación de las pérdidas por fricción.	81
Ecuación 51. Pérdidas por fricción a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach.	81
Ecuación 55. Cálculo de la velocidad.	82
Ecuación 56. Rugosidad absoluta obtenida a partir de la ecuación de Colebrook-White.	84



Índice de Figuras

Figura 1. Distribución de velocidad sobre una placa plana (Akan, 2006).....	5
Figura 2. Capa límite (Saldarriaga, 2007).	6
Figura 3. Capa límite laminar y turbulenta (http://es.scribd.com/doc/46682434/tema4-Conveccion).....	6
Figura 4. Flujo cerca a la pared rugosa y lisa (http://www.itcmp.pwr.wroc.pl/~znmp/dydaktyka/fundam_FM/Lecture11_12.pdf).	7
Figura 5. Flujo laminar vs. Flujo turbulento (http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV18.html).....	8
Figura 6. Principio de energía para el flujo de agua en tuberías (Akan, 2006).	9
Figura 7. Tipos de válvulas: de compuerta, de globo y angular, respectivamente (Crane)..	12
Figura 8. Tipos de codos: 45°, 90° y 180°, respectivamente (Crane).	12
Figura 9. Tee (Crane).....	12
Figura 10. Entrada y salida de la tubería, respectivamente (Crane).	12
Figura 11. Regímenes hidráulicos: A) hidráulicamente liso, B) parcialmente turbulento, C) turbulento (Brkic ³ , 2010).....	13
Figura 12. Diagrama de Nikuradse (Saldarriaga, 2007).	15
Figura 13. Rugosidad relativa como función del factor de fricción y el número de Reynolds en la zona transicional (Saldarriaga, 2007).	18
Figura 14. Diagrama de flujo para el cálculo del factor de fricción f por medio de Newton-Raphson (Saldarriaga, 2007).	21
Figura 15. Diagrama de Moody (White, 2008).	22
Figura 16. Diagrama de rugosidades relativas como función del diámetro de la tubería y material del tubo (Beltrán, 2005).....	24
Figura 17. Precisión de algunas aproximaciones a la ecuación de Prandtl (Brkic ² , 2011). 26	
Figura 18. Delimitación de la zona de transición en el diagrama de Moody (Flechas, 2010).	30
Figura 19. Factores hidráulicos obtenidos para la red San Vicente (Flechas, 2010).....	32
Figura 20. Factores hidráulicos obtenidos para la red Bogotá-Cazucá (Flechas, 2010).	32
Figura 21. Factores hidráulicos obtenidos para la red La Cumbre (Flechas, 2010).	33
Figura 22. Vista general del montaje de Laura Nieto en PAVCO S.A.	35
Figura 23. Tanque de alimentación en PAVCO S.A (Nieto, 2011).	36
Figura 24. Tanque de almacenamiento en PAVCO S.A (Nieto, 2011).....	36
Figura 25. Vertedero de cresta delgada para la medición del caudal en PAVCO S.A (Nieto, 2011).....	37
Figura 26. Medidores (diferencia de presión, caudalímetro y válvula de regulación de caudal) en PAVCO S.A (Nieto, 2011).	37
Figura 27. Medidor electrónico de presión en PAVCO S.A (Nieto, 2011).....	38
Figura 28. Sistema de bombeo en PAVCO S.A (Nieto, 2011).	38
Figura 29. Sistema eléctrico del montaje en PAVCO S.A (Nieto, 2011).	39



Figura 30. Metodología empleada (Nieto, 2011).	40
Figura 31. Cálculo de k_s usando la ecuación de Colebrook-White (Nieto, 2011).....	40
Figura 32. Cálculo de k_s usando el método gráfico (Nieto, 2011).	41
Figura 33. Cálculo de k_s usando el método estadístico (Nieto, 2011).....	42
Figura 34. Caudalímetro a emplear en las mediciones.	44
Figura 35. Principio de diferencia de tiempo de tránsito de ondas ultrasónicas (Ultraflux).44	
Figura 36. Manómetro diferencial.	45
Figura 37. Tablero manométrico.	46
Figura 38. Ubicación de las Mangueras en la Tubería Principal.....	46
Figura 39. Dimensiones del manómetro diferencial.....	47
Figura 40. Termómetro digital (Dwyer Instruments, 2012).	47
Figura 41. Sitio de ubicación del montaje.	48
Figura 42. Vista de los soportes.....	49
Figura 43. Instalación de los soportes.	49
Figura 44. Soportes instalados.....	50
Figura 45. Vista de los soportes instalados en el sitio de ubicación del montaje.	50
Figura 46. Soportes recortados.	51
Figura 47. Cuerda instalada para nivelación de soportes.	51
Figura 48. Nivelación de soportes.	52
Figura 49. Transporte de la tubería principal (I).	52
Figura 50. Transporte de la tubería principal (II).	53
Figura 51. Transporte de la tubería principal (III).....	53
Figura 52. Desplazamiento de la tubería (I).	54
Figura 53. Desplazamiento de la tubería (II).....	54
Figura 54. Desplazamiento de la tubería (III).	54
Figura 55. Desplazamiento de la tubería (IV).	55
Figura 56. Desplazamiento de la tubería (V).....	55
Figura 57. Desplazamiento de la tubería (VI).	55
Figura 58. Desplazamiento de la tubería (VII).	56
Figura 59. Desplazamiento de la tubería (VIII).....	56
Figura 60. Desplazamiento de la tubería (IX).	56
Figura 61. Ubicación de la tubería en el laboratorio (I).	57
Figura 62. Ubicación de la tubería en el laboratorio (II).	57
Figura 63. Ubicación de la tubería en el laboratorio (III).....	58
Figura 64. Ubicación de la tubería en el laboratorio (IV).	58
Figura 65. Ubicación de la tubería en el laboratorio (V).....	58
Figura 66. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VI).	59
Figura 67. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VII).	59
Figura 68. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VIII).....	59
Figura 69. Ubicación de la tubería en el laboratorio (IX).	60
Figura 70. Ubicación de la tubería en el laboratorio (X).....	60
Figura 71. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XI).	60
Figura 72. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XII).	61
Figura 73. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XIII).....	61



Figura 74. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XIV).....	61
Figura 75. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XV).....	62
Figura 76. Ubicación preliminar de la tubería.....	62
Figura 77. Rejillas Uniformadoras de Flujo.....	63
Figura 78. Soporte para las rejillas uniformadoras de flujo.....	63
Figura 79. Instalación del soporte de la primera rejilla uniformadora de flujo.....	64
Figura 80. Instalación de la primera rejilla uniformadora de flujo.....	64
Figura 81. Instalación del segundo soporte de las rejillas uniformadoras de flujo.....	64
Figura 82. Instalación del tercer soporte y la segunda rejilla uniformadora de flujo.....	65
Figura 83. Amarre empleado para el acoplamiento de codos (vista inferior).....	65
Figura 84. Amarre empleado para el acoplamiento de codos (vista superior).....	66
Figura 85. Acoplamiento de codos (I).....	66
Figura 86. Acoplamiento de codos (II).....	66
Figura 87. Acoplamiento inicial de la estructura de desagüe.....	67
Figura 88. Tubería principal y primer tubo de desagüe acoplado (I).....	67
Figura 89. Tubería principal y primer tubo de desagüe acoplado (II).....	68
Figura 90. Tubería principal soportada.....	68
Figura 91. Acoplamiento de la unión en la estructura de desagüe.....	69
Figura 92. Tubería de desagüe fraccionada.....	69
Figura 93. Instalación de estructura de desagüe (I).....	70
Figura 94. Instalación de estructura de desagüe (II).....	70
Figura 95. Instalación de estructura de desagüe (III).....	70
Figura 96. Tubería de desagüe acoplada.....	71
Figura 97. Vista frontal del acople.....	71
Figura 98. Detalle del acople.....	72
Figura 99. Vista posterior del acople.....	72
Figura 100. Sección final del acople.....	73
Figura 101. Localización de las mangueras para los manómetros diferenciales.....	74
Figura 102. Instalación de los manómetros.....	74
Figura 103. Tablero Manométrico.....	75
Figura 104. Mercurio metálico.....	75
Figura 105. Medición de diámetro externo de la tubería.....	77
Figura 106. Regresión polinomial para la viscosidad como función de la temperatura.....	78
Figura 107. Diagrama de flujo para la comprobación de diseño de tuberías simples (Saldarriaga, 2007).....	80
Figura 108. Metodología para las pruebas a realizar.....	83
Figura 109. Diagrama de flujo para la calibración de una tubería simple. Adaptado de (Saldarriaga, 2007).....	85
Figura 110. Termómetro infrarrojo de la marca Erasmus. Tomado de (Erasmus, 2009).....	90



Índice de Tablas

Tabla 1. Coeficientes de pérdidas K para válvulas abiertas, codos y tees (White, 2008). ...	11
Tabla 2. Valores recomendados de rugosidad para tubos comerciales (White, 2008).	23
Tabla 3. Ecuaciones para el flujo turbulento hidráulicamente liso en usencia de rugosidad (Brkic2, 2011).	25
Tabla 4. Resultados método gráfico (Nieto, 2011).	41
Tabla 5. Resultados método estadístico (Nieto, 2011).	42
Tabla 6. Detalles de los Costos Generados por el Proyecto.	76
Tabla 7. Solicitud de material a PAVCO S.A.	76
Tabla 8. Diferencia entre valores teóricos y experimentales del diámetro interno y externo de la tubería principal.	78
Tabla 9. Propiedades físicas del agua (Saldarriaga, 2007).	78
Tabla 10. Condiciones estándar para el cálculo del espesor de la subcapa límite.	86
Tabla 11. Cálculo del espesor de la subcapa laminar viscosa y determinación del tipo de flujo.	87
Tabla 12. Formato de registro de datos y cálculos para la calibración de la tubería.	92
Tabla 13. Formato de registro de datos y cálculos para la determinación del grosor de la subcapa laminar viscosa.	93



1 Introducción

El crecimiento de la población mundial acarrea una gran necesidad de incrementar la capacidad de los sistemas de abastecimiento de agua y de drenaje. Comúnmente, se encuentran tuberías de diámetros grandes en sistemas de distribución de agua potable (Bombardelli & García, 2003). Consecuentemente, el mal uso de las ecuaciones para estimar la resistencia del flujo en tuberías largas puede tener varios inconvenientes. Específicamente, en esos sistemas, puede que no se conozca la demanda para la que fueron diseñados, reduciendo así, su vida útil.

La resistencia al flujo de un fluido en un sistema de tuberías a presión es producida por la rugosidad del material de la tubería, y por la cantidad y tipos de accesorios con que cuente este sistema. Para que el diseño del sistema sea eficiente es necesario conocer varios detalles de la tubería de abastecimiento como el material, la rugosidad, el diámetro, el caudal de abastecimiento, entre otros. Así como contar con herramientas (por ejemplo, computacionales) que permitan el cálculo de las pérdidas del sistema (sean ocasionadas por la fricción del fluido o por la instalación de accesorios) que se van a tener durante el funcionamiento de la red.

Numerosos estudios se han realizado respecto al diseño apropiado de tuberías; se tienen los aportes de Colebrook y White, Blasius y Prandtl y von Kármán, para el caso del flujo turbulento hidráulicamente liso. La importancia de este tipo de flujo radica en que, actualmente, en las tuberías de distribución que cuentan con superficies lisas, se alcanzan velocidades tan altas que permiten su desarrollo. Sin embargo, es importante tener en cuenta que no hay una superficie perfectamente lisa. En general, todas las paredes de las tuberías presentan una rugosidad, la cual depende, entre otras, del proceso de manufactura, tipo de material, edad y condiciones de operación.

La dificultad para resolver problemas en flujo turbulento en tuberías recae en el hecho de que el factor de fricción es una función compleja de la rugosidad relativa de la superficie y el número de Reynolds (Brkic³, 2010). El diseño de tuberías usualmente se lleva a cabo utilizando fórmulas empíricas como la de Hazen-Williams dejando de lado ecuaciones basadas en un desarrollo físico y científico mucho más coherentes como las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Colebrook-White, debido a la sencillez matemática de las primeras (Camacho & Saldarriaga, 1990).

El desarrollo del presente proyecto de grado consiste en la descripción y entendimiento del comportamiento del flujo turbulento hidráulicamente liso en sistemas que fluyen a presión, siendo esta una herramienta importante para que, por ejemplo, empresas fabricantes de tuberías de abastecimiento que emplean materiales lisos, puedan garantizar a las empresas



de acueducto este tipo de flujo con el fin de minimizar pérdidas de energía que se presentan en la distribución.

Para lograr lo anterior se proponen dos etapas. La primera consiste en la revisión de las ecuaciones de cálculo del factor de fricción y, la segunda corresponde al diseño y construcción de un montaje que permita determinar el factor de fricción, el cual se conoce que tiene una gran influencia del número de Reynolds y no depende de la rugosidad absoluta de la tubería y así modificar el diagrama de Moody en la zona de transición, específicamente el límite del flujo turbulento hidráulicamente liso.

El documento se encuentra estructurado de la siguiente manera:

- El Capítulo 1 corresponde a una introducción a la temática del proyecto, junto con los objetivos y un breve resumen de antecedentes.
- El Capítulo 2 contiene la base teórica para el flujo turbulento hidráulicamente liso, específicamente. Se parte de definiciones básicas como los conceptos de capa límite y subcapa laminar viscosa que tienen una utilidad significativa para entender la definición de este tipo de flujo. Se detallan las ecuaciones características del mismo. Finalmente se realiza una breve descripción de algunos precedentes en el tema.
- El Capítulo 3 muestra una descripción del montaje construido que cumple con los objetivos planteados en el Capítulo 1
- El Capítulo 4 contiene fotografías que muestran detalladamente el proceso de construcción del montaje.
- El Capítulo 5 muestra los costos en los que se incurrió para el desarrollo del presente trabajo.
- El Capítulo 6 muestra el planteamiento de una metodología para lograr los objetivos planteados en la Parte 2.
- El Capítulo 7 muestra las conclusiones de este documento y las recomendaciones para futuros trabajos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Diseño y construcción de un montaje a escala de laboratorio para estudiar el caso del *Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso* en un sistema de flujo a presión en una tubería lisa (PVC), con el fin de presentar una nueva metodología que permita determinar el factor de fricción en sistemas de distribución modernos.



1.1.2 Objetivos Específicos

- Estudiar los principios que rigen el movimiento del agua en sistemas a presión en tuberías lisas considerando un régimen de flujo turbulento hidráulicamente liso.
- Realizar una revisión bibliográfica de las ecuaciones que permiten obtener el factor de fricción para el caso del flujo turbulento hidráulicamente liso, estableciendo su relación con el número de Reynolds y el valor de la rugosidad absoluta.
- Definir los parámetros geométricos (dimensiones) e hidráulicos para el diseño del montaje.
- Construir el montaje (soporte, estructura, conexiones pertinentes) que permita realizar medidas de pérdidas por fricción y velocidad de flujo para la determinación del factor de fricción.

1.2 Antecedentes

De acuerdo con los estudios realizados por (Brkic, 2011), el régimen hidráulicamente liso no solo ocurre en ausencia de rugosidad ($k_s/d = 0$). Esto significa que el régimen liso puede ocurrir incluso cuando la rugosidad relativa existe ($k_s/d \rightarrow 0$). Lo anterior invalidaría algunas ecuaciones propuestas, hace varios años en la hidráulica clásica; este problema se muestra a la luz de algunas nuevas ecuaciones desarrolladas para el cálculo del factor de fricción.

La ecuación de Colebrook es válida para todo el rango de régimen turbulento el cual incluye el régimen hidráulicamente liso, el transciente y el completamente turbulento. El efecto de la rugosidad es la principal razón por la cual la ecuación de Colebrook es tan ampliamente utilizada incluso para la zona lisa de la turbulencia. El efecto de la rugosidad puede ser mínimo, pero con un ligero incremento en el valor del número de Reynolds, aparecerá inevitablemente (Brkic¹, 2011).

Investigaciones previas han encontrado que para tuberías lisas se presenta una invalidación del diagrama de Moody en los límites del flujo turbulento hidráulicamente liso. Diferentes estudios realizados en el CIACUA han demostrado que las ecuaciones utilizadas actualmente para la determinación del factor de fricción, cuando se presenta este tipo de flujo, han empezado a presentar cierta incertidumbre debido a que en la época de su aparición las rugosidades estudiadas eran considerablemente mayores a aquellas que se encuentran hoy en día (Nieto, 2011). Algunos de los estudios realizados en el CIACUA corresponden a la determinación de la rugosidad absoluta de tuberías, tanto plásticas como de otros materiales. El resultado principal de estas investigaciones afirma que las tuberías plásticas operan bajo condiciones de flujo turbulento hidráulicamente liso y por lo tanto su rugosidad no afecta a las pérdidas de energía.



Considerando lo anterior, se presenta un estudio sobre el efecto de la variación de parámetros hidráulicos en las ecuaciones definidas para el flujo turbulento hidráulicamente liso en una tubería de PVC con rugosidad constante de 0.0015 mm. Se tiene como referencia el montaje realizado por la estudiante (Nieto, 2011) para la empresa PAVCO S.A, como una ayuda preliminar para el cumplimiento de los objetivos del presente trabajo de grado.



2 Marco Teórico

2.1 Hidráulica del Flujo en Tuberías

2.1.1 Capa Límite y Subcapa Laminar Viscosa

Cuando un fluido fluye sobre una placa plana y sólida las partículas en contacto con la placa se mantienen en reposo mientras las partículas por encima de la placa tienen una velocidad finita paralela a ésta. De acuerdo con lo anterior, la superficie sólida crea un gradiente de velocidad transversal con el flujo como se muestra en la Figura 1 (Akan, 2006).

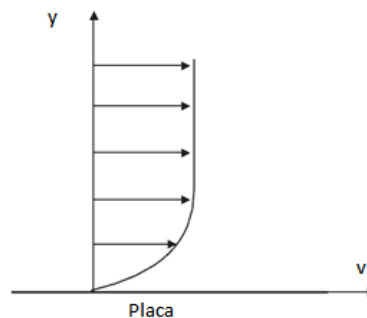


Figura 1. Distribución de velocidad sobre una placa plana (Akan, 2006).

Se tiene que el esfuerzo cortante, τ_w , es proporcional al gradiente de la velocidad en la superficie y puede ser evaluada como (Akan, 2006):

$$\tau_w = \mu \frac{dv}{dy}$$

Ecuación 1. Esfuerzo cortante.

donde μ es la viscosidad del fluido, v es la velocidad paralela a la placa, y la distancia desde la placa. El grosor de esta capa depende de la viscosidad del agua y la velocidad fuera de la capa límite, y crece con la distancia a través de la superficie (Akan, 2006). Ésta ecuación también se conoce como la *Ecuación de Viscosidad de Newton*.

Las características más sobresalientes de la capa límite se pueden describir mediante el flujo sobre una superficie plana paralela a una corriente uniforme de velocidad v , como se muestra en la Figura 2 (Beltrán, 2005).

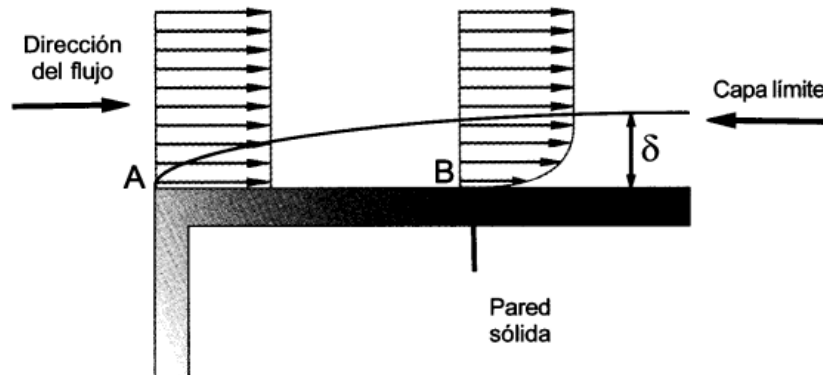


Figura 2. Capa límite (Saldarriaga, 2007).

Por efecto de la viscosidad, el fluido que está en contacto con la pared o superficie tiene velocidad cero. En el borde delantero, A, de la placa hay una discontinuidad de la velocidad en una distancia extremadamente pequeña. Aguas debajo de este punto, para la posición B, la velocidad cambia en forma un poco más gradual desde la velocidad v hasta velocidad cero en la pared. La distancia en que esto ocurre es δ . En la parte más alejada de la superficie se observa que $dv/dy=0$ (ver Ecuación 1). Según la ley de Newton de la viscosidad, no habría más esfuerzos de corte más allá de la distancia δ (Beltrán, 2005).

Si el flujo sobre la placa es laminar, el efecto de la placa en la velocidad de flujo es limitada a una capa llamada *capa límite laminar* (Akan, 2006).

Si el flujo sobre la placa es turbulento, la capa límite puede ser al comienzo laminar cerca a la superficie de la placa pero tan pronto como ocurre la transición, la capa límite se vuelve turbulenta como se muestra en la Figura 3 (Akan, 2006). A medida que se avanza en la dirección B (ver Figura 2) más y más partículas son retardadas y por tanto el espesor δ de la zona de influencia viscosa va aumentando hasta un cierto punto donde el flujo comienza a mostrar los efectos notables de la turbulencia, lo que ocasiona un aumento más rápido de la capa límite (Beltrán, 2005). Aunque la velocidad aumenta con la distancia desde la superficie a través de la capa límite turbulenta, el gradiente de velocidad es más marcado en una delgada capa llamada *subcapa viscosa* cerca a la pared (Akan, 2006).

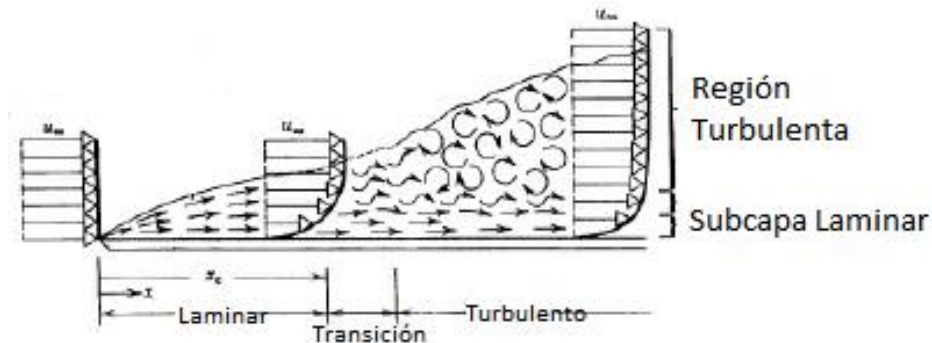


Figura 3. Capa límite laminar y turbulenta (<http://es.scribd.com/doc/46682434/tema4-Conveccion>).



El espesor de la subcapa laminar viscosa es mucho menor que el de la capa límite. La relación existente entre el espesor de la subcapa laminar viscosa y el tamaño medio de la rugosidad de las paredes establece la diferencia entre los flujos hidráulicamente lisos y los hidráulicamente rugosos. Cuando el espesor de la subcapa laminar viscosa es mayor que el tamaño medio de la rugosidad, el flujo se comporta como si la rugosidad de la tubería no existiera, es decir, como flujo hidráulicamente liso. En el caso contrario el flujo sería hidráulicamente rugoso (Saldarriaga, 2007).

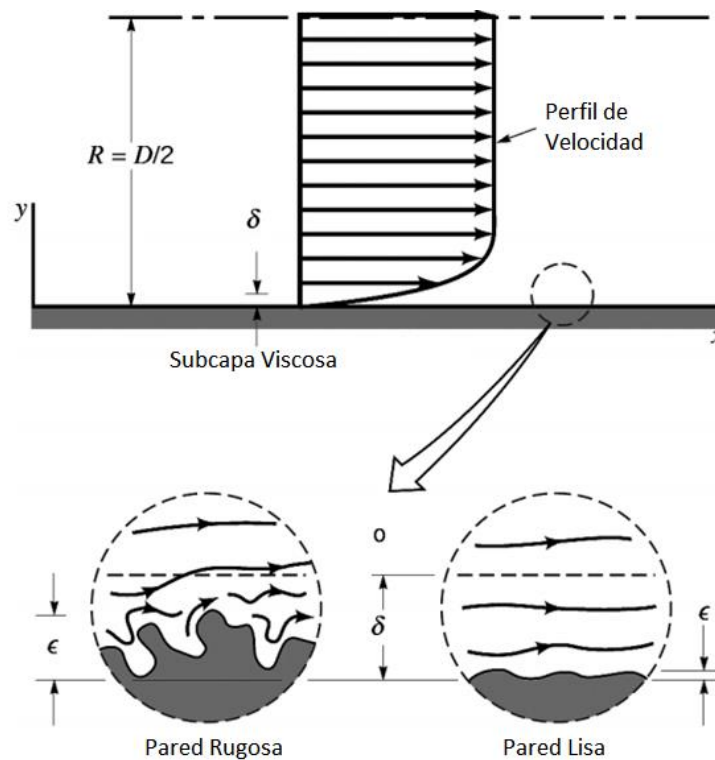


Figura 4. Flujo cerca a la pared rugosa y lisa
(http://www.itcmp.pwr.wroc.pl/~zmp/dydaktyka/fundam_FM/Lecture11_12.pdf).

2.1.2 Número de Reynolds

La magnitud relativa de las fuerzas inerciales y viscosas determinan si el flujo es laminar o turbulento: el flujo es *laminar* si las fuerzas viscosas predominan, y el flujo es *turbulento* si las fuerzas inerciales dominan (Chaudhry, 2008).

La relación de fuerzas viscosas e inerciales se define como el *número de Reynolds* (Chaudhry, 2008):



$$Re = \frac{v d}{\nu}$$

Ecuación 2. Número de Reynolds.

donde v es la velocidad media, d el diámetro de la tubería y ν la viscosidad cinemática del fluido dependiente de la temperatura (Chaudhry, 2008). Se pueden establecer los siguientes límites para cada tipo de flujo:

- Flujo laminar: $Re < 2200$
- Flujo transicional: $2200 \leq Re \leq 5000$
- Flujo turbulento: $Re > 5000$

El flujo es llamado *laminar* cuando las partículas del líquido parecen moverse en caminos suaves y el flujo parece tener un movimiento de capas delgadas, una encima de la otra. En el flujo *turbulento*, las partículas del líquido se mueven en caminos irregulares que no son fijos con respecto a tiempo o espacio (Chaudhry, 2008).

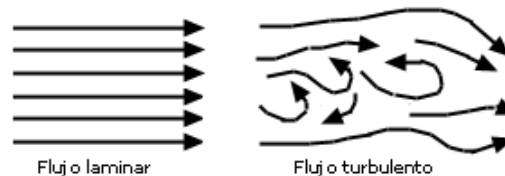


Figura 5. Flujo laminar vs. Flujo turbulento (<http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV18.html>).

2.1.3 Ecuación de Bernoulli

Mientras el agua fluye a través de una tubería hay fricción entre las moléculas de agua y la pared de la tubería. Ésta fricción causa que la energía se pierda, siendo convertida de energía de presión y energía cinética a calor. La presión continuamente disminuye aguas abajo de la tubería. La cantidad de presión perdida debido a la fricción, también conocida como altura de pérdida debido a la fricción, depende del flujo, las propiedades del agua (densidad relativa y viscosidad), diámetro, longitud y rugosidad de la tubería. La ecuación de Bernoulli es una forma de ecuación de energía para un líquido fluyendo a través de una tubería (Menon, 2005).

En cada punto a lo largo de una tubería, la energía total del líquido se calcula considerando la energía del líquido debida a la presión, velocidad y elevación. La energía total del líquido contenido en la tubería en cualquier punto es constante. Esto también es conocido como el *principio de conservación de energía* (Menon, 2005).

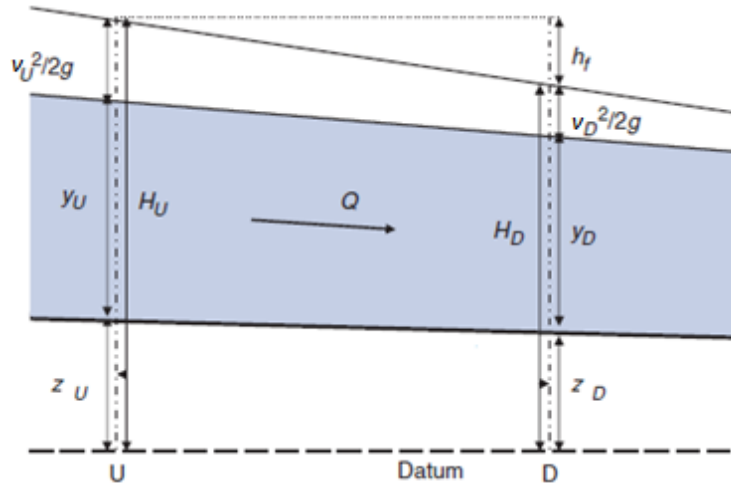


Figura 6. Principio de energía para el flujo de agua en tuberías (Akan, 2006).

Se considera el líquido fluyendo por una tubería desde el punto U hasta el punto D como se muestra en la Figura 6. La elevación del punto U es z_U y la elevación en el punto D es z_D . La presión en el punto U es P_U y en el punto D es P_D . Se supone que el diámetro de la tubería en U y D es diferente (y_U y y_D), por lo tanto la velocidad de flujo en U y D es diferente y se representa por v_U y v_D , respectivamente. Una partícula del líquido en el punto U de la tubería posee una energía total E que consiste de tres componentes (Menon, 2005):

$$\text{Energía Potencial} = z_U$$

$$\text{Energía de Presión} = \frac{P_U}{\gamma}$$

$$\text{Energía Cinética} = \frac{v_U^2}{2g}$$

donde γ es el peso específico del líquido. La energía total E es (Menon, 2005):

$$E = z_U + \frac{P_U}{\gamma} + \frac{v_U^2}{2g}$$

Ecuación 3. Energía total de una partícula del líquido.

Dado que cada término en la Ecuación 3 tiene dimensiones de longitud, se refiere a la energía total en el punto U como H_U en metros (en el Sistema Internacional de Unidades, SI) de altura piezométrica de líquido. Por lo tanto, describiendo la energía total en metros de altura piezométrica de líquido en el punto U , se obtiene (Menon, 2005):



$$H_U = z_U + \frac{P_U}{\gamma} + \frac{v_U^2}{2g}$$

Ecuación 4. Altura piezométrica de líquido en el punto U .

De manera similar se obtiene la altura piezométrica de líquido para el punto D (Menon, 2005).

$$H_D = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g}$$

Ecuación 5. Altura piezométrica de líquido en el punto D .

Por el principio de conservación de energía: $H_U = H_D$. Por lo tanto (Menon, 2005):

$$z_U + \frac{P_U}{\gamma} + \frac{v_U^2}{2g} = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g}$$

Ecuación 6. Ecuación de Bernoulli.

La Ecuación 6 se conoce como la *Ecuación de Bernoulli*. Sin embargo, no se ha considerado energía suministrada (por ejemplo, por una bomba ubicada en el punto U , que se denotará como H_p) o removida al líquido, o las pérdidas de energía debido a la fricción (h_f). Al modificar esta ecuación se obtiene una forma más común de la Ecuación de Bernoulli (Menon, 2005).

$$z_U + \frac{P_U}{\gamma} + \frac{v_U^2}{2g} + H_p = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g} + h_f$$

Ecuación 7. Ecuación de Bernoulli Modificada.

En la Sección 2.2.2 se mostrará como se calcula la altura de pérdida debido a la fricción (h_f) en la ecuación de Bernoulli para la condición de flujo hidráulicamente liso.

2.1.4 Pérdidas Menores en Sistemas de Tuberías

Para cualquier sistema de tuberías, en adición al cálculo de las pérdidas de fricción para la longitud de la tubería, se deben adicionar las pérdidas *menores* debidas a (White, 2008):

1. Entrada y salida de la tubería.
2. Expansiones o contracciones repentinas.
3. Expansiones o contracciones graduales.
4. Curvas, codos, tees y otros acoples.
5. Válvulas, abiertas o parcialmente cerradas.

La medida de las pérdidas menores se da usualmente como la relación entre la altura piezométrica perdida a través del dispositivo y la altura piezométrica de velocidad asociada con el sistema de tuberías (White, 2008).



$$\text{Coeficiente de Pérdidas } (K) = \frac{h_m}{v^2/2g} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho v^2}$$

Ecuación 8. Coeficiente de pérdidas menores.

$$h_m = K \frac{v^2}{2g}$$

Ecuación 9. Cálculo de pérdidas menores.

Una sola tubería puede tener varias pérdidas menores. Debido a que los términos de pérdidas se relacionan con el término de altura de velocidad, se pueden sumar en un solo término de pérdidas siempre y cuando la tubería tenga un diámetro constante (White, 2008):

$$\Delta h_{total} = h_f + \sum h_m$$

Ecuación 10. Sumatoria de pérdidas dentro de una tubería.

La Tabla 1 lista los coeficientes de pérdidas K para distintos tipos de válvulas, ángulos de codos y conexiones de tees; cabe destacar que el valor de K tiende a disminuir con el aumento de tamaño de la tubería (White, 2008).

Tabla 1. Coeficientes de pérdidas K para válvulas abiertas, codos y tees (White, 2008).

		Diámetro Nominal (in)								
		Roscado				Con Brida				
		1/2	1	2	4	1	2	4	8	20
Válvulas	Globo	14	8.2	6.9	5.7	13	8.5	6.0	5.8	5.5
	Compuerta	0.30	0.24	0.16	0.11	0.80	0.35	0.16	0.07	0.03
	Angular	9.0	4.7	2.0	1.0	4.5	2.4	2.0	2.0	2.0
Codos	45° regular	0.39	0.32	0.30	0.29					
	45° radio largo					0.21	0.20	0.19	0.16	0.14
	90° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.50	0.39	0.30	0.26	0.21
	90° radio largo	1.0	0.72	0.41	0.23	0.40	0.30	0.19	0.15	0.10
	180° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.41	0.35	0.30	0.25	0.20
	180° radio largo					0.40	0.30	0.21	0.15	0.10
Tees	Línea de flujo	0.90	0.90	0.90	0.90	0.24	0.19	0.14	0.10	0.07
	Derivación	2.4	1.8	1.4	1.1	1.0	0.8	0.64	0.58	0.41

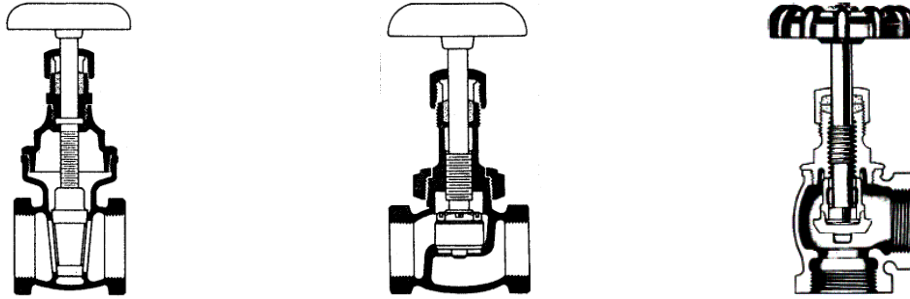


Figura 7. Tipos de válvulas: de compuerta, de globo y angular, respectivamente (Crane).

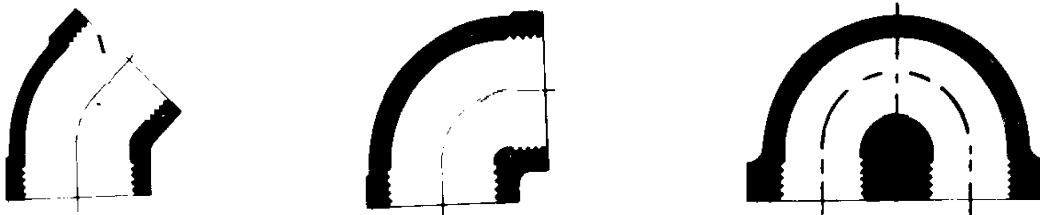


Figura 8. Tipos de codos: 45°, 90° y 180°, respectivamente (Crane).

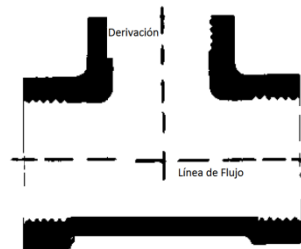


Figura 9. Tee (Crane).

En cuanto a las pérdidas por la entrada y salida de la tubería se pueden suponer valores constantes de 0.78 y 1.0, respectivamente (Crane).



Figura 10. Entrada y salida de la tubería, respectivamente (Crane).

Es necesario destacar que el cálculo de las pérdidas menores no se realizará para la tubería principal debido a que esta no presenta ningún tipo de accesorio; sin embargo, estas se calculan para realizar la comprobación de diseño de todo el sistema.



2.2 Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso

2.2.1 Definición

El *flujo turbulento hidráulicamente liso* se define como el flujo turbulento en una tubería en el cual el espesor de la subcapa laminar viscosa es mayor que el tamaño de la rugosidad absoluta del material que conforma la pared interna de la tubería. En este tipo de flujo las pérdidas de energía y, por consiguiente, el factor de fricción, únicamente dependen de las propiedades del fluido y de las características del flujo (Saldarriaga, 2007).

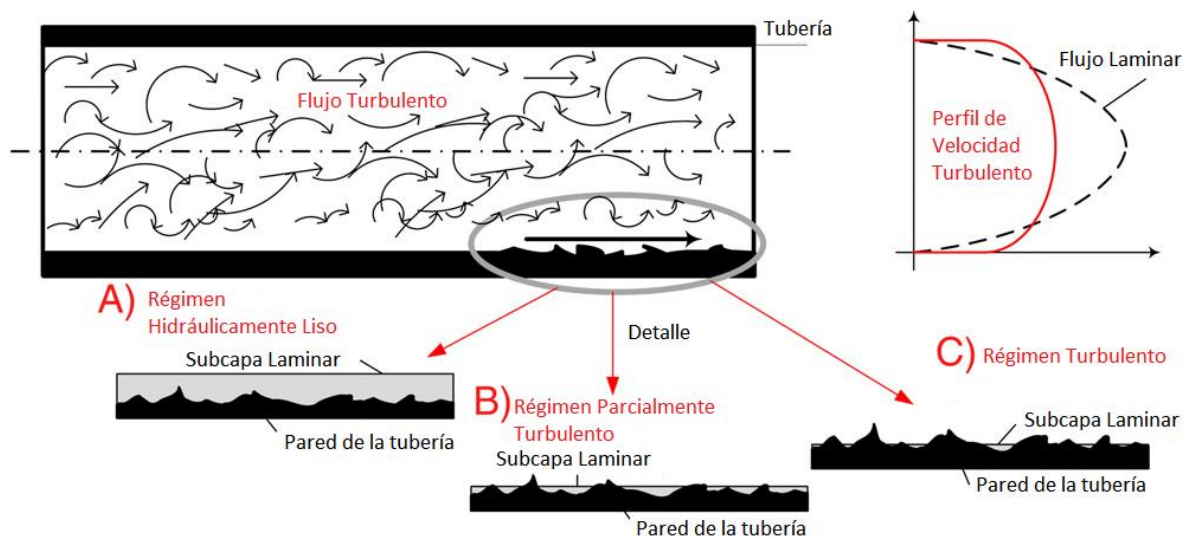


Figura 11. Regímenes hidráulicos: A) hidráulicamente liso, B) parcialmente turbulento, C) turbulento (Brkic³, 2010)

2.2.2 Ecuaciones Características

2.2.2.1 Ecuación de Darcy-Weisbach

La ecuación de Darcy-Weisbach es la ecuación de resistencia fluida más general para el caso de tuberías circulares fluyendo a presión la cual es el resultado de aplicar las leyes físicas del movimiento de Newton. Fue establecida por Henry Darcy (1803-1858) ingeniero francés, quién llevó a cabo numerosos experimentos en tuberías con flujo de agua, y Julius Weisbach (1806-1871), ingeniero sajón de la misma época que propuso el uso del factor de fricción (Saldarriaga, 2007).

La ecuación de Darcy-Weisbach es una fórmula racional que se deduce a través de análisis dimensional, y por consiguiente es una ecuación basada en la física clásica (Saldarriaga, 2007). Mientras el agua fluye a través de la tubería desde el punto U al D (ver Figura 6) la



presión disminuye debido a la fricción entre el agua y la pared de la tubería. Esta ecuación puede ser usada para calcular la caída de presión en las tuberías que transporten cualquier tipo de fluido, sea líquido o gas (Menon, 2005).

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Ecuación 11. Ecuación de Darcy-Weisbach.

donde: h_f = pérdida de presión por fricción

f = factor de fricción de Darcy

L = longitud de la tubería

d = diámetro de la tubería

v = velocidad media

g = aceleración de la gravedad (9.81 m/s² en el Sistema Internacional de Unidades)

El término $v^2/2g$ en la Ecuación 11 se llama altura de velocidad, y representa la energía cinética del agua. El factor de fricción, f , es un valor adimensional que depende de la rugosidad interna de la tubería y el número de Reynolds (Menon, 2005).

2.2.2.2 Ecuación de Blasius

Para el caso de flujos hidráulicamente lisos se sabía que el factor de fricción sólo era función del número de Reynolds. P.R.H Blasius, en 1911, encontró empíricamente que para números de Reynolds situados entre 5,000 y 100,000, el factor de fricción se podría calcular con base en la siguiente ecuación (Saldarriaga, 2007):

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

Ecuación 12. Ecuación de Blasius.

2.2.2.3 Diagrama de Nikuradse

A fin de estudiar la naturaleza del factor de fricción f , el ingeniero alemán Johann Nikuradse, en 1933 hizo una serie de experimentos en los cuales utilizó tubos de diferentes diámetros en cuyo interior pegó arenas de granulometría uniforme, de tal manera que obtuvo varias rugosidades relativas. En cada tubo varió el caudal, de modo que cubrió un amplio rango de números de Reynolds, con flujos que cubrían el intervalo desde laminar hasta hidráulicamente rugoso. Sus resultados se observan en la Figura 12 (Saldarriaga, 2007).

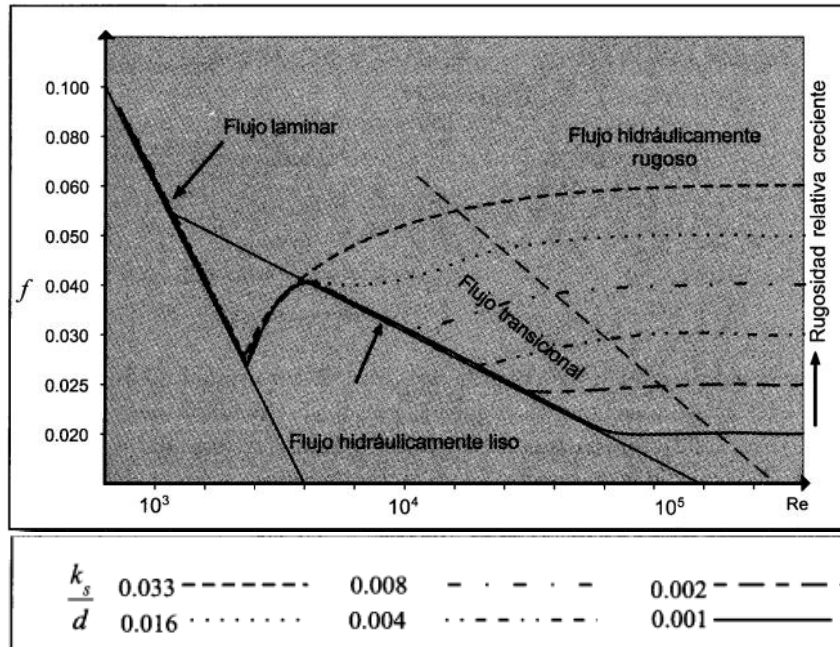


Figura 12. Diagrama de Nikuradse (Saldarriaga, 2007).

En la Figura 12 se observa que si el flujo es laminar ($Re < 2000$), el factor de fricción f varía en forma lineal con respecto al número de Reynolds, independiente de la rugosidad relativa (k_s/d) (Saldarriaga, 2007).

Cuando el flujo es turbulento, el comportamiento de f se vuelve más complejo. Cerca al Re crítico (2200) todas las curvas coinciden (Saldarriaga, 2007).

- Existe una curva límite desde la cual se separan poco a poco las curvas correspondientes a diferentes valores de k_s/d (Saldarriaga, 2007).
- Los tubos con mayor rugosidad relativa se separan más rápidamente de la curva lisa, lo cual se debe a que a medida que aumenta Re , disminuye el espesor de la subcapa laminar viscosa, pasando así los flujos en forma gradual de hidráulicamente lisos a rugosos (Saldarriaga, 2007).
- Una vez que el flujo se separa de la curva lisa, el factor de fricción empieza a ser una función compleja de Re y de k_s/d . Esta zona se conoce como flujo transicional.
- A medida que Re sigue aumentando, las curvas individuales correspondientes a cada k_s/d se vuelven horizontales, lo cual implica que el factor f deja de ser función de Re y pasa a ser función de k_s/d (Saldarriaga, 2007).



2.2.2.4 Ecuación de Prandtl-von Kármán

Con base en los experimentos de Nikuradse, Prandtl y su estudiante von Kármán plantearon las ecuaciones para calcular el factor de fricción para el flujo hidráulicamente liso y el flujo hidráulicamente rugoso (Saldarriaga, 2007).

Las ecuaciones deducidas por Prandtl y von Kármán para el flujo turbulento hidráulicamente liso son (Saldarriaga, 2007):

$$\delta' = \frac{11.6 \nu}{v_*}$$

Ecuación 13. Espesor de la subcapa laminar viscosa.

$$f = \frac{8 \tau_0}{\rho v^2}$$

Ecuación 14. Relación entre el factor de fricción y el esfuerzo cortante.

$$v_* = \sqrt{\frac{f}{8}} \bar{v}$$

Ecuación 15. Velocidad de corte.

Al realizar un desarrollo matemático combinando las ecuaciones anteriores con los perfiles de velocidad de flujo para los casos hidráulicamente liso y rugoso, la forma final para el cálculo del factor de fricción, para ambos casos, es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10}(Re \sqrt{f}) - 0.8$$

Ecuación 16. Flujo turbulento hidráulicamente liso.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{d}{k_s} \right) + 1.14$$

Ecuación 17. Flujo turbulento hidráulicamente rugoso.

Sin embargo, estas ecuaciones no resultaron de mayor aplicabilidad para el diseño de tuberías, ya que en la mayoría de tuberías se ubicaban en la zona del régimen de transición, zona delimitada entre el flujo turbulento hidráulicamente liso y el flujo hidráulicamente rugoso (Saldarriaga, 2007).

2.2.2.5 Ecuación de Colebrook-White

Colebrook y White hicieron una clasificación de las rugosidades relativas a fin de entender el flujo transicional y establecer una ecuación que permitiera el cálculo del factor de



fricción para este tipo de flujo. Los pasos seguidos por los investigadores fueron (Saldarriaga, 2007):

1. Comparación de la rugosidad absoluta con el espesor de la subcapa laminar viscosa (Saldarriaga, 2007):

$$\frac{k_s}{\delta'} = \frac{\frac{k_s}{d}}{\frac{\delta'}{d}}$$

Ecuación 18. Comparación entre la rugosidad absoluta y el espesor de la subcapa laminar viscosa.

Esta ecuación se remplaza por el valor del espesor de la subcapa laminar viscosa (Ecuación 13) obteniendo el siguiente resultado:

$$\frac{\delta'}{d} = \frac{11.6 \nu}{v_* d}$$

Ecuación 19.

Combinando las Ecuaciones 15 y 19 se tiene

$$\frac{\delta'}{d} = \frac{11.6 \nu}{\bar{v} d} \sqrt{\frac{f}{8}} = \frac{32.81}{Re \sqrt{f}}$$

$$\frac{k_s}{d} Re \sqrt{f} = 32.81 \frac{k_s}{\delta'}$$

Ecuación 20.

2. De la ecuación de Prandtl-von Kármán (Ecuación 16) se tiene la siguiente transformación restando $2 \log_{10} (d/k_s)$ a ambos lados (Saldarriaga, 2007):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} - 2 \log_{10} \left(\frac{d}{k_s} \right) = 2 \log \left(\frac{k_s}{d} Re \sqrt{f} \right) - 0.8$$

Ecuación 21.

3. Colebrook y White compararon los términos de las Ecuaciones 20 y 21 y produjeron la gráfica que aparece en la Figura 13, para tubos comerciales y tubos con rugosidad artificial (Saldarriaga, 2007):

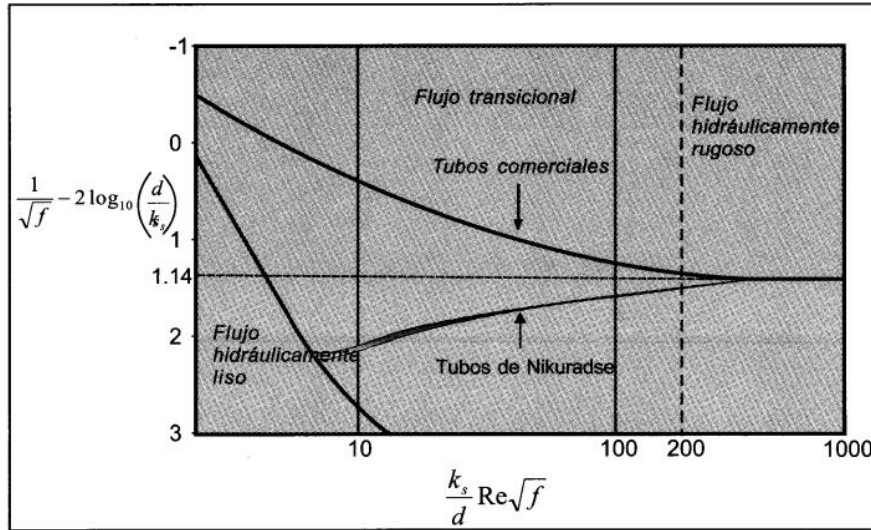


Figura 13. Rugosidad relativa como función del factor de fricción y el número de Reynolds en la zona transicional (Saldarriaga, 2007).

4. A partir de los resultados de la Figura 13 obtuvieron las siguientes relaciones para el caso del flujo turbulento hidráulicamente liso (Saldarriaga, 2007):

$$\frac{k_s}{d} Re \sqrt{f} \leq 10$$

Ecuación 22.

Y para el caso del flujo turbulento hidráulicamente rugoso se obtuvo (Saldarriaga, 2007):

$$\frac{k_s}{d} Re \sqrt{f} > 200$$

Ecuación 23.

5. De la Ecuación 20 obtuvo (Saldarriaga, 2007)

$$\frac{Re \sqrt{f}}{d} = \frac{32.81}{\delta'}$$

Ecuación 24.

y reemplazando este resultado en la Ecuación 22:

$$k_s \leq 0.305 \delta'$$

Ecuación 25. Relación entre la rugosidad y la subcapa laminar viscosa para el flujo turbulento hidráulicamente liso.

Este resultado indica que para que el flujo sea hidráulicamente liso, el tamaño de la rugosidad tiene que ser inferior al 30%, aproximadamente, del espesor de la subcapa laminar viscosa (Saldarriaga, 2007).



Para flujos hidráulicamente rugosos se tiene que combinando las Ecuaciones 20 y 23:

$$k_s \geq 6.10 \delta'$$

Ecuación 26. Relación entre la rugosidad y la subcapa laminar viscosa para el flujo turbulento hidráulicamente rugoso.

Para que el flujo sea hidráulicamente rugoso, el tamaño de la rugosidad debe ser superior a 6 veces el espesor de la subcapa laminar viscosa (Saldarriaga, 2007).

6. A partir de los resultados obtenidos por Prandtl y von Kármán, Colebrook y White establecieron que el comportamiento de las tuberías reales en la zona de transición debería estar descrito por una ecuación única que incluyera los extremos establecidos por el flujo turbulento hidráulicamente liso y rugoso (Saldarriaga, 2007).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 27. Ecuación de Colebrook-White.

La Ecuación 27 probó ser válida para todo tipo de flujo turbulento en tuberías. Sin embargo, tiene el problema de que no es una ecuación explícita para el factor de fricción, lo cual implica la necesidad de utilizar algún método numérico para calcularlo una vez se conozcan las otras variables (Saldarriaga, 2007).

Este problema matemático ocasionó la aparición de Ecuaciones empíricas más sencillas de utilizar; entre éstas la más famosa es la ecuación de Hazen-Williams. Sin embargo, esta ecuación y otras ecuaciones empíricas tienen límites de aplicación claros; algunas de ellas sólo se pueden utilizar para agua, o tienen límites para las velocidades máximas o mínimas, o sólo pueden utilizarse para rangos limitados de diámetros y materiales de tuberías (Saldarriaga, 2007).

El método más apropiado para el cálculo de f es iterativo y sigue la metodología de Newton-Raphson. El método converge para una precisión muy buena en un orden de 3 a 4 iteraciones (Camacho & Saldarriaga, 1990). A continuación se hace una explicación general del método:

El método parte de la Ecuación 28:

$$x = g(x)$$

Ecuación 28.

El valor de la aproximación a la raíz de la ecuación en la iteración $i+1$ se calcula con base en la aproximación de la iteración i de acuerdo a la siguiente ecuación (Saldarriaga, 2007):



$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i) - x_i}{g'(x_i) - 1}$$

Ecuación 29.

donde $g'(x)$ es la derivada de la función. Para el caso de la función de Colebrook-White la variable x es el inverso de la raíz cuadrada del factor de fricción (Saldarriaga, 2007):

$$x = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Por consiguiente (Saldarriaga, 2007):

$$g(x) = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 x_i}{Re} \right)$$

Ecuación 30.

La derivada de la función anterior es (Saldarriaga, 2007):

$$g'(x) = -\frac{2}{\ln 10} \left(\frac{\frac{2.51}{Re}}{\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 x_i}{Re}} \right)$$

Ecuación 31.

En el diagrama de flujo mostrado en la Figura 14 se puede observar el algoritmo utilizado por este método.

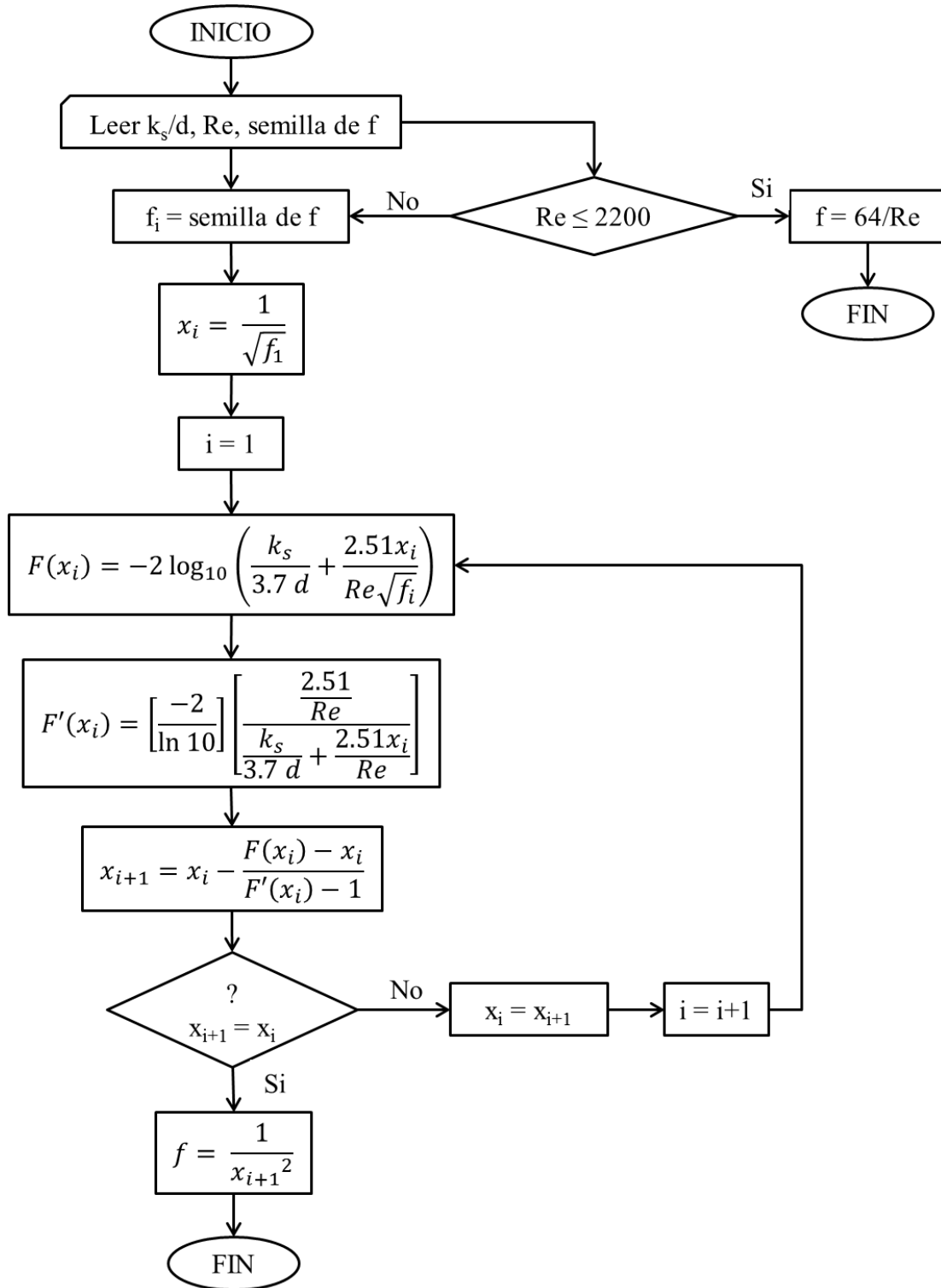


Figura 14. Diagrama de flujo para el cálculo del factor de fricción f por medio de Newton-Raphson (Saldarriaga, 2007).



2.2.3 Diagrama de Moody

Moody se basó en los resultados de Nikuradse y Colebrook a fin de investigar las pérdidas por fricción en tuberías con rugosidades reales y no artificiales. El diagrama de Moody es una gráfica del factor de fricción para todos los regímenes de flujo contra el número de Reynolds a varios valores de la rugosidad relativa de la tubería (Menon, 2005). La Figura 15 muestra el diagrama de Moody el cual se delimita en cinco zonas: flujo laminar, zona crítica, zona lisa, zona de transición y turbulencia completa.

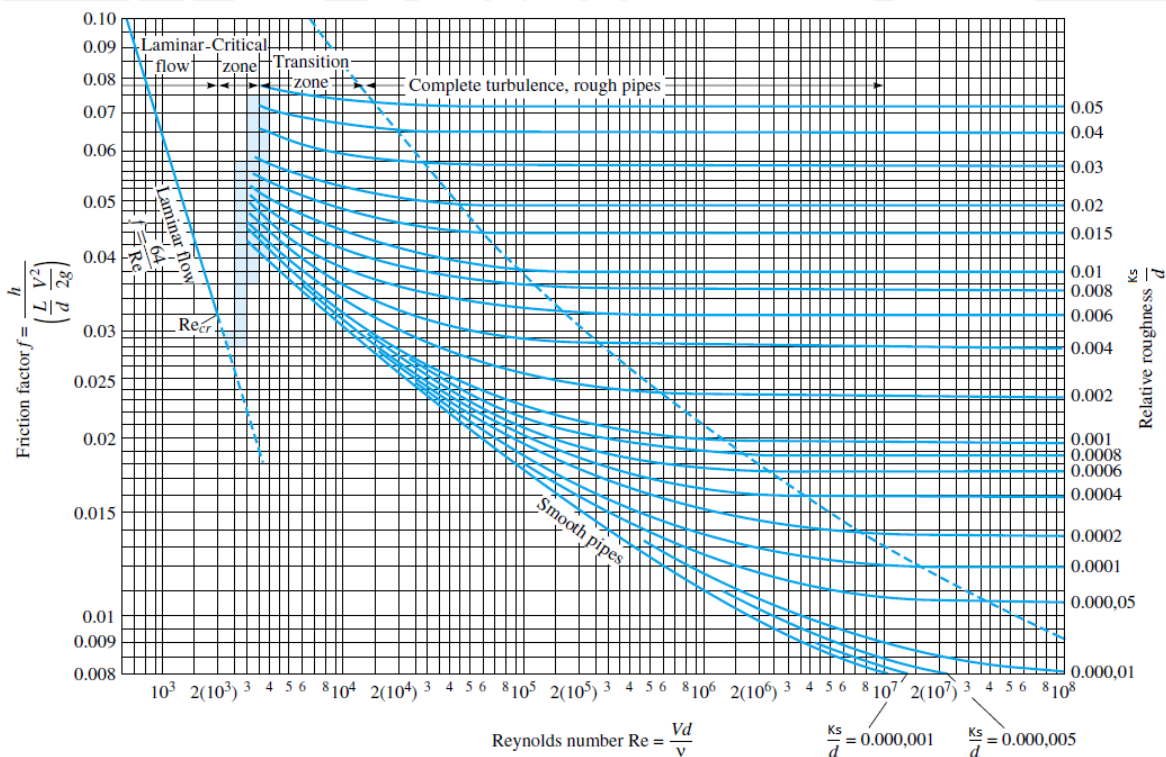


Figura 15. Diagrama de Moody (White, 2008).

En principio, el diagrama de Moody es usado para la solución de tres tipos de problemas: en el que la altura de pérdida es desconocida, la tasa de flujo volumétrico es desconocida o el diámetro es desconocido (Brkic³, 2010). El método para determinar el factor de fricción gráficamente es: para un número de Reynolds dado en el eje horizontal, se dibuja una línea vertical hacia la curva que represente la rugosidad relativa k_s/d . el factor de fricción es el que se lee siguiendo horizontalmente al eje vertical de la izquierda (Menon, 2005).

Se puede ver en el diagrama de Moody que la región turbulenta está dividida en dos regiones: la zona de transición y la zona de completa turbulencia. El límite inferior está designado como tuberías lisas y la zona de transición se extiende hasta la línea punteada. Más allá de la línea punteada está la zona de turbulencia completa en tuberías rugosas. En



esta zona el factor de fricción depende muy poco del número de Reynolds y más de la rugosidad relativa. Esto es evidente de la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27) donde a grandes número de Reynolds, el segundo término se empieza a acercar a cero. El factor de fricción, entonces, depende únicamente del primer término el cual es proporcional a la rugosidad relativa k_s/d . En contraste con la zona de transición, ambos, Re y k_s/d influyen el valor del factor de fricción (Menon, 2005).

La Tabla 2 muestra los valores de rugosidad recomendados para ductos comerciales. Con el uso, los tubos se vuelven más rugosos debido a la corrosión, incrustaciones y deposición de material en las paredes (Camacho & Saldarriaga, 1990).

Tabla 2. Valores recomendados de rugosidad para tubos comerciales (White, 2008).

Material	Condición	k_s (mm)
Acero	Lámina de metal, nuevo	0.05
	Inoxidable, nuevo	0.002
	Comercial, nuevo	0.046
	Remachado	3.0
	Oxidado	2.0
Hierro	Fundido, nuevo	0.26
	Forjado, nuevo	0.046
	Galvanizado, nuevo	0.15
	Asfaltado, nuevo	0.12
Plástico		0.0015
Concreto	Liso	0.04
	Rugoso	2.0
Caucho	Liso	0.01
Madera		0.5

Con los resultados anteriores se produjo el diagrama de rugosidades relativas ampliamente usado para diseño de tuberías.

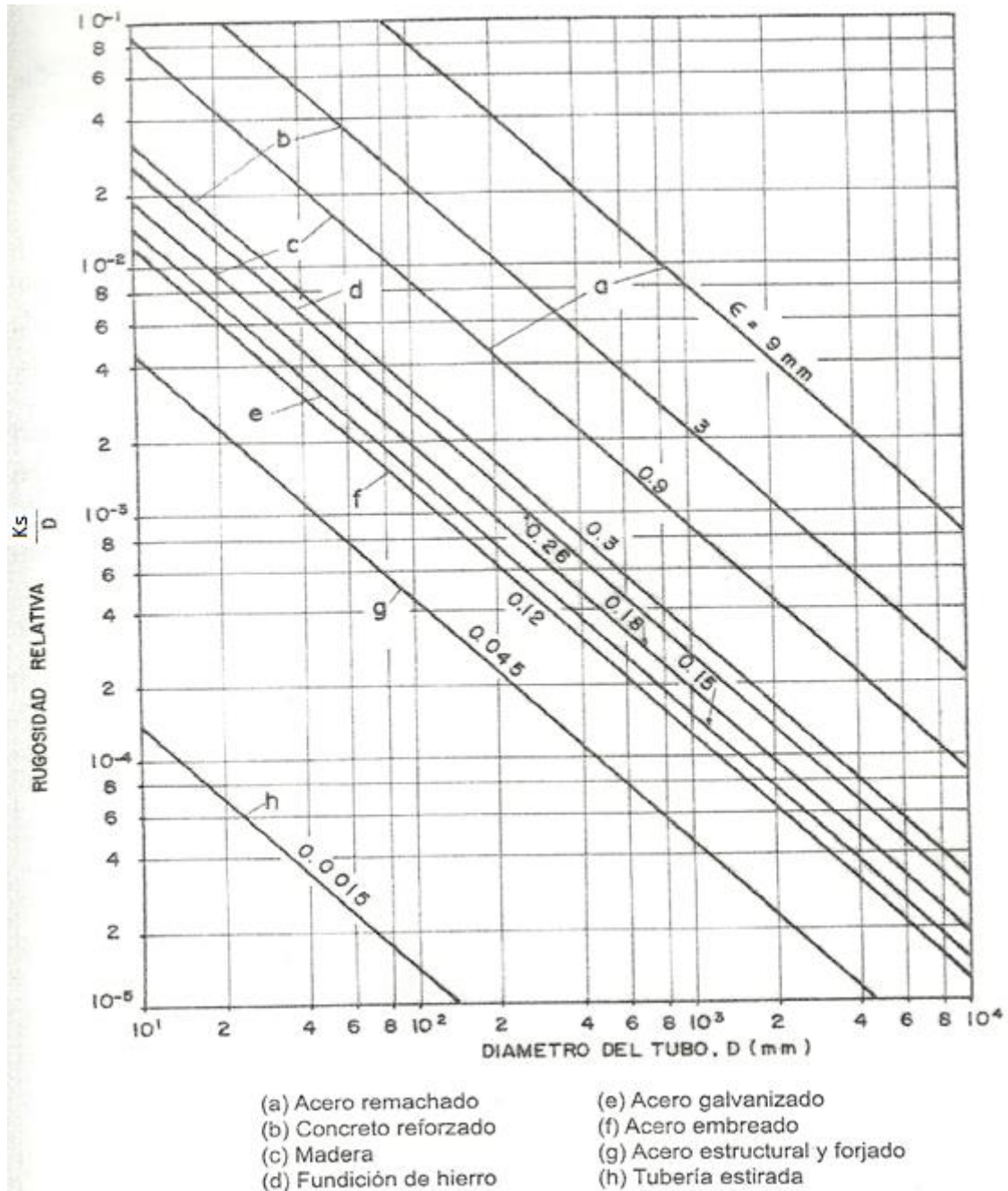


Figura 16. Diagrama de rugosidades relativas como función del diámetro de la tubería y material del tubo (Beltrán, 2005).



2.3 Últimos Estudios Sobre el Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso

2.3.1 Estudios de Brkic

Actualmente se busca obtener nuevas relaciones del factor de fricción para el flujo turbulento hidráulicamente liso, tal y como lo muestran los estudios realizados por Brkic, quien recopila nuevas expresiones para la determinación del factor de fricción, haciendo una marcada distinción entre las relaciones cuando se asume la ausencia total de rugosidad y cuando hay presencia de ésta.

Régimen Liso en Ausencia de Rugosidad: corresponde a la Ecuación de Colebrook en ausencia total de rugosidad relativa (Ecuación de Prandtl-von Kármán).

Tabla 3. Ecuaciones para el flujo turbulento hidráulicamente liso en ausencia de rugosidad (Brkic2, 2011).

Equation	Name
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot \left(C_0 - \frac{1.73718 \cdot C_0 \cdot \ln(C_0)}{1.73718 + C_0} + \frac{2.62122 \cdot C_0 \cdot [\ln(C_0)]^2}{(1.73718 + C_0)^3} + \frac{3.03568 \cdot C_0 \cdot [\ln(C_0)]^3}{(1.73718 + C_0)^4} \right)$ $C_0 = 4 \cdot \log_{10}(\text{Re}) - 0.4$	Danish et al. (2011)
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0.8685 \cdot \ln \left(\text{Re} \cdot \sqrt{\frac{-0.0015702}{\ln(\text{Re})} + \frac{0.3942031}{\ln^2(\text{Re})} + \frac{2.5341533}{\ln^3(\text{Re})}} \right) - 0.198$	Li et al. (2011)
$\lambda = 0.25 \cdot \left[\log_{10} \left(\frac{150.39}{\text{Re}^{0.98865}} - \frac{152.66}{\text{Re}} \right) \right]^{-2}$	Fang et al. (2011)
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \approx -2 \cdot \log_{10} \left(-\frac{5.0272}{\text{Re}} \cdot \log_{10} \left(-\frac{4.567}{\text{Re}} \cdot \log_{10} \left(\left(\frac{5.3326}{208.815 + \text{Re}} \right)^{0.9345} \right) \right) \right)$	New 1
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \approx -2 \cdot \log_{10} \left(-\frac{5.02}{\text{Re}} \cdot \log_{10} \left(-\frac{5.02}{\text{Re}} \cdot \log_{10} \left(\frac{13}{\text{Re}} \right) \right) \right)$	New 2
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \approx -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{95}{\text{Re}^{0.983}} - \frac{96.82}{\text{Re}} \right)$	New 3
$\lambda \approx \left(S_1 - \frac{(S_2 - S_1)^2}{S_3 - 2 \cdot S_2 + S_1} \right)^{-2}$ $S_1 = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{12}{\text{Re}} \right)$ $S_2 = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{2.51 \cdot S_1}{\text{Re}} \right)$ $S_3 = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{2.51 \cdot S_2}{\text{Re}} \right)$	New 4



Para las relaciones propuestas en la Tabla 3, la variable λ corresponde a f (factor de fricción); adicionalmente, los parámetros S_1 , S_2 y S_3 corresponden a variables de la Ecuación denominada como *New 4*.

La comparación de estas aproximaciones de la relación de Prandtl (Tabla 3) se muestra en la Figura 17. El error relativo a la Ecuación de Prandtl es de 0,15%.

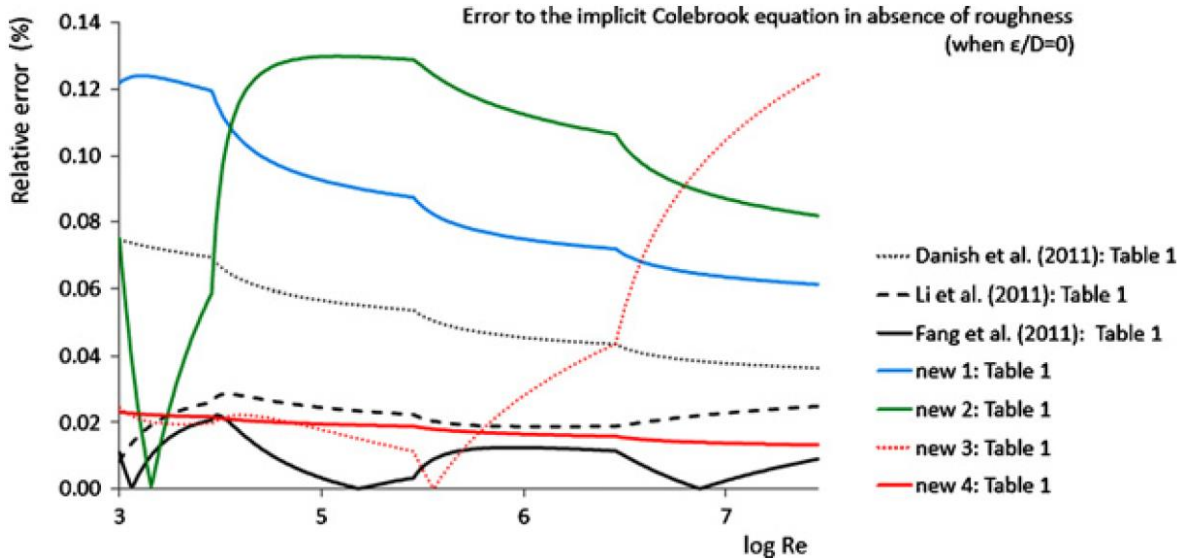


Figura 17. Precisión de algunas aproximaciones a la ecuación de Prandtl (Brkic², 2011).

Régimen Liso con Presencia de Rugosidad: toma como referencia la relación propuesta por Buzzelli (2008) desarrollada especialmente para las condiciones “lisas”. Éste enfoque es bueno porque usa la rugosidad relativa incluso para el régimen “liso” de la turbulencia (Brkic¹, 2011).

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A - \left[\frac{A + 2 \cdot \log_{10} \left(\frac{B}{Re} \right)}{1 + \frac{2.18}{B}} \right]$$

$$A = [0.774 \cdot \ln(Re)] - 1.41 \quad B = \left(\frac{Re}{3.7} \cdot \frac{\varepsilon}{D} \right) + 2.51 \cdot A$$

Ecuación 32. Relación de Buzzelli para el Régimen Hidráulicamente Liso con Presencia de Rugosidad. Tomada de (Brkic¹, 2011).



2.3.2 Estudios en la Universidad de los Andes

2.3.2.1 Estudios Realizados por Rafael Flechas

Los límites actuales (del diagrama de Moody) se basan en las ecuaciones propuestas por Prandtl y von Kármán (Ecuación 16 y 17). Sin embargo, para delimitar esta zona, Moody nunca se basó en la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27) y los límites definidos claramente por este investigador para la zona de transición en función de la rugosidad y el espesor de la subcapa laminar viscosa (Flechas, 2010).

En la investigación realizada por Rafael Flechas, se presenta la delimitación de la zona de transición en el diagrama de Moody con base en la Ecuación de Colebrook-White y los efectos que puede tener esta nueva zona para entender el comportamiento de las redes de distribución de agua potable (RDAP). A continuación se muestra el procedimiento empleado para determinar las nuevas ecuaciones de los límites de la zona de transición.

Límite Inferior de la Zona de Transición:

El límite inferior de la zona de transición está definido por los flujos que pueden clasificarse como turbulentos hidráulicamente lisos. Según Colebrook-White, esto se presenta cuando la rugosidad es igual al 30% del espesor de la subcapa laminar viscosa. Por ello, si el tamaño de la rugosidad de la tubería es inferior a dicho valor, el flujo es hidráulicamente liso. Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se ilustra el proceso deductivo de la ecuación que describe el límite inferior de la zona de transición basado en la ecuación de Colebrook-White (Flechas, 2010).

Primero, se reemplaza en la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27) la rugosidad (k_s) por el 30% de la subcapa laminar viscosa (δ') (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{0.305 \delta'}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 33.

Teniendo en cuenta que el espesor de la subcapa laminar viscosa se define como en la Ecuación 13 y la velocidad de corte se calcula como en la Ecuación 15, se procede a reemplazar estas Ecuaciones en la ecuación anterior (Flechas, 2010).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{0.305}{3.7} \left(\frac{11.6 v}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}} \right) + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right]$$

Ecuación 34.



Considerando la relación entre el factor de fricción (f) y el esfuerzo cortante (τ_0) (Ecuación 14) se reemplaza esta ecuación en la ecuación anterior; el resultado se muestra a continuación (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{0.305}{3.7} \left(\frac{11.6 v}{\sqrt{\frac{f \rho v^2}{8} \frac{1}{\rho}}} \right) + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.7 v}{v d \sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 35.

Posteriormente en la Ecuación 35 se expresa la velocidad media de flujo en términos del número de Reynolds, la viscosidad cinemática del fluido y el diámetro de la tubería, tal y como se ilustra a continuación (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2.7 v}{\left(\frac{Re v}{d} \right) d \sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.7}{Re \sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 36.

Finalmente, si se suman los factores en común de la Ecuación 36, se obtiene la siguiente ecuación que define el límite inferior de la zona de transición basado en la ecuación de Colebrook-White y los límites claramente definidos por estos investigadores para la zona de transición (Flechas, 2010).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{5.21}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 37. Límite inferior de la zona de transición.

Límite Superior de la Zona de Transición:

El límite superior de la zona de transición está definido por los flujos que pueden mínimo clasificarse como flujo turbulento hidráulicamente rugoso. Según Colebrook-White, estos se presentan cuando la rugosidad absoluta de la tubería es igual a 6.1 veces el espesor de la subcapa laminar viscosa. Por ello, si la rugosidad de la tubería es superior a dicho valor, el flujo es hidráulicamente rugoso. Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se ilustra el



proceso deductivo de la ecuación que describe el límite superior de la zona de transición basado en la ecuación de Colebrook-White (Flechas, 2010).

Primero, se reemplaza en la ecuación de Colebrook-White la rugosidad (k_s) por 6.1 veces el espesor de la subcapa laminar viscosa (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{6.1 \delta'}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 38.

Posteriormente, se procede a reemplazar en la Ecuación 38 el espesor de la subcapa laminar viscosa por las Ecuaciones 13 y 15, como se muestra a continuación (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{6.1}{3.7} \left(\frac{11.6 v}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}} \right) + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right]$$

Ecuación 39.

A partir de la Ecuación 39 se reemplaza en la Ecuación 14 el esfuerzo cortante por el factor de fricción, la densidad del fluido y la velocidad media de flujo, como se muestra a continuación (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{6.1}{3.7} \left(\frac{11.6 v}{\sqrt{\frac{f \rho v^2}{8} \rho}} \right) + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{54.09 v}{v d \sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 40.

Posteriormente, en la Ecuación 40, se expresa la velocidad media de flujo en términos del número de Reynolds, la viscosidad cinemática del fluido y el diámetro de la tubería, con base en la definición de este número adimensional, tal y como se ilustra a continuación (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{54.09 v}{\left(\frac{Re v}{d} \right) d \sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right]$$



$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{54.09}{Re\sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 41.

Finalmente, si se suman los factores en común de la Ecuación 41 se obtiene la siguiente ecuación que describe el límite superior de la zona de transición con base en la ecuación de Colebrook-White (Flechas, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{56.6}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 42. Límite superior de la zona de transición.

Para entender el efecto que puede tener estos nuevos límites de la zona de transición en el diagrama de Moody, se dibujó el límite inferior y superior de la zona de transición en el diagrama de Moody con base en las Ecuaciones 37 y 42 respectivamente. Luego se demarcaron los límites de esta zona en dicho diagrama a partir de las Ecuaciones de Blasius (Ecuación 12) y Prandtl-von Kármán (Ecuación 16 y 17), para luego compararlos con los límites obtenidos a partir de la Ecuación de Colebrook-White, tal y como se muestra en la Figura 18 (Flechas, 2010).

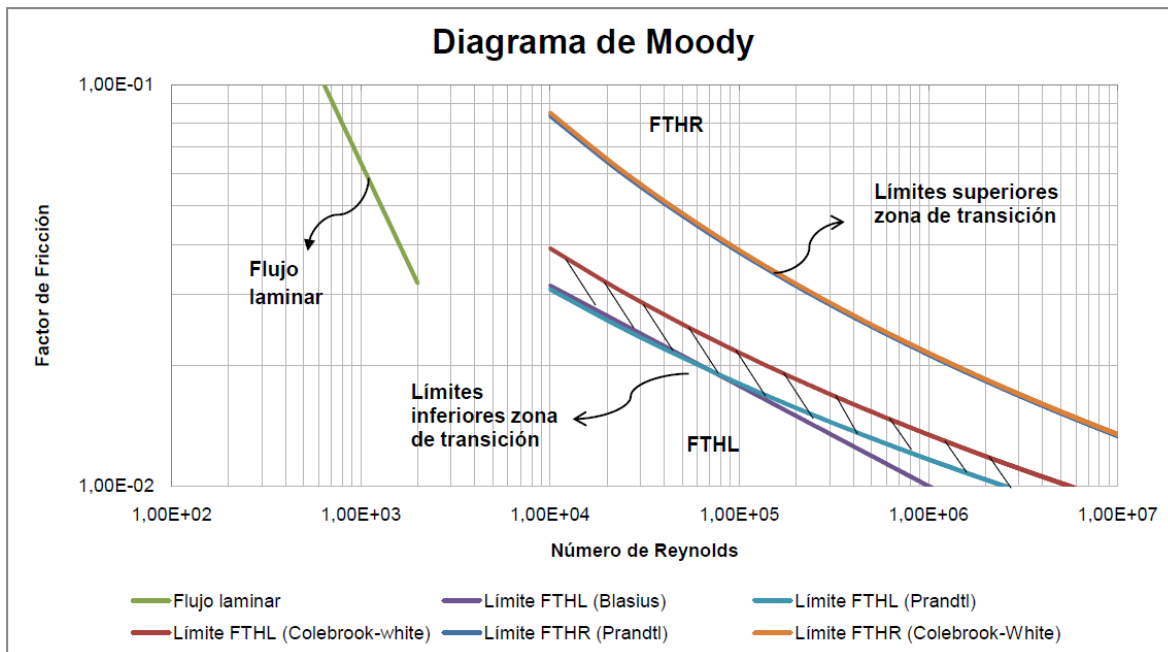


Figura 18. Delimitación de la zona de transición en el diagrama de Moody (Flechas, 2010).

Si se compara el límite superior de la zona de transición obtenido a partir de la ecuación de Colebrook-White vs la ecuación de Prandtl-von Kármán, se puede ver que estos coinciden en toda la extensión del diagrama de Moody. Lo anterior se debe a que el segundo sumando del paréntesis de la ecuación de Colebrook-White se puede considerar despreciable en



comparación con el orden de magnitud del primer sumando como se puede observar detalladamente en el proceso deductivo de la Ecuación 42 (Flechas, 2010).

En relación con el límite inferior de la zona de transición, se puede ver que el límite descrito por la ecuación de Blasius coincide con el definido por la ecuación de Prandtl-von Kármán en el rango de validez que fue deducida esta primera ecuación. Sin embargo, el límite inferior de esta zona demarcado a partir de estas dos Ecuaciones difiere del dibujado en el diagrama de Moody con base en la Ecuación de Colebrook-White y la Ecuación 37 ya que el obtenido a partir de estas dos últimas Ecuaciones hace más estrecha esta zona en el diagrama de Moody, lo cual facilita que se representen flujos turbulentos hidráulicamente lisos en el diseño de tuberías en comparación con la ecuación de Prandtl-von Kármán y Blasius. Esto se refleja claramente en la región sombreada de la Figura 18 y se presenta debido a que el orden de magnitud del primer sumando del paréntesis de la ecuación de Colebrook-White es igual al orden de magnitud del segundo sumando como se puede ver en el proceso deductivo de la Ecuación 37 ilustrado anteriormente (Flechas, 2010).

Teniendo en cuenta lo anterior, es necesario analizar el efecto que pueden tener estos nuevos límites de la zona de transición del diagrama de Moody en el diseño de redes de distribución de agua potable (RDAP). Para ello, se diseñaron diversas RDAP de Colombia, tales como La Cumbre, Red Bogotá-Cazucá y Red San Vicente utilizando las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Hazen Williams. Para diseñar estas redes se utilizó el programa REDES creado en la Universidad de los Andes para realizar el análisis y diseño optimizado de RDAP (Flechas, 2010).

Se localizaron los factores hidráulicos obtenidos a partir de cada uno de los diseños de la Red San Vicente, Red Bogotá-Cazucá y La Cumbre en el diagrama de Moody de la Figura 18, como se pueden ver en las Figuras 19, 20 y 30 respectivamente (Flechas, 2010).

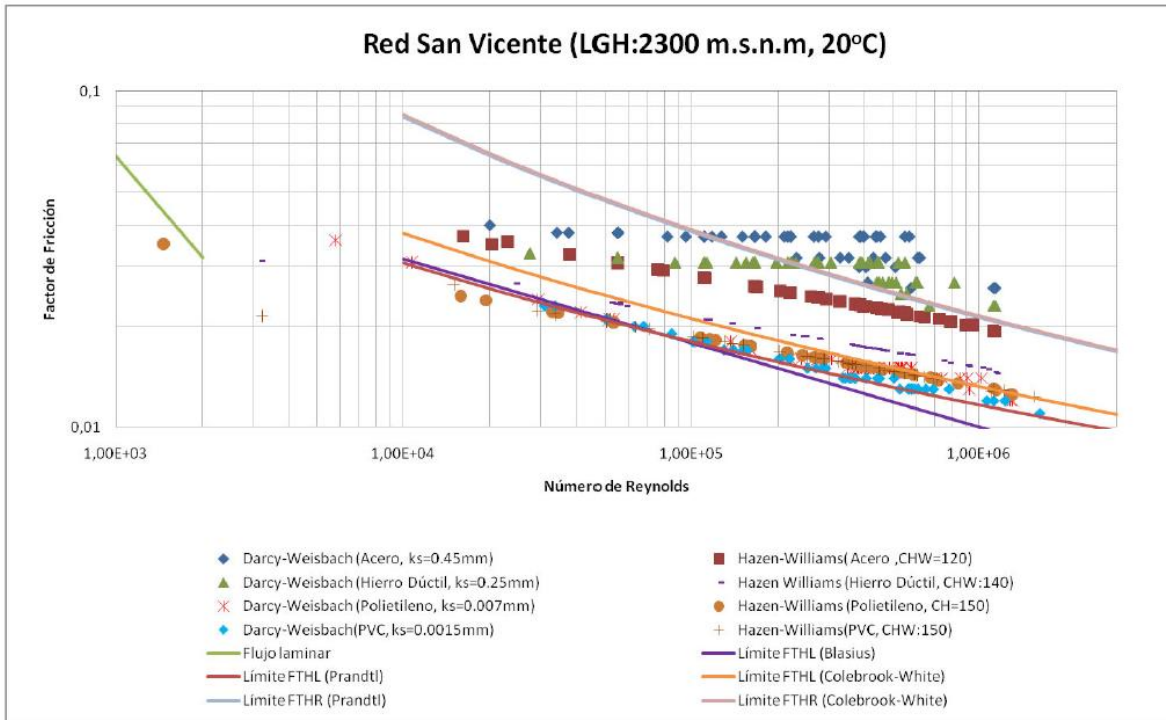


Figura 19. Factores hidráulicos obtenidos para la red San Vicente (Flechas, 2010).

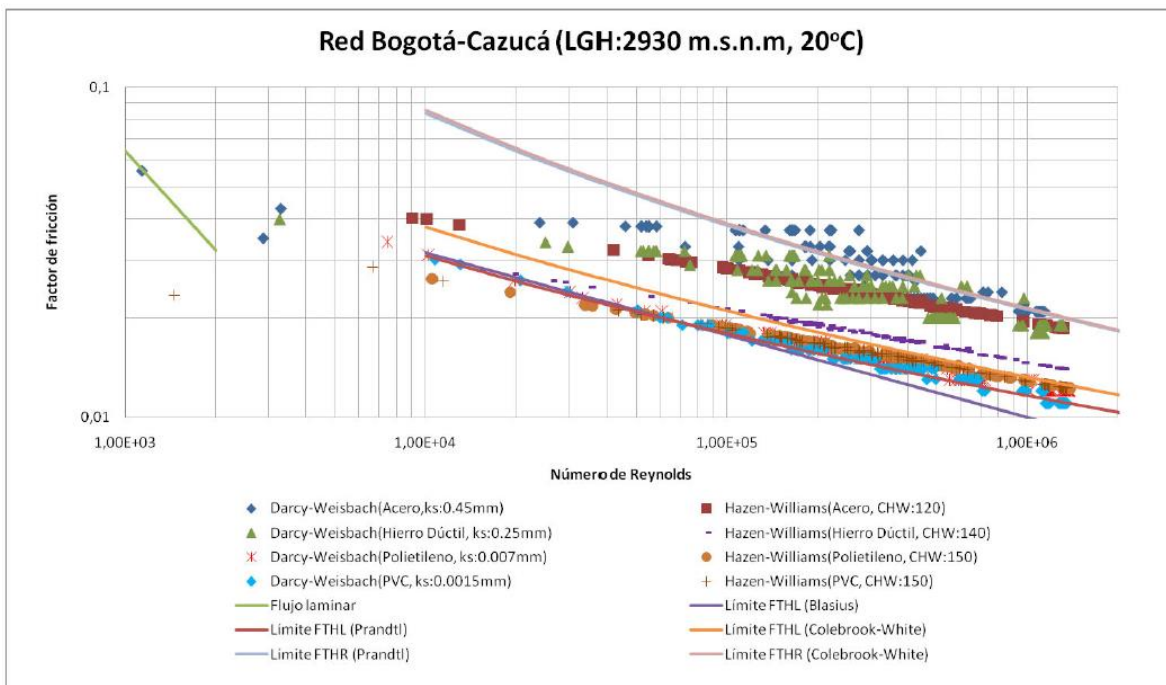


Figura 20. Factores hidráulicos obtenidos para la red Bogotá-Cazucá (Flechas, 2010).

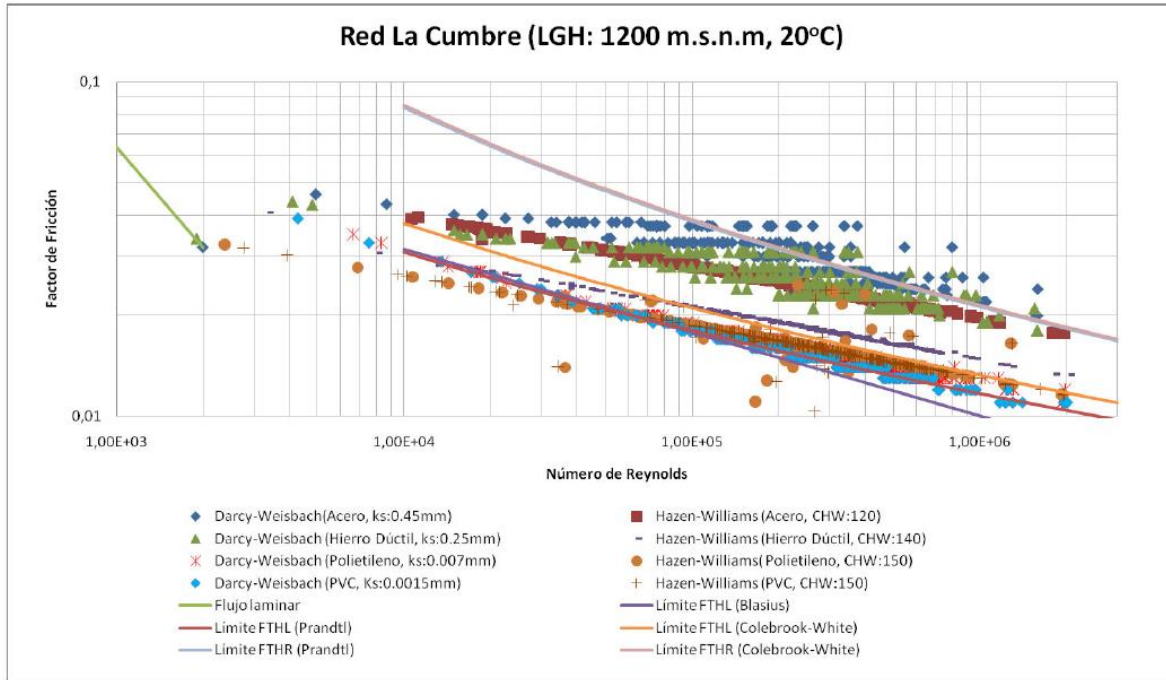


Figura 21. Factores hidráulicos obtenidos para la red La Cumbre (Flechas, 2010).

En relación con el diseño de la red San Vicente, en la Figura 19 se puede observar que los factores hidráulicos obtenidos para el diseño de esta red con el Acero y el Hierro dúctil, se localizan en su mayoría en la zona de flujo turbulento hidráulicamente rugoso cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Sin embargo, se puede observar que los factores hidráulicos obtenidos por medio de la ecuación de Hazen-Williams se ubican en su mayoría en la zona de transición definida a partir de las Ecuaciones de Prandtl-von Kármán y Colebrook-White, pero se distingue claramente que para números de Reynolds inferiores a 100,000 los factores hidráulicos calculados para el hierro dúctil con esta última ecuación se localizan dentro de la zona de FTHL definida a partir de la ecuación de Colebrook-White. Igualmente, en esta figura se puede observar que la tendencia que se presenta para el Acero y Hierro Dúctil no sucede de igual forma para el PVC y el Polietileno, debido a que los factores de fricción obtenidos por medio de la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a igualarse con los computados en la ecuación de Hazen-Williams, los cuales se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 18, definido a partir de la ecuación de Colebrook-White y la zona de transición demarcada con base en la ecuación de Prandtl-von Kármán. Lo anterior, significa que el uso de la ecuación Hazen-Williams para la Red San Vicente no se limita exclusivamente para la zona de transición con base en el nuevo límite inferior de esta zona deducido a partir de la ecuación de Colebrook-White (Flechas, 2010).

A partir de la Figura 20, se puede observar que los factores hidráulicos obtenidos para el diseño de la Red Bogotá-Cazucá con el Acero y Hierro Dúctil, se localizan en su mayoría en la zona de transición cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Por otro lado, se puede ver que los factores hidráulicos obtenidos por medio de



la ecuación de Hazen-Williams se ubican por debajo de los calculados por esta ecuación o se alejan del límite de la zona de transición dibujado a partir de la ecuación de Prandtl-von Kármán o la ecuación de Colebrook-White. En esta misma figura; se puede observar que la tendencia que se presenta para el Acero y Hierro Dúctil no ocurre de igual forma para el Polietileno y PVC, ya que los factores de fricción obtenidos por la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a igualarse con los computados en la ecuación de Hazen-Williams y se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 18, pero después de dicho número esta similitud no se cumplen ya que se ubican en la región sombreada de la Figura 18 (Flechas, 2010).

Finalmente, con base en la Figura 21, se puede observar que, los factores hidráulicos obtenidos en el diseño de la Red La Cumbre con el Acero y el Hierro Dúctil, se localizan en su mayoría cerca al límite superior de la zona de transición cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Por otro lado, se puede ver que los factores hidráulicos obtenidos por medio de la ecuación de Hazen-Williams para estos materiales se alejan de este límite descrito por la ecuación de Prandtl-von Kármán y la ecuación de Colebrook-White. Adicionalmente, de esta misma figura se puede observar que la tendencia que presenta para el Acero y Hierro Dúctil ocurre de igual forma para el Polietileno y el PVC para números de Reynolds inferiores a 100,000 ya que los factores de fricción obtenidos por la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a ser mayores comparados con los calculados con la ecuación de Hazen-Williams. Sin embargo, es importante mencionar que los factores de fricción por estas Ecuaciones tienden a igualarse para estos dos materiales, los cuales se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 18, y específicamente en el FTHL con base en el nuevo límite inferior de la zona de transición definido a partir de la ecuación de Colebrook-White y la zona de transición demarcada con base en la ecuación de Prandtl-von Kármán. Por último, en esta figura se puede ver que en comparación al diseño de la Red San Vicente, para números de Reynolds inferiores a 100,000, se obtienen de igual forma factores hidráulicos dentro del FTHL para materiales rugosos como el Hierro Dúctil cuando se diseña esta red con la ecuación de Hazen-Williams a partir del nuevo límite inferior de la zona de transición con base en la ecuación de Colebrook-White (Flechas, 2010).

Para materiales que presentan rugosidades absolutas inferiores a 0.007 mm o coeficientes de Hazen-Williams superiores a 140, los factores hidráulicos obtenidos a partir del diseño de las redes analizadas utilizando las Ecuaciones de Darcy-Weisbach y Hazen-Williams, se localizan en la región sombreada de la Figura 18. Por lo anterior, se puede concluir que el nuevo límite de la zona de transición definido a partir de la Ecuación de Colebrook-White y los límites establecidos claramente por estos dos investigadores para esta zona pueden contribuir a entender mejor el comportamiento hidráulico de las RDAP en el FTHL, ya que este nuevo límite hace más estrecha la zona de transición y permite identificar este tipo de flujo con mayor exactitud (Flechas, 2010).



2.3.2.2 Estudio Realizado por Launa Nieto

Otro estudio realizado en la Universidad de los Andes fue elaborado por Laura Nieto, quien construyó un montaje (similar al propuesto en el presente proyecto de grado) en las instalaciones de la empresa PAVO S.A. (ver Figura 22), a fin de determinar el valor de la rugosidad absoluta en la tubería empleada.



Figura 22. Vista general del montaje de Laura Nieto en PAVCO S.A.

Descripción del modelo físico: la tubería principal es de 78 m de longitud sin uniones, un tanque de alimentación de 54 pulgadas de diámetro y 6 m de longitud ubicado sobre una estructura de concreto a 0.9 m del suelo (ver Figura 23), llega a otro tanque (ver Figura 24) que cumple dos funciones: medir el caudal transportado con un vertedero de pared delgada (ver Figura 25), y almacenar agua en el sistema con el fin de que el mismo se alimente continuamente; el nivel mínimo de este debe permanecer a 0.7 m debido a la sumergencia de la bomba. La instrumentación del sistema está conformada por medidores electrónicos de presión y caudal, medición diferencial de la presión (ver Figuras 26 y 27) y un sistema de bombeo (ver Figura 28).



Figura 23. Tanque de alimentación en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 24. Tanque de almacenamiento en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 25. Vertedero de cresta delgada para la medición del caudal en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 26. Medidores (diferencia de presión, caudalímetro y válvula de regulación de caudal) en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 27. Medidor electrónico de presión en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 28. Sistema de bombeo en PAVCO S.A (Nieto, 2011).



Figura 29. Sistema eléctrico del montaje en PAVCO S.A (Nieto, 2011).

Para el diseño del montaje se ejecutan pruebas de comprobación de diseño (de manera similar se mostrará este procedimiento en la Sección 6.3) y la calibración del vertedero.

Las pruebas experimentales incluyen el cálculo de la viscosidad cinemática y la determinación de la rugosidad absoluta considerando la velocidad de flujo y las pérdidas por fricción. La Figura 30 muestra la metodología ejecutada para la toma de mediciones.

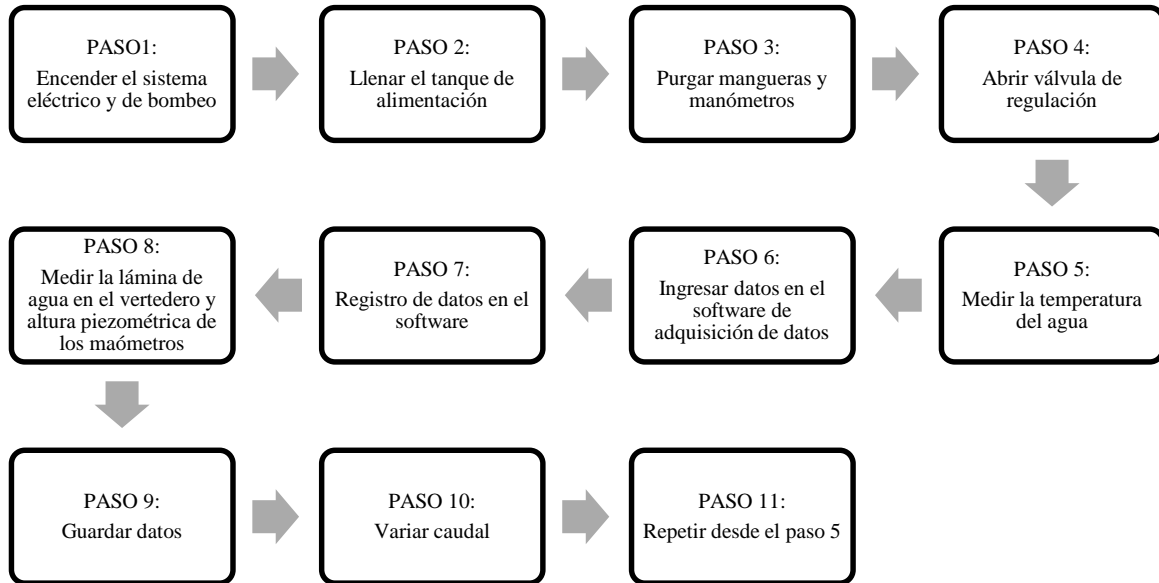


Figura 30. Metodología empleada (Nieto, 2011).

Para determinar la rugosidad absoluta se emplean tres métodos diferentes: cálculo mediante la ecuación de Colebrook-White, método gráfico y método estadístico. A continuación, se muestran las tres metodologías en las Figuras 31, 32 y 33.

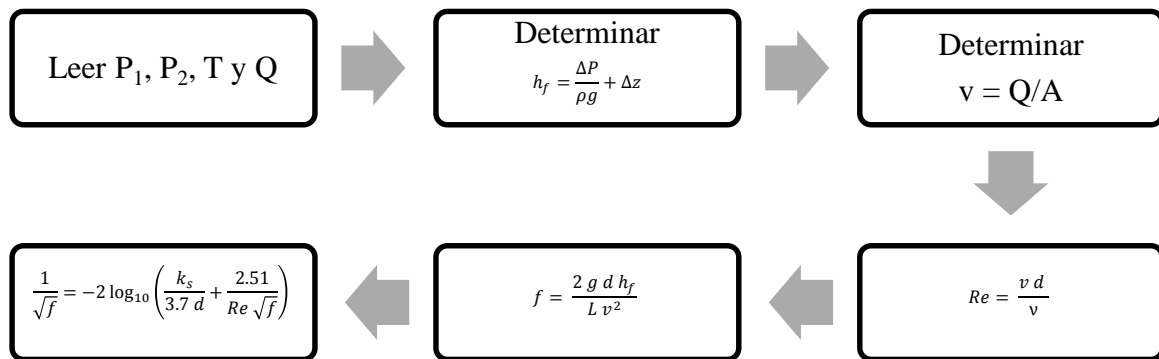


Figura 31. Cálculo de ks usando la ecuación de Colebrook-White (Nieto, 2011).

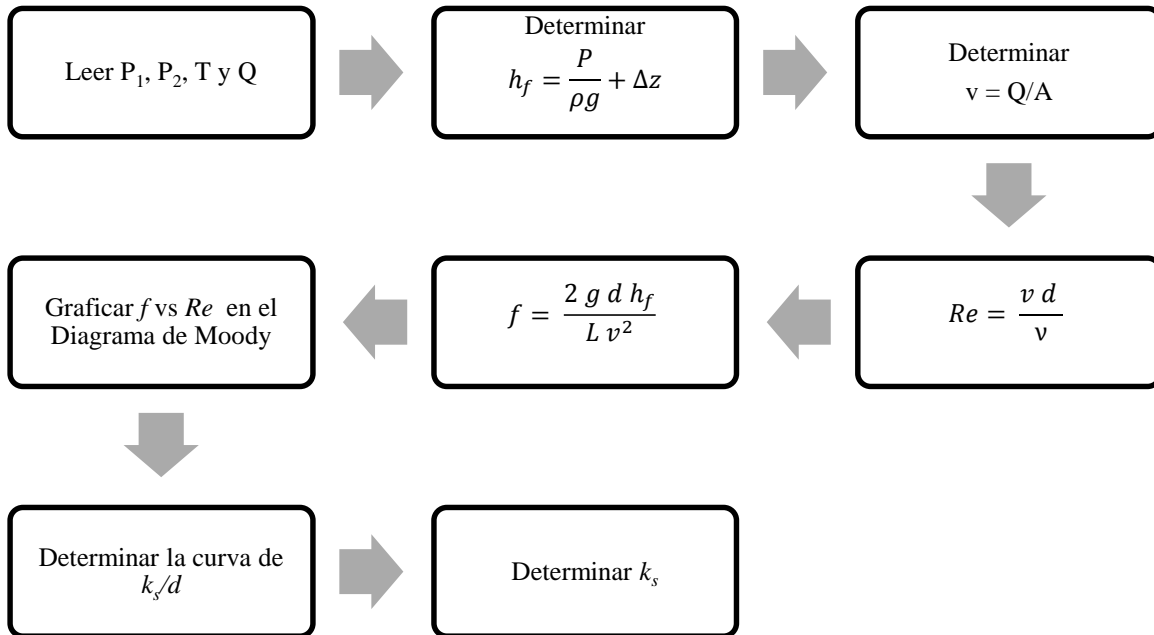


Figura 32. Cálculo de k_s usando el método gráfico (Nieto, 2011).

Es necesario destacar que los cálculos se realizaron tanto para las mediciones por sensores, como para la medición con los manómetros diferenciales de forma independiente. La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos aplicando la metodología anterior.

Tabla 4. Resultados método gráfico (Nieto, 2011).

	k_s/d	k_s [mm]
Sensores	0.000075	0.012065
Manómetros	0.00013	0.020912

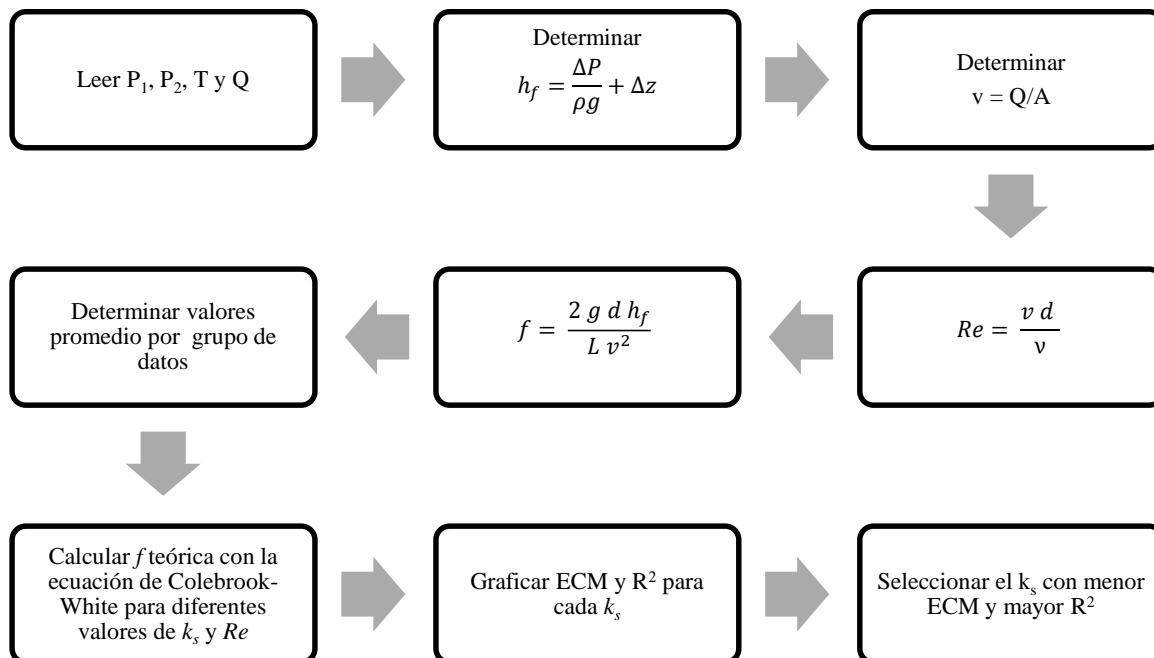


Figura 33. Cálculo de k_s usando el método estadístico¹ (Nieto, 2011).

Los resultados aplicando el método anterior se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Resultados método estadístico (Nieto, 2011).

	Sensores	Manómetros
k_s óptimo [mm]	0.0114	0.0208
ECM mínimo	2.89E-4	2.38E-4
R^2 máximo	0.78	0.92

Se encontró que todas las pruebas corresponden al caso del flujo turbulento hidráulicamente liso, lo que indica que las pérdidas de energía del sistema dependieron del número de Reynolds, por lo tanto requiere que se usen caudales altos. La rugosidad absoluta obtenida es 0.0114 mm con el método estadístico y 0.0120 mm con el método gráfico². Debido a que el método estadístico es una metodología más robusta y confiable se adopta este como valor final de la rugosidad absoluta. Este valor se encuentra alejado del valor teórico (0.0150 mm), estos resultados se pueden explicar debido a un posible desarrollo de biopelículas y/o adhesión de sedimentos en las paredes de la tubería (Nieto, 2011).

¹ Para éste método se usa el coeficiente de determinación (R^2) y el error cuadrático medio (ECM).

² Éstos resultados corresponden a los obtenidos por los sensores, se seleccionan estos debido a que tienen mayor aproximación al valor teórico reportado, en comparación con los resultados obtenidos mediante los manómetros diferenciales.



3 Diseño del Modelo

3.1 Diseño del Montaje

Como primer paso se definieron las condiciones generales del montaje. La tubería principal se compone de un tubo de PVC de 12 m de largo, sin uniones, con 6 pulgadas de diámetro nominal. Una brida fabricada en acero inoxidable ubicada en la alimentación del montaje de 12 pulgadas de diámetro con salida de 6 pulgadas para adaptarla a las condiciones del tubo principal. Se incluye una válvula de compuerta de 6 pulgadas de diámetro fabricada en acero inoxidable para regular la entrada de agua a la tubería principal. La tubería se encuentra sostenida en unos soportes especialmente diseñados a las condiciones del laboratorio y ubicados de tal manera que permita mantener la tubería completamente horizontal, para así eliminar efectos de la pendiente del terreno. El desagüe del montaje va acoplado a una estructura previamente instalada en el laboratorio y soportado en los cimientos del mismo.

Adicionalmente, se emplearon rejillas (2) uniformadoras de flujo, fabricadas en acrílico, ubicadas a la entrada del tubo principal, esto con el fin de garantizar las condiciones de flujo uniforme a lo largo de la tubería. Las dimensiones de las rejillas son 6 pulgadas de diámetro y aproximadamente 1 cm de espesor.

Las estructuras de soporte tienen dimensiones de 20 cm x 13 cm en la base, en donde se encuentra un tubo (conocido generalmente como tubo 'ruana') de 20 cm de largo en donde se encuentra un pequeño orificio que contiene un tornillo el cual ejerce presión sobre un tubo más delgado ubicado dentro del tubo 'ruana' con una longitud de 25 cm; sobre este se soporta un semicírculo de 6 pulgadas de diámetro donde irá sujeta la tubería principal. Se diseñaron un total de 20 soportes a lo largo de la tubería con el fin de brindar mayor estabilidad y evitar vibraciones.

Para mayor detalle referirse a la sección de planos de los anexos, al final del documento.

3.2 Instrumentación del Montaje

3.2.1 Medición de Caudal

La Figura 34 muestra el caudalímetro disponible en el Laboratorio de Hidráulica y de Sistemas de Alcantarillado de la marca *Ultraflux* (referencia UF 801-P). Este caudalímetro se ubicará aproximadamente 10-50 cm antes del final de la tubería.



Figura 34. Caudalímetro a emplear en las mediciones.

Este caudalímetro es un medidor portátil ultrasónico que puede ser empleado en todos los tipos de tuberías (distintos materiales) y con todo tipo de líquidos (agua, químicos, derivados del petróleo, entre otros). Tiene un rango de medición entre 1 mm/s y 45 m/s, para diámetros entre 10 mm y 10 m (Ultraflux).

La medición de flujo en un trayecto se da por la instalación de dos sondas, donde ambas transmiten y reciben alternadamente una señal. Esta señal va a través del líquido y es recibida por la sonda opuesta. Las mediciones de los tiempos de propagación en las direcciones ascendente y descendente se miden con precisión (típicamente 0.2 ns). La velocidad media se puede calcular a partir de estos tiempos y de la posición geométrica de las sondas (Ultraflux).

$$\Delta T = T_{BA} - T_{AB}$$
$$v = f(\Delta T)$$
$$Q = f(v, \phi_i)$$

Q = flujo volumétrico
TAB: tiempo de propagación del ultrasonido entre las dos sondas

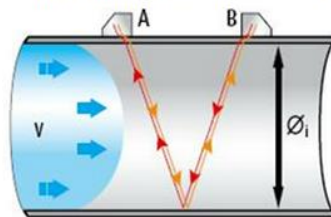


Figura 35. Principio de diferencia de tiempo de tránsito de ondas ultrasónicas (Ultraflux).

La ventaja del principio de medición empleado es que es aplicable tanto a líquidos como a gases y solo depende de la longitud y el diámetro de la tubería (Ultraflux).



3.2.2 Medición de Presión

Se propone implementar un manómetro diferencial para medir las pérdidas por fricción a lo largo de la tubería principal, a través de la determinación de la altura piezométrica. El fluido manométrico por excelencia es el mercurio ($\rho_{\text{mercurio}} = 13,600 \text{ kg/m}^3$) y es el que se empleará en el presente proyecto. Las Ecuaciones se describen a continuación teniendo como referencia la Figura 36.

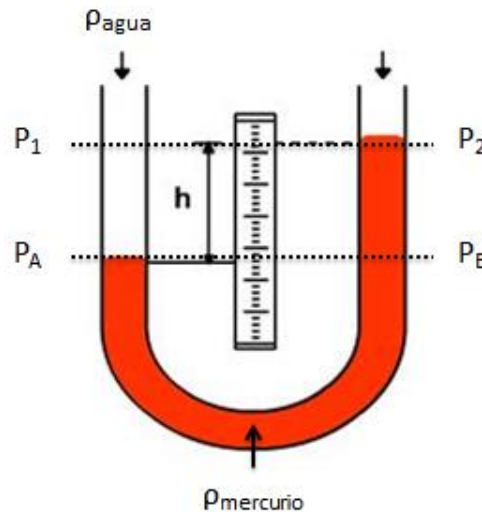


Figura 36. Manómetro diferencial.

$$P_A = P_1 + \rho_{\text{agua}}gh$$

Ecuación 43. Presión en el punto A.

$$P_B = P_2 + \rho_{\text{mercurio}}gh$$

Ecuación 44. Presión en el punto B.

$$P_A = P_B$$

Ecuación 45.

$$P_1 + \rho_{\text{agua}}gh = P_2 + \rho_{\text{mercurio}}gh$$

$$P_1 - P_2 = \Delta P = \rho_{\text{mercurio}}gh - \rho_{\text{agua}}gh = (\rho_{\text{mercurio}} - \rho_{\text{agua}})gh$$

Ecuación 46. Caída de presión.

$$h = \frac{\Delta P}{(\rho_{\text{mercurio}} - \rho_{\text{agua}})g}$$

Ecuación 47. Cálculo de la altura piezométrica.



En el Laboratorio de Hidráulica y de Sistemas de Alcantarillado se encuentra disponible el tablero manométrico que se muestra en la Figura 37.



Figura 37. Tablero manométrico.

En total se emplearán tres manómetros los cuales se acoplaran a tres orificios de la tubería principal por medio de mangueras de plástico, la ubicación de estos orificios será 1.38 m desde el comienzo de la tubería, y 20 cm antes del final de la misma. En la Figura 38 se muestran las posiciones de las tres perforaciones, se harán a 45° aproximadamente desde el eje vertical (d es el diámetro exterior de la tubería).



Figura 38. Ubicación de las Mangueras en la Tubería Principal.

Cada uno de los manómetros tiene una longitud de 70 cm y diámetro de 0.6 cm (aproximadamente $\frac{1}{4}$ pulgadas), la separación entre los dos brazos del manómetro es de 5 cm (ver Figura 39).

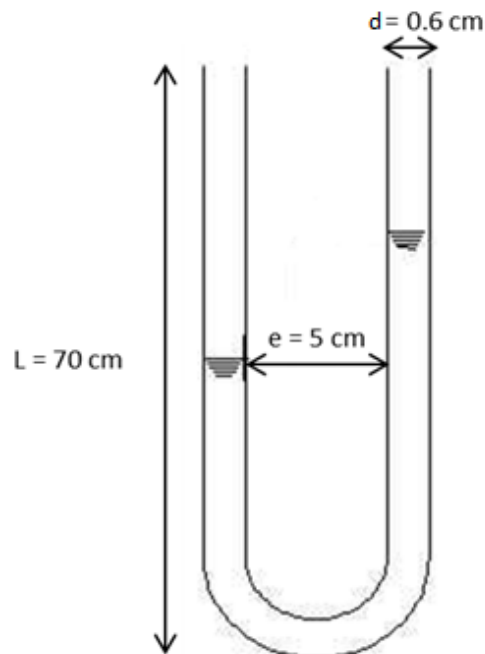


Figura 39. Dimensiones del manómetro diferencial³.

3.2.3 Medición de la Temperatura

Se conoce que la densidad y viscosidad del agua cambian con la variación de la temperatura, por lo tanto se debe realizar un ajuste para la misma. La medición de la temperatura se realizará con un termómetro digital (ver Figura 40).



Figura 40. Termómetro digital (Dwyer Instruments, 2012).

El termómetro es de la marca *Dwyer*, modelo WT-10. La unidad presenta mediciones de temperatura desde -40 a $200 \text{ }^\circ\text{C}$ con una precisión de $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ (Dwyer Instruments, 2012).

³ La imagen no está a escala.



4 Construcción del Montaje

La Figura 41 muestra el sitio seleccionado para la ubicación del montaje del presente proyecto de grado.

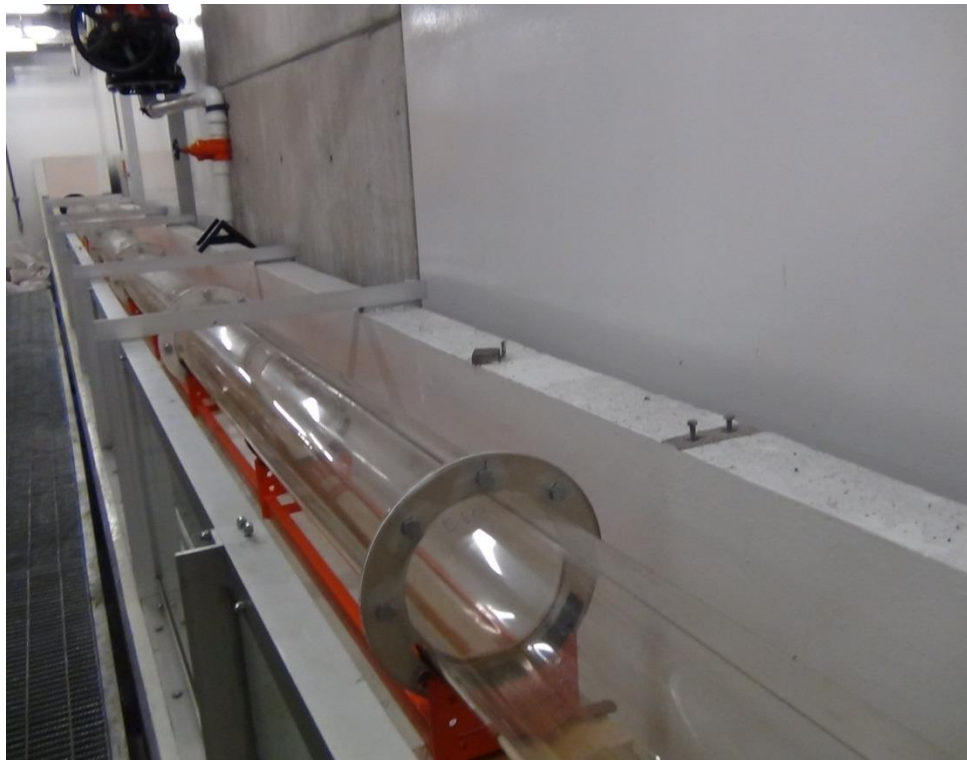


Figura 41. Sitio de ubicación del montaje.

A continuación se muestran fotografías tomadas durante el proceso de instalación del montaje en el laboratorio de Hidráulica y de Sistemas de Alcantarillado.

4.1 Instalación de Soportes

Las estructuras de soporte fueron fabricadas por Hernando Pérez en un plazo de 15 días en su taller y posteriormente fueron trasladados a las instalaciones del laboratorio para su acoplamiento. La Figura 42 muestra una vista general de los mismos.



Figura 42. Vista de los soportes.

Posteriormente, se procedió a su instalación. Tal y como se puede observar en la Figura 43, se demarcó la referencia de los tornillos de la base para perforar el muro y fijarlos.



Figura 43. Instalación de los soportes.

Una vez demarcados, se atornillaron al muro y se fijaron a lo largo del canal (ver Figuras 44 y 45).



Figura 44. Soportes instalados.



Figura 45. Vista de los soportes instalados en el sitio de ubicación del montaje.

Una vez instalados todos los soportes se debieron recortar debido a la válvula localizada en el centro del montaje. La ubicación de la válvula y la altitud que proporcionaba el tubo interno del soporte dejaba un espacio limitado, inferior al diámetro externo de la tubería principal, por lo tanto el espacio era insuficiente. Se decidió recortar 5 cm de este tubo (ver Figura 46).



Figura 46. Soportes recortados.

A seguir, se instaló una cuerda, fija al primer y último soporte, esto con el fin de nivelarlos para dejar la tubería principal en posición completamente horizontal (ver Figura 47).



Figura 47. Cuerda instalada para nivelación de soportes.

Una vez sujeta la cuerda entre los dos soportes se definió, una altura de 22 cm, con respecto al muro de soporte.



Figura 48. Nivelación de soportes.

4.2 Adquisición de la Tubería Principal

La tubería principal consta de una tubería de 12 m de largo, sin uniones, adquirida por la empresa PAVCO S.A, fabricada especialmente para el cumplimiento de los objetivos del presente trabajo. La tubería fue transportada en un vehículo de carga convencional que arribó por el costado sur del edificio Mario Laserna. Las Figuras 49, 50 y 51 muestran al vehículo de carga con la tubería principal en su interior.



Figura 49. Transporte de la tubería principal (I).



Figura 50. Transporte de la tubería principal (II).



Figura 51. Transporte de la tubería principal (III).

Se contó con la colaboración de los estudiantes Juan Ossa, Juan Pablo Duarte y Santiago Botía del CIACUA y el laboratorista John Calvo para el transporte de la tubería desde el vehículo de carga hasta las instalaciones del laboratorio. Las Figuras 52-60 muestran el desplazamiento de la tubería desde el vehículo hasta las instalaciones del laboratorio.



Figura 52. Desplazamiento de la tubería (I).



Figura 53. Desplazamiento de la tubería (II).



Figura 54. Desplazamiento de la tubería (III).



Figura 55. Desplazamiento de la tubería (IV).



Figura 56. Desplazamiento de la tubería (V).



Figura 57. Desplazamiento de la tubería (VI).



Figura 58. Desplazamiento de la tubería (VII).



Figura 59. Desplazamiento de la tubería (VIII).

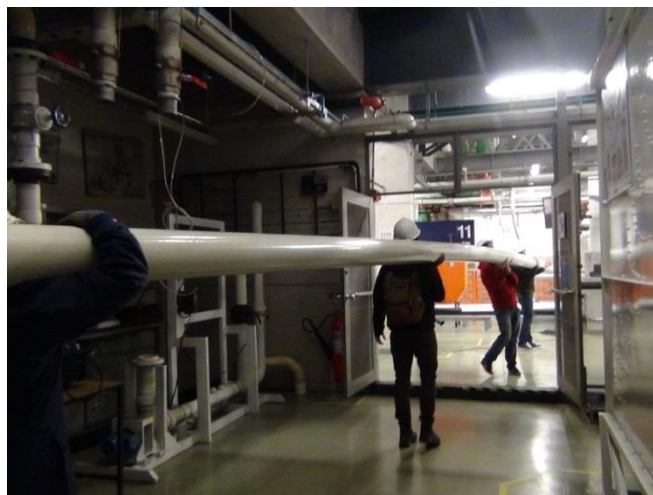


Figura 60. Desplazamiento de la tubería (IX).



Una vez se logró ingresar la tubería se procedió a ubicarla en el sitio designado para la construcción del montaje. Fue necesario, debido a su gran longitud, ubicar la tubería por encima de otros montajes y el canal de pendiente variable, las Figuras 61-75 muestran el proceso.



Figura 61. Ubicación de la tubería en el laboratorio (I).



Figura 62. Ubicación de la tubería en el laboratorio (II).



Figura 63. Ubicación de la tubería en el laboratorio (III).



Figura 64. Ubicación de la tubería en el laboratorio (IV).



Figura 65. Ubicación de la tubería en el laboratorio (V).

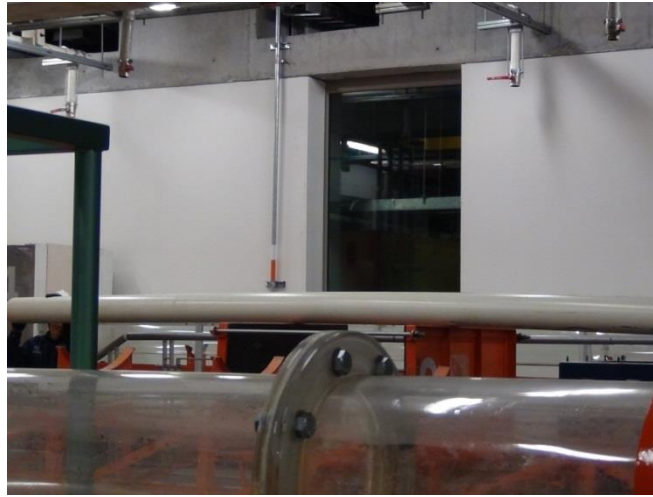


Figura 66. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VI).



Figura 67. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VII).



Figura 68. Ubicación de la tubería en el laboratorio (VIII).



Figura 69. Ubicación de la tubería en el laboratorio (IX).



Figura 70. Ubicación de la tubería en el laboratorio (X).



Figura 71. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XI).



Figura 72. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XII).



Figura 73. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XIII).



Figura 74. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XIV).



Figura 75. Ubicación de la tubería en el laboratorio (XV).

Originalmente, en el momento en el que arribó la tubería principal, no se encontraban instalados los soportes, por lo que fue necesario dejarla en el suelo para posteriormente ubicarla en su sitio definitivo.



Figura 76. Ubicación preliminar de la tubería.

4.3 Instalación de las Rejillas Uniformadoras de Flujo

Las rejillas se fabricaron por John Calvo con material existente en el laboratorio. A partir de una lámina de acrílico se obtuvieron dos modelos que se ubican al comienzo de la tubería principal.



Figura 77. Rejillas Uniformadoras de Flujo.

Para cada una de las rejillas fue necesario recortar un soporte (ver Figura 78), empleando una tubería de PVC del mismo diámetro de estas (6 pulgadas), a fin de fijar las rejillas a la tubería y evitar su arrastre por la fuerza del agua.



Figura 78. Soporte para las rejillas uniformadoras de flujo.

Las rejillas se fijaron en serie a aproximadamente 15 cm desde el inicio de la tubería. Para fijar cada uno de los soportes se usó una soldadura líquida para tubería de PVC llamada “Soldamax – PVC” proporcionada por la empresa PAVCO S.A.

El procedimiento de instalación consistió en la instalación de un soporte (ver Figura 79), seguido por la primera rejilla (ver Figura 80), después, nuevamente un soporte (ver Figura 81), la segunda rejilla y un soporte final (ver Figura 82).

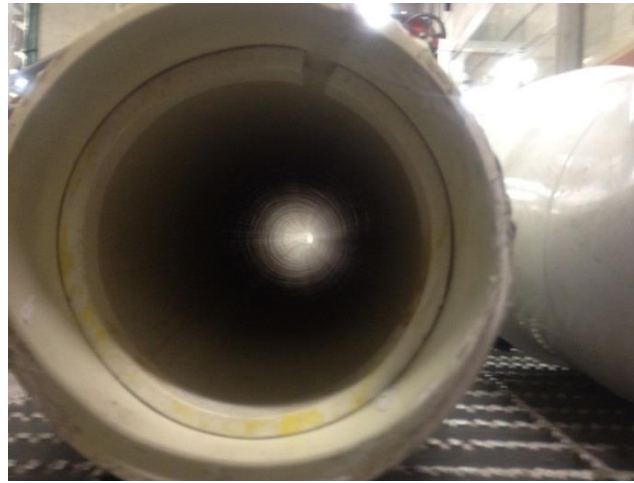


Figura 79. Instalación del soporte de la primera rejilla uniformadora de flujo.



Figura 80. Instalación de la primera rejilla uniformadora de flujo.



Figura 81. Instalación del segundo soporte de las rejillas uniformadoras de flujo.



Figura 82. Instalación del tercer soporte y la segunda rejilla uniformadora de flujo

4.4 Acoplamiento de la Estructura

Para el acoplamiento de los codos de la estructura se hizo necesaria la ayuda de un amarre conformado por una tabla de madera y un tornillo flexible, tal y como se muestra en las Figuras 83 y 84. Este amarre permitía inmovilizar los codos y facilitar el ajuste de estos con la tubería.

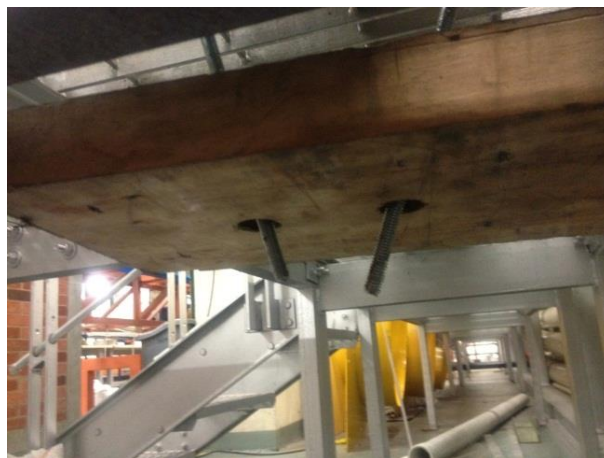


Figura 83. Amarre empleado para el acoplamiento de codos (vista inferior).



Figura 84. Amarre empleado para el acoplamiento de codos (vista superior).



Figura 85. Acoplamiento de codos (I).



Figura 86. Acoplamiento de codos (II).



Primero, se acoplaron un par de codos a la tubería principal (uno en cada extremo) y posteriormente se procedió a realizar el acople para la estructura de desagüe (ver Figura 87).



Figura 87. Acoplamiento inicial de la estructura de desagüe.

Una vez acoplados estos dos tubos se procedió a ubicar la estructura sobre los soportes, previamente instalados, tal y como se muestra en las Figuras 88 y 89. Se decidió realizar un amarre con cuerda de manera provisional, mientras se instalaba la estructura restante.

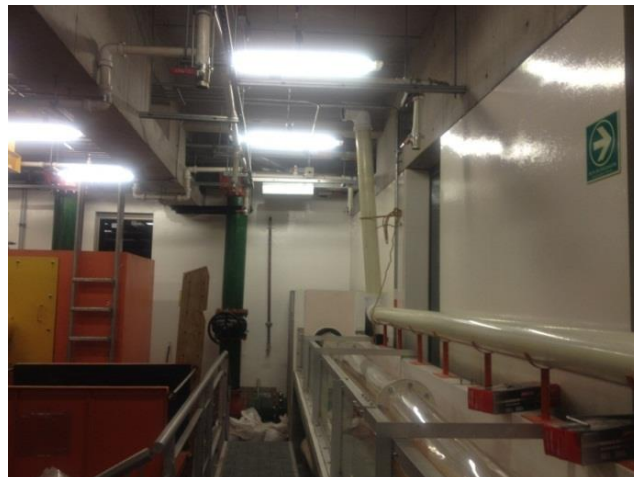


Figura 88. Tubería principal y primer tubo de desagüe acoplado (I).



Figura 89. Tubería principal y primer tubo de desagüe acoplado (II).



Figura 90. Tubería principal soportada.

Para la tubería de desagüe fue necesario acoplar una unión (ver Figura 91). El tubo, que originalmente, era de 6 m de longitud se dividió en exactamente 3 m para poder manipularlo más fácilmente.



Figura 91. Acoplamiento de la unión en la estructura de desagüe.



Figura 92. Tubería de desagüe fraccionada.

Una vez se fracciona la tubería se elevaron cada una de las partes de manera independiente. En la Figura 94 se observa únicamente la tubería de la Figura 92 apoyada en los perfiles del laboratorio. En la Figura 95 se observa la pieza restante, aún sin acoplar al primero.



Figura 93. Instalación de estructura de desagüe (I).



Figura 94. Instalación de estructura de desagüe (II).

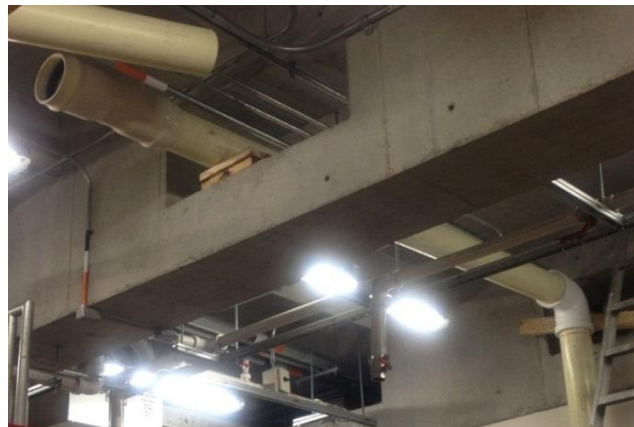


Figura 95. Instalación de estructura de desagüe (III).



La Figura 96 muestra las piezas acopladas; esto se logró gracias a la colaboración del laboratorista John Calvo y personal de apoyo del Laboratorio de Estructuras del Departamento de Ingeniería Civil.



Figura 96. Tubería de desagüe acoplada.

Seguidamente, se dispone a acoplar una última tubería de 6 m de longitud con el fin de dirigir el agua dentro de la pileta ubicada en el laboratorio. La Figura 97 muestra una vista frontal de este acople.

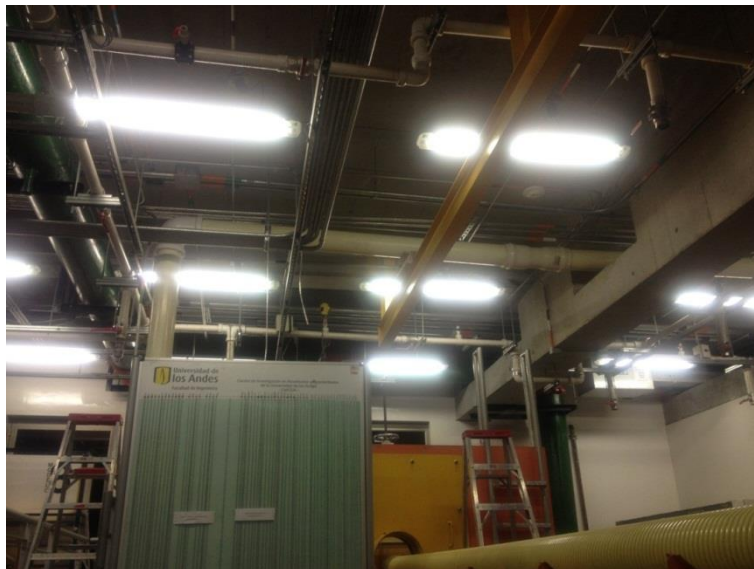


Figura 97. Vista frontal del acople.



Figura 98. Detalle del acople.



Figura 99. Vista posterior del acople.



Figura 100. Sección final del acople.

Es necesario agregar que en los dos codos que se encuentran sujetos la tubería de 6 m con unión hay un amarre a fin de evitar el movimiento hacia arriba y hacia adentro ocasionado por la presión que ejerce el agua. Estos amarres son indispensables, pues son por la seguridad de quienes trabajan en las instalaciones del laboratorio.

No se tienen especificaciones del acoplamiento de la estructura de alimentación, debido a que ésta, en el momento de presentar el presente informe, no se encontraba disponible en el laboratorio.

4.5 Instalación de los Manómetros Diferenciales

Como se indicó en la Sección 3.2.2, las distancias a las cuales se instalarán las mangueras para la medición de la altura piezométrica son 1.38 m aguas debajo de las rejillas uniformadoras de flujo y 20 cm antes de que se curve la tubería. En la Figura 101 se muestra la referencia para perforar la tubería (se muestra un solo lado).



Figura 101. Localización de las mangueras para los manómetros diferenciales.

No se muestra la ubicación de las mangueras, debido a que en el momento de elaboración del presente documento no se contaban con las mismas en el laboratorio. La instalación de los manómetros se puede observar en la Figura 102.



Figura 102. Instalación de los manómetros.

La Figura 103 muestra el tablero manométrico y la Figura 104 muestra la presentación del mercurio metálico, cuyo frasco contiene en su interior 767 gramos del mismo (es necesario



considerar que este valor incluye el peso del frasco contenedor). La cantidad de mercurio a verter en cada uno de los manómetros debe ser la misma, por lo que se toma como referencia una altura de 20-30 cm (en los brazos del manómetro) con este líquido, y el espacio restante (40-50 cm) se deja como espacio libre para el desplazamiento del agua.

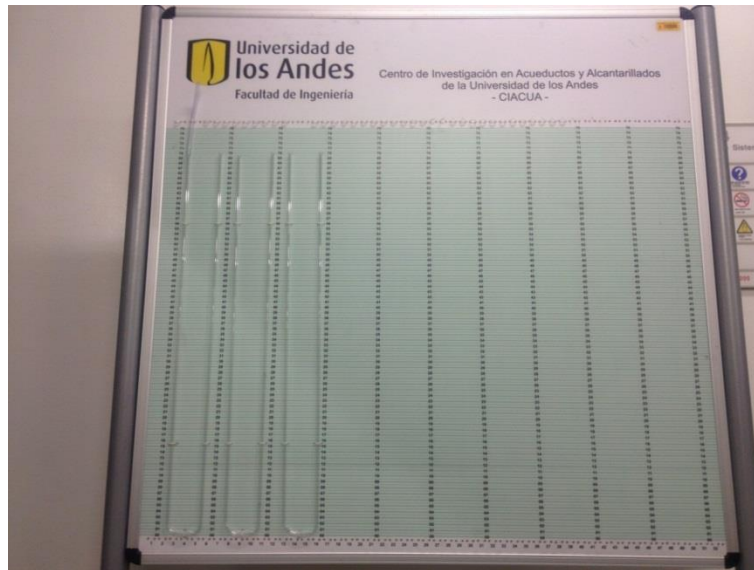


Figura 103. Tablero Manométrico.



Figura 104. Mercurio metálico.



5 Costos

A continuación se realiza un resumen de los costos generados por el presente proyecto. Es importante mencionar que los accesorios en PVC empleados, que no se incluyen en la Tabla 6, fueron proporcionados por PAVCO S.A sin ningún costo; la Tabla 7 muestra un resumen del material proporcionado por esta empresa.

Tabla 6. Detalles de los Costos Generados por el Proyecto.

ÍTEM	DESCRIPCIÓN	ENCARGADO	VALOR TOTAL (COP)
Brida	Brida en acero inoxidable de 12 pulgadas con salida en 6 pulgadas	EHR S.A	\$ 5.776.800
Manómetro	5 manómetros de Vidrio "U" de 70 cm	Rodaquímicos LTDA	\$ 100.000
Mercurio Metálico	1/2 Libra de Mercurio Metálico	Químicos Campota y CIA LTDA.	\$ 89.500
Soportes	20 soportes en platina y tubo col roll. Según modelo de plano	Hernando Pérez Mateus	\$ 900.000
Termómetro	WT10 Termómetro digital de mínimos y máximos de 40°C a +200°C Dwyer	Ferricentro S.A	\$ 94.100
Válvula de Compuerta	Válvula de compuerta de 6" en acero inoxidable. REF: Walworth F.5202F	Ferretería Reina S.A	\$ 1.260.000
VALOR TOTAL			\$ 8.220.400

Tabla 7. Solicitud de material a PAVCO S.A.

TUBERÍAS			
Descripción	Diámetro (pulgadas)	Longitud (m)	Cantidad
Vía axial Espigo-Espigo	6	12	1
CONEXIONES			
Descripción	Diámetro (pulgadas)	Cantidad	
Codos 90°	6	9	
Unión campana por espigo	6	1	



6 Metodología

Una vez finalizada la construcción del montaje se ejecutaron algunas pruebas, así mismo, se proponen pruebas para la comprobación de diseño y la determinación de la rugosidad absoluta una vez se encuentre terminado el montaje.

6.1 Medición de Diámetro Externo

De acuerdo al “Manual Técnico de Turbosistemas para Acueducto Biaxial, PVC Biorientado Dúctil” de PAVCO (Ver sección de Anexos) la tubería principal de diámetro nominal de 6 pulgadas, cuenta con un diámetro exterior de 168.28 mm, un espesor de pared de 3.71 mm y diámetro interior de 160.86 mm. A fin de corroborar esta información se realizó una medición de la circunferencia de la tubería mediante una cinta métrica. Los resultados se muestran a continuación.

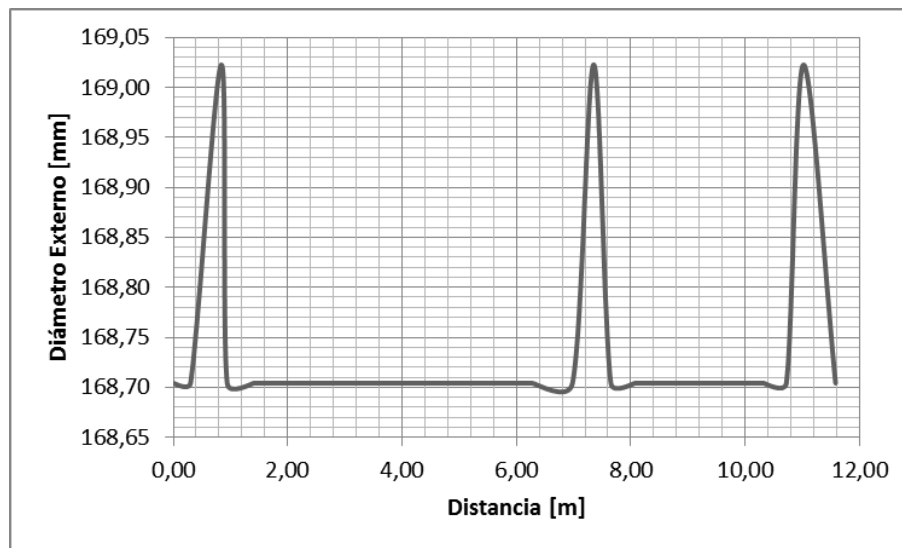


Figura 105. Medición de diámetro externo de la tubería.

De acuerdo con la Figura 105, se observan tres variaciones del diámetro en la tubería, una al comienzo, la segunda aproximadamente en la mitad y la tercera al final de la misma. La mayoría de datos corresponden al valor de 168.70 mm, por lo tanto se supondrá este valor como el diámetro externo de la tubería. Suponiendo que el espesor de la tubería es el mismo reportado por PAVCO, el diámetro interno es 161.28 mm. La Tabla 8 muestra una comparación de los valores obtenidos y la diferencia con respecto al reportado por el manual, de lo que se puede concluir que no existe una diferencia considerable entre ellos. Para cálculos posteriores, se empleará el valor obtenido experimentalmente.



Tabla 8. Diferencia entre valores teóricos y experimentales del diámetro interno y externo de la tubería principal.

	Teórico (mm)	Experimental (mm)	Diferencia (%)
D externo	168,28	168,70	0,25
D interno	160,86	161,28	0,26

6.2 Determinación de la Viscosidad

Como se indicó en la Sección 3.2.3 es necesario determinar la viscosidad de acuerdo con la temperatura reportada para cada medición. Para esto, se toma como referencia los datos reportados por (Saldarriaga, 2007). Se realiza una regresión de los datos y se obtiene una ecuación que relaciona el valor de la viscosidad con la temperatura. Los resultados de la regresión se muestran a continuación.

Tabla 9. Propiedades físicas del agua (Saldarriaga, 2007).

T [°C]	ρ [kg/m ³]	μ [N s/m ²]	ν [m ² /s]
0	999,9	1,792E-03	1,792E-06
5	1000	1,519E-03	1,519E-06
10	999,7	1,308E-03	1,308E-06
15	999,1	1,140E-03	1,141E-06
20	998,2	1,005E-03	1,007E-06
25	997,1	8,940E-04	8,970E-07
30	995,7	8,010E-04	8,040E-07

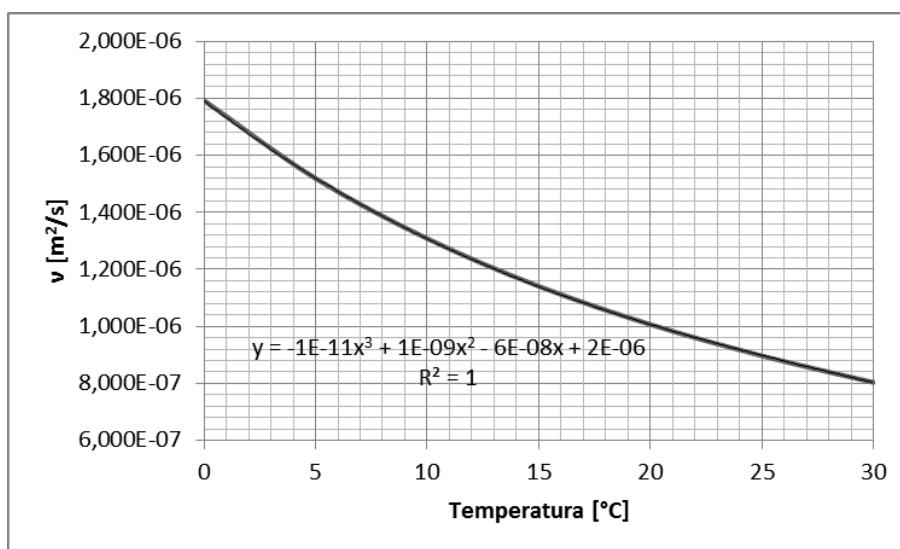


Figura 106. Regresión polinomial para la viscosidad como función de la temperatura.



Es necesario destacar que la interpolación de los datos se realizó hasta una temperatura de 30 °C, debido a que la temperatura del agua en las pruebas no alcanzará temperaturas mayores a esta, ya que se trabajará a condiciones ambiente.

6.3 Comprobación de Diseño

El montaje elaborado consta de una tubería simple, debido a que presenta un diámetro constante y está hecha de un solo material a lo largo de toda su longitud, además contiene un cierto número de accesorios que producen pérdidas menores, incluyendo una válvula para el control de caudal.

Se plantea una metodología para la comprobación del diseño de la tubería. Para esto se utilizarán las Ecuaciones planteadas en las Secciones 2.1 y 2.2 del *Marco Teórico*, basadas en los estudios de Prandtl-von Kármán sobre interacción fluido – pared sólida y en la ecuación de Darcy-Weisbach, considerada la ecuación físicamente fundamentada para pérdidas por fricción en ductos (Saldarriaga, 2007).

Los problemas de comprobación de diseño implican que son conocidos la longitud, el diámetro y la rugosidad absoluta de la tubería (valor teórico reportado), al igual que todos los accesorios y sus coeficientes de pérdidas menores, y las propiedades del fluido (densidad y viscosidad cinemática). La incógnita es el caudal que pasa por la tubería. Este problema es típico en el diseño de redes de distribución de agua potable o redes de riego, en las cuales se hace un pre dimensionamiento de los diámetros para luego comprobar si se cumple o no con restricciones hidráulicas de caudal y presión en los nodos (Saldarriaga, 2007).

Para resolver este problema se debe seguir el procedimiento indicado en el diagrama de flujo de la Figura 107. En el diagrama, el término E representa el error de aproximación, el cual debe ser definido por el diseñador o por la persona encargada de los cálculos.

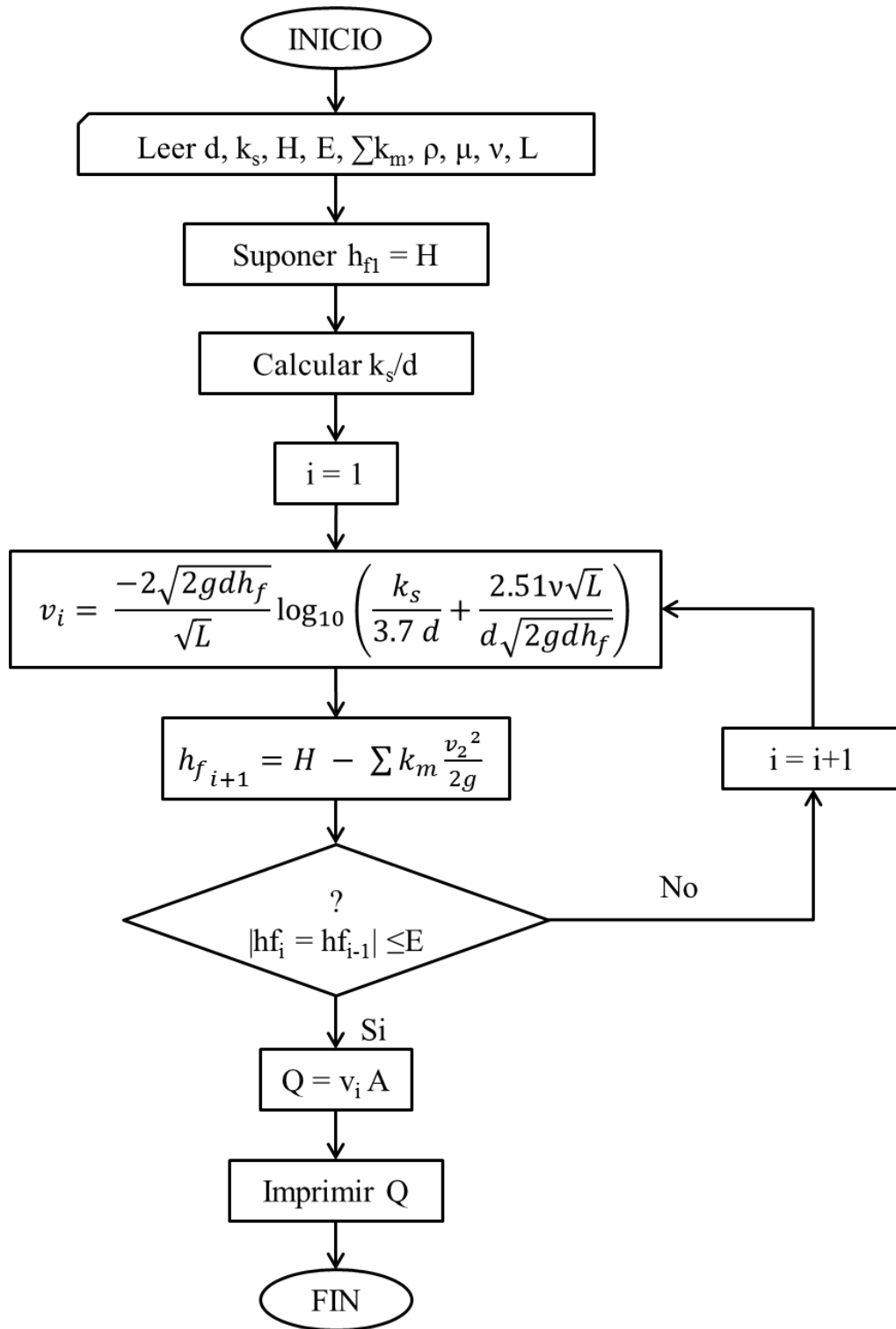


Figura 107. Diagrama de flujo para la comprobación de diseño de tuberías simples (Saldarriaga, 2007).



6.3.1 Ecuaciones Para el Cálculo de Tuberías Simples

Mediante el uso de la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27) conjuntamente con la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 11) se puede desarrollar el siguiente procedimiento a fin de obtener las Ecuaciones necesarias para llevar a cabo los cálculos en tuberías simples. Se inicia con una ecuación de conservación de energía empleando la ecuación de Bernoulli (Saldarriaga, 2007).

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_f + \sum h_m$$

Ecuación 48.

De acuerdo con el sistema ubicado en el laboratorio, no hay una variación de nivel entre la entrada y el punto final de la tubería principal, por lo que $z_1=z_2=0$; además, se considera que la velocidad es constante a lo largo de la tubería por lo que $v_1=v_2$. Tendiendo en cuenta lo anterior la ecuación de Bernoulli se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + h_f + \sum h_m$$

$$H = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g} = h_f + \sum h_m$$

Ecuación 49. Altura del nivel del agua en una tubería simple.

El término ΔP se puede encontrar a partir de la ecuación del manómetro diferencial (Ecuación 46). H corresponde a la altura del nivel del agua con respecto al nivel de referencia en la superficie. De esta última ecuación se puede obtener la siguiente ecuación, la cual describe las pérdidas por fricción en función de las otras variables:

$$h_f = H + \frac{v^2}{2g} \sum k_m = \frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \sum k_m$$

Ecuación 50. Evaluación de las pérdidas por fricción.

Mediante la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 11), que también predice las pérdidas por fricción, se puede despejar el factor de fricción f :

$$f = \frac{2 g d h_f}{L v^2}$$

Ecuación 51. Pérdidas por fricción a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach.

Lo que implica que:

$$\sqrt{f} = \frac{\sqrt{2 g d h_f}}{v \sqrt{L}}$$



y que:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}}$$

Ecuación 52.

Al reemplazar la Ecuación 52 en la Ecuación 27 se obtiene:

$$\frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re} \frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} \right)$$

Ecuación 53.

El número de Reynolds puede reemplazarse en esta última ecuación:

$$\frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 v}{v d} \frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} \right)$$

$$\frac{v\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 v}{d} \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} \right)$$

Ecuación 54.

Finalmente, si se despeja la velocidad se encuentra una ecuación explícita para esa variable:

$$v = -\frac{2\sqrt{2 g d h_f}}{\sqrt{L}} \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 v}{d} \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{2 g d h_f}} \right)$$

Ecuación 55. Cálculo de la velocidad.

6.4 Descripción de las Pruebas

Para evaluar la rugosidad absoluta de la tubería se propone realizar pruebas experimentales en un periodo de tiempo prolongado (mínimo dos meses), esto a fin de tomar réplicas. Se propone registrar alrededor de 20 caudales diferentes entre 5 y 60 L/s.

A continuación, se presenta la metodología a emplear para las pruebas:

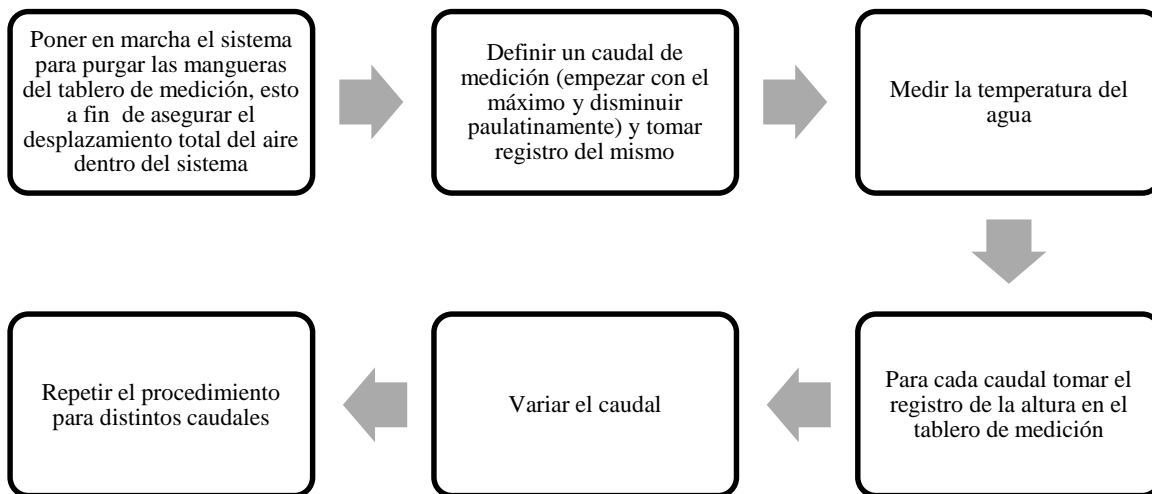


Figura 108. Metodología para las pruebas a realizar.

La toma de datos y el cálculo de la rugosidad absoluta se registra mediante el formato de la Tabla 12 que se encuentra en la sección de Anexos.

6.4.1 Calibración de Tuberías Simples

Uno de los problemas más comunes que deben enfrentar los ingenieros encargados del movimiento de fluidos a través de tuberías es calcular el factor de fricción de una tubería que puede llevar varios años operando. Usualmente es sencillo conocer la rugosidad absoluta teórica de la tubería cuando ésta es nueva y éste valor, de todas maneras, presenta cierta incertidumbre. Sin embargo, a medida que transcurre el tiempo la rugosidad de la tubería tiende a incrementarse en la gran mayoría de los materiales. Por consiguiente, para poder llevar a cabo acciones de operación y/o mantenimiento de sistemas de tuberías, un paso necesario es establecer las rugosidades absolutas reales presentes en dichos sistemas (Saldarriaga, 2007).

En el caso de la calibración de la tubería se conoce el caudal demandado, la caída en la altura piezométrica que ocurre entre la entrada y la salida de la tubería, algunas de las características de la tubería (longitud, diámetro y accesorios necesarios con sus correspondientes coeficientes de pérdidas menores) y las propiedades del fluido (densidad y viscosidad dinámica o cinemática). Se desconoce la rugosidad absoluta de la tubería que produce esa caída en la presión piezométrica para el caudal medido (Saldarriaga, 2007).

El cálculo de la rugosidad absoluta o calibración de la tubería se hace mediante las siguientes Ecuaciones:



Utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 11) se puede despejar el factor de fricción y utilizando la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27) se puede despejar la rugosidad absoluta de la tubería tal como se muestra en las siguientes Ecuaciones:

$$-\frac{1}{2\sqrt{f}} = \log_{10} \left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

$$10^{-\frac{1}{2\sqrt{f}}} = \frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}$$

$$k_s = 3.7 d \left(10^{-\frac{1}{2\sqrt{f}}} - \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Ecuación 56. Rugosidad absoluta obtenida a partir de la ecuación de Colebrook-White.

Debido a que esta última ecuación es explícita para la rugosidad relativa, una vez se conozca el factor de fricción de Darcy, resolver el problema de calibración de una tubería es un trabajo sencillo. El diagrama de flujo de la Figura 109 explica los cálculos necesarios. Es preciso tener en cuenta que los cálculos están basados en la ecuación de Colebrook-White la cual puede llegar a dar una rugosidad absoluta negativa para la tubería. Obviamente este es un resultado equivocado y su significado físico es que la tubería se encuentra en un estado de flujo turbulento hidráulicamente liso (Saldarriaga, 2007).

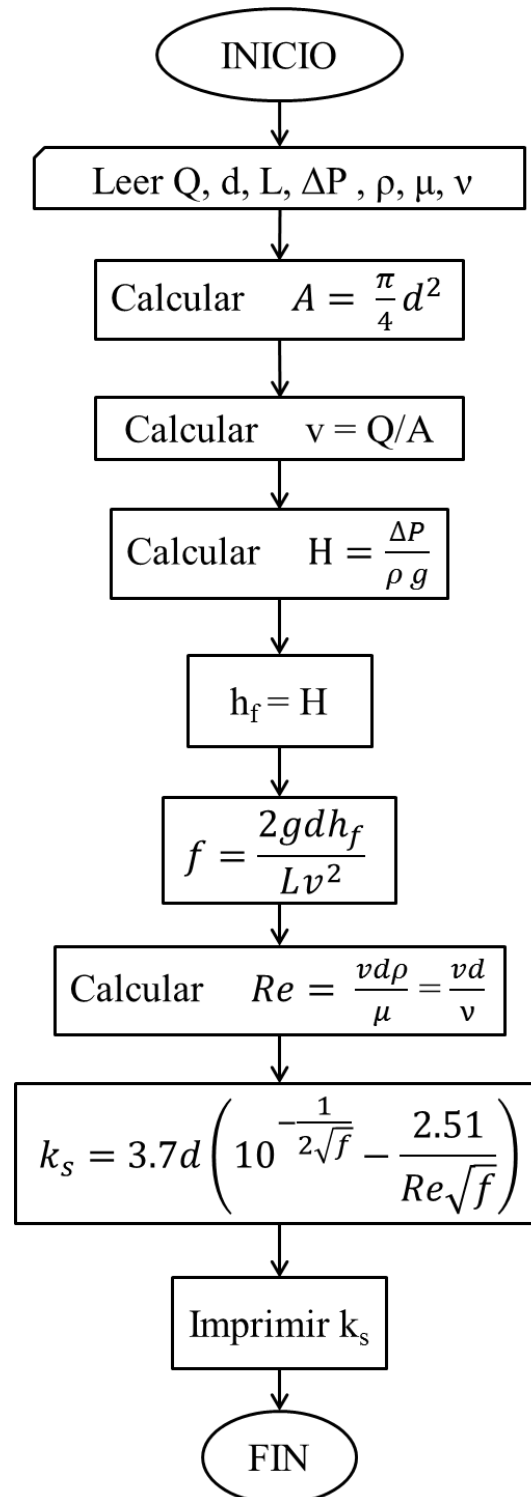


Figura 109. Diagrama de flujo para la calibración de una tubería simple. Adaptado de (Saldarriaga, 2007)⁴.

⁴ En la metodología presentada se omitieron los cálculos correspondientes a las pérdidas menores.



Considerando el factor de fricción calculado para cada número de Reynolds se procede a superponer estos resultados en un diagrama de Moody. De esta manera se corrobora el valor de rugosidad absoluta calculado mediante la ecuación de Colebrook-White.

6.4.2 Verificación del Régimen de Flujo

Para verificar que los resultados obtenidos se encuentran en el régimen de flujo turbulento hidráulicamente liso se determina el valor de la subcapa laminar viscosa. A manera de demostración, se presenta a continuación el cálculo realizado considerando la rugosidad absoluta reportada ($1.5E-6$ m) y una viscosidad del agua constante (a $15^{\circ}C$). En la Tabla 10 se encuentran los parámetros constantes para el cálculo y en la Tabla 11 se encuentran los resultados obtenidos.

Tabla 10. Condiciones estándar para el cálculo del espesor de la subcapa límite.

Díámetro (mm)	Área (m ²)	k _s (m)	T (°C)	v (m ² /s)
160,86	0,020	1,50E-06	15	1,14E-06



Tabla 11. Cálculo del espesor de la subcapa laminar viscosa y determinación del tipo de flujo.

Q [L/s]	v [m/s]	Re [-]	f [-]	v* [m/s]	δ' [m]	0.305 δ' [m]	6.1 δ' [m]	TIPO DE FLUJO
1	0,049	6,94E+03	3,41E-02	0,003	4,12E-03	1,26E-03	2,51E-02	FTHL
2	0,098	1,39E+04	2,84E-02	0,006	2,26E-03	6,88E-04	1,38E-02	FTHL
3	0,148	2,08E+04	2,57E-02	0,008	1,58E-03	4,83E-04	9,65E-03	FTHL
4	0,197	2,78E+04	2,39E-02	0,011	1,23E-03	3,75E-04	7,49E-03	FTHL
5	0,246	3,47E+04	2,27E-02	0,013	1,01E-03	3,08E-04	6,15E-03	FTHL
10	0,492	6,94E+04	1,95E-02	0,024	5,45E-04	1,66E-04	3,32E-03	FTHL
20	0,984	1,39E+05	1,69E-02	0,045	2,93E-04	8,92E-05	1,78E-03	FTHL
30	1,476	2,08E+05	1,56E-02	0,065	2,03E-04	6,19E-05	1,24E-03	FTHL
40	1,968	2,78E+05	1,48E-02	0,085	1,56E-04	4,77E-05	9,54E-04	FTHL
50	2,460	3,47E+05	1,42E-02	0,104	1,28E-04	3,89E-05	7,79E-04	FTHL
100	4,921	6,94E+05	1,26E-02	0,195	6,78E-05	2,07E-05	4,13E-04	FTHL
200	9,841	1,39E+06	1,13E-02	0,370	3,58E-05	1,09E-05	2,18E-04	FTHL
300	14,762	2,08E+06	1,06E-02	0,538	2,46E-05	7,49E-06	1,50E-04	FTHL
400	19,682	2,78E+06	1,02E-02	0,704	1,88E-05	5,73E-06	1,15E-04	FTHL
500	24,603	3,47E+06	9,96E-03	0,868	1,52E-05	4,65E-06	9,29E-05	FTHL
1000	49,206	6,94E+06	9,24E-03	1,672	7,91E-06	2,41E-06	4,82E-05	FTHL
1100	54,126	7,64E+06	9,16E-03	1,831	7,22E-06	2,20E-06	4,40E-05	FTHL
1200	59,047	8,33E+06	9,09E-03	1,990	6,65E-06	2,03E-06	4,05E-05	FTHL
1300	63,967	9,03E+06	9,02E-03	2,148	6,16E-06	1,88E-06	3,75E-05	FTHL
1400	68,888	9,72E+06	8,97E-03	2,306	5,73E-06	1,75E-06	3,50E-05	FTHL
1500	73,808	1,04E+07	8,92E-03	2,464	5,37E-06	1,64E-06	3,27E-05	FTHL
1600	78,729	1,11E+07	8,87E-03	2,622	5,04E-06	1,54E-06	3,08E-05	FTHL
1620	79,713	1,12E+07	8,87E-03	2,654	4,98E-06	1,52E-06	3,04E-05	FTHL
1640	80,697	1,14E+07	8,86E-03	2,685	4,93E-06	1,50E-06	3,00E-05	FTHL
1642	80,795	1,14E+07	8,86E-03	2,688	4,92E-06	1,50E-06	3,00E-05	FTHL
1643	80,845	1,14E+07	8,86E-03	2,690	4,92E-06	1,50E-06	3,00E-05	FT

De la Tabla 11 se tiene que dado un caudal (Q) y el área constante (ver Tabla 10) se encuentra la velocidad (v). Con el valor de la viscosidad cinemática y el diámetro constantes, se encuentra el número de Reynolds (Re) para cada caso. El cálculo del factor



de fricción (f) se hace de acuerdo con la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 27). La velocidad de corte (v^*) se calcula con la Ecuación 15 y el espesor de la subcapa laminar (δ') se calcula empleando la Ecuación 13. Se procede a calcular los valores límites de acuerdo a las Ecuaciones 25 y 26, el límite inferior se compara con el valor de la rugosidad y se determina que para un caudal de 1,643 L/s el flujo deja de ser hidráulicamente liso. Éste caudal es considerablemente grande y poco factible en una tubería de distribución, por lo tanto, es certero afirmar que para una tubería de 6 pulgadas de diámetro nominal se satisface la condición de hidráulicamente liso, luego la rugosidad de la tubería no va a afectar el cálculo de las pérdidas de energía.

De acuerdo con los resultados presentados en la Tabla 11 es importante destacar que el espesor de la subcapa laminar (δ') disminuye a medida que aumenta el número de Reynolds, al igual que se observa que se hace más estrecho el límite de la rugosidad entre hidráulicamente liso e hidráulicamente rugoso.



7 Conclusiones y Recomendaciones

7.1 Conclusiones

- Se conoce que existe una correlación entre el número de Reynolds y el factor de fricción, para el caso del flujo turbulento hidráulicamente liso, la cual no depende de la rugosidad relativa de la tubería.
- El montaje de laboratorio fue diseñado de acuerdo con el espacio disponible, por consiguiente fue posible la implementación de la tubería de 12 m sin uniones la cual, se espera, cumpla con los requerimientos para determinar el coeficiente de rugosidad absoluta (k_s) y comparar este valor con el reportado.
- De acuerdo con la revisión realizada en el *Marco Teórico*, se afirma que las rugosidades estudiadas con las que se obtuvieron las fórmulas de Blasius, Prandtl-von Kármán y Colebrook-White son mayores a las que se pueden encontrar hoy en día. Esto se deduce a partir de los estudios recientes del flujo hidráulicamente liso en los que la propuesta de nuevas formas de calcular el valor del factor de fricción se acercan más a la realidad, en comparación con la aplicación de las Ecuaciones clásicas.
- En general, se cumplieron con los objetivos propuestos al inicio del presente documento, se diseñó el sistema, se ensambló parcialmente; sin embargo no se puso a prueba, es necesario destacar que este documento es solo el comienzo de una investigación más amplia que se ejecutará en un futuro. Actualmente, se encuentra en trámite los materiales necesarios para la culminación del montaje. Una vez finalizado y puesto en marcha, se deben hacer cuidadosas observaciones al fin de corregir imperfecciones.

7.2 Recomendaciones

- El uso de un termómetro de mayor precisión y menor rango de medición que permita mayor exactitud en la toma de mediciones para determinar la viscosidad del agua. Existen diferentes productos en el mercado que cumplen con estas características; sin embargo son considerablemente costosos. Por ejemplo, se tiene el termómetro de la Figura 110 de la marca Erasmus, referencia EIR-750, cuyo rango de medición varía entre 0-50 °C, resolución de 0.1 °C y su valor oscila alrededor de los \$534,300 (Erasmus, 2009).



Figura 110. Termómetro infrarrojo de la marca Erasmus. Tomado de (Erasmus, 2009).

- La investigación realizada no permite obtener conclusiones del valor de la rugosidad absoluta para la tubería empleada, por lo tanto se recomienda la implementación de las pruebas descritas en la sección de *Metodología*; sin embargo, es necesario considerar que esta investigación solo proveerá resultados significativos para tuberías como la empleada (material de PVC y diámetro nominal de 6 pulgadas). Para obtener resultados variados es necesario realizar esta misma investigación variando el diámetro y el material de la tubería.
- La presente investigación se efectuará inicialmente con manómetros diferenciales y se espera obtener resultados concluyentes. Posteriormente, se recomienda implementar la misma metodología con sensores de presión para corroborar los resultados obtenidos previamente.



8 Bibliografía

- Akan, O. (2006). *Open Channel Hydraulics*. Canadá: ELSEVIER.
- Beltrán, R. (2005). *Fundamentos de mecánica de fluidos*. Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Bombardelli, F., & García, M. (2003). Hydraulic Design of Large-Diameter Pipes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 839-846.
- Brkic¹, D. (2011). Can pipes be actually really that smooth? *International Journal of Refrigeration*, 209-215.
- Brkic², D. (2011). New Explicit Correlations for Turbulent Flow Friction Factor. *Nuclear Engineering Design*, 4055-4059.
- Brkic³, D. (2010). Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 34-48.
- Camacho, L. A., & Saldarriaga, J. (1990). Efectos comparativos en el diseño de tuberías utilizando las ecuaciones de Colebrook-White y Hazen-Williams. *IX Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología* (págs. 33-44). Manizales: Sociedad Colombiana de Ingenieros.
- Chaudhry, H. (2008). *Open-Channel Flow*. Columbia: Springer.
- Crane. (s.f.). *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*. McGraw-Hill.
- Dwyer Instruments. (2012). *Modelo WT-10*. Recuperado el 6 de Junio de 2012, de http://www.dwyer-inst.com/Products/Product.cfm?Group_ID=419&Product_ID=761&sPageName=Specs
- Erasmus. (2009). *Termómetro Infrarrojo*. Recuperado el 19 de Junio de 2012, de <http://www.erasmus.com.co/tienda/index.php?act=viewProd&productId=29>
- Flechas, R. (2010). *Efecto del uso de la ecuación de Darcy-Weisbach vs la ecuación de Hazen-Williams sobre los costos de diseños optimizados en acueductos, teniendo en cuenta la rugosidad de las tuberías, línea del gradiente hidráulico y temperatura*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- (2005). *Water Systems Piping*. En E. S. Menon, *Piping calculations manual* (pág. Capítulo 1). New York ; Chicago: McGraw-Hill.
- Nieto, L. (2011). *Estudio de las Ecuaciones que Describen el Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso: Revisión del Diagrama de Moody y las Ecuaciones de Colebrook-White*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Saldarriaga, J. (2007). *Hidráulica de Tuberías*. Bogotá, D.C: Alfaomega.
- Ultraflux. (s.f.). *UF 801- P*. Recuperado el 6 de Junio de 2012, de <http://www.ultraflux.net/product/uf-801-p-21/>
- White, F. M. (2008). *Fluid mechanics*. New York: McGraw-Hill.



9 Anexos

9.1 Planilla para el Registro de Datos

Tabla 12. Formato de registro de datos y cálculos para la calibración de la tubería.

	PROYECTO DE GRADO PREGRADO INGENIERÍA AMBIENTAL (IAMB 201210 19)		
		DIÁMETRO INTERNO [mm]	161,28
FECHA DE ENTREGA:	22 DE JUNIO DE 2012	ÁREA [m ²]	0,020
NOMBRE DEL PROYECTO:	REVISIÓN DE LAS ECUACIONES DE RESISTENCIA FLUIDA PARA EL CASO DEL FTHL		
ASESOR:	ING. JUAN SALDARRIAGA VALDERRAMA		
FORMATO:	[1] CALIBRACIÓN DE LA TUBERÍA		

Fecha	ID Prueba	T [°C]	v [m ² /s]	Q [L/s]	V [m/s]	h manómetro [m]	ΔP [Pa]	h _r [m]	f [-]	Re [-]	K _s [mm]



Tabla 13. Formato de registro de datos y cálculos para la determinación del grosor de la subcapa laminar viscosa.

	PROYECTO DE GRADO		
	PREGRADO INGENIERÍA AMBIENTAL (IAMB 201210 19)		
		DIÁMETRO INTERNO [mm]	161,28
FECHA DE ENTREGA:	22 DE JUNIO DE 2012	ÁREA [m ²]	0,020
NOMBRE DEL PROYECTO:	REVISIÓN DE LAS ECUACIONES DE RESISTENCIA FLUIDA PARA EL CASO DEL FTHL		
ASESOR:	ING. JUAN SILDARRIAGA VALDERRAMA		
FORMATO:	[2] DETERMINACIÓN DEL GROSOR DE LA SUBCAPA LAMINAR Y TIPO DE RÉGIMEN DEL FLUJO		

ID Prueba	T [°C]	v [m ² /s]	Q L/s	V [m/s]	Re [-]	K _s [mm]	f [-]	v* [m/s]	δ' [m]	0.305 δ' [m]	6.1 δ' [m]	TIPO DE FLUJO

9.2 Planos del Montaje

Se anexan los planos desarrollados en Autocad® para el proyecto:

- Vista en planta del montaje.
- Vista de perfil del montaje (incluido sistema de alimentación y desagüe).
- Vista de la estructura de soporte.

9.3 Manuales de Usuario

Ultraflux UF 801-P: User Guide.

“Manual Técnico de Turbosistemas para Acueducto Biaxial, PVC Biorientado Dúctil” de PAVCO.