PROYECTO DE GRADO INGENIERÍA CIVIL

## CONTRUCCIÓN DE UN MODELO FÍSICO PARA LA MEDICIÓN DE MEZCLA EN NUDOS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

PRESENTADO POR: LAURA NATALIA COTES GÓMEZ

ASESOR: JUAN GUILLERMO SALDARRIAGA VALDERRAMA



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES FACULTAD DE INGENIERÍA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL BOGOTÁ D.C JUNIO DE 2013

A Dios,

A mis papás, por su apoyo y amor incondicional.





# Tabla de contenido

1.	INT	ROI	DUCCIÓN	. 1
1.1	. 0	BJE'	TIVOS	. 5
1	.1.1.	0	bjetivo general	. 5
1	.1.2.	0	bjetivos específicos	. 5
2.	AN	<b>FEC</b>	EDENTES	. 6
3.	MA	RCO	) TEÓRICO	18
3	.1.	Mod	lelación hidráulica	18
	3.1.	1.	Ecuaciones de modelación hidráulica	18
	3.1.2	2.	Método del gradiente	20
	3.1.3	3.	Ejemplo de aplicación de modelación hidráulica	23
3	.2.	Mod	lelación de calidad del agua	33
	3.2.	1.	Modelos estáticos	33
	3.2.2	2.	Modelos dinámicos	35
	3.2.3	3.	Ejemplo de aplicación de modelación de la calidad del agua	36
3	.3.	Rela	ción entre la modelación hidráulica y de calidad del agua	37
3	.4.	Difu	ısión	37
	3.4.	1.	Definición	38
	3.4.2	2.	Ecuación de la difusión	39
	3.4.3	3.	Ley de Fick	40
	3.4.4	4.	Tipos de difusión	42
	3.4.	5.	Concentración	43
4.	DIS	EÑO	Y CONSTRUCCIÓN DEL MODELO	46
4	.1.	Alin	nentación del modelo	46
4	.2.	Plata	aforma	49
4	.3.	Mod	lelo	52
5.	CO	STO	S DEL PROYECTO	58





6.	PRUEBAS Y RESULTADOS	60
7.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	71
8.	AGRADECIMIENTOS	73
9.	BIBLIOGRAFÍA	.74
10.	ANEXOS	,76





# Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Comportamiento del cloro residual de acuerdo con la dosis agregada	3
Ilustración 2. Bifurcación de los flujos en la simulación en CFD	9
Ilustración 3. Flujos con diferentes patrones	12
Ilustración 4.Resultados de simulaciones de los modelos de mezcla	17
Ilustración 5. Longitud y diámetros de las tuberías de la red	
Ilustración 6. Caudales en las tuberías de la red	24
Ilustración 7. Resultado de caudales.	
Ilustración 8. Resultado de alturas piezométricas.	
Ilustración 9. Esquema de conservación de masa en el nudo j	
Ilustración 10. Proceso de difusión.	
Ilustración 11. Proceso de difusión gráficamente	39
Ilustración 12. Flujo de materia	
Ilustración 13. Difusión convectiva	
Ilustración 14. Difusión turbulenta	
Ilustración 15. Esquema de balance de masa en la unión de tuberías	
Ilustración 16. Fuente de agua potable	
Ilustración 17. Extensión de tubería de agua potable	
Ilustración 18. División de tuberías de alimentación.	
Ilustración 19. Tuberías de alimentación en tanques	
Ilustración 20 a. Plataforma preliminar	50
Ilustración 21. Plataforma terminada	51
Ilustración 22. Válvulas de entrada	53
Ilustración 23. Vista en planta del modelo	
Ilustración 24. Válvulas de salida.	55
Ilustración 25. Dimensiones del tanque	56
Ilustración 26. Tanques almacenamiento	57
Ilustración 27. Vista en planta prueba 1	60
Ilustración 28. Vista en perfil prueba 1	61





Ilustración 29. Vista en planta prueba 26	52
Ilustración 30. Acercamiento al nodo prueba 2 6	52
Ilustración 31. Vista en perfil prueba 26	53
Ilustración 32. Vista en planta prueba 3 6	54
Ilustración 33. Acercamiento al nodo prueba 3 6	54
Ilustración 34. Vista en perfil prueba 3 6	55
Ilustración 35. Vista en planta prueba 4	55
Ilustración 36. Vista en planta prueba 5 6	6
Ilustración 37.Vista en perfil prueba 56	66
Ilustración 38. Vista en planta prueba 6 6	57
Ilustración 39. Vista en perfil prueba 6 6	57
Ilustración 40. Vista en planta prueba 76	58
Ilustración 41. Vista en perfil prueba 76	58
Ilustración 42. Vista en planta mezcla completa6	59
Ilustración 43. Acercamiento al nodo de mezcla completa	59
Ilustración 44. Vista en perfil de mezcla completa	0'





# Índice de ecuaciones

Ecuación 1. Ecuación bidimensional de advección-difusión	6
Ecuación 2. Ecuación unidimensional de advección- difusión	7
Ecuación 3. Balance de masa del soluto	10
Ecuación 4. Impulso del flujo	12
Ecuación 5. Criterio de impulso en las tuberías	13
Ecuación 6. Relación caudal-concentración en las tuberías 1 y 4	13
Ecuación 7. Relación de concentraciones en tuberías 1 y 4	13
Ecuación 8. Balance de masa del soluto en la unión	13
Ecuación 9. Concentración en la tubería 3	14
Ecuación 10. Relaciones entre los caudales de entrada y salida	14
Ecuación 11. Conservación de masa en la unión	14
Ecuación 12. Concentración de la tubería 3 en términos de x y y	14
Ecuación 13. Número de Reynolds	15
Ecuación 14. Concentración en la tubería 3 en términos del número de Reynolds	15
Ecuación 15. Concentración combinada	15
Ecuación 16. Conservación de masa en las redes	18
Ecuación 17. Caudal utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook-White	18
Ecuación 18. Altura piezométrica	19
Ecuación 19. Altura piezométrica teniendo en cuanta pérdidas menores causadas por accesorios	519
Ecuación 20. Definición del valor de α	20
Ecuación 21. Pérdida de altura piezométrica en cada tramo	21
Ecuación 22. Ecuación de continuidad para todos los nodos	21
Ecuación 23. Desbalance de energía por unidad de peso	22
Ecuación 24. Desbalance de caudal en cada nodo	22





Ecuación 25. Cálculo de alturas piezométricas	23
Ecuación 26. Cálculo de caudales	23
Ecuación 27. Ecuación de continuidad para la modelación de la calidad del agua	34
Ecuación 28. Concentración en el nudo j	
Ecuación 29. Tiempo de permanencia medio para el nudo j	
Ecuación 30. Transporte de sustancias conservativas	35
Ecuación 31. Transporte de sustancias no conservativas	
Ecuación 32. Ecuación general de la difusión	
Ecuación 33. Ecuación de difusión cuando el coeficiente de difusión es constante	40
Ecuación 34. Ecuación de Fick	41
Ecuación 35. Fenómeno de difusión	41
Ecuación 36. Concentración a partir de la conservación de masa	43
Ecuación 37. Aporte de masa a la unión i	45
Ecuación 38. Masa de salida del nudo i	45
Ecuación 39. Concentración de la mezcla	45
Ecuación 40. Ecuación de continuidad	61





# Índice de tablas

Tabla 1.	Enfermedades relacionadas con el agua	2
Tabla 2.	Cálculo de coeficientes α	28
Tabla 3.	Costos del proyecto	59





# 1. Introducción

Las redes de abastecimiento de agua potable surgieron con la necesidad del hombre de trasladar y distribuir agua en condiciones adecuadas de cantidad y calidad a los lugares más apartados o a sus propias viviendas. La idea surgió en Europa aproximadamente desde el año 312 A.C. cuando fue construido el primer acueducto de Roma, el Aqua Appia; el cual medía 16 km de largo y la mayor parte de su recorrido era subterráneo. (Sedna, 2012)

A partir de esa época, y con la creciente necesidad de obtener el recurso hídrico, las estructuras de abastecimiento de agua fueron cambiando continuamente para suplir la demanda que se presentaba por el crecimiento poblacional. Dicho crecimiento fue más notorio después de la Revolución Industrial, en donde ya se tenían los suficientes avances tecnológicos para poder abastecer de agua a una ciudad entera.

Es importante mencionar, que las redes de abastecimiento tienen como principal objetivo llevar agua a los usuarios en óptimas condiciones de cantidad y calidad para su consumo. Sin embargo, para este proyecto, se va a enfatizar en el aspecto de la calidad del agua.

La calidad del agua potable es uno de los factores más relevantes a la hora de hablar de salud pública, ya que muchas de las enfermedades que se presentan en niños menores de 5 años, se deben a bacterias que se encuentran en el agua que consumen. Estudios que ha realizado la Organización Mundial de la Salud (OMS), encuentran que alrededor del 80% de las enfermedades y más de la tercera parte de todas las muertes en los países en desarrollo, están relacionadas con la calidad del agua que utilizan.

Los patógenos que se encuentran con mayor frecuencia en el agua pueden generar enfermedades como cólera, fiebre tifoidea, disenterías, poliomielitis, hepatitis y salmonelosis. A continuación se muestra una tabla en donde se muestran las enfermedades relacionadas con el uso de agua contaminada:





ENFERMEDADES RELACIONADOS CON EL AGUA				
Enfermedades	Casos registrados por año	Decesos por año		
Cólera	384000	11000		
Tifoidea	500000	25000		
Giardiasis	500000	30000		
Amoebiasis	48000000	110000		
Diarrea	1500000000	4000000		
Ascaiasis	1000000	20000		

 Tabla 1. Enfermedades relacionadas con el Agua. Fuente: (Organización Mundial de la Salud (OMS),2009)

Por ejemplo, se ha estimado que 500000 personas en Asia, África y América Latina sufren de Giardiasis, la cual es una infección intestinal que se transmite por el consumo de agua contaminada con estos patógenos. Así mismo, en los países en vías de desarrollo, cada año se registran 15 millones de casos de cólera, donde el 80% se origina por el consumo de agua de baja calidad.

Debido a lo anterior, es de vital importancia que antes de que el agua sea transportada por las redes del acueducto, se realice un tratamiento de las mismas, en donde se dé un proceso de purificación del agua. Entre estos procesos está la desinfección, el cual es el último paso para producir agua pura después de hacerla pasar por unidades de sedimentación, aireación, coagulación-floculación, decantación y filtración. La desinfección es uno de los pasos más importantes de la potabilización del agua, ya que allí se lleva a cabo la remoción de los organismos patógenos como protozoarios y bacterias que generan las enfermedades anteriormente mencionadas.

El Cloro (Cl<sub>2</sub>) es el desinfectante más utilizado a nivel mundial para el agua de consumo humano ya que tiene un carácter fuertemente oxidante, lo cual le permite destruir una gran cantidad de agentes patógenos en su mayoría bacterias; es de fácil manejo y tiene un bajo costo (Agbar Agua, 2003). Éste compuesto además de eliminar los agentes patógenos del agua reduce malos olores y sabores, pues está en capacidad de oxidar compuestos que le aportan al agua estas características (como por ejemplo el Hierro y el Manganeso). A su vez este, a una concentración excesiva no es perjudicial para la salud, sino que genera mal sabor en el agua cuando se encuentra en concentraciones superiores a 0,5 ppm (Revista Ambientum, 2002).

La cantidad de cloro que se agrega depende de los estándares de calidad que se tengan en el país para obtener una concentración adecuada de cloro residual. Es importante resaltar, que el cloro residual es indicativo de que en una determinada cantidad de agua hay suficiente cantidad de cloro para inactivar los microorganismos presentes; a su vez, protege el agua de posibles re contaminaciones microbiológicas durante su almacenamiento y transporte en sistemas de distribución. Para esto, es importante conocer cuál es la cantidad de cloro que se debe aplicar a una





muestra de agua para producir una determinada cantidad de cloro residual disponible después de cierto tiempo de contacto, lo cual es denominado la demanda de cloro. Esta demanda, es cuantificada a partir de la diferencia entre la cantidad de cloro aplicada a la muestra y la cantidad de cloro remanente al final del periodo de contacto. La siguiente gráfica muestra el comportamiento del cloro residual dependiendo de la dosis agregada a la muestra de agua:



Ilustración 1.Comportamiento del cloro residual de acuerdo con la dosis agregada. Fuente: (Ocasio & Manuel, 2007)

De la gráfica se puede concluir que el punto A representa la cantidad requerida para satisfacer la demanda de agentes reductores; si se realiza la adición de cloro de manera excesiva se va a dar la formación de cloraminas. Una vez, los agentes reductores reaccionan, se genera un aumento en el cloro residual (A-B) el cual oxida las cloraminas antes formadas, generando una disminución en el cloro residual de nuevo. Cuando se eliminan todas las cloraminas (punto C) el agua ha salido ya de la planta y tiene cloro residual (Ocasio & Manuel, 2007).

Estos cálculos se realizan basados en la mezcla que se supone que hay en los nudos de las redes de abastecimiento. Es decir, en un tanque de almacenamiento se agrega una determinada cantidad de cloro y en otro tanque no se agrega nada. El agua de estos dos tanques se envía al mismo tiempo, por lo tanto al llegar al primer cruce, el agua con cloro y el agua sin cloro se mezclan. Dicha mezcla se supone que es completa e instantánea así como lo plantea la teoría y los modelos





computacionales de calidad del agua; por lo tanto se tendría la misma concentración en las tuberías de salida, la cual es la necesaria para suplir los estándares de calidad del agua, en términos de cloro residual, que llega a los puntos de consumo. Pero, ¿qué pasa si dicha mezcla no es completa? ¿Qué pasa si las concentraciones de cloro en las tuberías de salida son diferentes y en una de las salidas, no se cumple con los estándares para la calidad del agua de consumo? Estudios previos, han demostrado que la mezcla en las uniones no es completa y este proyecto busca confirmar estos resultados, los cuales pueden llegar a tener implicaciones importantes en la salud pública.





# 1.1. Objetivos

## 1.1.1. Objetivo general

El objetivo de este proyecto, es desarrollar el diseño y la construcción de un modelo en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes, en donde se pueda estudiar los procesos de mezcla que se llevan a cabo en las uniones de las redes de abastecimiento de agua potable.

### **1.1.2.** Objetivos específicos

A partir del objetivo general, se espera que se pueda realizar un estudio de manera cualitativa de los procesos de mezcla que se presentan en los nodos de las redes de abastecimiento de agua potable. Para esto, se van a utilizar tuberías de vidrio, en donde se puede apreciar visualmente lo que ocurre con un trazador, en la unión de las tuberías.

A partir de los resultados obtenidos, se espera determinar algunos de los factores más importantes que influyen en el proceso de mezcla que afectan la proporción de la misma y las concentraciones de salida del trazador.





#### 2. Antecedentes

Para llevar a cabo este proyecto, se realizó una investigación acerca de los estudios realizados anteriormente con respecto a los procesos de mezcla en las uniones de las redes de abastecimiento de agua potable. Se encontró principalmente, que en la Universidad de Tucson, Arizona, se realizaron pruebas similares a cargo de Pedro Romero-Gómez (Tzatchkov, Buchberger, Li, Romero-Gómez, & Choi, 2009).

En primer lugar, debido a los procesos físicos, químicos y biológicos que se pueden presentar en las tuberías, la calidad del agua se puede deteriorar en los sistemas de distribución de agua potable durante el transporte del recurso entre los puntos de tratamiento y el consumo. Para tener un mayor entendimiento de los procesos que ocurren mientras el agua es transportada por las redes, se realizaron varias simulaciones en donde se hace una variación de las condiciones del flujo. Teniendo en cuenta que la dispersión axial o longitudinal de un fluido a través de un tubo, se define como un proceso de transporte de masa en el que un soluto se extiende en la dirección axial mientras el solvente se mueve aguas abajo; en este caso, el soluto es el trazador, y el solvente es el agua. Se identificó que en la presencia de flujo laminar, la dispersión axial puede ser un factor importante cuando se está hablando de la predicción de la calidad del agua.

El transporte de un trazador químico de tipo conservador que se mueve bajo flujo laminar constante a través de un tubo, se describe por la ecuación bidimensional de advección-difusión:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right) - 2U\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)\frac{\partial C}{\partial x} - KC$$

Ecuación 1- Ecuación bidimensional de advección-difusión. Fuente: (Tzatchkov, Buchberger, Li, Romero-Gómez, & Choi, 2009).

donde.

C = C(r, x, t), es la concentración del soluto en cualquier punto en la sección transversal.

- D, es el coeficiente de difusión molecular del soluto en el agua (difusividad).
- U, es la velocidad media en la dirección axial.
- K, es la velocidad constante de reacción de primer orden.
- a, es el radio de la tubería.
- r, es la posición radial.
- x, es la posición axial.





t, es el tiempo.

De acuerdo con la teoría clásica de Taylor para la dispersión, la Ecuación 1 se puede simplificar a la ecuación de advección-dispersión unidimensional, siempre y cuando una cierta inicialización del proceso de difusión ha transcurrido:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC$$

Ecuación 2- Ecuación unidimensional de adveccion-difusión. Fuente: (Tzatchkov, Buchberger, Li, Romero-Gómez, & Choi. 2009).

donde,

C, ahora es la concentración media en la sección transversal.

E, es el coeficiente axial de dispersión, el cual es constante.

Al utilizar esta ecuación con un coeficiente de dispersión constante, se tiene como consecuencia un proceso de difusión estable. Sin embargo, debido al pequeño valor de la difusividad del agua  $(D = 10^{-5} cm^2/s)$  y el constante cambio del flujo en las redes de distribución, el proceso de dispersión es inestable y la teoría de Taylor, descrita anteriormente, no tiene validez. Lo que quiere decir que es importante medir la concentración del soluto de manera independiente espacialmente y no se puede tomar una concentración media. A partir de lo anterior, los científicos llegaron a la conclusión de que este último modelo, subestima significativamente las concentraciones en los nodos obtenidas mediante la resolución de la ecuación de advección-dispersión a baja velocidad de flujo (Tzatchkov, Buchberger, Li, Romero-Gómez, & Choi, 2009).

Así pues, Romero-Gómez (2009) llevó a cabo una serie de experimentos con el fin de comparar los resultados empíricos de una dispersión axial de un trazador no reactivo en un tubo bajo condiciones de flujo laminar y transicional, con los resultados obtenidos con simulaciones realizadas en EPANET, Computational Fluid Dynamics (CFD), y Advection Dispersion (AD) del modelo. El montaje experimental se construyó en el Laboratorio de Redes de Distribución, en una instalación experimental en la Universidad de Tucson, Arizona, EE.UU. El modelo consistía en un tubo de PVC de 10 m de longitud, con un diámetro interior de 15,3 mm (diámetro nominal de 1/2 pulgada), montado en andamios de metal. El agua potable se bombeó desde un tanque de almacenamiento, mientras que una micro-bomba inyectaba agua que contenía un trazador (cloruro de sodio). La velocidad de flujo fue controlada por medio de sensores tipo caudal de turbina y válvulas de aguja ubicadas en el extremo aguas abajo de las tuberías. La concentración de los trazadores se controló con sensores de conductividad eléctrica y transmisores que fueron colocados en sitios de monitoreo





aguas arriba y aguas abajo, para medir el indicador de concentraciones. Las tasas de flujo y las concentraciones se observaron en tiempo real y se registraron cada segundo.

Los resultados de la simulación CFD para flujos laminares fueron acordes con los datos experimentales. Se observaron dos características distintas: (i) la concentración máxima encontrada experimentalmente y simulada en CFD aguas abajo de la unión es menor que las basadas en las simulaciones de mezcla completa realizadas en EPANET, y (ii) el avance aguas abajo del flujo, siempre se retrasa en comparación con el grupo experimental y simulado en CFD; esta diferencia se hace más pequeña con un mayor número de Reynolds. Por lo tanto, la dispersión axial de un soluto puede ser un proceso de transporte importante en regímenes de flujo laminar y transitorio. La magnitud del coeficiente de dispersión se redujo rápidamente cuando el flujo sale del régimen laminar y entra en el régimen de transición.

Además de lo anterior, se determinó que la difusión de solutos o contaminantes a través de redes de tuberías de distribución de agua, está controlada en gran parte, por la mezcla en las uniones del tubo y la variación de caudales y concentraciones que puede entrar en la unión. Es por esto que existen modelos de mezcla completa y modelos computaciones de la dinámica de fluidos basados en las ecuaciones de Navier-Stokes, que ayudan a determinar los procesos de mezcla en las redes de abastecimiento de agua.

Dentro de dichos modelos se encuentran los realizados por el software EPANET, el cual es un estándar para la modelación hidráulica y el comportamiento de la calidad del agua en sistemas de distribución de agua. Sin embargo, el programa supone que la mezcla de solutos en las uniones de tuberías es completa e instantánea, contrariamente a estudios que mostraron que la mezcla en las uniones de tubos individuales era incompleta. Los flujos que inciden en un cruce tienden a bifurcarse en lugar de mezclarse completamente (ver Ilustración 2).

También se simuló una red de 3 x 3 tuberías a pequeña escala de para evaluar la validez de los modelos de mezcla completa e incompleta para sistemas de distribución de agua bajo diferentes tasas de flujo y condiciones de contorno. Simulaciones en CFD mostraron que las predicciones de las concentraciones del trazador a lo largo de la red podrían alcanzarse si se compara con los datos experimentales. Por el contrario, un modelo de EPANET que supone la mezcla completa dentro de las uniones, produjo concentraciones uniformes en toda la red, que fue significativamente diferente de las concentraciones espacialmente variables observadas en la red experimental (Ho, Choi, & McKenna, 2007).







Ilustración 2. Bifurcación de los flujos en la simulación en CFD. Fuente: (Ho C. K., 2008).

Como se puede ver, la mezcla de solutos dentro de la unión se limita a la incidencia de la interfaz donde los flujos convergen (Ilustración 2). Se evidenció que un factor dominante que controla el comportamiento y las concentraciones de mezcla son las tasas de entrada y salida de las uniones; las corrientes de flujo entrantes se bifurcan en diversos grados a través de los tubos de salida en función de las velocidades de flujo relativas.

Por lo tanto, la cantidad de mezcla que se produce dentro de la unión depende de la relación de impulso que lleva un flujo de corriente. Los resultados de los estudios mostraron que la mezcla en uniones en cruz es incompleta y dependiente de las inestabilidades transitorias en la interfaz incidente y las tasas de flujo relativas que entran y salen la unión.

La mezcla de solutos dentro de la unión se supone que es conservativa y no reacciona. Sin embargo, existen procesos que implican reacciones de pared y reacciones de flujo que no se han incorporado en los modelos de flujo y transporte dentro de las tuberías.

La Ilustración 2 muestra un ejemplo de flujo simulado y el transporte de solutos en una unión transversal utilizando un modelo de CFD. Un resultado notable de esta simulación es que el flujo





entrante se refleja en los otros, como si fueran cuerpos rígidos. La mezcla se limita a la interfaz incidente en donde los dos flujos se encuentran, y la mezcla no es completa. También, en esta simulación, el flujo en el tubo vertical es mayor que el flujo en el tubo horizontal, el agua "limpia" cruza la intersección, desviando la mayor parte del "trazador" del agua. Estos fenómenos simulados, han sido confirmados experimentalmente.

Aunque los modelos CFD se han utilizado recientemente para obtener una perspectiva de los procesos de mezcla en uniones de tubos individuales, los modelos más simples son los de mezcla completa, por lo tanto sigue siendo necesario que se pueda incorporar en los modelos de la red de agua, los que se basan en la mezcla incompleta.

Como investigación, se han realizado modelos analíticos utilizados para limitar el comportamiento de la mezcla en las uniones de las tuberías. Estos modelos son el de mezcla completa y mezcla incompleta.

### Modelo de mezcla completa

El modelo de mezcla completa es empleado por EPANET y otros modelos de redes de distribución de agua que suponen una mezcla completa e instantánea dentro de las uniones de tuberías. La formulación se puede implementar fácilmente con una ecuación analítica en los modelos de red para cálculos rápidos y eficientes.

En el modelo de mezcla completa, se supone que la concentración en el fluido que sale de la unión es uniforme e igual en todas las tuberías de salida. Y depende de las concentraciones de flujo ponderadas que entran en el tubo.

En un balance de masa del soluto, se obtiene la siguiente ecuación para la concentración:

$$C_{out} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i C_i}{Q_{out}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i C_i}{\sum_{i=1}^{n} Q_i}$$

Ecuación 3- Balance de masa del soluto. Fuente: (Ho C. K., 2008).

donde:

 $Q_i$ , es el caudal de entrada a la unión desde la tubería i.

 $C_i$ , es la concentración en cada tubería de entrada a la unión.

n, es el número de tuberías que llegan a la unión.

Se supone que no se presenta ningún almacenamiento en la unión, por lo tanto, el caudal de salida es igual al caudal de entrada en la unión.





La desventaja del modelo de mezcla completa es que no tiene en cuenta los procesos físicos de mezcla que se han observado en experimentos y simulaciones utilizando modelos CFD para muchas configuraciones de flujo. El modelo de mezcla completa predice la mayor mezcla posible que puede ocurrir físicamente dentro de un cruce. Esta suposición puede dar concentraciones que son significativamente diferentes de las concentraciones reales para muchas configuraciones de conexiones.

### Modelo de mezcla incompleta

El modelo de mezcla incompleta pretende complementar el modelo de mezcla completa proporcionando un límite inferior para la mezcla en las uniones. El modelo de mezcla incompleta se basa en el conocimiento de las velocidades de flujo relativas y las concentraciones que entran y salen de una unión.

Como se muestra en la Ilustración 3, el impulso desigual de diferentes flujos provocará una transferencia masiva de los fluidos y componentes entre los flujos entrantes y salientes. Con caudales diferentes, los modelos CFD muestran que el impulso adicional realizado por una corriente puede ser suficiente para cruzar la unión en la corriente opuesta. La Ilustración 2, muestra esta situación en la que la velocidad de flujo de entrada de agua limpia es 80% mayor que la velocidad de flujo del agua con trazador y las tasas de flujo de salida son iguales. Como resultado, el impulso adicional del agua limpia hace que una parte de esta agua empuje la otra a través de la unión. Este comportamiento de mezcla de fluido, va a diluir la concentración del trazador en la tubería de salida al tiempo que reduce la cantidad de trazador que puede migrar en la salida de agua limpia. Similar pero opuesto, se producirá el comportamiento si la velocidad de flujo en la entrada de trazador es mayor que la velocidad de flujo en la entrada de agua limpia, con tasas de flujo de salida iguales. Los flujos de diferentes patrones se muestran en la Ilustración 3 (Ho C. K., 2008).







Ilustración 3. Flujos con diferentes patrones. Fuente: (Ho C. K., 2008).

El modelo de mezcla incompleta supone que la mezcla se produce sólo a través de la interacción del fluido a granel. Si todas las velocidades de flujo son iguales, o si las velocidades de flujo en tuberías de entrada y salida adyacentes son iguales, se supone que el flujo se bifurca completamente y no hay mezcla. Por lo tanto, el modelo de mezcla incompleta proporciona un límite inferior, físicamente basado, de la cantidad de mezcla que puede ocurrir dentro de las uniones.

El modelo de mezcla incompleta se obtiene suponiendo que se conocen las tasas de entrada del flujo, o que se pueden calcular. En primer lugar, los tubos están numerados de modo que la nomenclatura utilizada en la solución es consistente para todas las configuraciones del flujo, luego se siguen los siguientes pasos:

1. Calcular la tasa de impulso total del fluido en pares de tubos opuestos, es decir, entradas y salidas situados a 180° entre ellos.

$$impulso = \frac{\rho Q_i^2}{A_i}$$

Ecuación 4- Impulso del flujo. Fuente: (Ho C. K., 2008).

donde  $A_i$ , es al área transversal de cada tubería.

- 2. Para el par de tubos que tiene el mayor impulso del fluido, asignar "1" para la tubería de entrada y "3" para la de salida.
- 3. Asignar "2" para la entrada restante y "4" para la salida restante





Suponiendo que la densidad del agua es constante, el criterio de impulso es el siguiente:

$$\frac{Q_1^2}{A_1} + \frac{A_3^2}{A_3} > \frac{Q_2^2}{A_2} + \frac{Q_4^2}{A_4}$$

Ecuación 5- Criterio de impulso en las tuberías. Fuente: (Ho C. K., 2008).

Para este caso, se va a considerar que las áreas transversales de todas las tuberías son iguales. En los ejemplos presentados en la Ilustración 3, se encuentran diferentes velocidades de flujo en los tubos individuales que causan un impulso dominante en uno de los pares de tubos opuestos. En la Ilustración 3(a), el impulso dominante es de arriba a abajo, mientras que en la Ilustración 3 (b), el impulso dominante es de izquierda a derecha. Los tubos 1 y 3 siempre corresponden a la entrada y la salida, respectivamente, de la tubería con el impulso más grande. Por lo tanto, con este esquema de numeración, la mayor parte del modelo de mezcla supone que todo el flujo de entrada de la tubería 2 fluye hacia el tubo de salida 3. Por lo tanto, la concentración en la tubería de salida 3 es una mezcla de las concentraciones de las tuberías de entrada 1 y 2. La concentración en la tubería de salida 4 es la misma que la concentración en la tubería de entrada 1, que es la única fuente de flujo de la tubería de salida 4.

Suponiendo que la velocidad de flujo en cada tubería es conocida junto con las concentraciones de entrada C1 y C2, se identifica que:

$$Q_4 C_4 = Q_{1 \to 4} C_1 = Q_4 C_1$$

Ecuación 6- Relación caudal concentración en tuberías 1 y 4. Fuente: (Ho C. K., 2008).

donde:

 $Q_{1\rightarrow4}$ , es la porción del flujo de la tubería de entrada 1 que fluye hacia el tubo de salida 4.

Como se supone que el flujo de la tubería 2 no sale por la tubería 4, todo el flujo que sale de la tubería 4 es del tubo de entrada 1, es decir,  $Q_{1\rightarrow 4} = Q_4$  entonces se establece que la concentración en la tubería de salida 4 es igual a la concentración en la tubería de entrada 1:

$$C_4 = C_1$$

#### Ecuación 7- Relación de concentraciones en tuberías 1 y 4. Fuente: (Ho C. K., 2008).

La concentración en la tubería de salida 3 se deriva mediante la realización de un balance de masa del soluto en la unión:

$$Q_1C_1 + Q_2C_2 = Q_3C_3 + Q_4C_4$$

Ecuación 8- Balance de masa del soluto en la unión. Fuente: (Ho C. K., 2008).





Despejando la concentración de la tubería 3 se tiene que:

$$C_3 = \frac{Q_2 C_2 + (Q_1 - Q_4) C_1}{Q_3}$$

Ecuación 9- Concentración en la tubería 3. Fuente: (Ho C. K., 2008).

Las Ecuaciones 7 y 9 describen las soluciones analíticas de la mezcla incompleta. En un modelo de red, estas soluciones pueden ser aplicadas secuencialmente a cada unión aguas abajo a partir de la unión aguas arriba donde se prescriben las condiciones límite de concentración. La velocidad de flujo en cada tubería es típicamente calculado de antemano en los modelos CFD de red o sobre las condiciones prescritas de límite de presión y / o las tasas de flujo. En las simulaciones transitorias, la solución del modelo de mezcla incompleta se puede aplicar en cada paso de tiempo con velocidades de flujo actualizadas en cada unión.

La solución para la concentración en la tubería de salida 3 puede ser también reescrita en términos de las relaciones entre los caudales de entrada y salida si se realiza la siguiente definición:

$$x = \frac{Q_1}{Q_2}, \qquad y = \frac{Q_4}{Q_3}$$

Ecuación 10- Relación entre los caudales de entrada y salida. Fuente: (Ho C. K., 2008).

Los caudales expresados en la Ecuación 9 pueden ser derivados utilizando la Ecuación 10 y utilizando la conservación de masa en la unión se tiene lo siguiente:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$

Ecuación 11- Conservación de masa en la unión. Fuente: (Ho C. K., 2008).

Remplazando:

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{y+1}{x+1}$$
$$\frac{Q_1}{Q_4} = \frac{y+1}{\frac{1}{x}+1}$$

Utilizando las dos últimas ecuaciones en la Ecuación 9, se puede determinar la concentración en la tubería 3:

$$C_3 = \left(\frac{y+1}{x+1}\right)C_2 + \left(\frac{x-y}{x+1}\right)C_1$$

Ecuación 12- Concentración de la tubería 3 en términos de x y y. Fuente: (Ho C. K., 2008).





Las relaciones de flujo también son equivalentes si se expresan en términos del número de Reynolds para cada tubo:

$$Re_i = \frac{V_i D_i \rho}{\mu}$$

Ecuación 13- Número de Reynolds.

donde:

 $V_i$ , es la velocidad media del flujo en cada tubería.

 $D_i$ , es el diámetro de cada tubería.

 $\rho$ , es la densidad del agua.

 $\mu$ , es la viscosidad dinámica del agua.

De esta manera, la concentración en la tubería 3 sería:

$$C_3 = \frac{Re_2C_2 + (Re_1 - Re_4)C_1}{Re_3}$$

Ecuación 14- Concentración en la tubería 3 en términos del número de Reynolds. Fuente: (Ho C. K., 2008).

#### Combinación de los modelos de mezcla completa y modelos de mezcla incompleta

Debido a que el modelo de mezcla completa y el modelo de mezcla incompleta proporcionan los límites superior e inferior, respectivamente, la cantidad real de la mezcla estará entre estos dos límites. Por lo tanto, se puede definir un parámetro de escala 0<S<1 para estimar la combinación de concentración en un tubo de salida:

 $C_{combinada} = C_{incompleta} + S(C_{completa} + C_{incompleta})$ 

Ecuación 15- Concentración combinada. Fuente: (Ho C. K., 2008).

El valor del parámetro de escala, s, puede depender de las propiedades del fluido, las condiciones de flujo, y la configuración geométrica de la conexión de tubos, lo que puede contribuir a inestabilidades locales en la interfaz incidente y la mezcla turbulenta dentro de la unión.





#### Comparación con los experimentos

Se han realizado experimentos en los estudios anteriores para investigar el comportamiento de mezcla en las articulaciones cruzadas bajo diferentes configuraciones de flujo.

Realizando nuevamente la prueba, donde, se controló la velocidad de flujo en las entradas y salidas de las tuberías por medio de válvulas y medidores de flujo. Los tubos de entrada y de salida se construyeron de PVC, y las longitudes de tubería fueron lo suficientemente largas para asegurar que el agua se mezcló bien dentro de cada tubo antes de entrar a la unión y antes de ser supervisado aguas abajo de la confluencia. El agua que entra al sistema fue bombeada a partir de dos tanques de suministro, un tanque de alimentación de agua con trazador y un depósito de suministro de agua limpia. En todos los experimentos, el NaCl fue continuamente mezclado con agua en el tanque de suministro de trazador. El trazador de NaCl fue monitoreado en las tuberías utilizando sensores de conductividad eléctrica. El diámetro de la tubería utilizada en la prueba de Romero-Gómez (2006) era 1.905 cm, y los números de Reynolds oscilaron entre aproximadamente 5.000 a 50.000 en los diferentes experimentos. El diámetro de la tubería utilizada en la prueba de McKenna (2007) fue de 2.54 cm, y los números de Reynolds variaron entre aproximadamente 500 a 40.000 en los diferentes experimentos para obtener las relaciones de flujo deseadas (Ho C. K., 2008). A partir de estas condiciones y variando el parámetro S, se obtuvieron los siguientes resultados:







Ilustración 4.Resultados de simulaciones de los modelos de mezcla. Fuente: (Clifford & Leslie, 2009).

Se muestra una comparación de la concentración del trazador, medida en la salida de diferentes experimentos con diferentes combinaciones de velocidades de flujo. Las concentraciones medidas están limitadas por los modelos de mezcla incompleta y modelos de mezcla completa, y la mayoría de los datos se dividen entre las concentraciones predichas utilizando un parámetro de mezcla S entre 0,2 y 0,5 (Clifford & Leslie, 2009).

Se puede ver que cuando el parámetro s es igual a cero, se presenta una mezcla totalmente incompleta. Y cuando el parámetro s es igual a 1 la mezcla es incompleta. De esta manera se ilustran los límites de mezcla descritos anteriormente.

Finalmente se puede decir que la dispersión de los solutos es un componente importante en la simulación de la calidad del agua de la red, y que debe ser incorporado en la modelación de las redes de distribución de agua en modelos de calidad. Para esto es importante la comprensión de cómo los solutos se mueven y se mezclan a través de la red y es fundamental para el diseño de una red de tuberías y sus uniones.





### 3. Marco teórico

Los modelos para la calidad del agua se componen de la modelación hidráulica y la modelación de la calidad del agua. La modelación hidráulica está basada en el cálculo de caudales y presiones de las redes y la modelación de la calidad del agua estudia de manera espacial y temporal los procesos que afectan la calidad del agua.

### 3.1. Modelación hidráulica

### 3.1.1. Ecuaciones de modelación hidráulica

Como se mencionó anteriormente, la modelación hidráulica está basada en el cálculo de caudales y presiones, por lo tanto, se debe cumplir la conservación de la masa en las redes. De acuerdo con esto, la ecuación de continuidad es la siguiente:

$$\sum_{j=i}^{NT_i} Q_{ij} - Q_{Di} + Q_{ei} = 0$$

Ecuación 16- Conservación de masa en las redes.

donde:

 $NT_i$ , es el número de tuberías.

 $Q_{Di}$ , es el caudal demandado en la unión i.

 $Q_{ei}$ , es el caudal de entrada al nudo i.

 $Q_{ii}$ , es el caudal de la tubería.

Para el cálculo de caudales se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook-White. La ecuación se describe la de siguiente manera:

$$Q = -2\frac{\sqrt{2gdh_f}}{\sqrt{l}}A\log_{10}\left(\frac{k_s}{3.7 d} + \frac{2.51 v\sqrt{l}}{\sqrt{2gd^3h_f}}\right)$$

Ecuación 17- Caudal utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook-White. Fuente: (Saldarriaga, 2007).





donde:

- g, es la aceleración de la gravedad.
- d, es el diámetro de la tubería.
- $h_f$ , es la altura por pérdidas por fricción.
- l, es la longitud de la tubería.

 $k_{\rm s}$ , es la rugosidad relativa de la tubería, la cual depende del material.

v, es la viscosidad cinemática del fluido.

Por otro lado, para calcular las alturas piezométricas, se supone que en cada tubo la energía total disponible se gasta en pérdidas por fricción y en pérdidas menores:

$$H_t = h_f + \sum h_m$$

Ecuación 18- Altura piezométrica. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

Si se tienen en cuenta las pérdidas menores causadas por cualquier tipo de accesorios y/o bombas en alguno de los tubos de la red, la anterior ecuación se ve modificada de la siguiente manera:

$$h_f + h_m = \alpha Q^n + \beta Q + \gamma$$

Ecuación 19- Altura piezométrica teniendo en cuenta pérdidas menores causadas por accesorios. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

donde:

n, es un exponente que depende de la ecuación de fricción utilizada, la cual es 2 si se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach, ó 0.85 para la ecuación de Hazen-Williams.

 $\alpha, \beta, \gamma$ , son parámetros característicos del tubo, las válvulas y las bombas.

Generalmente, en las tuberías sólo ocurren pérdidas por fricción y pérdidas menores, las cuales son función únicamente de la altura de velocidad; en este caso, se puede utilizar la anterior ecuación para definir el valor de  $\alpha$ :

$$H_t = \alpha Q^n$$
$$h_f + \sum h_m = \alpha Q^n$$





Utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$\left(f\frac{l}{d} + \sum k_m\right)\frac{Q^2}{2gA^2} = \alpha Q^2$$

Despejando  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\left(f\frac{l}{d} + \sum k_m\right)}{2gA^2}$$

Ecuación 20- Definición del valor de  $\alpha$ . Fuente: (Saldarriaga, 2007).

### 3.1.2. Método del gradiente

Para este método se planteó, que las ecuaciones de energía individuales para cada tubo se combinan con las ecuaciones de masa individuales en cada unión con el fin de obtener una solución simultánea tanto de los caudales en las tuberías como de las alturas piezométricas de los nodos. En este método, las ecuaciones se resuelven utilizando un esquema imaginativo que se basa en la inversión de la matriz de coeficientes originales.

Por otro lado, este método se basa en el hecho de que al tener un flujo permanente se garantiza que se cumplan las ecuaciones de conservación de la masa en cada uno de los nodos de la red y la ecuación de conservación de energía en los circuitos de la misma (Saldarriaga, 2007).

Para aplicar este método se deben cumplir tres condiciones:

- En cada nodo se debe cumplir la ecuación de continuidad.
- Debe haber una relación no lineal entre las pérdidas por fricción y el caudal para cada uno de los tubos.
- En cada tubo la energía total se gasta en pérdidas por fricción y en pérdidas menores.

Estas tres condiciones se basan en las ecuaciones presentadas anteriormente.

Para el método del gradiente hidráulico se deben tener en cuenta las siguientes definiciones, con el fin de describir la topología de la red en forma matricial.

NT= número de tuberías de la red.

NN=número de nodos con alturas piezométricas desconocidas.

[A12] = matriz de conectividad asociada a cada uno de los nodos de la red. Su dimensión es -1 en la columna correspondiente al nodo inicial del tramo i, y es 1 en la columna correspondiente al nodo final del tramo i.





NS= número de nodos de altura piezométrica conocida.

[A10] = matriz topológica tramo a nodo para los NS nodos de altura piezométrica fija. Su dimensión es NT x NS con un valor de -1 en las filas correspondientes a los tramos conectados a los nodos de altura piezométrica fija.

De esta manera, la pérdida de altura piezométrica en cada tramo de tubería que conecte dos nodos de la red es:

$$[A11][Q] + [A12][H] = -[A10][H_0]$$

Ecuación 21- Pérdida de altura piezométrica en cada tramo. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

donde:

[A11], es la matriz diagonal de NT x NT definida se la siguiente forma:

$$[A11] = \begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^{n_1-1} + \beta_1 + \frac{\gamma_1}{Q_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 Q_2^{n_2-1} + \beta_2 + \frac{\gamma_2}{Q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 Q_3^{n_3-1} + \beta_3 + \frac{\gamma_3}{Q_3} & 0 \\ & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{NT} Q_{NT}^{nNT-1} + \beta_{NT} + \frac{\gamma_{NT}}{Q_{NT}} \end{bmatrix}$$

[Q] = vector de caudales con dimensiones NT X 1.

[H] = vector de alturas piezométricas desconocidas con dimensión NN x 1.

 $[H_0]$  = vector de altura piezométricas fijas con dimensión NS x 1.

La ecuación de continuidad para todos los nodos de la red es:

$$[A21][Q] = [q]$$

Ecuación 22- Ecuación de continuidad para todos los nodos. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

donde:

[A21]= matriz transpuesta de [A12].

[q] = vector de consumo o de entrada en cada nodo de la red.





En forma compacta, las anteriores ecuaciones se pueden expresar en términos matriciales:

$$\begin{bmatrix} A11 & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q] \\ [H] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A10][H_0] \\ [q] \end{bmatrix}$$

Esta ecuación no puede resolverse en forma directa ya que la parte superior no es lineal, por lo tanto es necesario utilizar algún método iterativo. En el método de gradiente se utiliza una expansión truncada de Taylor, en donde al operar simultáneamente sobre el campo y aplicar el operador gradiente se obtiene:

$$\begin{bmatrix} [N] [A11] & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [dE] \\ [dq] \end{bmatrix}$$

donde:

[N]=matriz diagonal con dimensiones NT x NT

[A11]'=matriz con dimensión NT x NT definida como:

$$[A11]' = \begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^{n_1 - 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 Q_2^{n_2 - 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 Q_3^{n_3 - 1} & 0 \\ & & & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & \alpha_{NT} Q_{NT}^{n_{NT} - 1} \end{bmatrix}$$

Fuente: (Saldarriaga, 2007).

En cualquier iteración i, [dE] representa el desbalance de energía por unidad de peso en cada tubo y [dq] representa el desbalance de caudal en cada nodo. Estos desbalances se definen, respectivamente, por las siguientes ecuaciones:

 $[dE] = [A11][Q_i] + [A12][H_i] + [A10][H_0]$ 

Ecuación 23- Desbalance de energía por unidad de peso. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

$$[dq] = [A21][Q_i] - [q]$$

Ecuación 24- Desbalance de caudal en cada nodo. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

Se debe tener en cuenta que para cada iteración:

$$[dQ] = [Q_{i+1}] - [Q_i]$$
$$[dH] = [H_{i+1}][H_i]$$





La solución, puede calcularse resolviendo el siguiente sistema:

[[dQ]]	[[N][A11]'	$[A12]^{-}$	[dE]
$\left[ \left[ dH \right] \right]^{=}$	[ <i>A</i> 21]	[0]	$\lfloor [dq] \rfloor$

Utilizando el álgebra matricial, es posible calcular de forma explícita los caudales y las alturas de la siguiente manera:

$$\begin{split} [H_{i+1}] &= -\{[A21]([N][A11]')^{-1}[A12]\} \\ &\times \{[A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_i] + [A10][H_0]) - ([A21][Q_i] - [q])\} \end{split}$$

Ecuación 25- Cálculo de alturas piezométricas. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

$$[Q_{i+1}] = \{[l] - ([N^{-1}][A11]) - [A11]\}[Q_i] - \{([N][A11]'^{-1}([A12][H_{i+1}] + [A10][H_0])\}\}$$

Ecuación 26-Cálculo de caudales. Fuente: (Saldarriaga, 2007).

Para solucionar un problema con el Método del Gradiente se deben seguir los siguientes pasos iterativamente:

- Se suponen unos caudales iniciales en cada uno de los tubos de la red.
- Se resuelve el sistema representado por las anteriores ecuaciones utilizando un método estándar para la solución de ecuaciones lineales simultáneas.
- Con  $[H_{i+1}]$  calculado se utiliza la ecuación 26 para terminar  $[Q_{i+1}]$ .
- Con este  $[Q_{i+1}]$  se vuelve a ensamblar en el sistema para encontrar un nuevo  $[H_{i+1}]$ .
- El proceso se repite hasta que en dos iteraciones sucesivas se cumpla que  $[H_{i+1}] \approx [H_i]$ .

#### Ejemplo de aplicación de modelación hidráulica 3.1.3.

El ejemplo que se va a mostrar a continuación es tomado del libro Hidráulica de Tuberías (Saldarriaga, 2007).

La red mostrada en la siguiente figura tiene una válvula en la tubería 2-3 la cual se encuentra parcialmente cerrada y produce una pérdida menor local de  $\frac{10.0v_2^2}{2g}$ . Las pérdidas menores son despreciables en las otras tuberías. Analizar los caudales y presiones en la red. Los caudales están dados en L/s. la viscosidad cinemática es de  $1.14 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$  y la rugosidad relativa de las tuberías es de 0.00006 m.







Ilustración 5. Longitud y diámetros de las tuberías de la red.

Para todos los tramos de tuberías se ha supuesto un caudal inicial de 100 L/s con las direcciones mostradas en la figura las cuales fueron supuestas de forma arbitraria.



Ilustración 6. Caudales en las tuberías de la red.

Para realizar el cálculo de las presiones y caudales en la red es necesario efectuar los siguientes planteamientos matrices y vectores, teniendo en cuenta que:

NT=7

NN=5

NS=1





[A12] = Matriz de conectividad, donde su dimensión es (7x5)

1	0	0	0	0
-1	1	0	0	0
0	1	-1	0	0
0	0	1	-1	0
-1	0	0	1	0
0	0	0	1	-1
0	0	0	0	1
I				

[A12] = matriz transpuesta de [A12]

1	-1	0	0	-1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	-1	1	0	0	0
0	0	0	-1	1	1	0
0	0	0	0	0	-1	1

[A10] = Matriz topológica tramo a nudo. Dimensión (7 x 1).

[Q] = Vector de caudales. Dimensión  $(7 \times 1)$ .





- [H] = Vector de alturas piezométricas desconocidas. Dimensión (5 x 1).
- = Vector de alturas piezométricas fijas. Dimensión (1 x 1).  $[H_o]$
- [q] = Vector de consumo. Dimensión  $(5 \times 1)$ .

[A10]	[H]	[q]	
-1	$H_2$	0,06	
0	$H_3$	0,04	
0	$H_4$	0,03	
0	$H_5$	0,03	
0	$H_6$	0,04	
0		I	
0			
-1			

[N] = Matriz Diagonal. Dimensión (7 x 7). Con el valor 2 en la diagonal ya que se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach como la ecuación de fricción.





2	0	0	0	0	0	0
0	2	0	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0
0	0	0	0	2	0	0
0	0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	0	2

### [I] = Matriz Identidad. Dimensión (7 x 7).

1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1




## Primera iteración

Las matrices anteriormente definidas son válidas para todas las iteraciones necesarias en el cálculo de la red. Las expuestas a continuación varían de iteración en iteración.

[A11] = Matriz diagonal de dimensiones (7 x 7).

Con el valor  $\alpha_i Q_i^{n_i-1} + \beta_i + \frac{\gamma_i}{Q_i}$  en la diagonal. Los coeficientes  $\beta$  y  $\gamma$  son ceros al no existir bombas en la red. La siguiente tabla resume el cálculo de los coeficientes α:

T	ubería No.	Q (m3/s)	f	v (m/s)	<b>h</b> <sub>f</sub> ( <b>m</b> )	$h_{f}+h_{m}\left(m ight)$	α
1	2	0,10	0,0159	2,037	6,73	6,73	672,65
2	3	0,10	0,0166	5,659	72,25	88,57	8857,01
3	4	0,10	0,0178	12,732	294,15	294,15	29415,0
4	5	0,10	0,0166	5,659	72,25	72,25	7224,89
2	5	0,10	0,0178	12,732	294,15	294,15	29415,0
5	6	0,10	0,0161	3,183	24,94	24,94	2494,29
1	6	0,10	0,0159	2,037	4,04	4,04	403,59

Tabla 2. Cálculo de coeficientes α.

Por la tanto:

Matriz [A11]:

67,265	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	885,701	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	2941,50	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	722,489	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	2941,50	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	249,429	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40,359





[A11]' = Matriz diagonal de dimensiones (7 x 7). Con el valor  $\alpha_i Q_i^{n_i-1}$  en la diagonal. Para esta red la matriz [A11'] resulta ser igual a la matriz [A11].

67,265	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	885,701	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	2941,50	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	722,489	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	2941,50	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	249,429	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40,359

Cálculo de H<sub>i+1</sub>

$$\begin{split} & [H_{i+1}] = -\{[A21]([N][A11])^{-1} \ [A12]\}^{-1} \\ & \times \{[A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_i] + [A10][H_0] - [A21][Q_i] - [q])\} \end{split}$$

Resolviendo las operaciones entre las matrices, se obtiene el siguiente resultado

Nodo		Altura (m)		
	$H_2$		91,36	
	$H_3$		170,04	
	$H_4$	=	78,39	
	$H_5$		99,23	
	$H_6$		97,11	





## Cálculo de Q<sub>i+1</sub>

 $[Q_{i+1}] = \{ [I] - ([N][A11]') - [A11] \} \times [Q_i] - \{ ([N][A11]')^{-1}([A12][H_{i+1}] + [A10][H_0]) \}$ 

Resolviendo las operaciones entre las matrices, se obtiene el siguiente resultado:

Tubería No	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	
1 2		0,1142
1 6		0,0056
2 3		0,0344
3 4	=	0,0644
4 5		0,0487
2 5		0,0458
5 6		0,0858

De esta manera se realizan las iteraciones hasta conseguir la similitud de las respuestas en dos iteraciones continuas.

Luego de la quinta iteración. Se obtuvieron los siguientes resultados:





Nodo A			Altura (m)	
	$H_2$		92,37	
	H <sub>3</sub>		80,71	
	$H_4$	=	81,11	
	$H_5$		89,32	
	$H_6$		96,47	

Tubería No.		Caudal (m <sup>3</sup> /s)
1 2		0,1065
1 6		0,0363
2 3		0,0037
3 4	=	0,0337
4 5		0,0102
2 5		0,0535
56		0,0935







Ilustración 7. Resultado de caudales.



Ilustración 8. Resultado de alturas piezométricas.





## 3.2. Modelación de calidad del agua

La modelación de la calidad del agua está basada en la variación temporal y espacial de un parámetro de calidad del agua; existen dos modelos de cálculo: los estáticos y los dinámicos. En los modelos estáticos se supone que los caudales demandados e inyectados a la red permanecen constantes, y no varían las condiciones de operación de la red, definidas por el estado de las válvulas o bombas presentes. Por otra parte, los modelos dinámicos permiten la variación temporal en los caudales demandados e inyectados así como las condiciones de operación de la red.

## 3.2.1. Modelos estáticos

Estos modelos se aplican al estudio del transporte de contaminantes conservativos en las redes de distribución de agua potable determinando sus rutas de procedencia y tiempos de permanencia en las mismas condiciones estáticas de operación. Los planteamientos básicos para la resolución de estos modelos son la conservación de masa en los nudos, la concentración de mezclas y los tiempos de permanencia (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

La conservación de masa para cada nudo de la red se describe con la ecuación de continuidad, en donde se define el porcentaje de la demanda en un nudo j procedente de la fuente i como C(i,j) y se puede expresar de la siguiente manera:



Ilustración 9. Esquema de conservación de masa en el nudo j. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).







Ecuación 27- Ecuación de continuidad para modelación de calidad del agua. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

donde,

 $N_i$ , es el conjunto de nudos adyacentes al nudo j desde los que fluye caudal.

c(i, k), son los factores de contribución de la fuente i en los nudos Nj.

 $q_{kj}$ , es el caudal que fluye del nudo k al j.

 $Q_{s}(i)$ , es el caudal que alimenta directamente al nudo j desde la fuente i.

 $Q_0(j)$ , es el caudal total que abandona el nudo j.

 $l_i$ , son los nudos alimentados por el nudo j.

La concentración de mezclas se trata de determinar las concentraciones de determinadas sustancias en cada uno de los nudos de la red, considerando la mezcla de aguas procedentes de fuentes de distinta calidad. Por lo tanto, la concentración de un cierto contaminante no reactivo en el nudo j suponiendo mezcla completa, se describe de la siguiente manera:

$$C_j = \frac{\sum_{k \in Nj} (q_{kj} C_k) + \sum_{i \in s} (Q_s(i) C_s(i))}{\sum_{k \in Nj} (q_{kj}) + \sum_{i \in s} (Q_s(i))}$$

Ecuación 28- Concentración en el nudo j. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

donde:

 $C_k$ , es la concentración de la sustancia en los nudos aguas arriba adyacentes al j.

 $C_s(i)$ , es la concentración de dicha sustancia de la fuente i que alimenta el nudo j.

Finalmente, el tiempo de permanencia es uno de los planteamientos más importantes debido a que el caudal desde el punto de alimentación hasta el nudo determinado puede seguir distintas rutas y el tiempo de permanencia del agua en la red desde que se inyecta en i hasta que llega al nudo j puede ser muy variable. Se define el tiempo de permanencia medio para un nudo j como:

$$AA_j = \frac{\sum q_i A_i}{\sum q_i}$$

Ecuación 29- Tiempo de permanencia medio para el nudo j. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).





donde.

- $q_i$ , es el caudal que llega al nudo en estudio por el camino i.
- $A_i$ , es la edad del agua en el punto de alimentación.

## 3.2.2. Modelos dinámicos

Estos modelos consideran el movimiento y reacción de los contaminantes bajo condiciones variables en el tiempo, como sucede en la realidad con las demandas, en cambios de nivel en los depósitos, cierre y apertura de válvulas, arranque y detención de bombas, etc. En los modelos dinámicos están implicados tres procesos: el transporte por convección en las tuberías, el decaimiento o crecimiento de las concentraciones en el tiempo por reacción, y los procesos de mezcla en los nudos de la red (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

El trasporte de las sustancias por las tuberías está causado principalmente por el flujo del agua bajo la acción del gradiente de presiones; es importante tener en cuenta que el transporte es diferente para sustancias conservativas y no conservativas.

Sustancias conservativas: se caracterizan por que su concentración no cambia en el tiempo debido a reacciones biológicas o químicas. Para estas sustancias, el proceso de transporte a lo largo de una línea i esta descrito por la siguiente ecuación:

$$\frac{\delta ci(x,t)}{\delta t} + u_i \frac{\delta ci(x,t)}{\delta x} = 0$$

Ecuación 30- Transporte se sustancias conservativas. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

donde.

ci(x, t), es la concentración de la sustancia en la sección de cálculo x y el instante t.  $u_i$ , es la velocidad media del agua en la línea, la cual puede ser variable en el tiempo si cambian las condiciones hidráulicas.

Sustancias no conservativas: estas sustancias pueden tener reacciones químicas o biológicas a lo largo del tiempo mientras recorren las tuberías, modificando así su concentración. Para este caso, la ecuación de transporte debe incluir el término de reacción:





$$\frac{\delta ci(x,t)}{\delta t} + u_i \frac{\delta ci(x,t)}{\delta x} + \theta (ci(x,t)) = 0$$

Ecuación 31- Transporte de sustancias no conservativas. Fuente: (Vidal, Martínez, & Ayza, 1994).

Para resolver esta última ecuación, se debe dividir cada línea de corriente en segmentos, dentro de los cuales se producen las reacciones, mientras que las mezclas tienen lugar en los nudos.

#### 3.2.3. Ejemplo de aplicación de modelación de la calidad del agua

El siguiente ejemplo fue realizado por elaboración propia.

En un tramo de tubería que tiene 20 m de longitud, se agrega, al comienzo del mismo 0,5 mg/L de cloro. Calcular la concentración del cloro al final del tramo después de 15 segundos, teniendo en cuenta que la tubería tiene un diámetro de 300 mm y por ella fluye un caudal de 0,212 m<sup>3</sup>/s, además el término de reacción del cloro es 0,05/s.

Como el cloro es una sustancia no conservativa es necesario hacer uso de la Ecuación 31. En primer lugar se va a calcular la velocidad haciendo uso de la ecuación de continuidad:

$$Q = v * A \to v = \frac{Q}{A} = \frac{0.212}{\pi \left(\frac{0.3}{2}\right)^2} = 3\frac{m}{s}$$

Ahora reemplazando en la Ecuación 31, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\left(c\frac{mg}{L} - 0.5\frac{mg}{L}\right)}{15s} + \left(3\frac{m}{s} * \frac{\left(c\frac{mg}{L} - 0.5\frac{mg}{L}\right)}{20m}\right) + \left(\frac{0.05}{s} * c\frac{mg}{L}\right) = 0$$

Despejando el valor correspondiente a c, se tiene que:

$$c = 0,406 \frac{mg}{L}$$

Como resultado, se obtiene que después de 15 segundos al final del tramo de tubería, la concentración del cloro es de 0,406 mg/L.





# 3.3. Relación entre la modelación hidráulica y de calidad del agua

Los modelos hidráulicos y de calidad del agua se han desarrollado y utilizado durante décadas para los sistemas de distribución de agua potable. Estos modelos han demostrado ser herramientas de gran alcance para ganar una comprensión sistemática de las condiciones del sistema. En particular, los modelos de calidad del agua se han convertido en una práctica cada vez más importante. Los modelos no sólo son una alternativa prometedora para la predicción de concentraciones residuales de desinfectantes en una forma rentable, sino también es un medio de proporcionar una enorme comprensión de ingeniería en la dinámica de la variación de la calidad del agua y el sofisticado proceso de reacciones constituyentes que ocurren en los sistemas de distribución de agua (Yi Wu & Elsayed, 2013).

Para obtener resultados completos en cuanto a la calidad del agua, se requiere que la modelación hidráulica y la modelación de la calidad del agua estén relacionadas. Esto se debe a que existen algunos fenómenos que son calculados en la modelación hidráulica, que influyen de manera significativa en la calidad del agua. En las simulaciones realizadas por Yi Wu y Elsayed, se utilizaron modelos de redes de distribución con gran cantidad de tuberías, las cuales tenían bombas y válvulas. Este tipo de accesorios generan pérdidas menores, las cuales son calculadas por la modelación hidráulica, y que pueden influir de alguna manera en la modelación de la calidad del agua. A partir de lo anterior, se realizó una paralelización entre los dos tipos de modelación; los modelos de calidad del agua toman lo datos de la modelación hidráulica, los cuales son guardados en una matriz de memoria dinámica, que permite el acceso directo y eficiente para el cálculo la calidad del agua. Aplicando este método, se obtuvieron resultados en un menor tiempo, mejorando el análisis de los sistemas de distribución de agua y teniendo en cuenta los fenómenos hidráulicos y de calidad de agua que se presentan en las redes.

# 3.4. Difusión

Entre los años 1828 y 1833, Graham descubrió la difusión por medio de experimentos realizados en líquidos y gases (Mompremier, 2009). El investigador, demostró que el flujo de difusión de un gas a través de un tapón poroso es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de las densidades de los gases empleados.

Tiempo después, el fisiólogo alemán Adolf Eugen Fick, quien participaba activamente en el círculo científico de la época y buscada relacionar las matemáticas con la medicina, comenzó sus estudios sobre la difusión en 1855 basado en los estudios realizados previamente por Graham. Se planteó que existe una relación lineal entre el flujo de difusión y la diferencia de concentraciones que produce dicho flujo (Mompremier, 2009).





## 3.4.1. Definición

La difusión es el proceso por el cual una substancia se distribuye en el espacio que la encierra o en el medio en que se encuentra. Por ejemplo, si se conectan dos tanques conteniendo el mismo gas a diferentes presiones, en corto tiempo la presión es igual en ambos tanques. Esto demuestra, que la difusión es consecuencia del movimiento continuo y elástico de las moléculas. (Biblioteca Digital de la Universidad de Chile, 2005)

La difusión de solutos en líquidos es muy importante en muchos procesos industriales , en especial en las operaciones de separación, como extracción líquido-líquido o extracción con disolventes. Así mismo, la difusión es muy frecuente en la naturaleza, como la difusión se sales en la sangre.

La velocidad de difusión molecular en los líquidos es mucho menor que en los gases. Esto se debe a que las moléculas de un líquido están muy cercanas entre sí en comparación con las de un gas. Por lo tanto las moléculas de un soluto A que se difunden, chocarán contra las moléculas de un líquido B con más frecuencia y se difundirán con mayor lentitud que en los gases (Universidad de Valencia, 2006).

Por lo anterior, el coeficiente de difusión de un gas es de un orden de magnitud 100 veces mayor que en un líquido.



El proceso de difusión se puede observar en la siguiente imagen:

Ilustración 10. Proceso de difusión. Fuente: (Universidad de Valencia, 2006).





Así mismo, se puede describir gráficamente este proceso:



Ilustración 11. Proceso de difusión gráficamente. Fuente: (Universidad de Valencia, 2006).

#### 3.4.2. Ecuación de la difusión

La ecuación de difusión describe las fluctuaciones de densidad de un material que se difunde. También es usada para describir procesos exhibiendo un comportamiento de difusión. La ecuación general es la siguiente:

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial t} = \nabla \cdot \left( D(\emptyset, \vec{r}) \nabla \emptyset(\vec{r}, t) \right)$$

Ecuación 32- Ecuación general de la difusión. Fuente: (Mompremier, 2009).

donde,

 $\emptyset$ , es la densidad del material que se difunde.

t, es el tiempo de difusión.

D, es el coeficiente de difusión colectivo.

 $\vec{r}$ , es la coordenada espacial.

 $\nabla$ , es el vector operador diferencial nabla.





Si el coeficiente de difusión depende de la densidad, entonces la ecuación no es lineal. Si D es constante, entonces la ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D\nabla^2 \phi(\vec{r}, t)$$

Ecuación 33- Ecuación de difusión cuando el coeficiente de difusión es constante. Fuente: (Mompremier, 2009).

Cuando D es una matriz simétrica definida y positiva, la ecuación describe una difusión anisótropa.

## 3.4.3. Ley de Fick

La ley de Fick es una ley cuantitativa en forma de ecuación diferencial que describe diversos casos de difusión de materia o energía en un medio en que inicialmente no existe equilibrio químico o térmico. En situaciones en las que existe gradiente de concentración de una sustancia, o de temperatura, se produce un flujo de partículas o de calor que tiende a homogenizar la disolución y uniformizar la concentración o la temperatura. Esto es consecuencia del movimiento azaroso de las partículas. Es importante mencionar, que para que se lleve a cabo el proceso de difusión, debe haber un gradiente de concentración entre los fluidos que se estén analizando; las moléculas siempre se van a mover de una zona de mayor concentración a una con menor, para después llegar a un equilibrio.

Si se supone que la concentración de algún fluido, varía con la posición a lo largo del eje X, se puede tener el siguiente esquema del flujo de materia:



Ilustración 12. Flujo de materia. Fuente: (Mompremier, 2009).





Sea J la densidad de corriente de partículas, es decir, el número efectivo de partículas que atraviesan en la unidad de tiempo un área unitaria perpendicular a la dirección en la que tiene lugar la difusión (Mompremier, 2009). La ley de Fick afirma que la densidad de corriente de partículas es proporcional al gradiente de concentración.

$$J = -D\frac{\partial n}{\partial x}$$

Ecuación 34- Ecuación de Fick. Fuente: (Mompremier, 2009).

La constante de proporcionalidad se denomina coeficiente de difusión D y es característico tanto del soluto como del medio en el que se disuelve.

La acumulación de partículas en la unidad de tiempo que se produce en el elemento de volumen S(dx) es igual a la diferencia entre el flujo entrante JS, menos el flujo saliente J'S.

$$JS - J'S = \frac{\partial J}{\partial x}Sdx$$

La acumulación de partículas en la unidad de tiempo es:

Acumulación de partículas: 
$$(Sdx) \frac{\partial n}{\partial t}$$

Igualando estas expresiones y utilizando la ley de Fick, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D \, \frac{\partial n}{\partial x} \right) = \frac{\partial n}{\partial t}$$

Esta ecuación diferencial en derivadas parciales, describe el fenómeno de la difusión. Por otro lado, so el coeficiente de difusión D no depende de la concentración, se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{D}\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

Ecuación 35- Fenómeno de difusión. Fuente: (Mompremier, 2009).





## 3.4.4. Tipos de difusión

En la naturaleza existen varios procesos de difusión, en donde existen factores determinantes que permiten que se puedan clasificar en los siguientes tipos de difusión.

#### 3.4.4.1. Difusión por reacción

Toda sustancia contenida en el agua puede entrar en reacción con otras sustancias, con las paredes del tubo, con la propia agua o con microorganismos que allí se encuentren y como resultado se pueden tener variaciones de concentración debido a diferentes procesos químicos o bioquímicos que se pueden llevar a cabo. Según la forma de reacción, las sustancias en el agua se pueden dividir en tres grupos:

- Conservativas: no reaccionan con el agua ni con las paredes de los tubos.
- No conservativas y decrecientes: su concentración decrece con el tiempo de permanencia en el agua. Dentro de este grupo se encuentra el cloro utilizado como desinfectante.
- No conservativas y crecientes: son compuestos químicos que se forman en el agua y su concentración crece con el tiempo de permanencia en el agua. Dentro de esta clasificación, se encuentran los trihalometanos, los cuales se forman debido al contacto entre el cloro y la materia orgánica.

#### 3.4.4.2. Difusión convectiva

También es conocida como difusión por advección; considera los cambios de concentración generados por la velocidad del flujo. La agitación no es un proceso molecular, pero es un proceso microscópico que cambia porciones de fluidos sobre distancias largas, tal como lo muestra la siguiente figura.



Ilustración 13. Difusión convectiva. Fuente: (Mompremier, 2009).





## 3.4.4.3. Difusión molecular

La difusión molecular es la mezcla de químicos disueltos debido al movimiento aleatorio de las moléculas dentro del fluido. Esta difusión es causada por el movimiento molecular vibratorio, rotacional y transversal de las partículas. En el movimiento de sustancias disueltas se mueven de regiones de altas concentraciones, a regiones de bajas concentraciones. La ecuación de Fick presentada anteriormente, es la que describe este tipo de procesos.

## 3.4.4.4. Difusión turbulenta

La difusión turbulenta es la mezcla de sustancias finas debido a la turbulencia en pequeña escala causada por el rozamiento dentro del cuerpo del agua.



Ilustración 14. Difusión turbulenta. Fuente: (Mompremier, 2009).

#### 3.4.5. Concentración

El cálculo de la difusión en fluidos heterogéneos se hace con base en la ecuación de conservación de masa, que debe verificar cada componente o especie. Para la mezcla entre dos componentes diferentes (A y B), se entiende por concentración a la cantidad relativa de una sustancia en un cierto punto y en un tiempo dado. Se puede expresar en unidades de masa, peso, volumen, número de partículas por unidad de volumen (Mompremier, 2009). De esta manera, la concentración de determinada sustancia se puede calcular de la siguiente manera:

$$C_A = \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

Ecuación 36- Concentración a partir de la conservación de masa. Fuente: (Mompremier, 2009).





Además, se tiene que cumplir que:

$$m_A + m_B = m$$

En el caso en que una de las sustancias tenga una masa mucho menor que la otra (en este caso se va a tomar la sustancia B como despreciable) se tiene el siguiente planteamiento:

$$C_A = \frac{m_A}{m}$$

Si se realiza un arreglo de términos, para obtener la concentración en términos de la densidad de la sustancia se tiene lo siguiente:

$$\frac{m_A}{V} = \frac{m}{V} C_A$$
$$\rho_A = C_A \rho$$

#### 3.4.5.1. Balance de masa en la unión de varias tuberías.

Dentro de las tuberías que se juntan en un nudo existen dos tipos de estas; el primero está conformado por las tuberías que tienen un caudal de entrada al nudo y, el segundo son las tuberías por las que sale el caudal proveniente de la unión. Esto se esquematiza de la siguiente manera:



Ilustración 15. Esquema de balance de masa en la unión de tuberías. Fuente: (Mompremier, 2009).





Se considera que el aporte de masa de cada una de las tuberías del primer grupo a una unión en particular se define como:

$$m_i = \sum_{i=1}^N C^k{}_i Q_i \Delta t$$

Ecuación 37- Aporte de masa a la unión i. Fuente: (Mompremier, 2009).

donde.

 $Q_i$ , es el caudal de entrada al nudo i desde una tubería de entrada.

N, es el número de tuberías de entrada.

 $C^{k}_{i}$ , es la concentración de algún componente en las tuberías de entrada.

Así mismo, por las tuberías de salida, egresará desde el nudo, un fluido que contiene una mezcla uniforme de concentración  $C_E$ , por lo que la masa que sale se describe como:

$$m_s = C_E \left( \sum_{i=1}^M G_i + q_E \right)$$

Ecuación 38- Masa de salida del nudo i. Fuente: (Mompremier, 2009).

donde.

 $G_i$ , es el caudal de salida por cada tubería de salida.

M, es el número de tuberías de salida.

 $q_E$ , es el caudal de concesión que se les suministra a los usuarios de la red.

Por lo tanto, debido al concepto de conservación de masa, lo que entra es igual a lo que sale, entonces:

 $m_{i=}m_{s}$ 

Si se reemplazan las correspondientes ecuaciones, se puede despejar la concentración de la mezcla, la cual sería completa y uniforme, de la siguiente manera:

$$C_E^{k+1} = \frac{\sum_i^N C_i^k Q_i}{\sum_i^M G_i + q_E}$$

Ecuación 39- Concentración de la mezcla. Fuente: (Mompremier, 2009).





# 4. Diseño y construcción del modelo

Para poder comenzar con el proceso de diseño primero se identificó, en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes, el espacio disponible para el modelo. Para esto se tuvo en cuenta que cualquiera de las tuberías del modelo, no interfirieran con otros modelos ni con los espacios libres para trasladarse y así evitar el riesgo de que ocurra algún accidente con las personas o con el mismo modelo. Luego se tomaron las medidas pertinentes para poder realizar los diseños preliminares en AutoCAD (Ver Anexos 1 y 2).

## 4.1. Alimentación del modelo

En primera instancia, se concretó la utilización de tanques de almacenamiento del agua que va a ser usada en el modelo. Como recurso existente, se tomó el canal que hace parte del Modelo 8, el cual ya estaba construido, pero no se encontraba en uso y se modificó para que sirviera como tanques para el actual proyecto. En dicho canal existe una compuerta, la cual sirvió para dividir los dos tanques de alimentación. Además, se compró una lámina de madera de 20 mm de espesor con las dimensiones transversales del canal, para poder sellar la salida del mismo y tener un almacenamiento adecuado del agua. Como resultado, las dimensiones de cada tanque son: 1,25 m. de largo, 0,39 m. de ancho y 0,59 m. de alto. Esto corresponde a un almacenamiento máximo en cada tanque de 287 litros, pero como factor de seguridad se va a llenar cada uno de los tanques a una altura de 0,52 m., lo que proporciona un almacenamiento de 254 litros. Finalmente, se realizaron modificaciones a los tanques, como retirar los piezómetros que tenía anteriormente y sellar los agujeros.

Por otro lado, se diseñó la alimentación de dichos tanques (ver Anexo 3). Para esto, se identificó el punto más cercano de abastecimiento de agua potable. A partir de éste, se extendió la tubería existente con una de PVC con diámetro de 1 ½ pulgadas, la cual se colocó por el piso, teniendo cuidado con que no interfiriera con el paso de las personas ni con otro modelo. Para la distribución del agua hacia los dos tanques, se dividió la tubería, y se utilizaron válvulas de bola, esto con el fin de independizar el llenado de los tanques.







Ilustración 16. Fuente de agua potable.



Ilustración 17. Extensión de tubería de agua potable.







Ilustración 18. División de tuberías de alimentación.







Ilustración 19. Tuberías de alimentación en tanques.

## 4.2. Plataforma

En el lugar donde se ubicó el modelo se encuentra una serie de vertederos, por lo tanto la colocación de las tuberías era difícil. Por este motivo, se diseñó una plataforma en madera de pino, la cual cubriera todos los vertederos para permitir que las pruebas que se realicen en el modelo, se hagan de una manera más cómoda y también, para que el modelo en conjunto, se viera mucho mejor desde el punto de vista estético. Para el diseño de la plataforma se tuvo en cuenta la altura de un perfil que se encontraba para sostener los limnímetros que miden la altura del agua de los vertederos que se encuentran allí. De acuerdo con lo anterior, las dimensiones de la plataforma fueron: 2,15 m. de ancho; 1,62 m. de largo y 5 cm. de altura. Para la construcción de la plataforma se tomaron 5 listones de madera de 2 cm. de altura, 10 cm. de ancho y 1,52 m. de largo; y se colocaron encima de las divisiones que ya se encontraban. La longitud se dividió en dos tramos, uno de 1,14 m. y otro de 0,38 m. Uno de los tramos se ubicó antes del perfil, y el otro se colocó después del perfil.

Luego, se ubicaron 8 listones de madera, perpendicularmente a los que se colocaron previamente. Estos listones tenían 3 cm. de altura, 19 cm. de ancho y 2,15 m. de largo. Se unieron los listones con tornillos distanciados 5 cm (ver Anexo 4). De esta manera, la plataforma se veía así:







Ilustración 20 a. Plataforma preliminar.



Ilustración 20 b. Plataforma preliminar.







Ilustración 20 c. Plataforma preliminar.

Por cuestiones estéticas, se decidió cambiar el perfil metálico por uno de pino. Para esto se utilizó un listón de 3 cm. de altura, 12 cm. de ancho y 2,15 m. de largo y se realizaron unas ranuras longitudinales para que pudieran soportar los limnímetros. Así mismo, se abrieron agujeros al listón en donde quedaban las agujas del limnímetro, para que se pudieran realizar las mediciones necesarias en las prácticas de Mecánica de Fluidos. Con estas modificaciones la plataforma se veía así:



Ilustración 21. Plataforma terminada.





## 4.3. Modelo

Por otro lado, se abrieron los agujeros correspondientes a las salidas de los tanques de almacenamiento, en donde van ubicadas las tuberías de entrada al modelo. Se definió que estas tuberías tendrían un diámetro de 1 pulgada, esto quiere decir 24 mm. de diámetro; sin embargo, las tuberías comerciales de PVC de este tamaño, tienen un diámetro externo de 33 mm., por lo tanto la unión que se utilizó tiene un diámetro interno de 33,8 mm. A partir de esta dimensión, se mandaron a fabricar las tuberías de vidrio las cuales incluían la intersección de las tuberías con un ángulo de 90°. Por lo tanto, el diámetro externo de las tuberías de vidrio es de 34 mm.; por cuestiones de seguridad, el espesor es de 2 mm.; de esta manera, el diámetro interno es de 30 mm. Además, las tuberías de vidrio tienen una longitud, cada una, de 40 cm. antes y después de la intersección (ver Anexo 5). Como se puede ver, el diámetro externo de la tubería de vidrio, es mayor al diámetro interno de la unión para permitir que la tubería de vidrio pueda entrar adecuadamente. Cuando se realizó el ensamblaje de las tuberías de vidrio con las de PVC se rodeó la tubería de vidrio con caucho para generar mayor ajuste entre la unión de PVC y la tubería de vidrio; luego se rellenó el espacio sobrante con silicona fría. De esta manera se puede garantizar que no existan fugas en las uniones.

Simultáneamente a lo anterior, se ensamblaron las válvulas en las tuberías de entrada. Estas válvulas están hechas de cobre y son tipo cortina; se escogió esta clase de válvula por su facilidad de uso. Para colocar las válvulas, se utilizaron uniones de rosca en un extremo y lisas por el otro. Para asegurar impermeabilidad entre la unión y la válvula, se forró la rosca de la válvula con teflón, para cubrir cualquier ranura que se genere a la hora de unir el dispositivo. Es importante mencionar que las válvulas no están pegadas; únicamente están roscadas. Es por esto que se utilizó una prensa para asegurar que hayan quedado bien ajustadas. En el extremo liso de la unión, se utilizó soldadura de PVC y se colocó en el extremo de la tubería de entrada. Del mismo modo se realizó el proceso para colocar la tubería de salida de la válvula.







Ilustración 22. Válvulas de entrada.





Se identificó, que las tuberías del modelo, debían ir elevadas con respecto a la plataforma una distancia de 5,5 cm. Esta dimensión corresponde al radio de la brida del caudalímetro que se colocará posteriormente. Esta elevación, implica el sostenimiento de todo el modelo debido a la deflexión que se puede generar en las tuberías de PVC y el riesgo de que las tuberías de vidrio se facturen, a causa del peso de las tuberías y del agua a través de ellas. Se pueden generar deflexiones excesivas que pueden dañar la tubería, y por ende el modelo. Es por esto, que se determinó la utilización de soportes; en primer lugar se eligieron soportes de metal para que pudieran soportar el peso de las tuberías y los caudalímetros; sin embargo, en la definición inicial del modelo, se determinó que éste debería ser estéticamente perfecto. Se cambiaron los soportes, por una canaleta hecha en pino, para que combinara con el material de la plataforma; la longitud de este nuevo soporte, es equivalente a la longitud de las tuberías de PVC que se encuentran sobre la plataforma. Esta canaleta se mandó a fabricar con las medidas correspondientes a la elevación y al diámetro externo de las tuberías de PVC. Así mismo, los soportes para las tuberías de vidrio, se realizaron en acrílico, pero estos tienen una longitud de 10 cm y van ubicados en la mitad de cada tubería de vidrio. Se decidió utilizar acrílico para no afectar la transparencia del vidrio, y así poder apreciar de una manera más adecuada, el proceso de mezcla que se lleva a cabo en la unión.



Ilustración 23. Vista en planta del modelo.





Por otro lado, también se colocaron válvulas en las tuberías de PVC de salida del modelo. Estas válvulas son del mismo tipo de las que se colocaron en las tuberías de entrada. Estos dispositivos, se van a utilizar en proyectos futuros para generar pérdidas menores en la salida y poder realizar un análisis de su influencia en los procesos de mezcla en la unión.



Ilustración 24. Válvulas de salida.

Por último, se determinó que debían existir tanques para almacenar el agua que sale del modelo, para que en futuros proyectos, se puedan tomar muestras de trazadores químicos y así poder realizar un análisis cuantitativo de los procesos de mezcla. Estos tanques se compraron en Ajover con las dimensiones adecuadas para que se pudieran ubicar en el canal que se encuentra actualmente. Para esto de determinó que la altura máxima de los tanques debía ser de 1 metro ya que arriba del canal se encuentra una plataforma. Así mismo, el diámetro máximo de los tanques debía ser de 80 cm. Para estas restricciones se encontró el siguiente tanque:







Ilustración 25. Dimensiones del tanque.

en donde las dimensiones correspondientes son:

A: 94,5 cm

B: 57,9 cm

C: 71,8 cm

Con estas dimensiones se cumplen las restricciones de espacio anteriormente descritas y se consigue una capacidad de 255 litros, lo cual es acorde con la capacidad de los tanques de almacenamiento de entrada. Además, para evitar que el agua proveniente del modelo se salga accidentalmente de los tanques, se utilizaron las tapas de los mismos con un agujero en donde se encuentra la tubería de salida del agua. Es importante mantener aislada el agua del modelo, del agua del canal ya que, la primera contiene trazadores que contaminan el agua que es reutilizable en el laboratorio.

Para facilitar el proceso de desagüe de los dos tanques, se colocó una válvula de bola que une los tanques; entonces, cuando el modelo está en funcionamiento, la válvula está cerrada y cuando la prueba finaliza, se abre la válvula y en uno de los dos tanques se encuentra un bomba sumergible que transporta el agua desde el tanque hasta el sifón por una manguera. De esta manera se extrae el agua de los dos tanques de una manera más eficiente. Pero como se mencionó anteriormente que los





tanques van a estar con sus respectivas tapas, la bomba se va a quedar fija adentro del tanque y se adecuaron unas tuberías que conectan la bomba con una manguera que se encuentra afuera del tanque. Estas tuberías se conocen comercialmente como universales y tienen la característica que pueden desarmarse en cualquier momento. Esto facilita en gran medida el desagüe de los tanques, ya que por un dispositivo electrónico se enciende y se apaga la bomba.



Ilustración 26. Tanques almacenamiento.

Es importante mencionar, que dentro de la construcción del modelo debe incluirse la instalación de los caudalímetros, pero para este proyecto no fue posible la implementación de estos dispositivos debido que estos son instrumentos importados y traerlos a Colombia requiere de un tiempo que supera el tiempo del semestre académico.

Finalmente, después de tener el modelo totalmente construido, se realizó una prueba para verificar el diseño. En esta etapa, surgieron pequeños inconvenientes, debido a que se generaron fugas en los tanques de almacenamiento de entrada y en una de las uniones entre las tuberías de vidrio y PVC. Para solucionar estas fugas, se identificó el punto exacto del problema, y se cubrió con silicona fría. De esta manera se solucionaron estas dificultades y se procedió a realizar pruebas preliminares en el modelo.





#### 5. **Costos del proyecto**

A continuación se muestra un análisis detallado de la cantidad y los costos de los materiales que se utilizaron en el proyecto. Cabe resaltar que los elementos que son de PVC, no tuvieron ningún costo ya que estos materiales son proporcionados por PAVCO a través del convenio de esta empresa con el laboratorio en los proyectos de cátedra PAVCO-UNIANDES. Al final se muestra el costo total que se invirtió en el modelo.





ITEM	Unidad	Cantidad	Precio unitario	Total				
Accesorios PVC								
Tuberías 1 1/2 pulgadas	Un	3	\$ -	\$ -				
Tuberías 1 pulgada	Un	4	\$	\$				
Тее	Un	1	\$	\$				
Codos 1 1/2 pulgadas	Un	12	\$ -	\$ -				
Codos 1 pulgada	Un	12	\$	\$				
Uniones 1 pulgada	Un	4	\$ -	\$				
Válvulas de Bola	Un	3	\$	\$				
Uniones válvulas	Un	8	\$ -	\$-				
Otras uniones	Un	3	\$ -	\$ -				
			SUMA	\$-				
	Acceso	rios						
Válvulas de cobre	Un	4	\$ 26.726,40	\$ 106.905,60				
Bridas PVC	Un	6	\$ 11.020,00	\$ 66.120,00				
Tornillos, Tuercas y Arandelas	Un	24	\$ 1.898,92	\$ 45.574,08				
			SUMA	\$ 218.599,68				
	Elementos de	e madera						
Listones de madera 182 X 2 X 10	Un	5	\$ 9.500,00	\$ 47.500,00				
Listones de madera 215 X 3 X 19	Un	8	\$ 25.300,00	\$ 202.400,00				
Listón 5 X 7 X100	Un	4	\$ 4.500,00	\$ 18.000,00				
Fabricación de canaleta	m	4	\$ 60.000,00	\$ 240.000,00				
Lámina de madera	Un	1	\$ 9.500,00	\$ 9.500,00				
Acarreos madera		2	\$ 30.000,00	\$ 60.000,00				
			SUMA	\$ 577.400,00				
	Tanqu	es						
Tanques	Un	2	\$ 167.040,00	\$ 334.080,00				
Acarreo tanques	1	1	\$ 25.000,00	\$ 25.000,00				
			SUMA	\$ 359.080,00				
	Sensor	res						
Caudalímetros	Un	3	\$ 8.261.520,00	\$ 24.784.560,00				
SUMA		\$ 24.784.560,00						
E	lementos de Ro	odaquímicos						
Tuberías de vidrio	Un	2	\$ 80.000,00	\$ 160.000,00				
Trazador (permanganato de potasio)	Un	1	\$ 17.000,00	\$ 17.000,00				
			SUMA	\$ 177.000,00				
Costo f	total proyecto	-		\$ 26.116.639,68				

Tabla 3. Costos del proyecto.





#### 6. Pruebas y resultados

Para realizar las pruebas cualitativas se utilizó Permanganato de Potasio como trazador. Al ser este, un químico controlado es necesario llevar una planilla de uso. Para cada prueba se utiliza 10 gramos de Permanganato de Potasio, el cual va disuelto en uno de los tanques de almacenamiento de entrada.

Como se mencionó anteriormente, los tanques se llenan a 0,53 metros de altura. Luego se agrega el trazador a uno de los tanques y luego se abren las válvulas. Para realizar los análisis cualitativos, se realizaron 7 pruebas, en las cuales se realizó una variación de la apertura de las válvulas de entrada al modelo. Para poder identificar las diferentes pruebas se utilizó la siguiente nomenclatura:

Válvula 1: Válvula de la tubería de entrada que no tiene trazador.

Válvula 2: Válvula de la tubería de entrada que tiene trazador.

Esta nomenclatura también corresponde a la que se va a usar en las tuberías.

A continuación se muestran las diferentes pruebas.

## Prueba 1: Válvula 1 y 2 abiertas al 100%

Teniendo las dos válvulas completamente abiertas se observaron los siguientes resultados:



Ilustración 27. Vista en planta prueba 1.







Ilustración 28. Vista en perfil prueba 1.

Para esta prueba se calculó de una manera aproximada la velocidad de flujo. En primer lugar se calculó el caudal a partir del conocimiento del volumen de entrada y la duración de la prueba. El volumen almacenado en cada tanque fue de 0,25 m<sup>3</sup> y el tiempo de duración de la prueba fue de 193 segundos; a partir de esto, el caudal es:

$$Q = \frac{0.25 \, m^3}{193 \, s} = 0.00129 \frac{m^3}{s}$$

Por otra parte, se calculó el área transversal de la tubería:

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{0.034}{2}\right)^2 = 0.000908 \, m^2$$

Utilizando la ecuación de continuidad se puede calcular la velocidad:

Q = vA

Ecuación 40- Ecuación de continuidad.

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.00129}{0.000908} = 1.43\frac{m}{s}$$

A partir de la velocidad se puede calcular el número de Reynolds, usando la viscosidad cinemática en condiciones de temperatura ambiente (20°)

$$Re = \frac{vd}{v} = \frac{1.43 * 0.034}{1.14 * 10^{-6}} = 426491$$

Este valor indica que el régimen de flujo era turbulento





#### Prueba 2: Válvula 1 y 2 abiertas al 50%



Ilustración 29. Vista en planta prueba 2.



Ilustración 30. Acercamiento al nodo prueba 2.







Ilustración 31. Vista en perfil prueba 2.

En esta prueba, al disminuir en un 50% la apertura de las dos válvulas, se considera que el caudal también disminuye un 50%. A partir de esto la velocidad seria de:

$$v = \frac{0.000645}{0.000908} = 0.71 \frac{m}{s}$$

Y el número de Reynolds seria:

$$Re = \frac{0.71 * 0.034}{1.14 * 10^{-6}} = 21185.9$$

Este régimen el flujo continuó siendo turbulento, a pesar de la disminución del caudal.




Prueba 3: Válvula 1 abierta al 100% y válvula 2 abierta al 50%



Ilustración 32. Vista en planta prueba 3.



Ilustración 33. Acercamiento al nodo prueba 3.







Ilustración 34. Vista en perfil prueba 3.

Prueba 4: Válvula 1 abierta al 50% y válvula 2 abierta al 100%



Ilustración 35. Vista en planta prueba 4.





Prueba 5: Válvula 1 abierta al 100% y válvula 2 cerrada

Esta prueba se realizó como control del modelo.



Ilustración 36. Vista en planta prueba 5.



Ilustración 37.Vista en perfil prueba 5.





Prueba 6: Válvula 1 cerrada y válvula 2 abierta al 100%

Esta prueba se realizó como control del modelo.



Ilustración 38. Vista en planta prueba 6.



Ilustración 39. Vista en perfil prueba 6.





# Prueba 7: Válvula 1 y 2 abiertas al 75%



Ilustración 40. Vista en planta prueba 7.



Ilustración 41. Vista en perfil prueba 7.





Además de las anteriores pruebas, donde se tenía fijada una apertura determinada de cada válvula, se decidió variar la apertura de la válvula 1 con el fin de lograr un equilibrio de las concentraciones de salida. A pesar de que no se sabe con certeza si se presentó una mezcla completa, se llegó a observar lo siguiente:



Ilustración 42. Vista en planta mezcla completa.



Ilustración 43. Acercamiento al nodo de mezcla completa.







Ilustración 44. Vista en perfil de mezcla completa.

Esta situación se logró cuando la apertura de la válvula 1 era del 7% y la apertura de la válvula 2 era el 75%.

Por lo tanto, las velocidades de las respectivas tuberías son:

$$v_1 = 0,0995 \frac{m}{s}$$
$$v_2 = 1,065 \frac{m}{s}$$

El número de Reynolds para tubería es:

$$Re_1 = 2966,03$$
  
 $Re_2 = 31778.9$ 

Se puede ver que en la tubería 1 se presentó un régimen de flujo transicional, esto coincide con la afirmación realizada por estudios anteriores acerca de la influencia del régimen de flujo en los procesos de mezcla.





#### 7. **Conclusiones y recomendaciones**

Al realizar las pruebas se puede concluir, que efectivamente no se presenta una mezcla completa en la unión. Cuando los caudales de entrada por las dos tuberías es el mismo, se puede ver que existe el mismo patrón de mezcla, el cual es que por la tubería de salida 3 se va la mayor parte del trazador; y por la tubería de salida 4 existe una pequeña mezcla. Esto mismo sucedió cuando las aperturas de ambas válvulas fueron de 100%, 50% y 75%.

En la prueba en donde la válvula 1 estaba abierta el 50% y la 2 el 100%, se puede ver que existe una mayor mezcla en la unión; por lo tanto, en la tubería 4 la concentración del trazador es mucho mayor que en las demás pruebas (sin tener en cuenta los controles).

Por otro lado, cuando la válvula 1 estaba abierta al 100% y la válvula 2 al 50%, se puede ver que la concentración del trazador en la tubería 4 era muy pequeño en comparación con las demás pruebas (sin contar los controles); esto quiere decir que, debe existir un punto en donde no se presenta ningún tipo de mezcla en la unión. Este punto seguramente se presentará cuando la apertura de la válvula 2 sea mucho más pequeña que la apertura de la válvula 1.

Así mismo, al tener una apertura en la válvula 2 mucho mayor a la válvula 1, se pudo determinar cualitativamente que existe una mezcla completa y uniforme; sin embargo la diferencia de caudales es significativa. La válvula 1 estaba abierta, aproximadamente, un 10% de lo que estaba abierta la válvula 2. Esta situación es muy difícil reproducirla en la realidad debido a que la mayoría de las tuberías son subterráneas y el manejo de válvulas en cada intersección sería muy complicado.

A partir de los resultados obtenidos en estas pruebas, se puede decir que un factor que influye significativamente en los procesos de mezcla, es la velocidad en las tuberías de entrada y por ende el régimen de flujo en las mismas.

Este proyecto permitió corroborar los estudios que se habían hecho, y se puede determinar que estos procesos de mezcla que se llevan a cabo en las intersecciones de las tuberías, representan un grave problema de salud pública. Si por una de las tuberías de salida, no existe la concentración adecuada de cloro para que éste desinfecte el agua que se puede contaminar en las redes, los usuarios pueden consumir agua contaminada lo que puede generar graves enfermedades. Como solución se propone la implementación de un sistema de inyección de cloro a lo largo de las redes de abastecimiento de agua potable.

Como recomendaciones para futuras pruebas que se realicen en el modelo se encuentran las siguientes:

Se deben perfeccionar algunos aspectos en el modelo. En primer lugar se debe nivelar la \_ plataforma, ya que existe un desnivel que genera que la canaleta de pino, y por ende las





tuberías de PVC, queden levantadas, y esta es la causa de que en la unión entre la tubería de vidrio y de PVC 4, exista una imperfección y por esto se presenta la fuga de agua.

- Se debe terminar la instalación adecuada de la bomba sumergible para que pueda quedar fija en el tanque y de esta manera sea más fácil el desagüe de los tanques de salida.
- Para realizar otras pruebas y que la utilización de las válvulas de entrada al modelo sean más fáciles de usar y no se desperdicie agua mientras se hace la variación de apertura de las válvulas, se recomienda implementar un sistema en el agujero de salida de los tanques para que cuando se finalice una prueba se obstruyan mientras que se cambia la apertura de las válvulas.
- Es muy importante la instalación de los caudalímetros. En este documento se realizó una aproximación del caudal que atraviesa las tuberías; sin embargo para obtener resultados más exactos y confiables se requiere de un sensor con la precisión de los caudalímetros que ya se compraron, pero están en proceso de traslado. Una vez instalado el dispositivo, las pruebas se facilitan mucho y los resultados serían más certeros.
- Al análisis cualitativo da una buena aproximación de los procesos de mezcla, además que es muy fácil de ver; sin embargo se quiere llegar a resultados numéricos, los cuales generan un mayor impacto al análisis ya que se cuantifican las concentraciones de salida. Es por esto que se deben usar, en un futuro, trazadores químicos. Para esto se recomienda utilizar sal, ya que es un trazador que se puede medir fácilmente, además es una sustancia no conservativa, por lo tanto se garantiza que en las tuberías no existe ningún fenómeno de reacción. De esta manera se puede saber con precisión cuál fue el porcentaje de mezcla en la intersección.
- Se recomienda realizar pruebas en donde el régimen del flujo sea laminar para poder corroborar los resultados de otros experimentos que se mencionaron en la sección de antecedentes. Esta prueba es más fácil de realizar una vez se hayan instalado los caudalímetros.
- Finalmente, se deben ultimar detalles en cuanto al aspecto físico del modelo, como pintar las válvulas, pulir algunas partes de la plataforma y organizar la zona para que el modelo se vea bien desde el punto estético y quede uniforme con los demás modelos del laboratorio.





## Agradecimientos 8.

La realización de este proyecto no pudo haber llegado a mejor término sin la guía y asesoría de Juan Saldarriaga, quien siempre me corrigió y apoyó para llevar a cabo el diseño y la construcción exitosa del modelo.

También, un especial agradecimiento, por su ayuda incondicional, al técnico del Laboratorio de Hidráulica Jhon Calvo.

Por último, pero no menos importante, agradezco a mis papás por su apoyo y confianza en mí, a mi novio: Iván Cárdenas, a mis amigos y a los integrantes del CIACUA quienes fueron de gran ayuda en alguna de las diferentes etapas de mi proyecto.





### 9. **Bibliografía**

- Agbar Agua. (2003). Cloro residual. Recuperado el 14 de Noviembre de 2012, de Aguagest-Región de Murcia: http://www.aquagest-regiondemurcia.es/img/contenidos/1/ficha-sobrecalidad-del-agua.pdf
- Biblioteca Digital de la Universidad de Chile. (2005). Ley de disfusión de Graham. Recuperado el 27 de mayo de 2013, de Ciencias químicas y farmaceúticas: http://mazinger.sisib.uchile.cl/repositorio/ap/ciencias\_quimicas\_y\_farmaceuticas/apquimgral-6/c4.2.html
- Clifford, H. K., & Leslie, O. (Septiembre de 2009). Journal AWWA. Recuperado el 27 de mayo de 2013, de Evaluation of solute mixing in Water distribution pipe junctions: http://www.sandia.gov/EPANET-BAM/download/J\_AWWA\_2009\_101\_9\_Ho.pdf
- Ho, C. K. (2008). Solute Mixing Model for Water-Distribution Pipe Networks. Recuperado el 10 de Marzo de 2013, de ASCE: http://gsgc.gzhu.edu.cn/gpsgd/UploadFile/200942623229730.pdf
- Ho, C. K., Choi, C. Y., & McKenna, S. A. (2007). Evaluation of complete and incomplete mixing models in water distribution pipe network simulations. Recuperado el 3 de Junio de 2013, de World Environmental and Water Resources congress (ASCE): http://ascelibrary.org.biblioteca.uniandes.edu.co:8080/doi/abs/10.1061/40927%28243%294 86?prevSearch=%28evaluation+of+complete+and+incomplete+mixing+models%29+and+ %5BFulltext%3A+evaluation+of+complete+and+incomplete+mixing+models%5D&search HistoryKey=
- Mompremier, R. (2009). Difusión de sustancias en redes de tuberías presión. México D.F: Intituto politécnico Nacional.
- Ocasio, N., & Manuel, L. (2007). El uso del Cloro en la Desinfección del Agua. Recuperado el 15 de Noviembre de 2012, de Hispagua: Sistema Español de Información sobre el Agua: http://hispagua.cedex.es/sites/default/files/uso cloro.pdf
- Revista Ambientum. (Febrero de 2002). Cloro Residual en Agua de Consumo. Recuperado el 15 de Noviembre de 2012, de Revista Ambientum: http://www.ambientum.com/revista/2002\_05/CLORES2.asp
- Saldarriaga V., J. G. (2011). Clase de Hidráulica. Bogotá D.C, Colombia: Universidad de los Andes.





- Saldarriaga, J. G. (2007). *Hidráulica de Tuberías: Abastecimiento de Aguas, Redes, Riegos*. Bogotá D.C.: Alfaomega.
- Sedna, P. P. (Diciembre de 2012). *Los acueductos romanos*. Recuperado el 25 de Mayo de 2013, de http://www.portalplanetasedna.com.ar/acueductos.htm
- Tzatchkov, V. G., Buchberger, S. G., Li, Z., Romero-Gómez, P., & Choi, C. (5 de Septiembre de 2009). Axial Dispersion in Pressurized Water Ditribution Networks-A Review. Recuperado el 10 de Marzo de 2013, de International Symposium on Water Management and Hydraulic Engineering: http://wmhe.gf.ukim.edu.mk/downloads/paperstopic2/a104-tzatchkovbuchberger-li-romero-gomez-choi.pdf
- Universidad de Valencia. (2006). *Fenómenos de transporte y conductividad electrolítica*. Recuperado el 27 de mayo de 2013, de Departamento de Química Física: http://www.uv.es/tunon/QFIII/tema\_4.pdf
- Vidal, R., Martínez, F., & Ayza, M. (1994). Aplicaciones de los modelos de calidad en la simulación de las redes de distribución de agua potable. Recuperado el 15 de Octubre de 2012, de http://upcommons.upc.edu/revistes/bitstream/2099/4203/1/article5.pdf
- Yi Wu, Z., & Elsayed, S. M. (2013). Parallelized hydraulic and water quality simulation for water ditribution system analysis. *World Environmental and Water Resources Congress*, (pág. 11). ASCE.





# **10.** Anexos

A continuación se presentan todos los planos desarrollados para el proyecto.

- 1. Planta del modelo.
- 2. Perfil del modelo.
- 3. Alimentación.
- 4. Plataforma.
- 5. Tuberías de vidrio.