

TESIS DE MAESTRÍA

**ANÁLISIS DE REDES INTERNAS DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA
POTABLE UTILIZANDO SIMULACIÓN DE EVENTOS DISCRETOS**

Diego Alejandro Páez Ángel

Asesor: Juan G. Saldarriaga Valderrama



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CIVIL
BOGOTÁ D.C.
2011**

Tabla de contenido

1	Introducción	1
1.1	Objetivos	4
1.1.1	Objetivo general	4
1.1.2	Objetivos específicos	4
2	Análisis preliminar del sistema	5
2.1	Descripción del sistema	5
2.1.1	Prototipo	5
2.1.2	Modelo	5
2.2	Diseño del sistema	9
2.2.1	Determinación de los escenarios o condiciones de diseño	9
2.2.2	Determinación del valor de los parámetros	15
2.3	Estimación de la demanda en el sistema con métodos modernos	23
2.3.1	Modelo de PRP (Poisson Rectangular Pulses)	24
2.3.2	Modelo de NSRP (Neyman-Scott Rectangular Pulses)	27
2.3.3	Modelo estocástico de uso último (stochastic end-use model)	27
2.3.4	Modelo estocástico de demanda aplicado a RIDAPs	30
3	Metodología de modelación propuesta	35
3.1	Modelación de los aparatos sanitarios	35
3.2	Modelación de la simultaneidad de uso de los aparatos	38
3.2.1	Modelo basado en Blokker	38
3.2.2	Modelo basado en Blokker con simulación de eventos discretos	46
4	Casos de estudio	54
4.1	Análisis de la simultaneidad de uso según el modelo basado en Blokker	59
4.2	Análisis de la simultaneidad de uso según el modelo basado en Blokker con simulación de eventos discretos	64
4.3	Análisis de caudales a partir de ambas metodologías	73
5	Procedimiento de diseño propuesto	79
5.1	Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)	80
5.2	Cálculo de los caudales emitidos	81

5.3	Cálculo del caudal de diseño de un tubo	81
5.3.1	Análisis estocástico para nudos independientes	82
5.3.2	Análisis estocástico para nudos dependientes	96
5.4	Cálculo y redondeo del diámetro del tubo	98
5.5	Asignación de una LGH para la red aguas abajo del tubo	99
5.6	Proceso iterativo	99
6	Comprobación de diseño propuesta.....	101
6.1	Discretización de las Curvas Únicas y ajuste de la función	101
6.2	Interpolación e iteración	104
6.3	Cálculo de los demás resultados hidráulicos.....	105
6.4	Software desarrollado.....	105
7	Casos de estudio.....	107
7.1	Caso de estudio 1: Red Interna Conjunto OASIS IV.....	110
7.1.1	Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)	111
7.1.2	Cálculo de los caudales emitidos.....	111
7.1.3	Cálculo de los caudales de diseño	114
7.1.4	Cálculo y redondeo del diámetro del tubo	115
7.1.5	Asignación de una LGH para la red aguas abajo del tubo	115
7.1.6	Resultados para toda la red	116
7.2	Caso de estudio 2: Red Interna APTOS ACERO	120
7.2.1	Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)	121
7.2.2	Cálculo de los caudales emitidos.....	122
7.2.3	Cálculo de los caudales de diseño	124
7.2.4	Cálculo y redondeo del diámetro del tubo	125
7.2.5	Resultados para toda la red	126
8	Conclusiones.....	130
8.1	Conclusiones de la modelación de RIDAPs.....	130
8.2	Conclusiones del diseño y comprobación de diseño de RIDAPs	131
9	Recomendaciones	133
10	Referencias.....	135
11	Anexos.....	138
11.1	Demostraciones del dominio de la variable F	138



11.2	Parametrizaciones de la distribución Lognormal	141
------	------------------------------------------------------	-----

Índice de Figuras

Figura 1. Esquema de asignación de Altura Piezométrica según una ecuación cuadrática.....	17
Figura 2. Sistema de tuberías en serie con longitudes diferenciales.	19
Figura 3. Sistema de tuberías en serie con longitud conocida.....	20
Figura 4. Sistema de tuberías en serie con longitud conocida y con diámetro máximo.	22
Figura 5. Modelo de Pulsos Rectangulares de Poisson (PRP). (GARCÍA et Al, 2004).	30
Figura 6. Ejemplo de configuración ordenada de los posibles escenarios de demanda de una RIDAP con $NN = 5$	32
Figura 7. Diagrama de transición estados para una cadena de Markov asociada a una RIDAP con $NN = 5$	32
Figura 8. Relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para diferentes porcentajes de apertura de válvula de un mismo aparato.	35
Figura 9. Partes de la curva única de relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para aparatos con apertura de válvula variable.....	37
Figura 10. Curva única de relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para aparatos con apertura de válvula variable, para el problema de estimación de demanda para diseño.....	38
Figura 11. Distribución temporal supuesta de la frecuencia de uso de un lavamanos.	41
Figura 12. Serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona de un lavamanos.....	42
Figura 13. Serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso de un lavamanos.	43
Figura 14. Serie de tiempo de la utilización de un lavamanos.....	44
Figura 15. Esquema del caso de estudio correspondiente a un baño.	54
Figura 16. Vista en planta del baño, con diagrama de las tuberías de la red.	55
Figura 17. Implementación del modelo de un baño residencial en el programa ARENA.	66
Figura 18. Esquema del modelo de un baño residencia implementado en ARENA.	67
Figura 19. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.....	74
Figura 20. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.....	74
Figura 21. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.....	75
Figura 22. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.....	75
Figura 23. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.....	76

Figura 24. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.	76
Figura 25. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.	77
Figura 26. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.	77
Figura 27. Diagrama de flujo del procedimiento de diseño propuesto.	79
Figura 28. Ejemplo de configuración ordenada de los posibles escenarios de demanda de una RIDAP con $N_N = 5$	82
Figura 29. Justificación de la ecuación de probabilidad de falla.	84
Figura 30. Comportamiento de la función de la Ecuación 48.	87
Figura 31. Relación entre el error en la estimación de la probabilidad de un estado y la desviación estándar de las probabilidades de uso de los aparatos.	89
Figura 32. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.15 y 0.45.	90
Figura 33. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.02 y 0.20.	91
Figura 34. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.28 y 0.50.	92
Figura 35. Diagrama de flujo del algoritmo de ejecución hidráulica para RIDAPs.	102
Figura 36. Interfaz principal del software.	106
Figura 37. Modelo casa OASIS IV tipo C - Vista en perfil. Aparatos conectados a la red.	110
Figura 38. Modelo casa OASIS IV tipo C – LGH ideal en mca (izquierda) y Presión ideal correspondiente en mca (derecha).	112
Figura 39. Modelo casa OASIS IV tipo C – Caudal emitido en L/s para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC. (derecha).	113
Figura 40. Modelo casa OASIS IV tipo C - Resultados del cálculo del estado de diseño para cada tubería de la red.	116
Figura 41. Modelo casa OASIS IV tipo C - Resultados del diseño para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha). Diámetros en pulgadas.	117
Figura 42. Prototipo casa OASIS IV tipo C – Diámetros reales del sistema en pulgadas.	119
Figura 43. Modelo APTO ACERO tipo 1 - Vista en planta. Aparatos conectados a la red.	121
Figura 44. Modelo APTO ACERO tipo 1 – LGH ideal en psi.	122
Figura 45. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Caudal emitido en L/s para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha).	123
Figura 46. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Resultados del cálculo del estado de diseño para cada tubería de la red.	127
Figura 47. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Resultados del diseño para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha). Diámetros en pulgadas.	128

Índice de Tablas

Tabla 1. Asignación de unidades a cada aparato (Gonzalez, 2010).	10
Tabla 2. Asignación del caudal de diseño para cada valor de las unidades (Granados Robayo, 2002).	11
Tabla 3. Asignación de caudales de diseño a partir de los caudales máximos posibles (García Sosa, 2001).	12
Tabla 4. Frecuencia, duración e intensidad para los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Holanda. (Blokker, 2006, 2010a y 2010b).	28
Tabla 5. Frecuencia, duración e intensidad para siete de los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Milford, Ohio. (Blokker, 2010a).	29
Tabla 6. Frecuencia, duración e intensidad para los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Holanda. (Blokker, 2006, 2010a y 2010b).	39
Tabla 7. Principales procedimientos del programa ARENA para simulación de eventos discretos.	47
Tabla 8. Funciones de la curva única de los aparatos de un baño residencial.....	55
Tabla 9. Frecuencia y Duración de uso para los aparatos de un baño residencial (basada en la Tabla 6 y en Blokker, 2010a).	56
Tabla 10. Distribuciones temporales de la frecuencia de uso para los aparatos de un baño residencial.	56
Tabla 11. Series de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona para los aparatos de un baño residencial.	58
Tabla 12. Cálculo de la duración promedio total para el lavamanos de un baño residencial. ...	59
Tabla 13. Series de tiempo de la utilización de cada aparato de un baño residencial con 4 personas aferentes.....	60
Tabla 14. Descripción y notación de los 8 posibles escenarios para un baño residencial.	61
Tabla 15. Series de tiempo de la probabilidad de ocurrencia de cada escenario de un baño residencial con 4 personas aferentes.....	61
Tabla 16. Series de tiempo de la probabilidad de ocurrencia de cada escenario de un baño residencial con 4 personas aferentes.....	70
Tabla 17. Caudal transportado por el tubo más aguas arriba del sistema para cada escenario. 73	
Tabla 18. Funciones de la curva única de los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en Acero (2009).....	107
Tabla 19. Funciones de la curva única de los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en ICONTEC (2004).....	107
Tabla 20. Frecuencia y Duración de uso para los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en Blokker (2010a).....	108
Tabla 21. Cálculo de la duración promedio total para los lavamanos de las redes ejemplo. ...	108
Tabla 22. Cálculo de la duración promedio total para los lavaplatos de las redes ejemplo.	109
Tabla 23. Presiones mínimas aceptables y frecuencias de diseño.....	109
Tabla 24. Probabilidades de uso de los aparatos para el diseño de la RIDAP.....	114



Tabla 25. Probabilidades de ocurrencia de los estados.	114
Tabla 26. Diámetros disponibles para las tuberías de la red.	115
Tabla 27. Probabilidades de ocurrencia de los estados – Metodología Exacta.	124
Tabla 28. Probabilidades de ocurrencia de los estados – Metodología Aproximada.	125

1 Introducción

Las redes internas de distribución de agua potable (RIDAP), son el componente final del sistema de distribución de agua potable de cualquier asentamiento urbano. Estas redes son las encargadas llevar el recurso líquido a los usuarios finales desde la conexión al sistema de acueducto de la ciudad. Los usuarios entonces, son los habitantes o visitantes de la edificación en donde está construida la red, de manera que pueden ser residentes de una vivienda o trabajadores y visitantes de una edificación comercial, industrial, escolar u hospitalaria, entre otras. Lo que tienen en común todos estos potenciales usuarios, es que esperan que al utilizar un aparato sanitario conectado a la RIDAP (e.g., lavamanos, duchas, inodoros, tinas, lavaplatos, lavadoras, etc.) éste les proporcione agua con unas características de flujo aceptable para satisfacer sus necesidades.

Para lograr tener un sistema que cumpla con los requerimientos hechos por los usuarios del mismo, es necesario conocer el comportamiento del sistema y de su demanda, de manera que desde hace más de medio siglo se han hecho análisis de las redes internas, procurando caracterizar su comportamiento hidráulico y las demandas a las que está sometido a lo largo de su vida útil. Si bien la simulación hidráulica de estas redes tiene muchos elementos en común con la simulación hidráulica de las redes de acueducto, existen otros elementos que no pueden ser bien representados de igual manera que en las redes de acueducto, y por lo tanto se hace necesario caracterizar ese comportamiento hidráulico haciendo uso de otros elementos matemáticos como los emisores (Acero, 2009).

Por otro lado el análisis de la demanda en una RIDAP, ha tenido aproximaciones hechas para la solución del problema de diseño del sistema, las cuales se basan en datos, conocimientos y modelos bastante antiguos que pueden ser considerados obsoletos, si se tiene en cuenta que con el paso del tiempo han surgido nuevas herramientas para la simulación de diferentes sistemas, además de conocimientos y datos basados en el comportamiento actual de los usuarios de los sistemas, el cual no debe suponerse igual al de los usuarios de hace cincuenta años.

De esta manera se tiene un sistema vigente y ampliamente usado como lo son las RIDAPs, y metodologías de análisis y simulación del sistema un tanto obsoletas y basadas en supuestos que ya no son necesarios para lograr representar de mejor manera lo observado en los prototipos. Así, en esta investigación se busca realizar un análisis de las RIDAPs basado en conocimientos contemporáneos que se ajustan más a las necesidades y comportamientos de estos sistemas, y en especial se centra en la caracterización y simulación de la demanda haciendo uso de mediciones recientes y de herramientas como la simulación de eventos discretos, que es una herramienta informática basada en las capacidades actuales de los computadores y que permite tener en cuenta correlaciones entre variables, difícilmente representables de otra forma.



Con el avance logrado en la modelación de estos sistemas, se consiguió una base para el posterior desarrollo de una metodología de diseño de RIDAPs basada específicamente en los resultados de las mencionadas metodologías de modelación de la demanda acá desarrolladas. Ese desarrollo de una metodología de diseño, al igual su implementación en casos de estudio también es presentado en este documento, junto con el proceso deductivo realizado y los estudios específicos de la función de probabilidad Binomial de Poisson necesarios para su implementación en sistemas con un alto número de aparatos.

Así mismo se desarrolló un software capaz de ejecutar la hidráulica de estos sistemas incluyendo los comportamientos de los aparatos que se encontraron y utilizaron para este documento, haciendo uso de éste en los casos de estudio de diseño mencionados anteriormente.

El contenido de este documento está dividido en once capítulos. El primero de ellos incluye la introducción y los objetivos del proyecto. El segundo capítulo hace referencia a conocimiento previo o útil que se requiere para el desarrollo de las metodologías de modelación de la demanda y futuro diseño, incluyendo entre otras cosas, leyes físicas que rigen la hidráulica de tuberías con flujo presurizado, conocimientos de los procedimientos de diseño de sistemas de varias tuberías y conocimientos previos de modelación de la demanda para el problema de diseño, incluyendo enfoques tradiciones y algunos enfoques y conocimientos más recientes. El Capítulo 3 presenta las dos metodologías desarrolladas para la modelación estocástica de la demanda en RIDAPs con base en deducciones y en información disponible, así como algunas recomendaciones de implementación de la metodología basada en simulación de eventos discretos. El cuarto capítulo incluye un caso de estudio simple en el que se muestra explícitamente la implementación de las metodologías desarrolladas en el Capítulo 3, presentando resultados para ese caso, y sacando algunas conclusiones de las observaciones hechas a los resultados encontrados. El Capítulo 5 muestra el desarrollo de la metodología de diseño que resulta consistente con las metodologías de modelación explicadas en el Capítulo 3, haciendo un análisis de la función de probabilidad Binomial de Poisson que resulta necesario para aproximar los resultados exactos pero altamente demandantes computacionalmente. El capítulo sexto explica el algoritmo desarrollado en esta investigación para la ejecución hidráulica de RIDAPs que hacen uso del concepto de Curva Única, explicado en el Capítulo 3, así como el software creado para su fácil implementación. El Capítulo 7 presenta 4 casos de estudio de la metodología de diseño que hace uso de los conceptos del Capítulo 5 y del software expuesto en el Capítulo 6, presentando además un análisis de los resultados encontrados que evidencian la consistencia del método de diseño y algunos aspectos de mejora del mismo. El octavo capítulo resume las conclusiones encontradas a lo largo del documento, en especial las relacionadas con las observaciones a los resultados del cuarto y séptimo capítulo. El Capítulo 9 hace recomendaciones para futuras investigaciones en el tema y para una potencial aplicación de las metodologías desarrolladas en esta investigación en casos de sistemas reales con diferentes condiciones de ocupación. El décimo capítulo presenta las referencias bibliográficas citadas en este documento, las cuales fueron utilizadas para describir

o analizar algún procedimiento relativo a las RIDAPs o en general a los sistemas de tuberías con flujo presurizado. Finalmente el Capítulo 11 presenta unos anexos al documento que facilitan el entendimiento más profundo de algunas partes de éste.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

Desarrollar una metodología de modelación de la demanda en redes internas de distribución de agua potable, así como una metodología de diseño acorde con la metodología de modelación de la demanda.

1.1.2 Objetivos específicos

A fin de cumplir con el objetivo general del proyecto se plantearon y desarrollaron los siguientes objetivos específicos:

Hacer una revisión bibliográfica de los métodos de modelación de la demanda tanto tradicionales como modernos a fin de tener una base teórica para el desarrollo de la metodología propuesta.

Desarrollar un caso de estudio de la metodología de modelación con uso de simulación de eventos discretos para definir procedimientos y recomendaciones de creación de modelos haciendo uso del programa ARENA.

Buscar formas de aproximación de la función de probabilidad Binomial de Poisson para permitir su cálculo o estimación de manera eficiente y aceptable en el procedimiento de diseño planteado.

Hacer una revisión y análisis del procedimiento de diseño optimizado de sistemas de series de tuberías basado en el criterio de Wu (1975), a fin de entenderlo y definir su aplicación en la metodología de diseño.

Desarrollar dos casos de estudio de la metodología de diseño para verificar su correcto funcionamiento y potenciales aspectos de mejora.

Desarrollar un algoritmo y un software que permitan ejecutar la hidráulica de redes con flujo presurizado con nudos cuyo caudal emitido es función no potencial de la presión en el nudo, a fin de disponer de una herramienta que permita hacer comprobaciones de diseño consistentes con la metodología de modelación hidráulica.

2 Análisis preliminar del sistema

2.1 Descripción del sistema

2.1.1 Prototipo

El proceso típico de abastecimiento de agua potable incluye: 1) la captación del recurso en cuerpos de agua como lagos, ríos, acuíferos, etcétera; 2) la potabilización del recurso usualmente realizada en plantas de tratamiento de agua potable (PTAP); 3) el almacenamiento del recurso en tanques elevados o subterráneos, o en embalses; 4) la distribución del recurso a través de la red de distribución de agua potable (RDAP); y 5) el uso último del recurso mediante los aparatos sanitarios conectados a la red. La RDAP usualmente es dividida de acuerdo con la magnitud de los caudales que transporta y al ente encargado de su construcción, operación y/o mantenimiento, generando así redes matrices, redes de distribución propiamente dichas y redes internas de distribución. A éstas últimas son a las que resultan conectados los aparatos sanitarios tales como duchas, lavamanos, inodoros, llaves y demás, y usualmente incluyen dentro del sistema a todos los tubos y accesorios que se encuentran aguas abajo de una conexión particular de una edificación al sistema de acueducto municipal (red de distribución).

Las redes internas de distribución de agua potable (RIDAP) son, entonces, las redes ubicadas al interior de cada edificación y, para este documento, se considerará que incluyen todos los aparatos sanitarios conectados a ésta. Respecto a estos aparatos, se puede encontrar una gran variedad incluyendo diferentes funciones y comportamientos hidráulicos, que además continuamente se renuevan para ajustarse a los nuevos requerimientos de los usuarios directos del aparato. Sin embargo la mayoría de aparatos típicos, tienen en común que se observa una relación biunívoca entre el caudal emitido por el aparato y la presión de flujo inmediatamente aguas arriba del mismo, simplificando así su modelado.

2.1.2 Modelo

El modelo matemático de una RIDAP se compone de arcos o links y de vértices o nudos. Cada link representa una tubería de la red, y cada nudo representa un accesorio, una unión de varias tuberías, una conexión de un aparato sanitario a la red o una conexión de la RIDAP a la red de acueducto municipal. Los atributos de las tuberías incluyen los nudos que conectan, la longitud, el diámetro real interno, la rugosidad absoluta del material y el coeficiente de pérdidas menores a lo largo de toda la tubería. Por otro lado los atributos de los nudos incluyen sus coordenadas X , Y y Z y los parámetros de caracterización del comportamiento hidráulico del aparato sanitario conectado.



Para caracterizar el comportamiento hidráulico de cada aparato, es posible utilizar el concepto de “Emisores” (Acero, 2009), en el cuál se supone que el caudal emitido por el aparato cumple la siguiente relación potencial:

$$Q = K \cdot h^x \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

Q : Caudal emitido por el aparato.

h : Presión en el nudo al que está conectado el aparato, usualmente escrita en unidades de altura piezométrica (m.c.a. o mca: metros-columna de agua).

K, x : Parámetros de la función potencial.

Datos de entrada al modelo

Dado un modelo de una RIDAP, existen datos de entrada que en conjunto con los parámetros del modelo (atributos de los nudos y links), determinan la respuesta hidráulica simulada del sistema. Estos datos de entrada incluyen las siguientes variables: 1) La altura piezométrica disponible en el nudo de entrada de la red (conexión de la RIDAP con la red de acueducto municipal), y 2) El escenario de demanda (configuración de aparatos encendidos y apagados que están demandando agua a la RIDAP de acuerdo con la Ecuación 1).

Para determinar la altura piezométrica disponible a la entrada de la red, se debe disponer de los resultados hidráulicos de la simulación de la red de acueducto a la cual está conectada la RIDAP. Dentro de los resultados de esa simulación, se encuentran alturas piezométricas en cada nudo de la red de acueducto, y para establecer la altura piezométrica a utilizar basta tomar dicho resultado evaluado en el nudo de entrada de la RIDAP.

El problema de la determinación de los escenarios de demanda es considerablemente más complejo, y su complejidad radica en la naturaleza estocástica de estos procesos, fundamentada en la naturaleza estocástica de la frecuencia y la duración de uso de cada aparato sanitario. Estas variables (duración y frecuencia) dependen de la función para la que fue diseñado cada aparato sanitario y de las personas que esperan utilizarlo para sus diferentes necesidades. Así, por ejemplo, la frecuencia de uso de un lavamanos ubicado en un baño residencial, es diferente de la frecuencia de uso de una ducha también ubicada en el mismo baño residencial, e inclusive es diferente del mismo lavamanos ubicado en otro baño residencial que tiene mayor (o menor) número de personas aferentes a este. Similarmente la duración de un uso de una ducha es considerablemente diferente a la duración de un uso de un lavamanos, e inclusive es diferente la duración de uso de esa misma ducha para diferentes personas (e.g., según Blokker et Al. (2010), los niños y adolescentes toman duchas más largas que los adultos).

La complejidad del problema de simulación de la demanda en RIDAPs, hace que diferentes problemas alrededor de éstas sean de difícil solución o que, análogamente, sean solucionados con metodologías basadas en suposiciones difícilmente aplicables (e.g., los procedimientos tradicionales de diseño de RIDAPs).

Simulación del sistema¹ (Basado en Saldarriaga, 2007)

Una vez determinado en su totalidad el modelo (i.e., todos los atributos de los nudos y los links del modelo son conocidos), y conocidos los datos de entrada para los que se simulará el sistema (i.e., altura piezométrica a la entrada de la red y el escenario de demanda que se simulará), se deben aplicar dos principios físicos que gobiernan el movimiento de un fluido en una red cualquiera: Conservación de la Masa y Conservación de la Energía².

El principio de Conservación de Masa establece que el caudal en cualquier punto a lo largo de una tubería es constante e igual al producto de la velocidad media del flujo y el área de la sección transversal (suponiendo que el agua es un fluido incompresible). Así mismo para todo nudo de la red, la diferencia de la suma de caudales que entran y la suma de caudales que salen debe ser exactamente igual a cero (incluyendo el caudal emitido por el aparato conectado a ese nudo).

El principio de Conservación de la Energía establece que la energía del flujo en el nudo inicial de la tubería debe ser igual a la energía del flujo en el nudo final de la misma más la suma de la energía perdida por fricción del fluido con la tubería y con el mismo fluido y, la energía perdida por accesorios y discontinuidades que alteren el flujo (pérdidas menores). Para caracterizar las pérdidas menores, se asocia un coeficiente global para cada tubería, el cual, al multiplicarse por la altura piezométrica (cabeza) de velocidad, resulta en la energía perdida por dicho efecto (Ecuación 2).

$$h_m = k_M \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

h_m : Energía por unidad de peso específico del fluido (Altura piezométrica) que es disipada por las pérdidas menores.

v : Velocidad media del flujo a lo largo de la tubería.

g : Aceleración producida por la gravedad.

k_m : Coeficiente global de pérdidas menores de la tubería seleccionada.

¹ También denominado “Ejecución del modelo”.

² Si bien la Conservación de Momentum también se cumple, éste principio no resulta de utilidad para la solución de los problemas típicamente estudiados en el sistema.

Para caracterizar las pérdidas por fricción, existen varias ecuaciones, dentro de las que se encuentra la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 3) en conjunto con la ecuación de Colebrooke-White (Ecuación 4), que tiene como ventajas, su deducción físicamente basada y consecuentemente su aplicabilidad a todos los casos que se llegan a presentar en una RIDAP. (e.g., flujo de agua a temperaturas cercanas a los 40°C).

$$h_f = f \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k_s}{3.7d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde:

h_f : Altura piezométrica que es disipada por la fricción del flujo con las paredes de la tubería y por la turbulencia del mismo.

f : Factor de fricción adimensional que relaciona las pérdidas por fricción con la altura piezométrica de velocidad, con el diámetro de la tubería y con la longitud de la misma.

l : Longitud de la tubería.

d : Diámetro real interno de la tubería.

k_s : Rugosidad absoluta del material de la tubería.

Re : Número de Reynolds del flujo que pasa por la tubería.

Teniendo en cuenta que el anterior principio aplica para todas las tuberías de la red, y dado que la energía en un nudo debe ser única, se puede plantear la Conservación de la Energía en redes de flujo presurizado de manera que para cada circuito cerrado de la red, la suma de las pérdidas por fricción y las pérdidas menores de todos sus tubos es igual a cero si se tiene en cuenta el signo de cada sumando dependiendo de la manera de recorrer el circuito.

Así, para simular el comportamiento hidráulico de una red de flujo presurizado se pueden plantear $NC + (NU - 1)$ ecuaciones, donde NC es el número de circuitos cerrados de la red, y NU es el número de nudos de la red (en donde se debe cumplir la Conservación de la Masa). Por otro lado, las incógnitas del procedimiento son el caudal en cada tubo de la red, y la altura piezométrica disponible en cada nudo de la misma. Sin embargo al conocer una de las respuestas hidráulicas (caudales en los tubos o alturas piezométricas en los nudos), es posible conocer la otra, utilizando las ecuaciones de fricción mostradas (Ecuación 3 y Ecuación 4).

De esta manera se pueden simplificar las incógnitas a NT (Número de tubos en la red), y es posible demostrar que, para cualquier red dada, el término $NC + (NU - 1)$ es exactamente igual a NT , y por lo tanto la simulación del modelo, consiste en la solución de un sistema de NT ecuaciones. Existen diferentes métodos de solución de estos sistemas, dentro de los que se

encuentra el Método del Gradiente (Todini & Pilati, 1987), el cuál ha sido implementado en diferentes programas de computador, tales como Epanet (Rossman, 2000) y Redes (CIACUA, 2006). Estos programas entregan la respuesta hidráulica del sistema (datos de salida), incluyendo las presiones en los nudos y, por lo tanto, los caudales emitidos por el aparato conectado.

2.2 Diseño del sistema

El problema de diseño de cualquier sistema, siempre puede ser dividido en dos problemas. El primero es la determinación de los escenarios para los que será diseñado el sistema (i.e., las configuraciones de datos de entrada para los que el sistema, al ser simulado, generará respuestas o datos de salida dentro de un rango aceptable para los usuarios del mismo). El segundo es un problema de optimización que consiste en determinar el valor de cada uno de los parámetros a diseñar del sistema, teniendo como restricciones el hecho de que para cada escenario establecido en el anterior problema, la simulación del sistema, debe generar datos de salida dentro de un rango aceptable, y con una función a minimizar que usualmente representa los costos constructivos y/o de operación, aunque también se llegan a incluir variables que representan la confiabilidad del sistema, el impacto ambiental del mismo y demás consideraciones propias de cada problema particular.

2.2.1 Determinación de los escenarios o condiciones de diseño³

Para el caso de diseño de RIDAPs, el primer problema ha sido ampliamente estudiado desde 1932 (Hunter, 1940) hasta la presente fecha, y ha generado diferentes metodologías de estimación de caudales de diseño, a partir de diferentes aproximaciones al problema.

Método de Hunter

Es un método que considera la percepción de que sólo pocos de los aparatos conectados a la RIDAP, operan de manera simultánea durante un cierto intervalo de tiempo. Así, define $P_{r,NU}$ como la probabilidad de que haya más de r aparatos encendidos en un sistema con NU aparatos totales. Esta probabilidad la calcula utilizando la Ecuación 5.

$$P_{r,NU} = \sum_{i=r+1}^{NU} \binom{NU}{i} p^i (1-p)^{NU-i} \quad \text{Ecuación 5}$$

³ Basado en: CIACUA (2011).

donde:

p : Probabilidad de un aparato de estar encendido.

Dado que la Ecuación 5 se basa en una acumulación de una Distribución Binomial, que representa una adición de ensayos Bernoulli con probabilidad de éxito p (probabilidad de estar encendido), es necesario estimar esta probabilidad de manera que sea constante para todos los aparatos de la red. Teniendo en cuenta ésta suposición, y el hecho de que cada aparato tiene un caudal promedio emitido diferente, el método estandariza los aparatos sanitarios más comunes respecto a un fluxómetro de uso público, asignando “Unidades” a cada aparato (Tabla 1), y definiendo un caudal de diseño para posible acumulación de dichas unidades en una RIDAP (Tabla 2).

Tabla 1. Asignación de unidades a cada aparato (Gonzalez, 2010).

Aparato	Tipo de uso	Tipo de suministro	Unidades de aparato		Total
			Agua caliente	Agua fría	
Sanitario	Público	Fluxómetro	-	10,00	10,00
Sanitario		Tanque	-	5,00	5,00
Orinal pedestal		Fluxómetro 1"	-	10,00	10,00
Orinal pared		Fluxómetro 3/4"	-	5,00	5,00
Lavamanos		-	1,50	1,50	2,00
Tina		-	3,00	3,00	4,00
Regadera ducha		Mezclador	3,00	3,00	4,00
Lavaplatos		Mezclador	3,00	3,00	4,00
Sanitario	Privado	Fluxómetro	-	6,00	6,00
Sanitario		Tanque	-	3,00	3,00
Lavamanos		Mezclador	0,75	0,75	1,00
Tina		Mezclador	1,50	1,50	2,00
Regadera ducha		Mezclador	1,50	1,50	2,00
Grupo de baño		Sanitario fluxómetro	2,25	6,75	8,00
Grupo de baño		Sanitario tanque	2,25	4,50	6,00
Lavaplatos		Mezclador	1,50	1,50	2,00
Lavadora		-	2,25	2,25	3,00

Tabla 2. Asignación del caudal de diseño para cada valor de las unidades (Granados Robayo, 2002).

Caudal		Unidades de aparato		Caudal		Unidades de aparato		Caudal		Unidades de aparato	
GPM	l/s	Tanque	Flujómetro	GPM	l/s	Tanque	Flujómetro	GPM	l/s	Tanque	Flujómetro
1	0,06	0	-	45	2,84	107	37	145	9,15	611	521
2	0,13	1	-	46	2,90	111	39	150	9,46	638	559
3	0,19	3	-	47	2,96	115	42	155	9,78	665	593
4	0,25	4	-	48	3,03	119	44	160	10,09	692	631
5	0,32	6	-	49	3,09	123	46	165	10,41	719	666
6	0,38	7	-	50	3,15	127	48	170	10,72	748	700
7	0,44	8	-	51	3,22	130	50	175	11,04	778	739
8	0,50	10	-	52	3,28	135	52	180	11,36	809	775
9	0,57	12	-	53	3,34	141	54	185	11,67	840	811
10	0,63	13	-	54	3,41	146	57	190	11,99	874	850
11	0,69	15	-	55	3,47	151	60	200	12,62	945	931
12	0,76	16	-	56	3,53	155	63	210	13,25	1018	1009
13	0,82	18	-	57	3,60	160	66	220	13,88	1091	1091
14	0,88	20	-	58	3,65	165	69	230	14,51	1173	1173
15	0,95	21	-	59	3,72	170	73	240	15,14	1254	1254
16	1,01	23	-	60	3,79	175	76	250	15,77	1335	1335
17	1,07	24	-	62	3,91	185	82	260	16,40	1418	1418
18	1,13	26	-	64	4,04	195	88	270	17,03	1500	1500
19	1,20	28	-	66	4,16	205	95	280	17,66	1583	1583
20	1,26	30	-	68	4,29	215	102	290	18,29	1668	1668
21	1,32	32	-	70	4,42	225	108	300	18,93	1755	1755
22	1,39	34	5	72	4,54	236	116	310	19,56	1845	1845
23	1,45	36	6	74	4,67	245	124	320	20,19	1926	1926
24	1,51	39	7	76	4,79	254	132	330	20,82	2018	2018
25	1,58	42	8	78	4,92	264	140	340	21,45	2110	2110
26	1,64	44	9	80	5,04	275	148	350	22,08	2204	2204
27	1,70	46	10	82	5,17	284	158	360	22,71	2298	2298
28	1,76	49	11	84	5,30	294	168	370	23,34	2388	2388
29	1,83	51	12	86	5,43	305	176	380	23,97	2480	2480
30	1,89	54	13	88	5,55	315	186	390	24,60	2575	2575
31	1,95	56	14	90	5,68	326	195	400	25,23	2670	2670
32	2,02	58	15	92	5,80	337	205	410	25,86	2765	2765
33	2,08	60	16	94	5,93	348	214	420	26,50	2862	2862
34	2,14	63	18	96	6,06	359	223	430	27,13	2960	2960
35	2,21	66	20	98	6,18	370	234	440	27,76	3060	3060
36	2,27	69	21	100	6,31	380	245	450	29,39	3150	3150
37	2,33	74	23	105	6,62	406	270	500	31,54	3620	3260
38	2,39	78	25	110	6,94	431	295	550	34,70	4070	4070
39	2,46	83	26	115	7,25	455	329	600	37,85	4480	4480
40	2,52	86	28	120	7,57	479	365	700	44,16	5380	5380
41	-	90	30	125	-	506	396	800	-	6280	6280
42	-	95	31	130	-	533	430	900	-	7280	7280
43	-	99	33	135	-	559	460	1000	-	8300	8300
44	-	103	35	140	-	585	490	1075	-	9000	9000

La determinación de ese caudal de diseño se basa en la suposición de que el escenario de diseño no debe ser superado en más del 1.0% del tiempo, y por lo tanto se plantea una igualdad entre la Ecuación 5 y dicha probabilidad aceptable de “falla”, de manera que se encuentra el número de aparatos encendidos que debe ser tenido en cuenta (r) para cumplir esa ecuación y por lo tanto para diseñar el sistema.

Método Británico

El Método Británico consiste en calcular el caudal máximo posible, entendido como la suma de los caudales emitidos promedio de cada aparato sanitario conectado a la RIDAP. Una vez conocido dicho caudal, se utiliza la Tabla 3 para encontrar el caudal de diseño y así se encuentra el escenario de diseño de cada tubería de la red.

Tabla 3. Asignación de caudales de diseño a partir de los caudales máximos posibles (García Sosa, 2001).

Caudal emitido promedio (L/min)	Caudal de diseño (L/min)	Caudal emitido promedio (L/min)	Caudal de diseño (L/min)
Hasta 12	100% del máximo posible	318,0	147,0
53,0	49,2	405,0	159,0
60,6	54,9	465,6	170,3
68,1	60,6	537,5	181,7
75,7	66,2	617,0	196,8
87,1	71,9	711,7	212,0
98,4	77,6	817,6	230,9
113,6	85,2	938,8	246,1
132,5	90,8	1082,8	268,8
151,4	98,4	1245,4	291,5
174,1	106,0	1430,9	321,8
200,6	113,6	1646,6	359,6
230,9	121,1	1892,7	393,7
268,8	128,7	Más de 1892,7	20% del máximo posible
306,3	140,1		

Existe una variante del Método Británico, denominada Método de Dawson y Bowman, que fue desarrollado en la Universidad de Wisconsin, y que tiene como única diferencia la asignación de caudales de diseño para pequeñas instalaciones hidráulicas ubicadas en edificaciones de tipo residencial.

Método alemán o de Raíz Cuadrada

Este método asignó un “factor de carga” a cada aparato sanitario existente en el momento de su desarrollo, representando así el comportamiento de la demanda típica de cada aparato, y su caudal emitido promedio. Dicho factor es unitario para el caso de una llave de 3/8”, cuyo caudal emitido promedio es de 0.25L/s, siendo éste caudal, el utilizado como caudal unitario base (Ecuación 6):

$$Q_{Diseño} = q_1 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N f_i \cdot n_i}$$

Ecuación 6

donde:

 $Q_{Diseño}$: Caudal de diseño de la tubería analizada.

q_1 : Caudal unitario base. Corresponde al caudal emitido promedio de una llave de 3/8" ($q_1 = 0.25L/s$).

f_i : Factor de carga de los aparatos de tipo i . Para una llave de 3/8" el factor de carga es unitario.

n_i : Número de aparatos de tipo i aguas abajo de la tubería analizada.

N : Número total de tipos de aparatos.

Método del Factor de Simultaneidad

El Método del Factor de Simultaneidad, calcula el caudal de diseño como el producto del caudal máximo posible, de nuevo entendido como la suma de los caudales emitidos promedio de cada aparato sanitario conectado a la RIDAP, y un factor de simultaneidad que es función del número de aparatos aguas abajo del tubo analizado (Ecuación 8).

$$Q_{Diseño} = K_1 \sum_{i=1}^N q_i \cdot n_i \quad \text{Ecuación 7}$$

donde:

K_1 : Factor de simultaneidad de la tubería analizada.

q_i : Caudal emitido promedio de los aparatos de tipo i .

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \quad \text{Ecuación 8}$$

donde:

n : Número total de aparatos sanitarios aguas abajo de la tubería analizada.

Este método tiene algunas recomendaciones de uso, dentro de las que se encuentra el valor mínimo de K_1 como 0.2. Además, existe una variante del método que incluye un segundo factor (K_2) función del número de viviendas aguas abajo del tubo analizado (Ecuación 9). Así, este factor es considerable, solo para tuberías por fuera de las RIDAPs de cada unidad residencial (Roca & Carratalá).

$$K_2 = \frac{N_{Res} + 19}{10 \cdot (N_{Res} - 1)} \quad \text{Ecuación 9}$$

donde:

K_2 : Factor de simultaneidad por varias residencias.

N_{Res} : Número de unidades residenciales aguas abajo del tubo analizado.



El principal problema de los anteriores métodos radica en su naturaleza sobre-simplificada y, en algunos casos, empírica, que se basa en mediciones hechas en sus periodos de desarrollo y que, por lo tanto, no se ajustan de manera aceptable a las condiciones actuales de las RIDAPs. Por otro lado, hacen algunas suposiciones un tanto fuertes de cumplir en el prototipo, dentro de las cuales se encuentra la aplicabilidad de sus observaciones a sistemas con diferentes condiciones socio-ambientales así como la representación de los aparatos sanitarios con un caudal promedio determinado con aparatos de la época. Así, los métodos anteriormente mencionados fueron pensados para una labor ingenieril considerablemente más limitada en términos de recursos computacionales que la actual, y por lo tanto se considera conveniente una reevaluación de este aspecto del diseño a la luz de los recursos disponibles en la actualidad.

Métodos basados en modelos modernos

Buchberger & Wu (1995) y Buchberger & Wells (1996) presentaron un modelo para simular la demanda de agua en edificaciones residenciales, con base en Pulsos Rectangulares de Poisson (PRP). Si bien el objetivo original de estas investigaciones, y de muchas otras que le siguieron (ver Sección 2.3), era desarrollar un modelo que estimara los caudales que se están demandando en cada nudo de la RDAP en cada instante de tiempo para así predecir de manera más precisa el comportamiento de la calidad del agua, es posible hacer uso de estos métodos para encontrar uno o varios escenarios de demanda a tener en cuenta en el procedimiento de diseño de las RIDAPs (e.g., CIACUA, 2011).

Método propuesto por Acero (2009)

Acero en su investigación propone un método de diseño de RIDAPs que incluye un paso de determinación de las condiciones de diseño del sistema. Dicho paso, según la investigación, se basa en *combinaciones*, que no son más que posibles escenarios de demanda que deben ser determinados por el ingeniero diseñador con base en su experiencia y juicio. Así, para cada escenario, realiza el procedimiento de diseño (determinación del valor de los parámetros) utilizando una metodología similar a la descrita en la Sección 2.2.2, para después tomar como valores definitivos de los parámetros de diseño los valores máximos de todos los escenarios (valores envolventes).

Sin embargo la escogencia de los escenarios de diseño depende del criterio del diseñador, y por lo tanto un mismo sistema puede resultar con dos diseños diferentes, dependiendo de la experiencia y el juicio del ingeniero diseñador. Además el número de escenarios necesarios para diseñar una red de una edificación de tamaño medio o grande puede resultar considerablemente alto, haciendo difícil la aplicación correcta por parte del diseñador. Por lo tanto dicho método sólo es recomendado para una posterior comprobación de diseño en donde se verifiquen escenarios de demanda determinados por el diseñador según su criterio.

2.2.2 Determinación del valor de los parámetros.

La determinación del valor de los parámetros de un sistema, es el procedimiento mediante el cual se asigna un valor a cada parámetro “diseñable” del sistema, de manera que al simular su respuesta a los datos de entrada determinados en el paso anterior, se llega a comportamientos aceptables para cada dato de salida. Sin embargo en la mayoría de los casos existen muchas configuraciones de valores de los parámetros que cumplen con esas restricciones, por lo que este procedimiento incluye la búsqueda de aquella solución que optimiza una función objetivo.

En el caso de redes de distribución de agua con flujo presurizado (tanto RDAPs como RIDAPs) los parámetros a determinar en el diseño son los diámetros reales internos de las tuberías de la red y el material que se utilizará para éstas (usualmente se predefine de acuerdo con la disponibilidad de materiales en el mercado). Las restricciones, por otro lado, incluyen presiones en los nudos, velocidades en las tuberías, y para el caso específico de las RIDAPs, también se incluyen caudales mínimos y máximos en cada nudo de la red. Como función objetivo en RDAPs se han utilizado funciones relacionadas con el costo constructivo de la red así como con la confiabilidad del sistema, de manera que se han desarrollado diferentes metodologías, incluyendo algunas que acoplan heurísticas al diseño, para optimizar esa función logrando que el sistema diseñado cumpla con las restricciones y que a la vez minimice los costos constructivos y/o maximice la confiabilidad del sistema (minimizar la probabilidad de falla). En el caso de las RIDAPs, este procedimiento de optimización no presenta antecedentes en la literatura, y muy seguramente en el ejercicio profesional se toma como solución al problema, la primera configuración de valores de los parámetros que cumple con todas las restricciones, de manera que no se minimizan costos constructivos, ni se maximiza la confiabilidad.

Sin embargo CIACUA (2011), hace una aproximación novedosa al problema de diseño de RIDAPs, al definir los mismos parámetros a diseñar y las mismas restricciones, pero adicionando una función objetivo que representa los costos constructivos de la red. Esta función es tomada de estudios realizados para RDAPs donde sí existe dicha función y su forma típica es:

$$C_{Total} = \sum_{i=1}^{NT} K \cdot L_i \cdot D_i^x$$

Ecuación 10

donde:

C_{Total} : Costo constructivo total de la red.

L_i : Longitud de la i -ésima tubería de la red.

D_i : Diámetro de la i -ésima tubería de la red.

K, x : Parámetros de la función de costos.

Para minimizar la función descrita por la Ecuación 10, CIACUA utiliza los resultados de I-Pai Wu (1975) en donde se encuentra que una manera rápida y efectiva para realizar esta tarea consiste en predefinir la superficie de presiones⁴ de la red, generando una superficie objetivo, de manera que al diseñar cada tubería por separado se llegue a un sistema que, cuando es simulado con los datos de entrada de diseño, genera dicha superficie de presiones. Según I-Pai Wu el diseño óptimo no difiere considerablemente del diseño al que se llega si se utiliza una superficie de presiones plana, definida para cada trayectoria de una RIDAP a partir de la siguiente ecuación:

$$LGH_X = \left(\frac{LGH_{Min} - LGH_{Max}}{L_{Tot}} \right) \cdot X + LGH_{Max} \quad \text{Ecuación 11}$$

donde:

LGH_X : Línea de gradiente hidráulico⁵ (LGH) evaluada en X .

LGH_{Max} : Máximo valor de la LGH para esa trayectoria. Dada la forma abierta de las RIDAPs, y la ausencia de bombas dentro de ésta, LGH_{Max} es igual a la altura piezométrica en la conexión de la RIDAP con el sistema de acueducto o a la altura piezométrica aguas abajo de la bomba que conecta la RIDAP con la RDAP.

LGH_{Min} : Mínimo valor de la LGH para esa trayectoria. Este valor corresponde a la mínima altura piezométrica aceptable en el nudo final de la trayectoria (el más aguas abajo), y se determina a partir de los requisitos de los aparatos conectados en ese nudo.

L_{Tot} : Longitud de la trayectoria a la cual pertenece el punto analizado. Se calcula como la distancia topológica entre la conexión de la RIDAP a la RDAP y el nudo final de la trayectoria.

X : Distancia topológica entre la conexión de la RIDAP a la RDAP y el punto en donde se quiere calcular la LGH objetivo.

De esta manera CIACUA calcula la superficie objetivo para cada nudo de la red utilizando la Ecuación 11, y conociendo los caudales de diseño a partir de una metodología moderna de Determinación de los escenarios de diseño (ver Sección 2.3.4), puede calcular los diámetros internos reales de cada tubería de la red, de manera que se minimiza en buena medida el costo constructivo de la misma.

Sin embargo la deducción de I Pai Wu (1975), se basa en un sistema de tuberías en serie con flujo presurizado, que tiene como principal característica una longitud uniforme de todos sus

⁴ Es la superficie que representa la cabeza hidráulica total en cada punto de la red. Se calcula como la suma de la altura piezométrica de velocidad, de presión y la elevación de dicho punto.

⁵ Es la línea perteneciente a la superficie de presiones, correspondiente a los valores de cada punto sobre una trayectoria dada, en este caso una rama de la red.

tubos, y un caudal de demanda uniforme en todos sus nudos. Esas condiciones son típicamente encontradas en redes de riego de alta frecuencia, pero no en una RIDAP o en una RDAP, por lo que es posible que el diseño óptimo difiera de manera considerable del diseño encontrado utilizando la aproximación de CIACUA (2011), para el caso de RIDAPs.

De esta manera, se debe considerar la fórmula completa de I Pai Wu (1975), para esa línea de gradiente hidráulico objetivo correspondiente a la superficie de presiones objetivo evaluada en una trayectoria única con forma topológicamente similar a la de una tubería en serie, caracterizada como una ecuación cuadrática con una función descrita por la Ecuación 12 que puede verse representada en la Figura 1, y así utilizar resultados de estudios posteriores a I Pai Wu acerca de esa línea de gradiente hidráulico objetivo que minimiza los costos constructivos (e.g., Villalba, 2004; Ochoa, 2009).

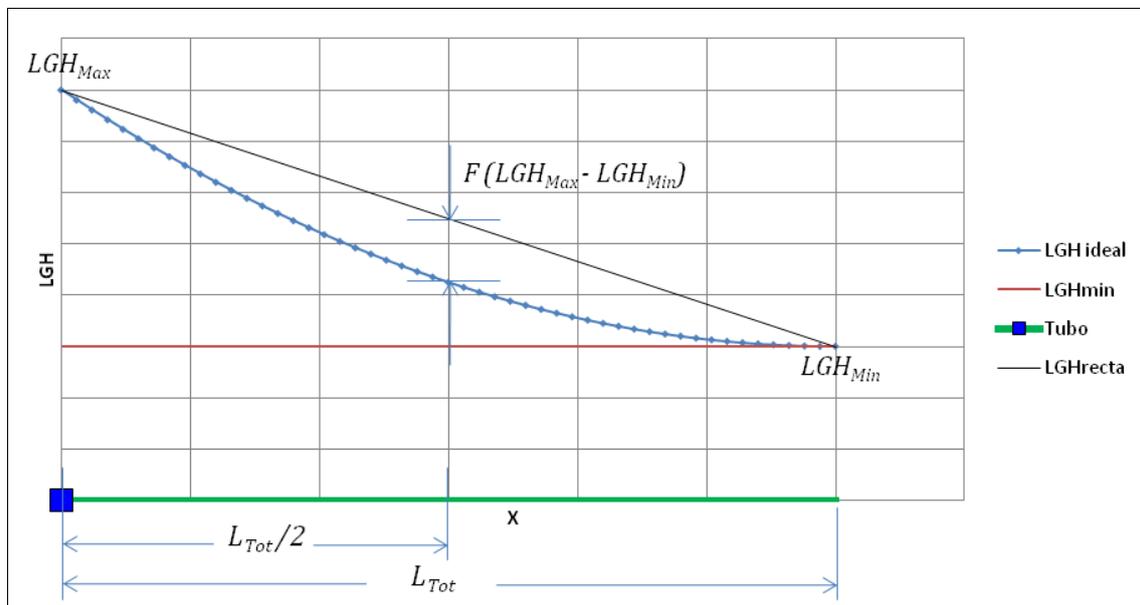


Figura 1. Esquema de asignación de Altura Piezométrica según una ecuación cuadrática.

Es importante notar que la Ecuación 12, y la posterior descripción de sus variables es aplicable para cualquier sistema de tuberías en serie, incluyendo las trayectorias que se generan en una RIDAP.

$$LGH_x = 4 \cdot F \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})^2} \cdot X^2 - (1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})} \cdot X + LGH_{Max} \quad \text{Ecuación 12}$$

donde:

LGH_x : Línea de gradiente hidráulico (LGH) evaluada en el punto X medido desde la entrada del sistema.

LGH_{Max} : Máximo valor de la LGH para esa trayectoria analizada. Corresponde con la altura piezométrica disponible en la entrada del sistema.



LGH_{Min} : Mínimo valor de la LGH para esa trayectoria. Este valor corresponde a la mínima altura piezométrica aceptable en el nudo final de la trayectoria (el de más aguas abajo).

L_{Tot} : Longitud total de la trayectoria a la cual pertenece el punto analizado. Se calcula como la distancia topológica entre la entrada del sistema y el nudo final de la rama.

F : Flecha de la ecuación cuadrática de LGH. Representa la diferencia de alturas piezométricas entre una LGH recta calculada con la Ecuación 11, y la que se desea calcular con la Ecuación 12, escrita de manera porcentual respecto a la diferencia entre la LHM_{Max} y la LGH_{Min} . Se considera positiva si el valor calculado con la ecuación cuadrática es menor que el calculado con la ecuación lineal, y negativa en caso contrario.

X : Distancia topológica entre la conexión de la RIDAP a la RDAP y el punto en donde se quiere calcular la LGH objetivo.

A diferencia de la Ecuación 11, la Ecuación 12 tiene un grado de libertad representado por la variable F , que implica que existe una variable que debe ser ajustada por el diseñador para buscar un diseño que minimice la función objetivo. I Pai Wu (1975) encuentra que, para sistemas de tuberías en serie con longitudes de tubos uniformes y con caudales demandados en los nudos también uniformes, ese valor óptimo es $F = 0.15 = 15\%$. Por otro lado, Ochoa (2009) sugiere un procedimiento de cálculo del valor de F óptimo a partir de las características de la demanda de agua a lo largo del sistema. Sin embargo en ninguna de las dos investigaciones se encuentra un estudio del dominio de la variable F para el que la función $LGH(X, F)$ genera valores físicamente posibles, por lo que dicho análisis se presenta a continuación, a fin de hacer uso de los resultados en un futuro método de diseño de RIDAPs:

Análisis del dominio de F y de X

El dominio de una función es el conjunto de valores que pueden tomar las variables independientes de manera que la función pueda ser evaluada. Dado que la función descrita por la Ecuación 12 tiene como variable independiente a X , pero tiene como parámetro para su cálculo la variable F , que es independiente de X , ésta puede ser entendida como otra variable independiente, haciendo que la función de asignación de línea de gradiente hidráulico objetivo sea una función con dos variables independientes $LGH(X, F)$.

Por un lado el dominio de X , entendido como el conjunto de valores de la variable para los que es posible calcular la función, es fácilmente identificable como:

$$Dom[X] = [0, L_{Tot}]$$

Ecuación 13

Teniendo en cuenta que, si bien la función cuadrática puede ser evaluada para cualquier valor real de X , sólo para aquellos valores que pertenezcan al sistema de tuberías en serie de longitud L_{Tot} , dicha función tendría sentido físico.

Por otro lado el dominio de F requiere un análisis un poco más complejo, que tiene como principal consideración la conservación de la energía a lo largo del sistema. Así, el valor de F nunca debe implicar una ganancia de energía del flujo, dado que ello es físicamente imposible en los sistemas analizados (series de tuberías sin bombas o elementos de aumento de la altura piezométrica), y de hecho no puede siquiera implicar una energía constante del flujo, dado que el transporte a lo largo de la tubería siempre generará pérdidas de energía por fricción.

De esta manera si se considera un sistema compuesto por tuberías de longitud diferencial como la mostrada en la Figura 2, el dominio de F serán todos los valores de la variable que no implican una pendiente de la LGH positiva o cero para ningún valor de $X \in [0, L_{Tot}]$.

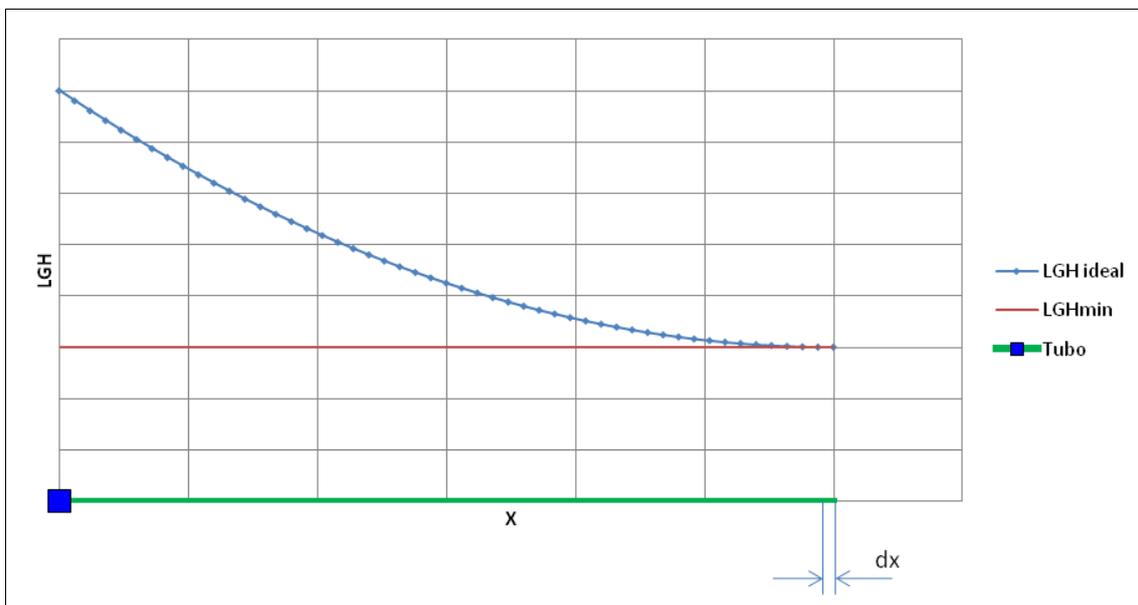


Figura 2. Sistema de tuberías en serie con longitudes diferenciales.

La anterior consideración puede ser expresada con la siguiente expresión:

$$\left. \frac{dLGH_X}{dX} \right|_{X \in [0, L_{Tot}]} > 0$$

que tiene como casos críticos $X = 0$ y $X = L_{Tot}$. Así, el valor máximo de F para este sistema puede ser calculado como (la demostración completa se encuentra en el Anexo 11.1):

$$\text{solve} \left(\left. \frac{dLGH_X}{dX} \right|_{X=L_{Tot}} = 0, F \right)$$

$$\rightarrow F_{Max} = 0.25$$

Ecuación 14

Similarmente se puede plantear la desigualdad para $X = 0$, llegando a:

$$\rightarrow F_{Min} = -0.25 \quad \text{Ecuación 15}$$

Lo que implica que el dominio de F para el sistema de tuberías en serie con longitudes diferenciales es el descrito por la Ecuación 29:

$$Dom[F] = (-0.25, 0.25) \quad \text{Ecuación 16}$$

Sin embargo cuando se considera que el sistema no está compuesto por tuberías de longitud diferencial, sino de hecho por tuberías de longitud real y conocida, se puede presentar el caso mostrado en la Figura 3, en donde existe un rango para el que se viola la LGH mínima y más grave aún, un rango para el que se viola la conservación de energía (rango en donde la LGH tiene pendiente positiva), pero sin embargo el procedimiento tendría sentido físico y podría ser implementado teniendo en cuenta que el algoritmo sólo asigna LGH a los nudos del sistema y no a toda la longitud del mismo, por lo que el sistema mostrado en la Figura 3, podría ser perfectamente diseñado cuando se asignara la LGH mínima al último y al penúltimo nudo del sistema. Así, si se considera que la última tubería tiene longitud l_{fin} , el valor máximo de F se calcularía a partir de la Ecuación 18.

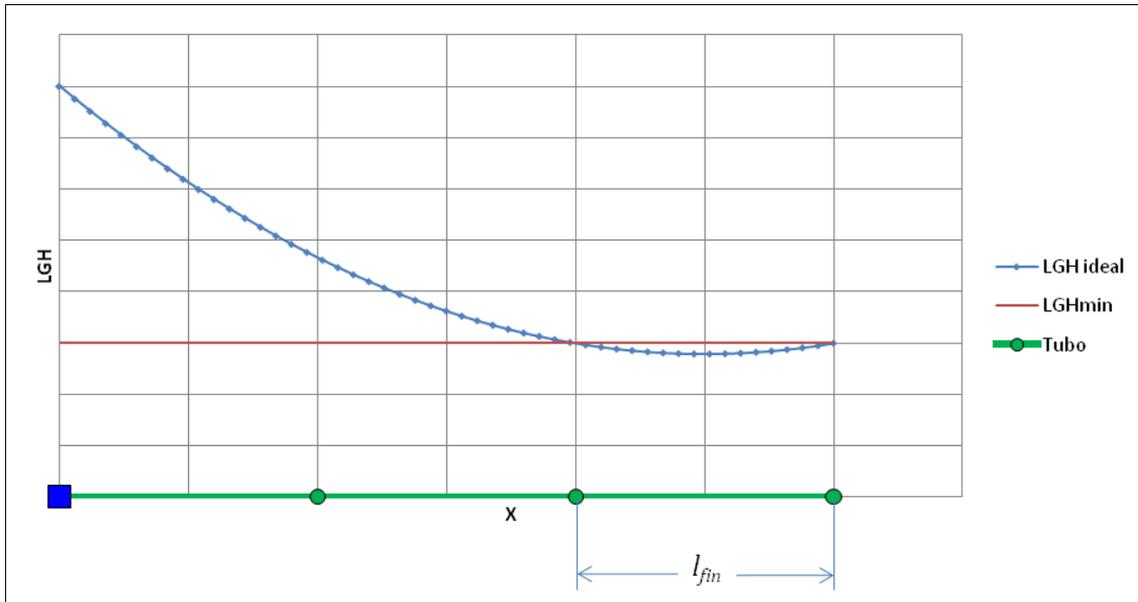


Figura 3. Sistema de tuberías en serie con longitud conocida.

La evaluación de la LGH para el último y el penúltimo nudo, en el caso crítico, daría como resultado LGH_{Min} y por lo tanto la diferencia entre las dos expresiones sería cero tal y como se muestra a continuación (la demostración completa se encuentra en el Anexo 11.1):

$$solve \left(LGH_{X=L_{Tot}-l_{fin}} - LGH_{X=L_{Tot}} = 0, \quad F \right) \quad \text{Ecuación 17}$$

$$\rightarrow F_{Max} = \frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{fin})} \quad \text{Ecuación 18}$$

Similarmente al caso de las tuberías diferenciales, el cálculo de F_{Min} consiste en plantear la misma expresión anterior, pero considerando que la LGH se debe evaluar en el primer y en el segundo tubo, de manera que, si la longitud de la primera tubería del sistema es l_{inicio} , entonces se tiene que:

$$\rightarrow F_{Min} = -\frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{inicio})} \quad \text{Ecuación 19}$$

Lo que implica que el dominio de F para el sistema de tuberías en serie con longitudes no diferenciales y conocidas es el descrito por la Ecuación 20:

$$Dom[F] = \left(-\frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{inicio})}, \frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{fin})} \right) \quad \text{Ecuación 20}$$

Tanto para la deducción de la Ecuación 16 como para la deducción de la Ecuación 20, las diferencias de LGH se han igualado a cero, indicando que el caso crítico es aquel en el que se asigna cero altura piezométrica disponible al tubo más aguas abajo o más aguas arriba. Dicha deducción igualando a cero, es la que genera que los intervalos de dominio de F sean abiertos, indicando que los valores allí escritos son valores *Minorantes* y *Mayorantes*, pero no *Minimales* ni *Maximales*. Es decir que F nunca puede ser exactamente igual a ninguno de estos valores, porque implicaría cero altura piezométrica disponible para mover el flujo, y por lo tanto se requeriría un diámetro real interno infinito (ver Ecuación 3).

De esta manera, si se desea considerar que el rango de valores del diámetro, en un caso real, tiene un máximo, la expresión de la Ecuación 17 no se debe igualar a cero, sino a una altura piezométrica disponible mínima necesaria para mover el flujo. Teniendo en cuenta la Ecuación 3, el flujo requerirá menos altura piezométrica para su movimiento mientras más grande sea el diámetro real interno, de manera que si D_{Max} es el máximo diámetro disponible en el mercado, y Q_{fin} en el caudal demandado en el último nudo del sistema, entonces la mínima altura piezométrica requerida para mover el flujo por la última tubería será:

$$(h_f + h_m)_{D_{Max}} = \left(f \cdot \frac{l_{fin}}{D_{max}} + \sum k_m \right) \cdot \frac{8(Q_{fin})^2}{\pi^2 \cdot (D_{max})^4 \cdot g} \quad \text{Ecuación 21}$$

De manera que se tendrá una condición crítica como la mostrada en la Figura 4:

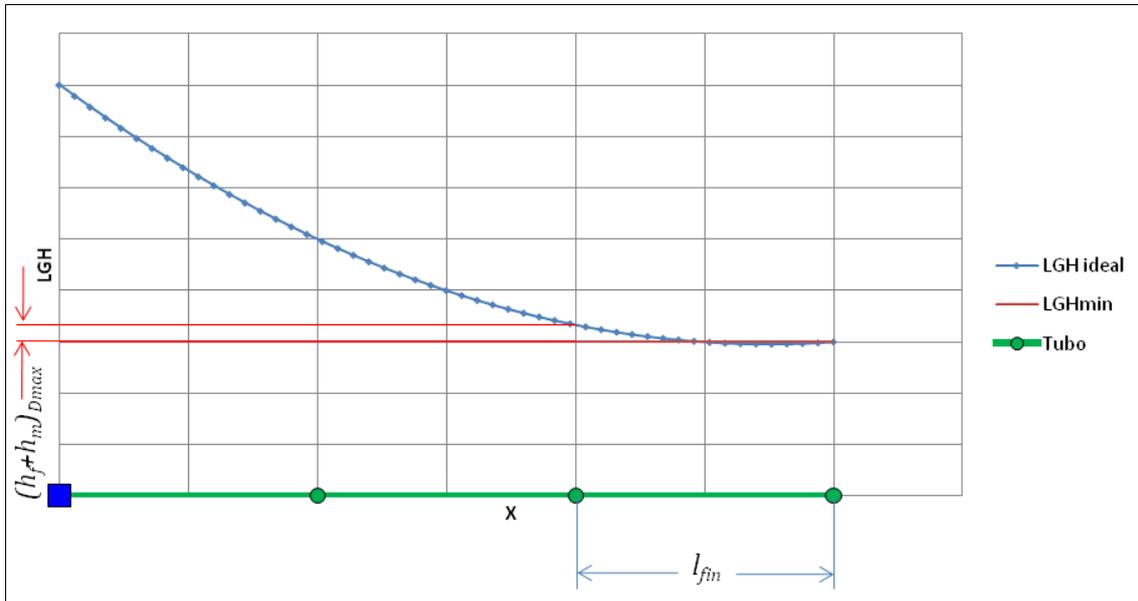


Figura 4. Sistema de tuberías en serie con longitud conocida y con diámetro máximo.

Planteando las ecuaciones para el cálculo de F_{Max} en el caso de un sistema de tuberías en serie con longitud conocida y con diámetro máximo, se tendría que (la demostración completa se encuentra en el Anexo 11.1):

$$\begin{aligned}
 & \text{solve} \left(LGH_{X=L_{Tot}-l_{fin}} - LGH_{X=L_{Tot}} = (h_f + h_m)_{D_{Max}} , \quad F \right) \\
 \rightarrow F_{Max} &= \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{fin} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{fin} \cdot (l_{fin} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})} \quad \text{Ecuación 22}
 \end{aligned}$$

Y haciendo un análisis análogo para la primera tubería se llegaría a la Ecuación 23, suponiendo que $(h_f + h_m)_{D_{Max}}$ ahora es calculado con Q_{Total} en vez de Q_{fin} , donde Q_{Total} es el caudal total demandado en el sistema y que por lo tanto tendrá que pasar por la primera tubería:

$$\rightarrow F_{Min} = - \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{inicio} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{inicio} \cdot (l_{inicio} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})} \quad \text{Ecuación 23}$$

Lo que implica que el dominio de F para el sistema de tuberías en serie con longitudes no diferenciales y conocidas y con diámetro máximo disponible es el descrito por la Ecuación 24:

$$Dom[F] = \left[\frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{inicio} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{inicio} \cdot (l_{inicio} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})}, \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{fin} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{fin} \cdot (l_{fin} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})} \right], \quad \text{Ecuación 24}$$

En la Ecuación 24 se puede notar que el intervalo dominio de la variable F se encuentra descrito como un intervalo cerrado, indicando que para este caso los valores que definen el intervalo son valores *Minorantes* y *Mayorantes*, y a la vez *Minimales* y *Maximales* de manera que la variable F puede ser inclusive exactamente igual a dichos valores, y aun así la función $LGH(X, F)$ estará definida y tendrá sentido físico para su uso en el diseño de las tuberías.

De esta manera se tienen tres conjuntos de dominio de F (Ecuación 16, Ecuación 20 y Ecuación 24) que describen, dependiendo del sistema a considerar, el espacio de búsqueda de ese valor óptimo de F para el que el diseño de la tubería en serie minimizará los costos constructivos asociados. Es decir que en el caso de la determinación de los valores de los parámetros de una RIDAP, una buena política sería realizar el procedimiento de diseño sugerido por I Pai Wu (1975) para tuberías en serie y extendido a redes abiertas y cerradas por VILLALBA (2004) y OCHOA (2009), pero recorriendo todo el dominio de F , hasta encontrar la solución de menor costo.

2.3 Estimación de la demanda en el sistema con métodos modernos

Una de las ramas de investigación relativa a RDAPs se encarga de estimar el comportamiento de la demanda de dichos sistemas, para tener valores de demanda en cada nudo de la red más ajustados a lo que ocurre en el prototipo, a fin de simular el comportamiento hidráulico típico de la red y así poder simular el comportamiento de la calidad del agua en términos de concentraciones de diferentes sustancias, formación y desprendimiento de películas en las tuberías y demás aspectos importantes para asegurar una potabilidad del agua entregada. Teniendo en cuenta dicho objetivo, se han desarrollado metodologías para describir y predecir la demanda en cada nudo de la red, y como resultado se ha llegado, en algunos casos, a metodologías que sirven para estimar la demanda en RIDAPs.

2.3.1 Modelo de PRP (Poisson Rectangular Pulses)

El modelo de Pulsos Rectangulares de Poisson fue propuesto por Buchberger & Wu (1995) y toma como base la teoría de colas cuyo uso más conocido es en la descripción de la dinámica de un sistema de atención de llamadas (callcenter).

Teoría de colas

La teoría de colas busca analizar la dinámica de sistemas donde ciertas entidades llegan con una distribución de probabilidad dada, y buscan ser atendidas por un cierto número de servidores que tardan un tiempo aleatorio en atender a cada entidad, de manera que se generan filas o colas de entidades esperando para ser atendidas por los servidores. Un sistema de formación de colas queda completamente definido si se conocen cuatro características principales del sistema y dos características de la población a la que atiende:

A : Función de probabilidad del tiempo entre llegadas de las entidades que esperan ser atendidas al sistema.

B : Función de probabilidad del tiempo de atención o servicio por parte de los servidores del sistema.

C : Número de servidores en el sistema.

D : Disciplina de la fila. Se refiere a la manera como se selecciona la entidad que será servida dentro del conjunto de entidades en espera, una vez se desocupe un servidor.

E : Capacidad del sistema. Se refiere al número máximo de entidades que puede haber dentro del sistema, incluyendo las entidades que están siendo servidas y las entidades que están en cola.

F : Tamaño de la población de la cual provienen las entidades que esperan ser atendidas.

De esta manera surgió la notación de Kendall-Lee-Taha usualmente conocida como la notación de Kendall, en la cual cada sistema tiene asignada una cadena de caracteres como se muestra a continuación:

$$A/B/C/D/E/F$$

Ecuación 25

donde cada letra corresponde con la descripción hecha anteriormente, y existen una serie de códigos asignados a valores específicos de cada característica:

- Los valores relacionados con distribuciones de probabilidad (*A*, *B*) pueden tomar alguno de los siguientes valores (CIACUA, 2011):



M : Distribución exponencial. (Se asigna una M para entender el proceso como Markoviano).

E_k : Distribución Erlang con k fases.

H_k : Distribución hiperexponencial con k fases.

C_k : Distribución Cox con k fases.

D : Distribución determinística.

G : Distribución general. Se refiere a una distribución de probabilidad cualquiera.

GI : Distribución general con tiempos entre llegadas independientes.

- Los valores numéricos (C, E, F) toman valores enteros positivos, o infinito (∞) entendido como un valor suficientemente grande en comparación con las demás variables del análisis.
- La disciplina de la fila (D) puede tomar alguno de los siguientes valores:

$FIFO$: Las entidades son atendidas de acuerdo con el orden de llegada. (First In First Out).

$LIFO$: Las entidades son atendidas de manera inversa al orden de llegada. (Last In First Out).

$SIRO$: Las entidades son atendidas en un orden aleatorio. (Service In Random Order).

GD : La disciplina de la fila es general. Se refiere a una disciplina de fila cualquiera. (General Discipline).

Así, existen soluciones analíticas a una serie de posibles sistemas, y soluciones numéricas para otros cuantos. La solución de un sistema de colas, consiste en calcular el valor de una serie de medidas de desempeño dentro de las que se encuentran la utilización promedio del sistema, el número de entidades en el sistema en estado estable⁶, el tiempo promedio de estadía de una entidad en el sistema en estado estable, y la probabilidad de tener i entidades en el sistema en estado estable (π_i). La solución de un gran número de estos sistemas se basa en la utilización de Cadenas de Markov, que es una herramienta que permite calcular cada π_i suponiendo que el sistema es un proceso de nacimiento y muerte, y las distribuciones del tiempo entre llegadas y del tiempo de servicio son exponenciales.

⁶ Se entiende que un sistema está en estado estable si el valor de cada medida de desempeño no varía con el paso del tiempo. Para su cálculo se calcula el límite de la medida de desempeño instantánea cuando el tiempo tiende a infinito.

Modelo $M/M/m/GD/m/\infty$

Buchberger & Wu (1995), propusieron este modelo, también denominado sistema de pérdidas Erlang (Erlang's loss system), para caracterizar la demanda de agua en una RIDAP correspondiente a una única vivienda. Para ello define los aparatos sanitarios como servidores, de manera que el tiempo de servicio corresponde con el tiempo de uso del aparato, y los residentes de la vivienda como entidades que entran al sistema para ser "atendidos" por los servidores.

De la notación, se puede deducir que tanto el tiempo entre llegadas de las personas (o de sus necesidades) como el tiempo de servicio (o de uso) de cada aparato se distribuyen exponencialmente, indicando que éstas siguen un proceso de Poisson con tasa igual al inverso del valor esperado del tiempo:

$$\lambda = \frac{1}{E[\text{Tiempo entre llegadas}]} \quad \text{Ecuación 26}$$

$$\mu = \frac{1}{E[\text{Tiempo de servicio de los servidores}]} \quad \text{Ecuación 27}$$

Donde:

λ : Tasa de llegada de las personas al sistema. Corresponde al parámetro de la distribución de Poisson que describe las llegadas.

μ : Tasa de servicio de los servidores. Corresponde al parámetro de la distribución de Poisson que describe el servicio.

Además se deduce que el sistema está compuesto por m aparatos sanitarios, que la disciplina de la cola no es de incumbencia, que el sistema tiene una capacidad máxima de m personas, y que la población se considera infinita. De lo anterior es significativo el hecho de que la capacidad del sistema coincide con el número de servidores en el mismo, indicando que si una persona llega al sistema y nota que todos los aparatos sanitarios están siendo utilizados, no hace ningún tipo de fila (dado que ya hay m personas en el sistema y no hay capacidad para nadie más), y por lo tanto se "pierde" esa llegada, (de donde sale el nombre de Sistema de Pérdidas de Erlang).

En su investigación, Buchberger & Wu (1995), aplican la solución encontrada por Erlang para la solución del sistema, implicando que suponen, además de lo ya expuesto, que la tasa de llegada de personas es independiente del número de personas en el sistema, que el tiempo de servicio de todos los servidores es independiente e idénticamente distribuido para todos y que la necesidad de un usuario puede ser satisfecha por cualquiera de los servidores (aparatos). Como resultado del proceso encuentran la probabilidad de que haya i aparatos encendidos al tiempo en la vivienda, y a continuación presentan una aproximación a la distribución de probabilidad de la intensidad de cada uso de un aparato, entendido como el caudal emitido en el momento en que hay una persona en él. Para dicho resultado, de nuevo se supone que la

intensidad de los usos de los aparatos es independiente e idénticamente distribuida para todos los usos.

Como se puede notar, la metodología planteada por Buchberger & Wu (1995) se basa en una serie de suposiciones que hacen que el modelo no se ajuste de manera suficiente al comportamiento que se desea simular, dado su difícil cumplimiento en las condiciones reales del prototipo. Si bien en el resto del documento Buchberger & Wu, presentan otros modelos para un nivel de agregación mayor, para el caso de la estimación de demanda en RIDAPs, sólo el modelo acá expuesto busca cumplir con este fin.

2.3.2 Modelo de NSRP (Neyman-Scott Rectangular Pulses)

Alcocer-Yamanaka et Al. (2008), presentan un modelo un tanto diferente del propuesto por Buchberger & Wu (1995), al suponer la frecuencia de llegadas como un proceso de Neyman-Scott. Este modelo presenta una ventaja significativa al permitir diferentes intervalos de tiempo para su obtención, por lo que la estimación de sus parámetros resulta más fácil y robusta. Sin embargo, y al igual que las demás investigaciones presentadas en esta sección, su objetivo es estimar la demanda en un nudo de una RDAP que representa la demanda en una cuadra o sector de edificaciones residenciales, y no en una única vivienda.

2.3.3 Modelo estocástico de uso último (stochastic end-use model)

Blokker & Vreeburg (2005) presentan un modelo completamente diferente a las aproximaciones hasta el momento desarrolladas por los investigadores, al proponer una estimación de los caudales de demanda en los nudos de una RDAP basada en conocimiento del uso último del agua. Para ello utiliza mediciones hechas por diferentes encuestas y mediciones realizadas en Holanda (e.g., Foekema & Engelsman, 2001) que le permiten definir ocho posibles usos últimos, los cuales coinciden con los aparatos utilizados para ello, así como las funciones de densidad de probabilidad de su frecuencia, duración e intensidad (caudal emitido) (Ver Tabla 4).

Tabla 4. Frecuencia, duración e intensidad para los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Holanda. (Blokker, 2006, 2010a y 2010b).

End-use type / subtype		Frequency (day ⁻¹)		Duration		Intensity (L/s)	
		μ	pdf	μ	pdf	μ	pdf
Bathtub	120 litres	0.044	Poisson	10 min	N.A. (fixed)	0.200	N.A. (fixed)
Bathroom tap	Washing and shaving	4.1	Poisson	40 s	Log-normal	0.042	Uniform
	Brushing teeth			15 s			
Dish washer	Brand and type	0.3	Poisson	Specific dishwashing pattern (4 cycles of water entering, total 84 seconds, 0.167 L/sec = 14 L)			
Kitchen tap	Consumption	12.6 [*]	Negative binomial (r = 3, p = 0.192)	16 s	Log-normal	0.083	Uniform
	Doing dishes			48 s		0.125	
	Washing hands			15 s		0.083	
	Other			37 s		0.083	
Outside tap	Garden	0.44	Poisson	300 s	Log-normal	0.1	Uniform
	Other			15 s			
Shower	Normal	0.7	Binomial	8.5 min [†]	χ^2	0.142 [‡]	N.A. (fixed)
	Water saving type					0.123	
Washing machine	Brand and type	0.3	Poisson	Specific washing pattern (4 cycles of water entering, total 5 minutes, 0.167 L/sec = 50 L)			
WC	6-litre cistern	6.0	Poisson	2.4 min [§]	N.A. (fixed)	0.042	N.A. (fixed)
	9-litre cistern			3.6 min			

^{*} the frequency for the kitchen tap is per household per day.
[†] shower duration has an age dependency; children and teens take longer showers.
[‡] the shower intensity depends on the type of water heater.
[§] with a water saving option the duration is reduced to 50% of the original value.

En sus posteriores investigaciones (Blokker, 2006; Blokker, 2010a; Blokker, 2010b; Blokker et Al., 2010; Blokker et Al., 2011) desarrollan y muestran un software denominado SIMDEUM (Simulation of water demand, an end-use model) desarrollado en MATLAB, cuyo principal objetivo es generar simulaciones de los caudales a lo largo del día que serán demandados en un sector de una zona urbana con unas características específicas. Sin embargo, para ello hace uso de una serie de mediciones que resultan de gran utilidad a la hora de analizar la demanda en RIDAPs, tales como patrones diarios de consumo de agua y comportamiento humano.

En la Tabla 4, Blokker logra asignar a cada uso último una distribución de probabilidad para la frecuencia de uso, para la duración de uso y para la intensidad de uso (caudal emitido). Esta tabla resulta de mediciones realizadas en zonas residenciales de Holanda, y tiene como ventaja respecto a las demás metodologías de estimación de demandas, el hecho de que estas mediciones no dependen significativamente de la ubicación geográfica del sistema, como se puede ver en la Tabla 5, medida en Milford, Ohio, en donde los parámetros de las distribuciones y las mismas distribuciones no presentan diferencias significativas respecto a las medidas en Holanda. Ello resulta muy conveniente a la hora de predecir la demanda de agua

en un escenario hipotético, dado que no requiere de mediciones en el prototipo para caracterizar la demanda (cosa que si ocurre con los otros modelos, que presentan variaciones significativas entre sistemas, de acuerdo con su ubicación geográfica). Además Blokker et Al. (2011), muestran cómo utilizar el mismo modelo para la caracterización y posible predicción de demandas en zonas no residenciales a partir de una recolección de datos muy similar a la hecha para zonas residenciales.

Tabla 5. Frecuencia, duración e intensidad para siete de los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Milford, Ohio. (Blokker, 2010a).

Fixture / end-use type	Penetration rate [*] (%)		Frequency (day ⁻¹)		Duration		Intensity (L/s)		
	tap	end use	μ	pdf	μ	pdf	μ	pdf	
Bath (120 liter)	100	100	0.13	Poisson	10 min	N.A.	0.200	N.A.	
Bathroom tap	Washing and shaving	33	4.10	Poisson	40 s	Log-normal**	0.08	Uniform	
	Brushing teeth	67			15 s				
Dishwasher	75.3	100	0.25	Poisson	Specific dishwasher pattern (4 x 45 sec, 0.17 L/s, 30 L)				
Kitchen tap	Consumption	100	37.5	12.70	Negative binomial (r = 3, p = 0.192)	15 s	Log-normal	0.083	Uniform
	Dishes		25	45 s		0.125			
	Washing hands		25	13 s		0.083			
	other		12.5	48 s		0.083			
Shower	100	100	0.70	Poisson	8.5 min	χ^2	$\mu = 0.139$ $\sigma = 0.062$	N.A.	
Washing machine	100	100	0.37	Poisson	Specific washing machine pattern (4 x 3.3 min, 0.19 L/s, 152 L)				
WC (13.2 L cistern, 3.5 gal)	100	100	5.05	Poisson	1.8 min	N.A.	0.125	N.A.	

* penetration rate: percentage of households that possess a specific appliance or specific subtype (e.g. type of toilet) or it is distribution of use per subtype (e.g. for kitchen tap).

Si bien Blokker presenta otros resultados potencialmente útiles para caracterizar la demanda en RIDAPS (tanto residenciales como no residenciales), tales como patrones diarios (distribuciones de frecuencia de cada actividad en horas) de variables como la duración del sueño de una persona, la hora en la que se levanta, la hora en la que sale del hogar y la duración fuera de éste además de los porcentajes de hogares que disponen de los aparatos asociados con cada uso último y las estadísticas de tamaño de hogar y su discriminación por edad de los ocupantes; estos datos no son presentados en este documento dado que no son utilizados directamente.

2.3.4 Modelo estocástico de demanda aplicado a RIDAPs⁷

García et Al., (2004), presentan un modelo de estimación de demanda en RDAPs basado en el modelo de PRP propuesto por Buchberger & Wu (1995). Para este modelo, se supone que la demanda de agua está representada por pulsos rectangulares de demanda constante que pueden ocurrir de manera tal que en un instante dado de tiempo están ocurriendo a la vez varios de estos pulsos (ver Figura 5), y por lo tanto la demanda total en dicho instante resulta ser la suma de las intensidades de cada uno de los pulsos que están ocurriendo.

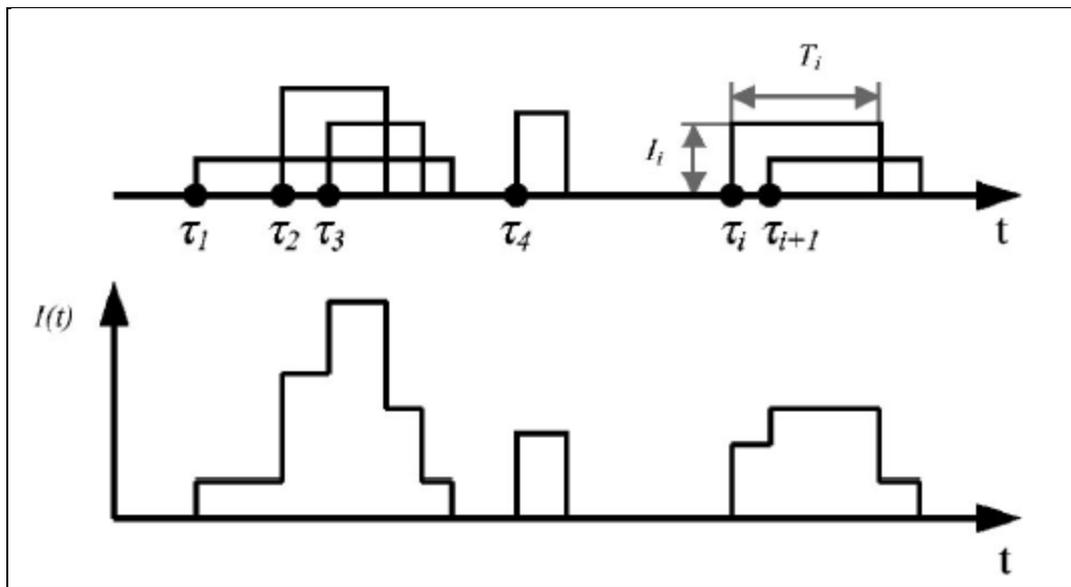


Figura 5. Modelo de Pulsos Rectangulares de Poisson (PRP). (GARCÍA et Al, 2004).

García et Al., (2004), suponen que la duración de cada pulso de demanda se distribuye de manera exponencial mientras la intensidad de cada pulso (caudal emitido) se distribuye Weibull. Estas dos suposiciones se basan en mediciones realizadas por otras investigaciones, aunque los parámetros de cada una de las funciones de densidad de probabilidad son calculados para los casos de estudio presentados por García et Al. Respecto a la frecuencia de aparición de los pulsos, el modelo PRP supone que la distribución de la frecuencia sigue un proceso de Poisson no homogéneo, de manera que el número de pulsos por unidad de tiempo se puede calcular a partir de la Ecuación 28.

$$v(t) = C \cdot g(t) + \varepsilon(t) \tag{Ecuación 28}$$

$$g(t) = \frac{1}{10000} \cdot [A_3 t^3 + A_2 t^2 + A_1 t + C_0] \quad t \in [0,24] \tag{Ecuación 29}$$

donde

$v(t)$: Número de pulsos por unidad de tiempo.

⁷ Basado en: CIACUA (2011) y García et Al.(2004).

C : Valor esperado del número de pulsos en un día.

$\varepsilon(t)$: Componente aleatorio de la frecuencia. Tiene valor esperado igual a cero.

$g(t)$: Función que distribuye el total de pulsos diarios a lo largo del día. Cumple que:

$$\int_0^{24} g(t)dt = 1.0$$

A_3, A_2, A_1, C_0 : Parámetros de la función de distribución de pulsos a lo largo del día.

t : Instante de tiempo en que se desea conocer la frecuencia de aparición de pulsos. Se mide desde el inicio de día en horas.

De esta manera García et Al. plantean una metodología de estimación de los parámetros de su modelo, aplicándola a dos casos de estudio en Milford, Ohio y Valencia, España. Los resultados de dicha investigación son adoptados por CIACUA (2011) para desarrollar una metodología de diseño de RIDAPS. CIACUA plantea el problema de la estimación de demandas de diseño considerando lo siguiente:

Si se supone que un aparato sólo tiene dos posibles configuraciones (encendido/apagado), y se tiene una RIDAP con NN nudos de demanda con solo 1 aparato conectado a cada uno, entonces el número de posibles escenarios de demanda⁸ es 2^{NN} .

Se entiende que un escenario A es *padre* de otro escenario B cuando el conjunto de nudos encendidos en el estado B es subconjunto del conjunto de nudos encendidos en el estado A . Dicha relación de *padre* representa que el escenario A es indiscutiblemente más demandante hidráulicamente que el escenario B , y por lo tanto un diseño que cumpla con los requerimientos hidráulicos de A , necesariamente cumplirá con los requerimientos hidráulicos de B . Además es claro que la relación *padre* es transitiva, es decir que si A es *padre* de B y B es *padre* de C , entonces A es *padre* de C . Haciendo posible que se puedan ordenar los 2^{NN} posibles escenarios de demanda de acuerdo con la relación *padre*, de la siguiente manera:

⁸ Escenario de demanda: Configuración de aparatos encendidos y apagados que están demandando agua a la RIDAP. Ver Sección 2.1.2.

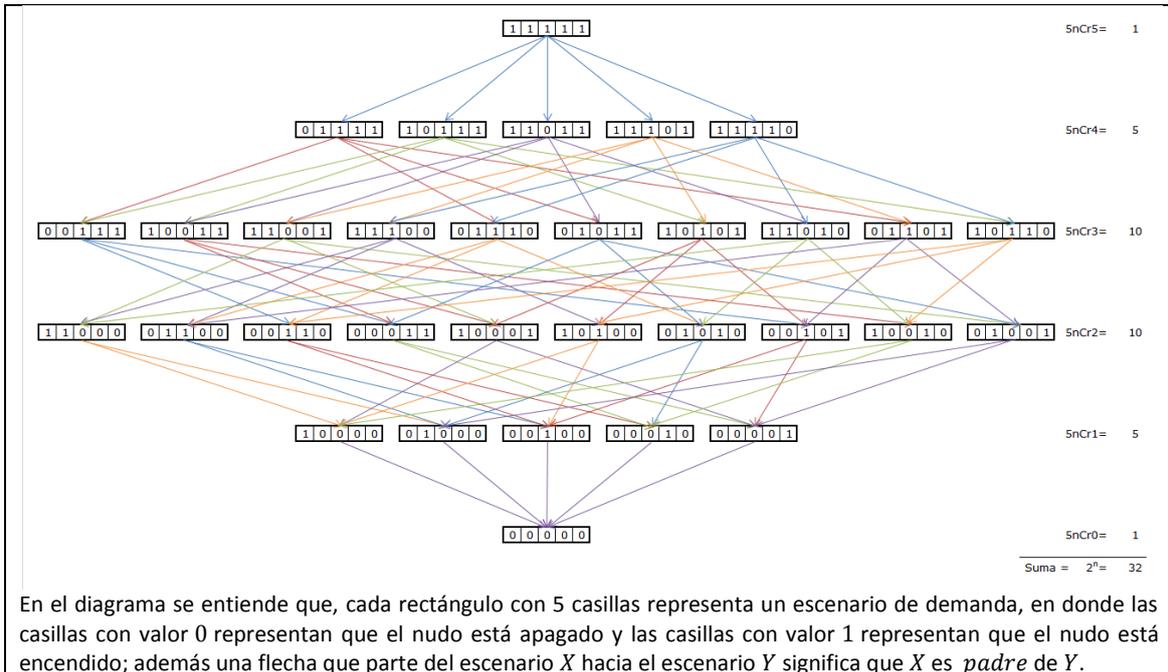


Figura 6. Ejemplo de configuración ordenada de los posibles escenarios de demanda de una RIDAP con $NN = 5$.

En la Figura 6 se puede notar cómo se genera una clasificación natural de los escenarios de acuerdo con el número de nodos encendidos que tiene cada uno. Para ello se definirá cada uno de estos conjuntos de escenarios con igual número de nodos encendidos como *Estado X* , donde X es precisamente el número de nodos encendidos ($X \in \{0,1,2, \dots, NN\}$).

Utilizando el modelo y los datos encontrados por García et Al., (2004), además de una analogía a la Teoría de Colas, y más específicamente a las Cadenas de Markov, se puede calcular la probabilidad en estado estable de que el sistema (la RIDAP), se encuentre bajo un escenario de demanda perteneciente a un *Estado X* . Para ello la cadena de Markov utilizada tiene el siguiente diagrama de transición de estados:

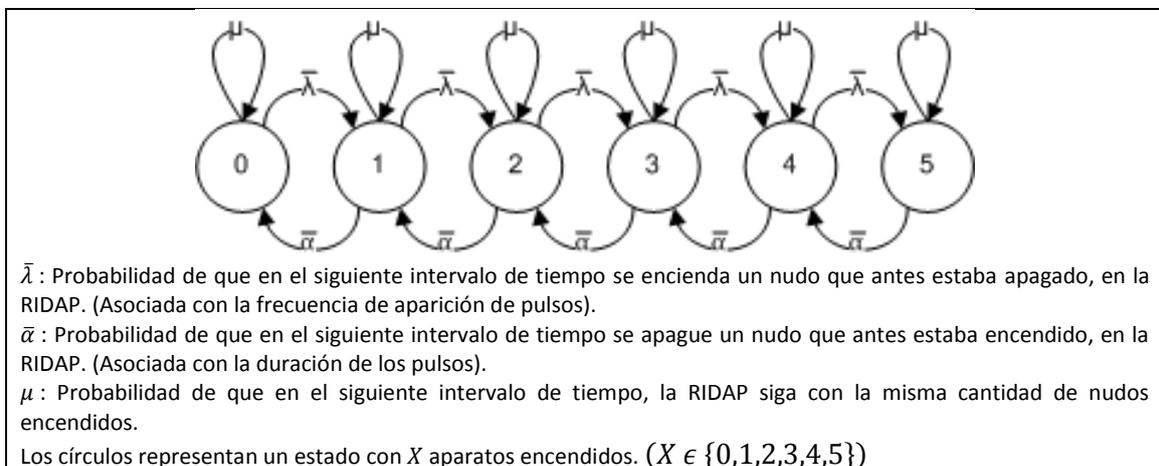


Figura 7. Diagrama de transición estados para una cadena de Markov asociada a una RIDAP con $NN = 5$.

Conociendo el diagrama de transición de estados es posible calcular las probabilidades en estado estable de cada uno de los estados, teniendo en cuenta que para cada estado se debe cumplir que todas las probabilidades salientes sumen 1.0, haciéndose posible el planteamiento de tantas ecuaciones como estados haya (ecuaciones de balance), pero dado que estas ecuaciones son linealmente dependientes se debe prescindir de una, tomando en su lugar la ecuación de normalización, que asegura que las probabilidades de estado estable de todos los estados sumen 1.0. De esta manera se tienen tantas ecuaciones como estados, y tantas incógnitas como estados (probabilidad en estado estable de cada uno), haciendo posible la solución del sistema de ecuaciones.

Al aplicar el cálculo de las probabilidades de cada estado al caso de las RIDAPs, es posible asignar a cada fila de la Figura 6 una probabilidad en estado estable, y teniendo en cuenta que un diseño de la RIDAP que cumpla con los requerimientos hidráulicos para el estado X , necesariamente cumplirá los requisitos de los estados $\{X - 1, X - 2, \dots, 0\}$, se hace posible calcular la probabilidad de falla del sistema con dicho diseño como:

$$p_{Falla} = \sum_{i=X+1}^M \pi_i \quad \text{Ecuación 30}$$

donde:

p_{Falla} : Probabilidad de falla del sistema diseñado para cumplir con los requerimientos hidráulicos de todos los escenarios de estado X .

π_i : Probabilidad de que el sistema este en el estado i (bajo alguno de sus escenarios) en estado estable.

M : Máximo estado posible en la RIDAP. Coincide con el número de nudos de la red ($M = NN$).

X : Estado para el cual el diseño cumple con los requisitos hidráulicos.

Teniendo en cuenta la posibilidad de calcular la probabilidad de falla de un diseño generado a partir de un *estado de diseño* X (conjunto de escenarios de diseño pertenecientes a un mismo estado), es posible determinar el valor de X para que la probabilidad de falla del sistema diseñado sea igual o menor a la aceptable. Para ello basta calcular la distribución acumulada de cada posible estado, tomando como estado de diseño el estado de mínimo X que cumpla con que su probabilidad acumulada supera el valor $(1 - p_{Falla\ aceptable})$.

El análisis anteriormente descrito fue hecho por CIACUA en su investigación, y en ella incluyen el desarrollo de un software capaz de implementar la metodología propuesta (denominado RIDAPS), en conjunto con una metodología de optimización de costos constructivos (ver

Sección 2.2.2). Es importante aclarar que la metodología propuesta por CIACUA tiene un inconveniente a la hora de su implementación, que consiste en la aproximación de los caudales correspondientes al estado de diseño, dado el tamaño que pueden alcanzar algunos estados de diseño (el número de escenarios de un estado X se calcula como $nCr(NN, X)$, que en el caso de una RIDAP con $NN = 15$ y un estado de diseño $X = 5$, resulta en un tamaño de estado de 3003, implicando 3003 escenarios de diseño y por lo tanto un número de ejecuciones hidráulicas y de cálculos numéricos considerablemente grande). Dicha aproximación y su consecuente consideración por parte de CIACUA, puede derivar en diseños no ajustados al comportamiento esperado de la demanda, si se escogen mal algunos parámetros del método de aproximación.

Por otro lado tiene como desventaja conceptual, el hecho de basarse en la metodología de García et Al., (2004), la cual es originalmente desarrollada para RDAPs, y así supone que tanto la duración como el tiempo entre arribos de usos se distribuyen de manera exponencial⁹. Así mismo la modelación con cadenas de Markov, supone que una necesidad que llega al sistema, puede ser atendida por cualquier servidor (aparato) libre. Además, el método de aproximación anteriormente mencionado fue desarrollado con base en demandas en los nudos independientes e idénticamente distribuidas, y aunque el software RIDAPS permite diferentes valores esperados para las duraciones de los pulsos, es posible que el algoritmo de aproximación no funcione bien bajo dicha condición con los valores de los parámetros sugeridos en la investigación.

⁹ Para un proceso de Poisson, como el de apariciones de pulsos, el tiempo entre arribos se distribuye exponencial con media igual al inverso multiplicativo del valor esperado de la frecuencia de llegada.

3 Metodología de modelación propuesta

3.1 Modelación de los aparatos sanitarios

Una RIDAP típica tiene conectados a sus nudos aparatos sanitarios tales como lavamanos, inodoros, duchas, tinas, lavaplatos, llaves en general y aparatos como lavaplatos eléctricos y lavadoras. Dada la naturaleza de estos aparatos, se puede observar que el caudal de salida o caudal emitido por cada uno de estos aparatos no es un valor constante independiente de las condiciones del flujo en la RIDAP, o de la manera como el usuario lo configura (porcentaje de apertura de válvula en el caso de llaves). De hecho para una configuración dada del aparato, Acero (2009), encontró que el caudal emitido se ajusta al comportamiento hidráulico de un emisor, regido por la Ecuación 1.

Sin embargo, en la operación normal de una RIDAP, cada uso de un mismo aparato puede tener una configuración diferente de éste. En el caso de un lavamos, por ejemplo, la apertura de la válvula que controla el caudal emitido no es igual en cada ocasión en que se utiliza el aparato. Ello implica que el estudio de Acero (2009) sólo describe el comportamiento hidráulico de los aparatos sanitarios bajo una configuración dada, y dado que existen aparatos con un sinnúmero de posibles configuraciones, en principio deben existir un sinnúmero de curvas similares a las encontradas en dicha investigación para aquellos aparatos donde la apertura de válvula es variable. En la Figura 8 se puede ver esquemáticamente como varía la relación entre caudal emitido y altura piezométrica aguas arriba del aparato para diferentes porcentajes de apertura de válvula.

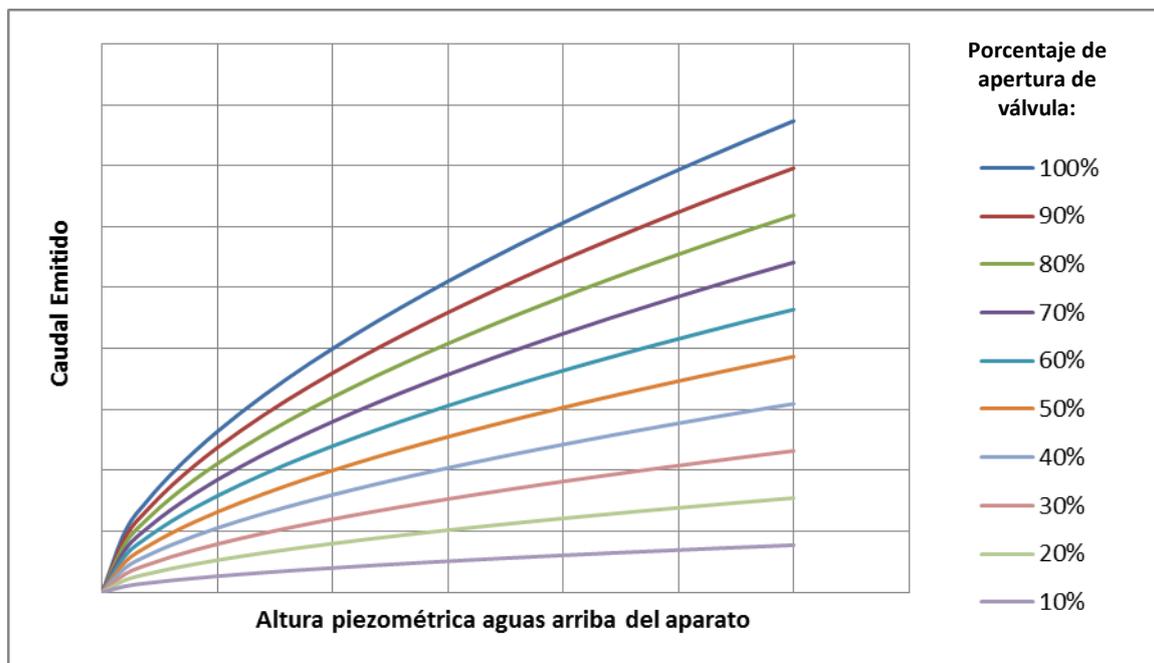


Figura 8. Relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para diferentes porcentajes de apertura de válvula de un mismo aparato.



El uso práctico de un potencial estudio de las propiedades hidráulicas de un aparato sanitario que busque ajustarse a un comportamiento similar al mostrado en la Figura 8, tendría que incluir una función de densidad de probabilidad para la variable *Porcentaje de apertura de válvula*, de manera que se pudiese calcular la probabilidad asociada a cada curva, y así se calculara la función de densidad de probabilidad del *Caudal emitido* para una altura piezométrica aguas arriba del aparato conocida.

Sin embargo para problemas como el de estimación de la demanda para diseño, es posible y necesario simplificar el anterior modelo de manera que se tenga en cuenta el comportamiento de emisor del aparato sin tener en cuenta todos los porcentajes de apertura de válvula posibles. Para ello se propone asignar una única relación de *Caudal emitido vs Altura piezométrica* que represente un comportamiento “típico” de uso del aparato. La definición de “típico” puede resultar ambigua y por lo tanto, para esta propuesta se plantea considerar como ciertas las siguientes observaciones:

La reacción esperada de un usuario que nota una baja presión (Altura piezométrica) en el aparato, es abrir la válvula a su máximo para lograr aumentar el caudal emitido y esperar que dicho caudal, después de la apertura total, resulte mayor al *caudal mínimo admisible*, entendido como el mínimo caudal que el usuario espera recibir de su aparato sanitario sin que se éste considere que el sistema de distribución de agua potable está presentando una falla o un mal funcionamiento.

La reacción esperada de un usuario que nota una presión demasiado grande en el aparato, es cerrar la válvula hasta un porcentaje tal, que el caudal emitido, después del cierre parcial, resulte menor al *caudal máximo admisible*, entendido como el máximo caudal que el usuario está dispuesto a recibir de su aparato sanitario sin que se éste considere incómoda la presión y velocidad del flujo emitido por dicho aparato.

A partir de estas dos suposiciones, se pueden inferir dos partes de la curva que representa la relación única de *Caudal emitido vs Altura piezométrica* típica del uso de aparatos sanitarios con apertura de válvula variable (curva única)¹⁰. Así, para presiones inferiores a la presión que asegura que el caudal emitido por el aparato sea igual al *caudal mínimo admisible* cuando el *porcentaje de apertura de válvula* es igual a 100%, se tiene que la curva única coincide con la curva del *porcentaje de apertura de válvula* = 100%. Además para presiones mayores a una presión X , la curva única será una línea horizontal de caudal emitido constante igual al *caudal máximo admisible* (ver Figura 9).

¹⁰ Se debe notar que se está suponiendo, de manera implícita, que los valores de caudal mínimo admisible y caudal máximo admisible, así como otras constantes utilizadas más adelante, son iguales para todos los usuarios del sistema.

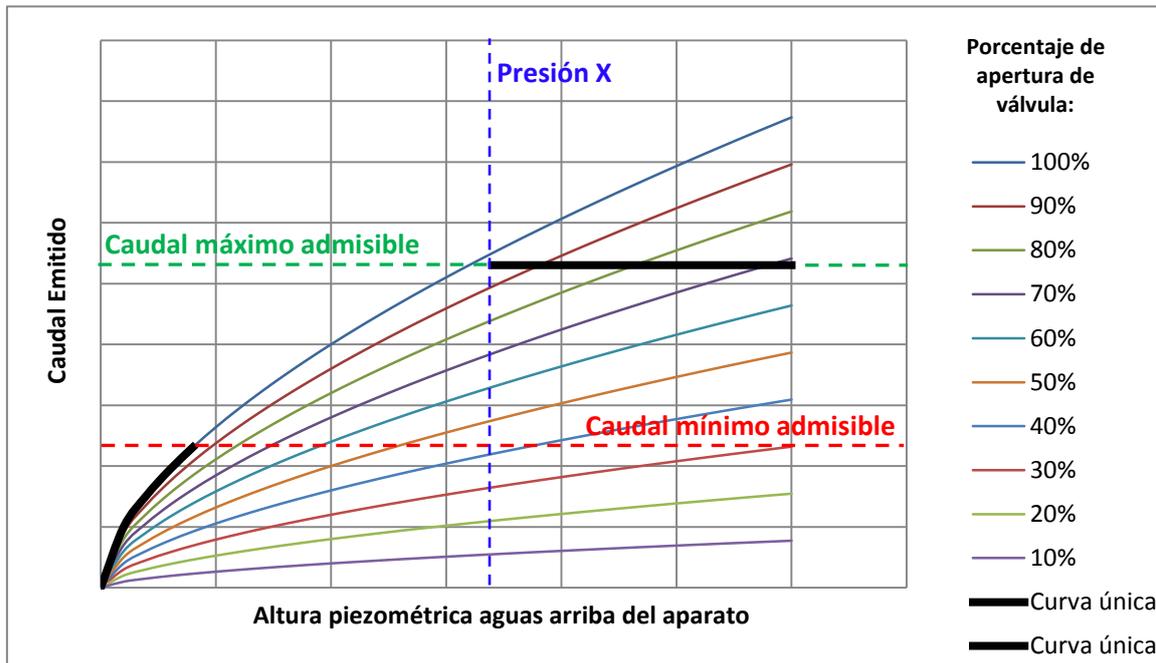


Figura 9. Partes de la curva única de relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para aparatos con apertura de válvula variable.

Dado que es necesario conocer la parte intermedia de la curva, así como la presión X a partir de la cual el caudal emitido es constante, se hace necesario hacer alguna suposición adicional respecto al comportamiento típico de los usuarios o bien realizar observaciones de uso de aparatos con apertura de válvula variable, notando los porcentajes de apertura más comunes y/o necesarios para un comportamiento aceptable del aparato. Sin embargo, para el problema de estimación de la demanda para diseño, el comportamiento crítico sería aquel en el que se considerara un porcentaje de apertura de válvula igual al 100% para las presiones intermedias de la curva única. Ello implicaría que la presión X es la presión necesaria para que el caudal emitido por el aparato sea igual al *caudal máximo admisible* cuando el *porcentaje de apertura de válvula* es igual a 100%.

De esta manera la curva única a considerar para el problema de estimación de la demanda para diseño, en caso de que no se disponga de observaciones de uso del aparato para aperturas de válvula comunes, sería la curva con apertura de válvula del 100% hasta llegar al *caudal máximo admisible* a partir del cual la curva se torna horizontal asegurando que el caudal emitido no supera al máximo admisible (ver Figura 10). Se debe tener presente que dicha curva única es útil solamente para los aparatos sanitarios con apertura de válvula variable, y que para aparatos con apertura de válvula constante y/o binaria (o totalmente cerrada o totalmente abierta) no hace falta realizar ninguna suposición respecto al comportamiento típico de la demanda, dado que ya se dispone de una única curva que caracteriza la relación *Caudal emitido vs. Altura piezométrica*.

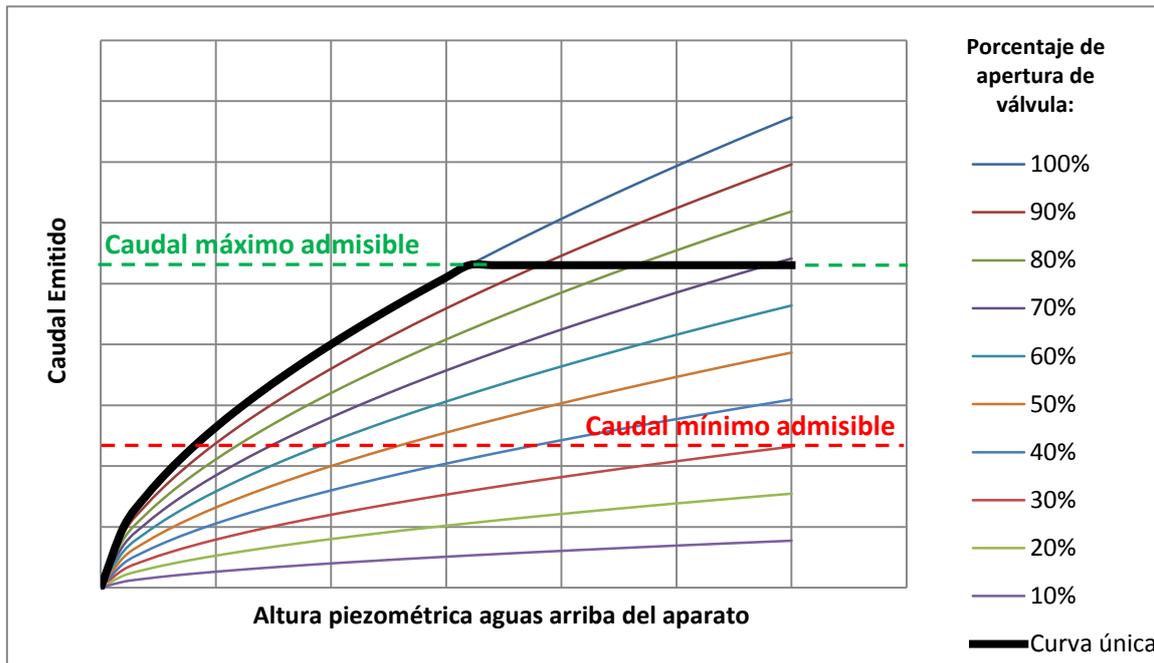


Figura 10. Curva única de relación entre Caudal Emitido y Altura piezométrica aguas arriba del aparato, para aparatos con apertura de válvula variable, para el problema de estimación de demanda para diseño.

Independientemente de la manera como se haga, lo que se debe tener presente es que la representación moderna de aparatos sanitarios debe asignar, no un caudal emitido constante, sino una relación *Caudal emitido vs Altura piezométrica* que según los resultados de Acero (2009) se ajusta mucho mejor al comportamiento hidráulico observado de éstos.

3.2 Modelación de la simultaneidad de uso de los aparatos

El diseño de una RIDAP tiene, como principal problema, la naturaleza estocástica de la demanda que dificulta la estimación de escenarios de diseño para una probabilidad de falla dada. Dicho problema se ve representado en la simultaneidad de uso de los aparatos, dado que la probabilidad de ocurrencia de cada posible escenario de demanda es función de cuáles aparatos están encendidos, entendiéndose como la probabilidad de que dichos aparatos encendidos estén siendo utilizados de manera simultánea por los usuarios de la edificación.

3.2.1 Modelo basado en Blokker

Utilizando mediciones hechas en Holanda (Tabla 6) y Estados Unidos, Blokker asigna a cada aparato sanitario una función de densidad de probabilidad para la *Duración* de uso y para la *Frecuencia* de uso diaria por persona de dicho aparato. Si bien Blokker también asigna una función de densidad de probabilidad para la *Intensidad* de uso (caudal emitido) de cada aparato, los resultados de Acero (2009) respecto al comportamiento hidráulico de los aparatos

muestran que una modelación utilizando emisores representa mejor el comportamiento observado, y por lo tanto para la representación de la variable *Intensidad* se recomienda el uso del análisis de la Sección 3.1.

Tabla 6. Frecuencia, duración e intensidad para los ocho usos últimos definidos en el modelo – Datos medidos en Holanda. (Blokker, 2006, 2010a y 2010b).

End-use type / subtype		Frequency (day ⁻¹)		Duration		Intensity (L/s)	
		μ	pdf	μ	pdf	μ	pdf
Bathtub	120 litres	0.044	Poisson	10 min	N.A. (fixed)	0.200	N.A. (fixed)
Bathroom tap	Washing and shaving	4.1	Poisson	40 s	Log-normal	0.042	Uniform
	Brushing teeth			15 s			
Dish washer	Brand and type	0.3	Poisson	Specific dishwashing pattern (4 cycles of water entering, total 84 seconds, 0.167 L/sec = 14 L)			
Kitchen tap	Consumption	12.6 [*]	Negative binomial	16 s	Log-normal	0.083	Uniform
	Doing dishes	(r = 3, p = 0.192)	48 s	0.125			
	Washing hands		15 s	0.083			
	Other		37 s	0.083			
Outside tap	Garden		0.44	Poisson	300 s	Log-normal	0.1
	Other	15 s					
Shower	Normal	0.7	Binomial	8.5 min [†]	χ^2	0.142 [‡]	N.A. (fixed)
	Water saving type			0.123			
Washing machine	Brand and type	0.3	Poisson	Specific washing pattern (4 cycles of water entering, total 5 minutes, 0.167 L/sec = 50 L)			
WC	6-litre cistern	6.0	Poisson	2.4 min [§]	N.A. (fixed)	0.042	N.A. (fixed)
	9-litre cistern			3.6 min			

^{*} the frequency for the kitchen tap is per household per day.
[†] shower duration has an age dependency; children and teens take longer showers.
[‡] the shower intensity depends on the type of water heater.
[§] with a water saving option the duration is reduced to 50% of the original value.

Duración

Si se supone que la *Duración* de uso de un aparato depende de los posibles usos últimos que se hagan de éste, y teniendo en cuenta las estadísticas mostradas por Blokker para cada uno de esos usos últimos, se hace necesario estimar una división del total de usos del aparato en esos usos últimos de manera que se pueda estimar una única función de densidad de probabilidad para la duración de uso del aparato. Por ejemplo, utilizando los datos de la Tabla 6 para un lavamanos (Bathroom tap), se tienen dos duraciones medias de uso para dos posibles usos de un lavamanos: Lavarse y afeitarse o Cepillarse los dientes. Es decir que en este caso se debe estimar qué porcentaje del total de usos de un lavamanos es para Lavarse y afeitarse y qué porcentaje del total de usos de un lavamanos es para Cepillarse los dientes.

Una vez estimados los porcentajes de cada uso último del aparato, se pueden calcular los valores de los parámetros de la función de densidad de probabilidad que representará todos los usos del aparato. Así, por ejemplo, si para un lavamanos se estima que el 60% de los usos corresponde a Lavarse y afeitarse, y el 40% restante es para Cepillarse los dientes, entonces el valor esperado de la duración de un uso puede calcularse como:

$$\begin{aligned}\mu_{Total} &= \mu_{LyA} \cdot \%U_{LyA} + \mu_C \cdot \%U_C \\ \mu_{Total} &= (40s) \cdot (60\%) + (15s) \cdot (40\%) \\ \mu_{Total} &= 30s\end{aligned}$$

Y teniendo en cuenta que Blokker propone como Coeficiente de Variación de la duración de uso del lavamanos un valor de $Cv = 1.3$, se puede calcular la desviación estándar de la duración de uso como:

$$\begin{aligned}\sigma_{Total} &= Cv \cdot \mu_{Total} \\ \sigma_{Total} &= 1.3 \cdot (30s) \\ \sigma_{Total} &= 39s\end{aligned}$$

De manera que la distribución Lognormal asignada para la duración de uso de un lavamanos queda totalmente definida y cumpliendo el requerimiento de que sea única para el aparato.

Frecuencia

Para la *Frecuencia* de uso del aparato, los datos de Blokker ya vienen asignados con una única distribución para cada aparato. Sin embargo dicha distribución está en unidades de *usos/(día * persona)* o en el caso del lavaplatos en *usos/(día * hogar)*, y ello representa un inconveniente a la hora de estimar escenarios de diseño, dado que esas frecuencias pueden y, de hecho usualmente, están concentradas en algunas horas del día. Esa concentración de frecuencia es precisamente la razón por la que García et Al. (2004), plantea la curva de la Ecuación 29.

El inconveniente de la curva de García et Al. (2004) de distribución temporal de la frecuencia, radica en que los datos medidos en dicha investigación corresponden a hogares y RIDAPs completas, y no a aparatos sanitarios por separado. Es por ello que se requieren curvas de distribución temporal de la frecuencia para cada tipo de aparato, entendidas como:

Del total de usos que se espera tenga el aparato sanitario A , qué porcentaje se espera que ocurra en el instante de tiempo t .

Dichas curvas pueden ser diferentes entre días laborales y días no laborales, pero en principio no existen razones para esperar una diferencia causada por otra razón. Esa posible diferencia entre días laborales y no laborales, puede implicar la evaluación de la simultaneidad de uso

para ambos casos, dado que es posible que los escenarios de diseño resultado de utilizar una curva sean más o menos exigentes que si se utilizara otra, y ello podría conducir a posibles subestimaciones del diseño.

Por otro lado, la naturaleza de dichas curvas es la de representar patrones diarios de comportamiento humano tales como horas de sueño, horas de bañado, horas de ausencia y presencia en la edificación, horas de disponibilidad o necesidad de uso de un aparato sanitario etcétera, y por lo tanto una buena aproximación a dichas curvas es una discretización de las mismas en intervalos de 1.0 horas que son los que rigen en buena medida, muchos de los comportamientos anteriormente descritos.

Una ventaja intrínseca de la discretización de la curva, es que el valor asignado a cada hora corresponde al porcentaje del total de usos que se espera que ocurran a esa hora de manera que son menores o a lo sumo iguales a 1.0, y aseguran que la suma total sea 1.0, a diferencia de una curva continua donde la integral total es igual a 1.0, pero puede tener valores superiores a 1.0 para algunas horas. Esos porcentajes de la curva discretizada resultan especialmente útiles para asignar una frecuencia de uso a cada hora, dado que simplifican el proceso a una multiplicación del parámetro de la función de frecuencia con el porcentaje de la hora seleccionada. Por ejemplo, si se supone que la curva de distribución temporal de la frecuencia para un lavamanos es la presentada en la Figura 11, y se tiene en cuenta que según la Tabla 6, la frecuencia diaria de uso por persona es de $4.1 \text{ usos}/(\text{día} * \text{persona})$, entonces la frecuencia horaria de uso por persona se podrá calcular como la multiplicación del porcentaje de usos de cada hora, por la frecuencia diaria de usos, generando como resultado para cada hora, la serie mostrada en la Figura 12.

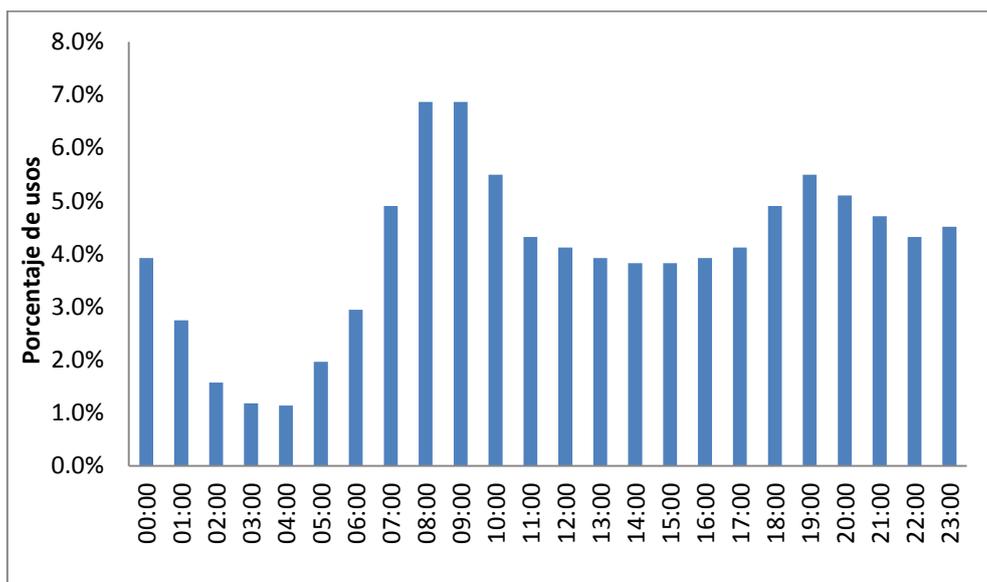


Figura 11. Distribución temporal supuesta de la frecuencia de uso de un lavamanos.

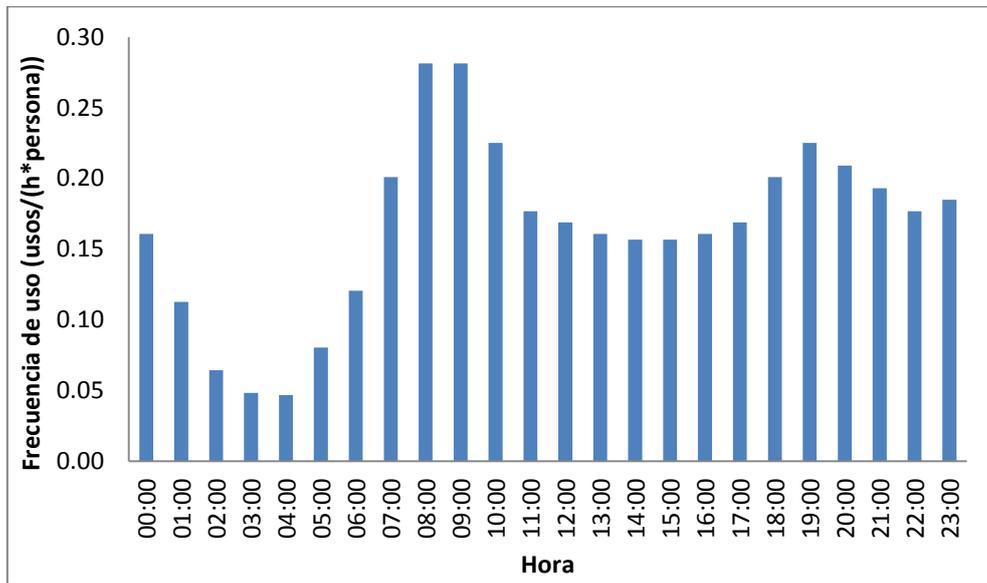


Figura 12. Serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona de un lavamanos.

De esta manera es posible evaluar la concentración de usos a lo largo del día, en vez de suponer una distribución uniforme de la frecuencia que resultaría en una frecuencia horaria de $4.1 \text{ usos}/(\text{día} * \text{persona}) * 1.0 \text{ días}/24 \text{ horas} = 0.171 \text{ usos}/(\text{hora} * \text{persona})$, la cual resulta considerablemente menor que la máxima frecuencia presentada en la Figura 12 ($0.281 \text{ usos}/(\text{hora} * \text{persona})$).

Sin embargo hasta ahora todas las frecuencias encontradas se encuentran en unidades de frecuencia por persona, y por lo tanto para el cálculo de la frecuencia efectiva de uso de un aparato sanitario, es necesario conocer el número de personas aferentes a dicho aparato. Así, por ejemplo, si un lavamanos puede ser utilizado por un total de tres personas, las frecuencias efectivas de llegadas de usos al aparato serán el producto de las frecuencias de la Figura 12 con el número de personas que lo puede utilizar (tres en este caso), llegando a una serie de frecuencias totales mostrada en la Figura 13:

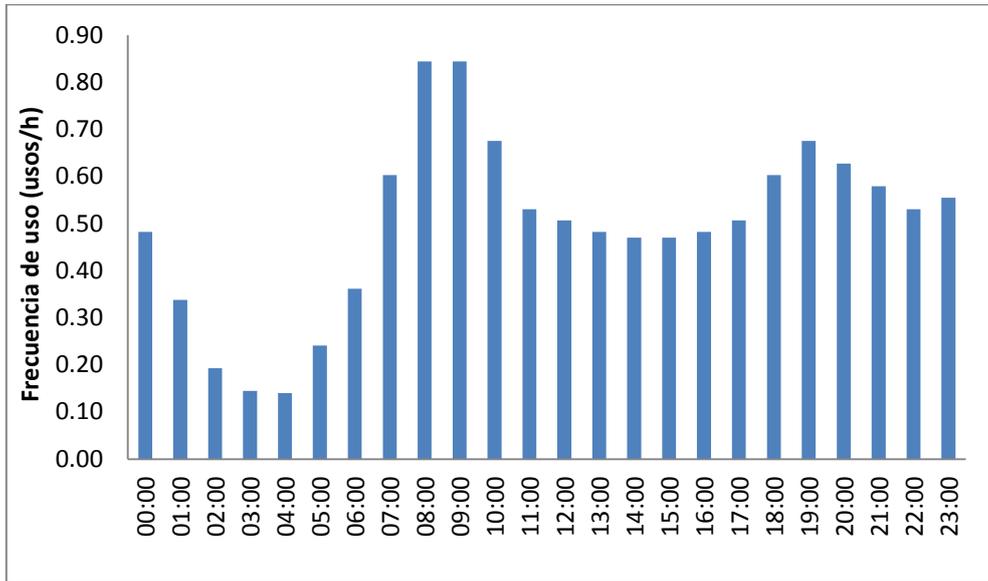


Figura 13. Serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso de un lavamanos.

Probabilidad de uso

Una vez se conocen las funciones de densidad de probabilidad para la *Duración* y la *Frecuencia* de uso, es posible calcular la probabilidad de que en un instante dado el aparato esté siendo utilizado por un usuario. Para ello se utiliza una variable de desempeño de una cola según la Teoría de Colas, denominada *Utilización* o *Factor de utilización*, entendida como la fracción promedio del tiempo en que el sistema de atención a la cola está siendo ocupado. Dicha variable está relacionada con esa probabilidad mencionada anteriormente de que en un instante dado el sistema esté en uso, según la Ecuación 31:

$$P = \rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{Ecuación 31}$$

donde:

P : Probabilidad de que en un instante dado de tiempo el aparato se encuentre en uso.

ρ : Utilización o Factor de Utilización del aparato.

λ : Tasa promedio de llegadas de usos al aparato. Se calcula como:

$$\lambda = \frac{1}{E[\text{Tiempo entre llegadas}]}$$

μ : Tasa promedio de servicio del aparato. Se calcula como:

$$\mu = \frac{1}{E[\text{Duración de uso}]}$$



Así, se puede calcular esa probabilidad de uso de cada aparato para cada hora del día como el producto de la duración promedio de uso del aparato y la frecuencia horaria total (incluyendo el número de personas), de manera que en el caso de un lavamanos con duración promedio de uso $\mu_{Total} = 30s$ y con frecuencias horarias totales descritas por la serie de la Figura 13, se tiene una serie de tiempo de la utilización como la mostrada en la Figura 14:

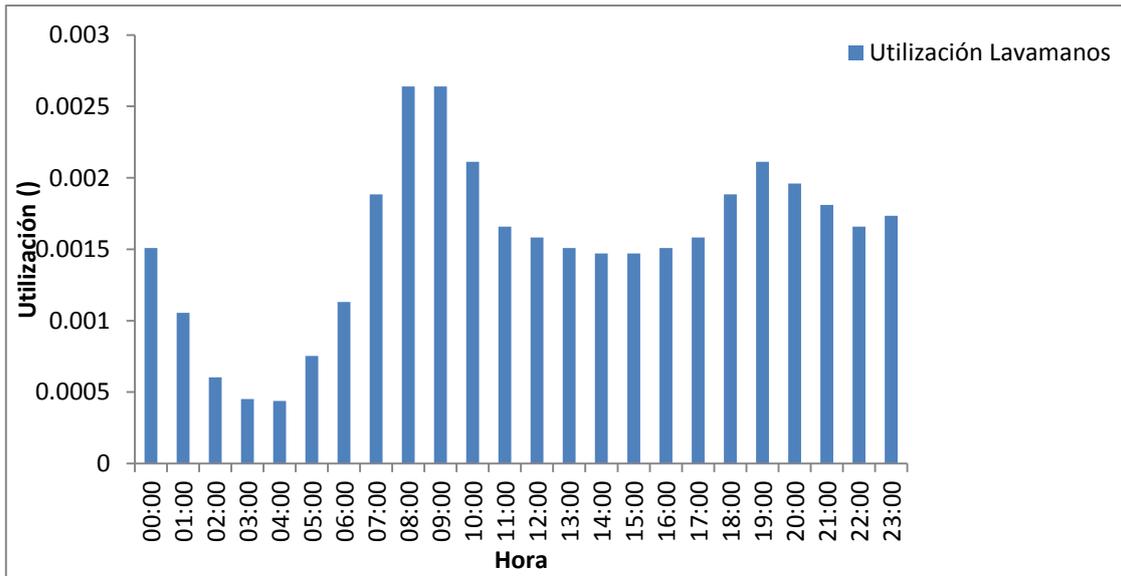


Figura 14. Serie de tiempo de la utilización de un lavamanos.

Probabilidades conjuntas de uso (Simultaneidad)

Utilizando los resultados de cálculo de las probabilidades de uso de cada aparato, descritas para cada hora del día, es posible calcular las probabilidades conjuntas de un sistema, haciendo una serie de suposiciones que simplifican el comportamiento real del prototipo a un modelo fácilmente calculable. Así, si se suponen conocidas las series de tiempo de la utilización de cada aparato presente en un sistema, se pueden calcular las probabilidades de cada posible escenario del sistema, suponiendo **total independencia** entre los usos de los todos los aparatos sanitarios.

De esta manera, si se tiene un sistema con los siguientes aparatos sanitarios:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_{NN}\}$$

conectados a los NN nudos de la RIDAP, entonces la probabilidad de un escenario cualquiera, en una hora dada, puede ser calculada como:

$$P_h = P(A_1 = On/Off \wedge A_2 = On/Off \wedge \dots \wedge A_i = On/Off \wedge \dots \wedge A_{NN} = On/Off)|_h$$

$$P_h = \prod_{\text{Aparatos en On}} \rho_i|_h * \prod_{\text{Aparatos en Off}} (1 - \rho_i)|_h$$

Ecuación 32

donde:

P_h : Probabilidad del escenario dado en la hora h .

On/Off : Posibles configuraciones de un aparato. El aparato puede estar encendido (On) o apagado (Off).

$\rho_i|_h$: Utilización del aparato i en la hora h . Es igual a la probabilidad de uso del aparato i en la hora h .

$(1 - \rho_i)|_h$: Probabilidad de NO uso del aparato i en la hora h . Es el complemento de la probabilidad de uso.

De la Ecuación 32, se puede concluir que se está aplicando la suposición de independencia entre eventos al considerar la probabilidad conjunta como el producto de las probabilidades individuales de cada aparato. Si bien esta suposición puede ser bastante discutible en el caso de las RIDAPS, con ella se hace posible calcular la probabilidad de cada uno de los 2^{NN} posibles escenarios de la RIDAP, asegurándose de que la suma de todas esas probabilidades da como resultado 1.0. Esto quiere decir que este modelo permite una caracterización estocástica de los escenarios de la red, permitiendo una asignación de funciones de densidad de probabilidad diferentes a la Exponencial para la duración y la frecuencia de uso, de manera que se puede presentar un mejor ajuste entre datos medidos y datos simulados, a partir de funciones de densidad de probabilidad más ajustadas al comportamiento medido de los usos (e.g., Tabla 6).

Otra ventaja respecto a otros métodos de caracterización de la demanda como el planteado por CIACUA (2011), es el hecho de no asignar una misma probabilidad de ocurrencia para cualquier escenario con el mismo número de aparatos encendidos, lo que es una mejor aproximación al comportamiento esperado de una RIDAP real.

Por otro lado, para pasar de escenarios de demanda a caudales en los tubos de la red, basta simular la respuesta hidráulica de la red para cada posible escenario, haciendo uso de la caracterización del comportamiento hidráulico de los aparatos hecha en la Sección 3.1, y de esta manera, para un tubo dado, la función de densidad de probabilidad del caudal que debe transportar, puede ser calculada relacionando el caudal que pasa por dicho tubo según la simulación hidráulica de la red para cada escenario con la probabilidad asociada con la ocurrencia del escenario simulado.



3.2.2 Modelo basado en Blokker con simulación de eventos discretos

Si bien el modelo descrito en la Sección 3.2.1 representa un avance en la simulación de la simultaneidad de uso de los aparatos sanitarios en una RIDAP, éste se basa en una suposición bastante discutible para algunos casos de análisis de una RIDAP real. Así, suponer total independencia entre los usos de los aparatos, puede alejarse de la realidad en el caso de sistemas pequeños ubicados en unidades residenciales, por ejemplo.

Para entender mejor el problema de dicha suposición, se puede considerar el caso de un baño residencial con un lavamanos, un inodoro y una ducha. Según el anterior modelo, la probabilidad de que los tres aparatos se encuentren descargando al tiempo, se calcula como el producto de la probabilidad de que la ducha esté descargando, con la probabilidad de que el inodoro esté descargando y con la probabilidad de que el lavamanos esté descargando. Sin embargo, el comportamiento esperado de un usuario que está utilizando la ducha, por ejemplo, es el de cerrar la puerta del baño, denegando la entrada a otro usuario que desee utilizar el lavamanos o el inodoro. Así, la probabilidad de que el lavamanos y/o el inodoro también estén descargando sería nula, dada la manera activa en que se restringe su uso cuando se usa una ducha.

Para mejorar en este aspecto el modelo basado en Blokker, se hace necesario utilizar simulación de eventos discretos, que es básicamente una herramienta para el análisis de sistemas difícilmente representables con modelos analíticos. En estos casos se prefiere una simulación basada en las capacidades actuales de los computadores para procesar datos que permiten acelerar el tiempo de simulación de un sistema y así concluir con base en resultados numéricos que representan comportamientos del sistema ante diferentes condiciones de entrada.

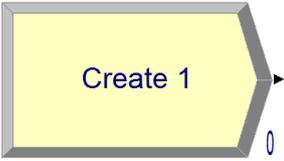
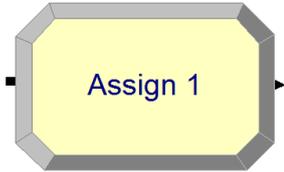
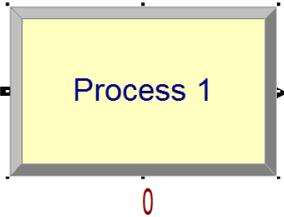
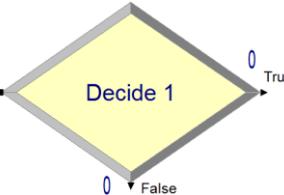
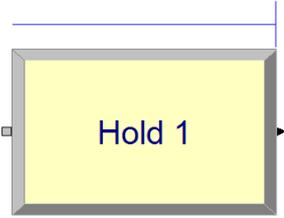
Este tipo de modelos se basa en una representación del sistema mediante entidades, eventos y actividades, que se asemejan a la programación mediante el paradigma de POO (programación orientada a objetos), y se basa en interacciones entre diferentes entidades u objetos haciendo que el resultado global sea gobernado por esas interacciones, y no por una fórmula o planteamiento matemático explícitamente escrito. Para su implementación existen diferentes programas que permiten realizar simulaciones de eventos discretos, pero quizás el más utilizado en el ámbito de la investigación de operaciones (rama de la ingeniería con mayor uso de estas herramientas), es el desarrollado por Rockwell Automation, Inc. denominado ARENA.

Programa ARENA

El programa ARENA es un programa de simulación de eventos discretos ampliamente utilizado en diferentes problemas de la investigación de operaciones. Este programa define una serie de procesos, que son objetos que actúan activamente con las entidades de manera que rigen la

dinámica del sistema con sus acciones. Dentro de los principales procesos que tiene el programa, y que resultan de alguna utilidad para la modelación de RIDAPS se encuentran:

Tabla 7. Principales procedimientos del programa ARENA para simulación de eventos discretos.

<p>Create:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de crear entidades siguiendo algún patrón de frecuencia o alguna distribución del tiempo entre arribos (creación de entidades).</p>
<p>Assign:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de asignar un cierto valor a los atributos de las entidades o a variables globales del sistema, cada vez que alguna condición se cumple o que alguna entidad pasa por dicho procedimiento.</p>
<p>Process:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de simular un proceso o tarea que requiere un cierto tiempo y unos ciertos recursos. Se encarga de registrar el tiempo de utilización de un recurso registrándolo como “No disponible” hasta después de que la entidad que ha entrado al procedimiento lo desocupa. También retrasa el avance de las entidades que entran, un tiempo igual al tiempo de ocupación del recurso. También registra las estadísticas de una cola de entidades que se forma para pasar por esa tarea.</p>
<p>Decide:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de evaluar una condición de una variable global o de un atributo de la entidad que pasa por este procedimiento, de manera que asigna un camino a seguir para la entidad en cuestión dependiendo del resultado del condicional. Puede modelar condiciones de más de dos opciones, evitando la anidación de procedimientos similares.</p>
<p>Hold:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de retener una o varias entidades que pasan por este procedimiento hasta que se cumpla una condición dada. Permite registrar estadísticas de una cola de entidades que se forma en espera de que la condición para ser liberadas se cumpla.</p>
<p>Dispose:</p> 	<p>Es el procedimiento encargado de eliminar entidades que llegan a este procedimiento, tomando estadísticas de tiempos entre llegadas de entidades. Se utiliza para facilitar la liberación de memoria del computador después de cada ejecución.</p>

Por otro lado, el programa permite seleccionar las condiciones de finalización de una simulación, ya sea por el cumplimiento de una condición, o por la finalización de un periodo de tiempo de análisis. Además permite seleccionar el número de simulaciones que se desea realizar en una misma ejecución del programa, permitiendo así calcular estadísticas de diferentes variables de estudio del sistema.

Metodología utilizando simulación de eventos discretos

La metodología de análisis de la simultaneidad de uso de los aparatos de una RIDAP utilizando simulación de eventos discretos consiste en una creación de un modelo para cada conjunto de nudos que tenga una dependencia entre sus usos. Dicho modelo debe representar esa dependencia de manera efectiva, para que las simulaciones que haga el programa sean lo más ajustadas a la realidad.

Una vez se tenga un modelo que represente aceptablemente las condiciones de dependencia deseadas, se deben ingresar los parámetros de caracterización de la demanda de cada aparato, asegurándose de que cada uso de un aparato tenga asignada las funciones de densidad de probabilidad medidas en un estudio como el presentado en la Tabla 6. Para ello se recomienda poner en el modelo, tantos *Create* como aparatos haya en el sistema, asignándole a cada uno la función de probabilidad que mejor describe la frecuencia de llegada de usos. Una ventaja del programa ARENA, es que permite que el *Create* tenga series de tiempo de frecuencia de llegada, de manera que es fácilmente acoplable un resultado como el mostrado en la Figura 14.

Existen algunas excepciones a la anterior regla, y estas tienen que ver con algunas consideraciones analíticas que permiten reducir el número de *Creates* sin afectar la respuesta del modelo. La primera excepción aplica cuando diferentes aparatos tienen una misma función de densidad de probabilidad para la frecuencia (no necesariamente con los mismos parámetros, pero sí con la misma función). En estos casos se puede utilizar un único *Create* que en el caso de que represente llegadas de procesos de Poisson, debe tener como parámetro de frecuencia el siguiente valor:

$$\lambda_{Tot} = \sum_{\text{Aparatos con igual fdp.}} \lambda_i \quad \text{Ecuación 33}$$

donde:

λ_{Tot} : Frecuencia de creación de usuarios para la simulación de uso de los aparatos del sistema con la misma función de densidad de probabilidad (*fdp*).

λ_i : Frecuencia de llegada de usuarios al aparato *i*.



El anterior *Create* debe estar acompañado de un *Assign* que asigna a las entidades creadas un atributo relacionado con el aparato que el usuario desea utilizar. Para ello se debe tener en cuenta que el *Create* más el *Assign* deben hacer lo mismo que una serie de *Creates* con una misma función de densidad de probabilidad, pero diferente parámetro de frecuencia, y por lo tanto se debe encontrar la fracción del total de entidades creadas que corresponde a cada aparato resumido. Para ello existe una expresión (Ecuación 34) que permite calcular la fracción del total de entidades creadas que corresponde con el aparato i :

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{Tot}} \quad \text{Ecuación 34}$$

donde:

p_i : Fracción del total de entidades creadas que corresponde con el aparato i .

Es importante notar que el parámetro λ de la Ecuación 34, debe estar en unidades de *usos/unidad de tiempo* y dicha unidad de tiempo debe ser igual para todos los parámetros de la Ecuación 33 y la Ecuación 34. De esta manera el *Assign* asignará el aparato a utilizar a la entidad de acuerdo con esas p_i , siendo así consistentes con el modelo no simplificado de asignación de varios *Creates*.

La segunda excepción de la regla, es un caso especial de la primera en el que el tipo de aparato que van a utilizar las entidades creadas es el mismo, y se supone indiferencia por parte del usuario a cuál aparato utilizar (siempre y cuando sea del tipo que requiere). En este caso sólo se requiere el uso de la Ecuación 33, dejando que la selección del aparato a utilizar se realice en un posterior *Decide* relacionado con la disponibilidad de cada uno de los aparatos.

Independientemente del método de creación de entidades seleccionado, es recomendable poner *Assigns* que asignen a cada entidad el tipo de aparato que desean utilizar, a fin de reducir los procedimientos necesarios en el modelo, y simular esas interacciones entre las entidades, sin perder la información acerca de cuál aparato desea utilizar cada entidad. Igualmente se recomiendan poner tantos *Processes* como aparatos sanitarios haya, para que a cada uno se le asigne la función de densidad de probabilidad de la duración de descarga del aparato, y así el aparato permanezca ocupado (encendido) durante ese intervalo de tiempo.

Esa anterior regla tiene una excepción relacionada con la operación de los inodoros, dado que en su uso normal un inodoro es ocupado por el usuario en un intervalo de tiempo diferente al intervalo en que ocurre la descarga efectiva del aparato. Así, un usuario que desea utilizar el inodoro ocupa el recurso durante un cierto tiempo, y después de terminar su uso es que comienza la descarga de agua del aparato. Teniendo en cuenta que el intervalo de tiempo en que se está interesado es el de descarga de agua, es ese el que necesariamente debe estar incluido en el modelo, pero dado que el intervalo de ocupación del recurso puede interactuar con las llegadas y usos de los demás usuarios y demás aparatos (durante el intervalo de tiempo de ocupación del recurso inodoro, es posible que no se permita el uso de la ducha o el lavamanos en un baño residencial), se hace recomendable representar los inodoros con dos

objetos *Process* que representen: 1) La ocupación del recurso inodoro y de todos los recursos que su ocupación implique según el modelo, y 2) La descarga efectiva del aparato, en la cual se puede suponer que no hay ocupación de ningún aparato, inclusive del inodoro (el inodoro puede ser ocupado por un usuario mientras está descargando).

Finalmente el modelo debe tener al menos un *Dispose* en donde evacuar a los usuarios del sistema, representando así, una finalización de uso e interacción con el sistema real (RIDAP), y además haciendo un mejor uso de los recursos computacionales disponibles para la modelación.

Respecto al periodo de simulación, éste debe analizarse de acuerdo con el comportamiento esperado del sistema a lo largo del tiempo. En caso de utilizarse datos como los deducidos en la Sección 3.2.1, no se esperan variaciones significativas con una procedencia diferente que la mera aleatoriedad de los datos simulados, después de un día de simulación. Es decir que el comportamiento esperado de cualquier variable de estudio, no debería cambiar sustancialmente entre el primer día de la simulación y el último día de la simulación, dado que todos los días tendrían los mismos datos de entrada, y el sistema ya se encuentra en un estado estable que se evidencia en la frecuencia de ocurrencia del escenario en donde todos los aparatos están apagados (ver Sección 4.3). Así un periodo de simulación de un día se considera suficiente y necesario (dado que un intervalo menor implicaría una pérdida de información acerca de la concentración de frecuencia a lo largo del día) para el caso de modelos de RIDAPs.

Por otro lado está la decisión del número de simulaciones por ejecución del programa. Estas simulaciones son denominadas repeticiones, y se deben hacer suficientes para que las estadísticas extraídas de los datos sean confiables. Así si se desea analizar, por ejemplo, el porcentaje de tiempo que un sistema permanece en el escenario en donde todos los aparatos están apagados, esa variable toma un valor por cada día de simulación, y para poder concluir acerca del comportamiento de esa variable, es necesario observar el sistema D días, teniendo así D valores del porcentaje de tiempo con todos los aparatos apagados, y permitiendo de esta manera el cálculo de una estimación de la media de la variable, de la varianza y, si son de interés, de los demás momentos estadísticos de la ésta. Es decir que en general se pueden calcular estimaciones de los parámetros de la función de densidad de probabilidad de la variable estudiada, y de esta manera se puede conocer y caracterizar su comportamiento estocástico.

El cálculo del número de repeticiones entonces, es una selección del tamaño de la muestra que se desea tener para extraer un comportamiento estadístico de una variable, y teniendo esto en cuenta existen diversos criterios que permiten esa selección:

Criterio de la estadística acumulada: Este criterio consiste en calcular la estimación del parámetro inmediatamente después de finalizar cada repetición y detener la ejecución de repeticiones cuando la estadística calculada se estabilice en un valor. Así, después de R repeticiones se tienen R valores de la variable estudiada, que permiten calcular la

estimación $\hat{\theta}_R$ (que tiene en cuenta los datos de las R repeticiones). Si después se realiza una repetición más, se tendrán $(R + 1)$ valores de la variable estudiada, que permitirán calcular la nueva estimación $\hat{\theta}_{(R+1)}$. Si se compara $\hat{\theta}_R$ con $\hat{\theta}_{(R+1)}$, se podrá estimar el error en el que se incurre si se toma como valor definitivo del estimador el valor $\hat{\theta}_R$, suponiendo que el valor teórico con el cual se compara es $\hat{\theta}_{(R+1)}$ (que es la mejor estimación hecha hasta el momento). De esta manera se debe detener la ejecución de repeticiones cuando ese error se mantenga lo suficientemente pequeño para las últimas repeticiones hechas, indicando así, que se ha llegado a un valor aceptablemente estable del estimador $\hat{\theta}$.

Criterio del intervalo de confianza: Si se dispone de suficiente información estadística y de conocimiento de distribuciones probabilísticas y muestrales, es posible encontrar una expresión analítica para un intervalo de confianza del parámetro θ que se desea estimar. Este intervalo de confianza, es función del *nivel de confianza* que se desea para el intervalo según la Ecuación 35:

$$P[\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2] = 1 - \alpha \quad \text{Ecuación 35}$$

donde:

$P[\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2]$: Probabilidad de que el verdadero valor del parámetro se encuentre en el intervalo $[\theta_1, \theta_2]$.

$(1 - \alpha)$: Nivel de confianza que se desea para el intervalo del parámetro. Los valores típicos son 90%, 95%, 97.5% y 99%, entre otros.

De esta manera se tiene el intervalo $[\theta_1, \theta_2]$, que puede ser reescrito como la Ecuación 36 quedando en términos del número del tamaño de la muestra que fue utilizada:

$$[\theta_1, \theta_2] = [\hat{\theta} - f_1(n, (1 - \alpha)), \hat{\theta} + f_2(n, (1 - \alpha))] \quad \text{Ecuación 36}$$

donde:

$\hat{\theta}$: Mejor estimación hasta el momento del parámetro θ .

n : Tamaño de la muestra de donde se calcula $\hat{\theta}$.

f_1, f_2 : Funciones que representan la relación entre las *Cantidades pivotaes* y el tamaño de la muestra, para un nivel de confianza dado.

Es decir que se puede calcular el ancho del intervalo de confianza como:

$$W = f_1(n, (1 - \alpha)) + f_2(n, (1 - \alpha)) = F(n, (1 - \alpha)) \quad \text{Ecuación 37}$$

La Ecuación 37, relaciona el ancho del intervalo de confianza, con el tamaño de la muestra y con el nivel de confianza del intervalo, permitiendo así, calcular el tamaño de la muestra necesario para tener un intervalo con un nivel de confianza dado y con

un ancho máximo dado. Ese ancho máximo es una medida del error en que se puede incurrir si se toma el valor $\hat{\theta}$ como valor definitivo del parámetro, y por lo tanto se puede seleccionar con base en qué tan precisa se desea la medición (se debe tener en cuenta que está en las mismas unidades que el parámetro θ).

Dada la posibilidad de que las cantidades pivotaes (f_1, f_2) sean también función de la estimación $\hat{\theta}$, es posible que para implementar esta metodología de cálculo del tamaño de la muestra sea necesario tener resultados de repeticiones previas, de manera que $\hat{\theta}_R$ se estima con base en R repeticiones, después n se estima con base en $\hat{\theta}_R$, y después se calculan las repeticiones necesarias restantes como $(n - R)$, teniendo en cuenta que ya se dispone de R datos, y por lo tanto no es necesario ejecutar todas las n repeticiones. Se recomienda que después de realizadas todas las n repeticiones, se vuelva a calcular $\hat{\theta}_n$ y se vuelva a calcular n , para asegurarse que la estimación $\hat{\theta}_R$, no subestimó dicho valor.

Si bien existen otras metodologías para el cálculo del tamaño de la muestra, o en este caso el número de repeticiones a realizar, las dos anteriores se consideran suficientes para el cálculo necesario en modelos de RIDAPs.

Acople de la metodología utilizando simulación de eventos discretos

La metodología de uso de simulación de eventos discretos para la simulación de la simultaneidad de uso de los aparatos, es únicamente requerida en el caso en el que se tengan nudos con demandas dependientes, y su uso en casos de independencia representa un uso injustificado de recursos computacionales y de esfuerzo del modelador. De esta manera, se requiere un acople entre los resultados de la metodología con simulación de eventos discretos para conjuntos de nudos con demanda dependiente, y los demás nudos de la RIDAP con demandas independientes.

Para ello se debe tener en cuenta que como resultado de la modelación en ARENA, se deben tener resultados del porcentaje de tiempo que permanece el sistema en cada uno de los 2^{NN_D} posibles escenarios de demanda (donde NN_D es el número de nudos del sistema que tiene demanda dependiente entre ellos y que fueron simulados con eventos discretos). Es decir que el resultado tiene la misma forma que el resultado de la metodología basada en Blokker, la cual asigna a cada posible escenario una probabilidad de ocurrencia según la Ecuación 32. Esto permite una forma natural de acoplar los resultados de la siguiente manera:

Una vez se dispone de las 2^{NN_D} probabilidades de ocurrencia de cada escenario para el conjunto de nudos simulados con ARENA, se debe verificar que éstas sumen 1.0, indicando que reparten la totalidad del tiempo del sistema.

Teniendo en cuenta que la metodología basada en Blokker asigna a cada nudo una probabilidad de encendido y su complemento como probabilidad de apagado, esto puede ser entendido como un sistema “simulado” de un nudo ($NN_D = 1$) que dio como resultado que el escenario de encendido tiene una probabilidad de ocurrencia ρ_i y el escenario de apagado una probabilidad de ocurrencia de $(1 - \rho_i)$, y por lo tanto la manera como se acopla ese nudo al resto del sistema es una multiplicación de la probabilidad correspondiente a su configuración (encendido/apagado) con las probabilidades de las configuraciones del resto de nudos (ver Ecuación 32).

Algo similar a lo anteriormente descrito puede hacerse con los sistemas simulados con eventos discretos, en donde los posibles escenarios no son dos, como en el sistema de un nudo, sino 2^{NN_D} , pero dado que se tiene una probabilidad asociada con cada uno, el acople consiste en multiplicar la probabilidad correspondiente al escenario del sistema simulado con las probabilidades de las configuraciones del resto de los nudos (los nudos no incluidos en ese sistema simulado). Así la probabilidad de un escenario global de toda la RIDAP, será la multiplicación de las probabilidades asociadas a los escenarios individuales de cada nudo (configuraciones) y los escenarios de cada sistema de nudos simulado con eventos discretos.

Es decir que la metodología basada en simulación de eventos discretos, sólo se usa para subconjuntos de nudos de la red, que después dejarán de ser caracterizados como nudos individuales con dos únicas configuraciones, para ser caracterizados como partes de un sistema al que se debe evaluar la probabilidad conjunta que es precisamente el resultado de la simulación de eventos discretos.

4 Casos de estudio

A fin de mostrar de manera explícita la implementación de la metodología se desarrolló un caso de estudio simple que busca mostrar cómo se utiliza cada uno de los conceptos, algoritmos y programas mostrados en el anterior capítulo. El sistema a modelar consiste en un baño residencial con un lavamanos, un inodoro y una ducha (ver Figura 15). Se supone que todos los aparatos del baño son alimentados por una única tubería que transporta el agua fría hasta cada uno de los nudos de demanda, y en el caso de la ducha, esta cuenta con un sistema eléctrico propio que calienta el agua, de manera que la vivienda no dispone de calentador (ver Figura 16). El número de personas aferentes a este baño, y por lo tanto a cada uno de sus aparatos, se maneja como una variable, de manera que se buscarán los resultados para 1, 2, 3, 4, 6, 8 y 12.

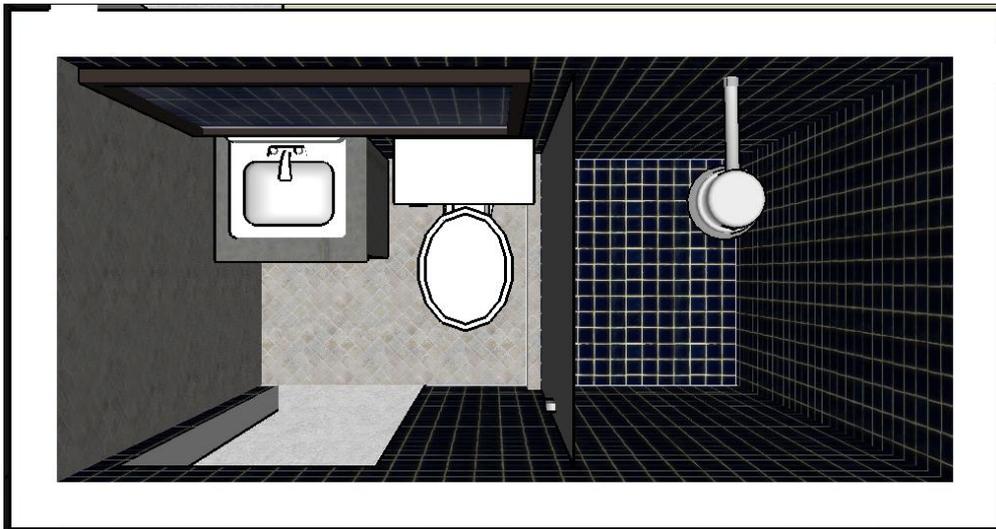


Figura 15. Esquema del caso de estudio correspondiente a un baño.

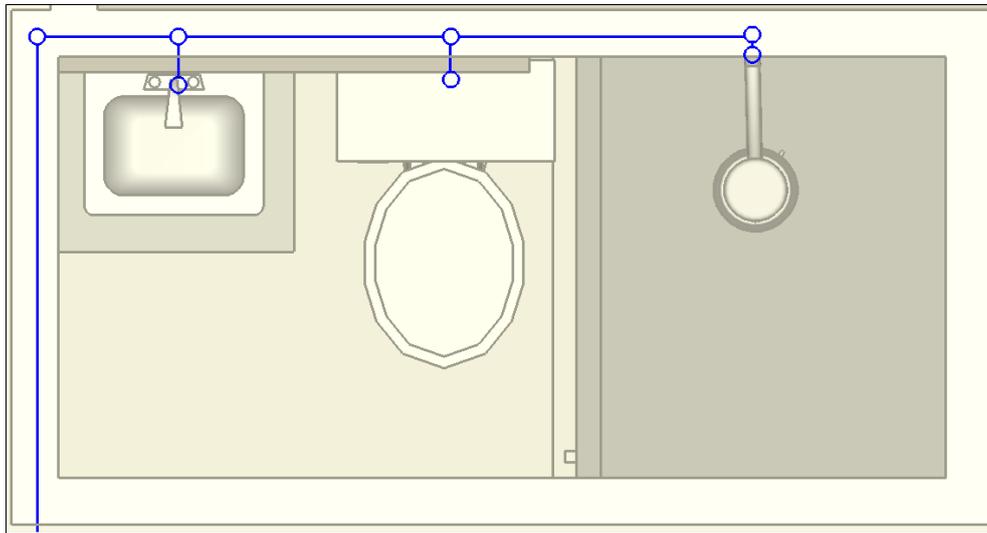


Figura 16. Vista en planta del baño, con diagrama de las tuberías de la red.

Para caracterizar la demanda de agua en el baño se utilizan las ecuaciones del comportamiento hidráulico mostradas en la Tabla 8 que plasman lo analizado en la Sección 3.1 acerca de la curva única del aparato. También se hace uso de Tabla 9 acerca de la frecuencia y duración de uso de cada uno de los aparatos. En esa Tabla 9 se utilizan los datos de la Tabla 6 para todas las frecuencias y para las duraciones del lavamanos y del inodoro, pero para la ducha se prefiere la distribución encontrada por Blokker (2010a) de forma Lognormal, dado que la distribución Ji (Chi) Cuadrado χ^2 (asignada por la Tabla 6), es una distribución de mayor complejidad y menor ajuste a los datos observados, y además no es linealmente escalable de manera que sólo es válida si se expresa en minutos. Finalmente se utiliza una distribución temporal de la frecuencia como la mostrada en Tabla 10 para cada uno de los aparatos sanitarios. Estas distribuciones temporales de la frecuencia se basan en suposiciones de patrones de comportamiento de los habitantes de la edificación en donde se encuentra el baño analizado.

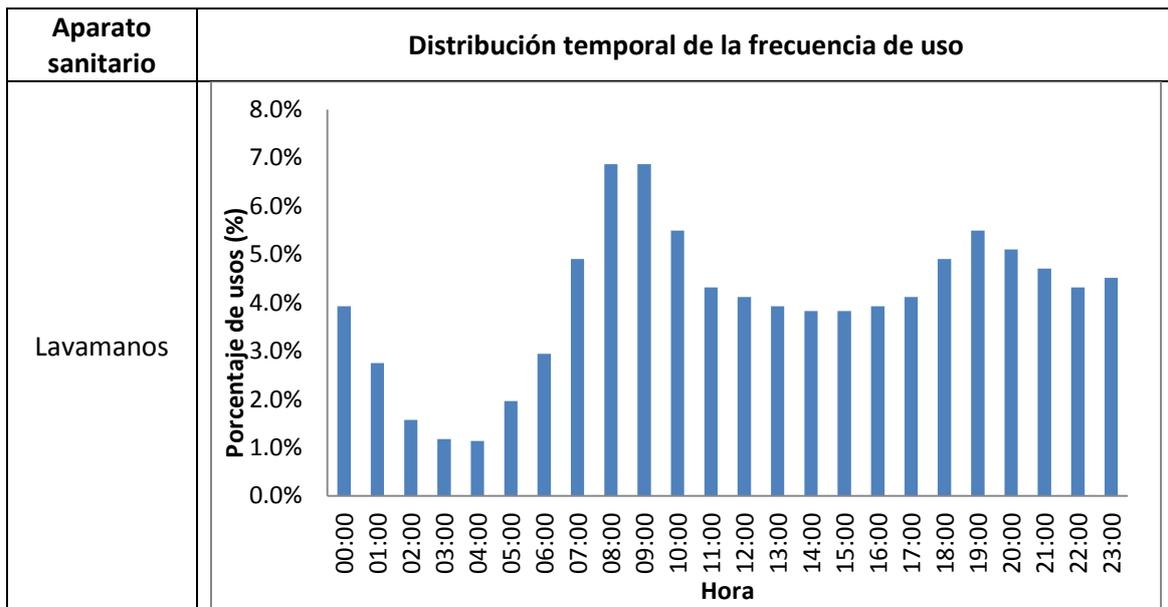
Tabla 8. Funciones de la curva única de los aparatos de un baño residencial.

Aparato sanitario	Curva única del aparato
Lavamanos	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.01588 \cdot (h(m.c.a))^{0.5} & \text{si } h \leq 20 \text{ m.c.a} \\ 0.07102 & \text{si } h > 20 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Inodoro ¹¹	$Q(L/s) = 0.02582 \cdot (h(m.c.a.))^{0.25}$
Ducha	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.05367 \cdot (h(m.c.a))^{0.5} & \text{si } h \leq 20 \text{ m.c.a} \\ 0.24002 & \text{si } h > 20 \text{ m.c.a} \end{cases}$

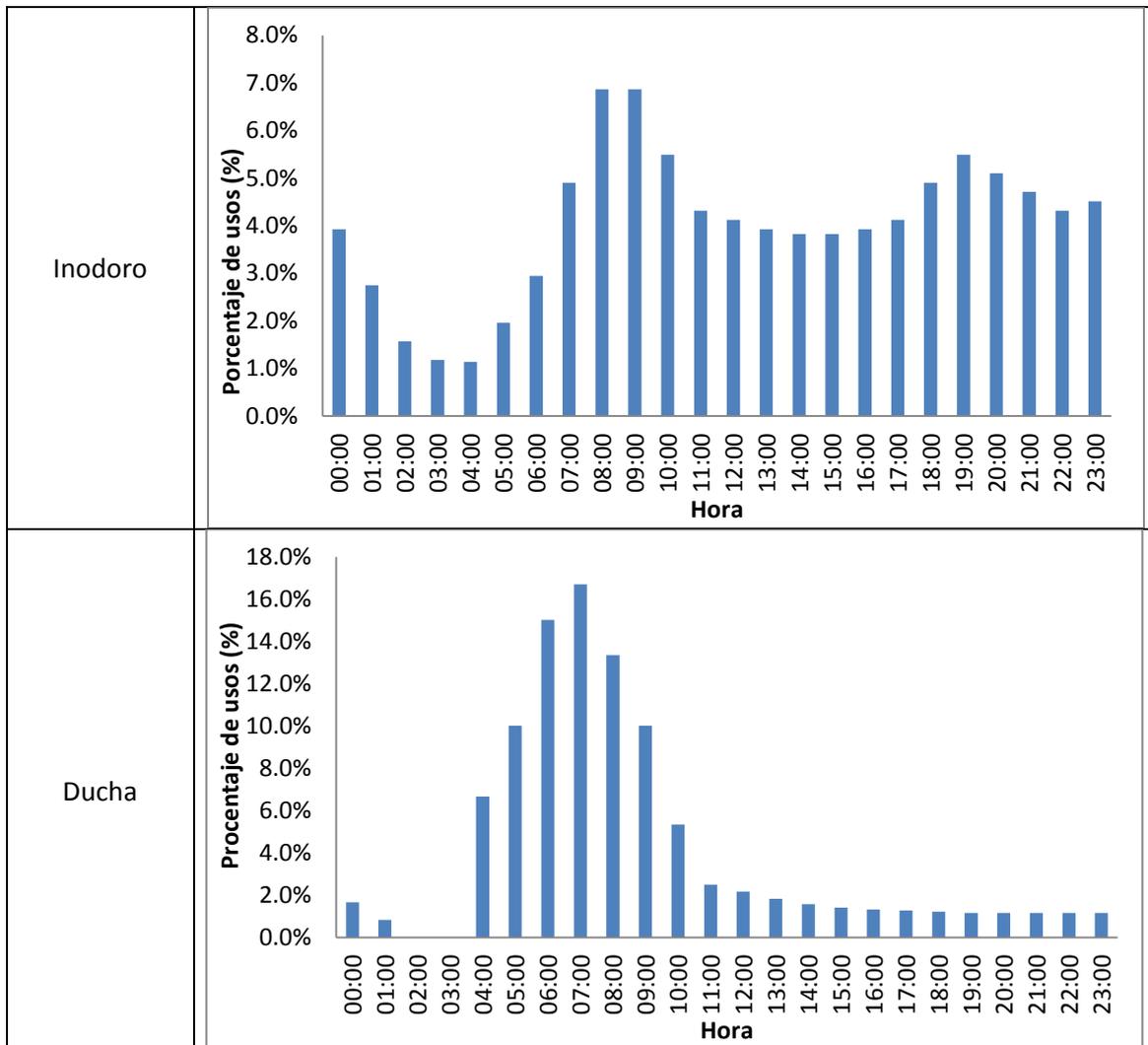
¹¹ Dado que el inodoro no dispone de una válvula de apertura variable, se rige por la ecuación del emisor para todo el rango de presiones.

Tabla 9. Frecuencia y Duración de uso para los aparatos de un baño residencial (basada en la Tabla 6 y en Blokker, 2010a).

Aparato sanitario	Frecuencia (usos/(día*persona))	Duración ¹²	
Lavamanos	$Poisson(\lambda = 4.1)$	$Lognormal$ con $Cv = 1.3$	Lavado y afeitado: $E[X] = 40 s$
			Cepillado de dientes: $E[X] = 15 s$
Inodoro	$Poisson(\lambda = 6.0)$	<i>Valor fijo = 2.4 min</i>	
Ducha	$Binomial(\mu = 0.7)$	$Lognormal(\mu_{Ln(X)} = 2.0, \sigma_{Ln(X)} = 0.5) min$	

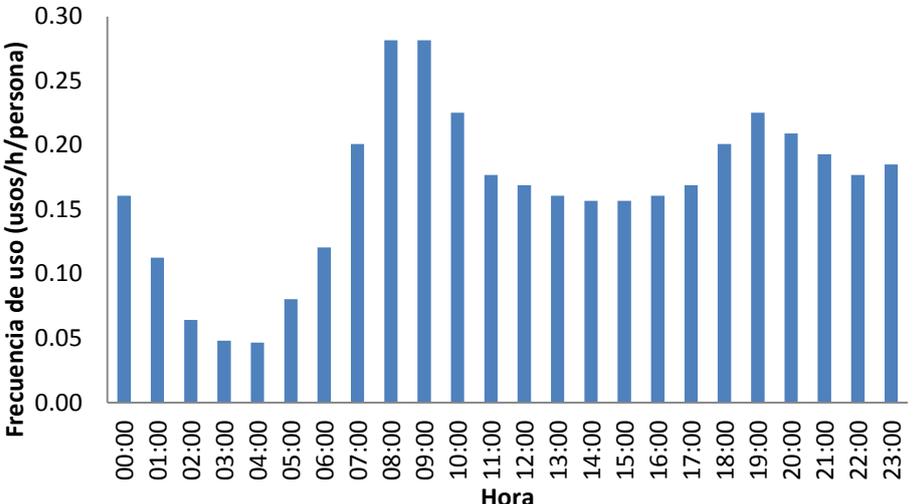
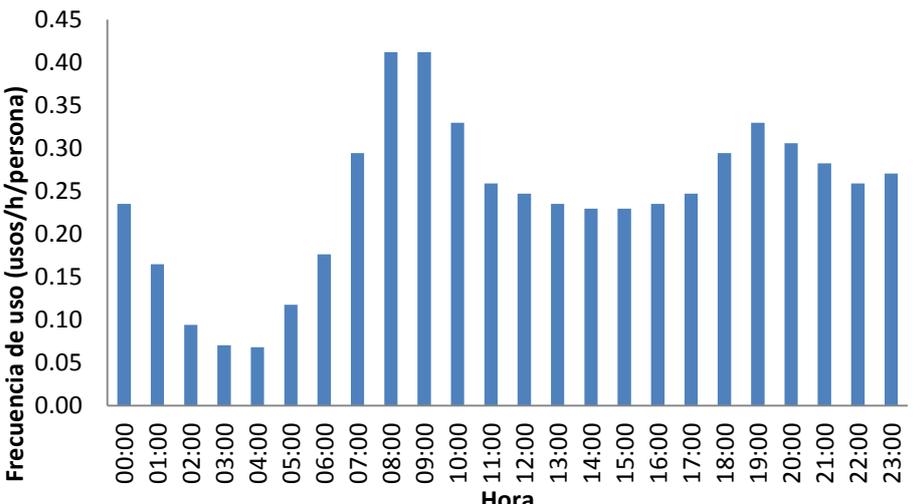
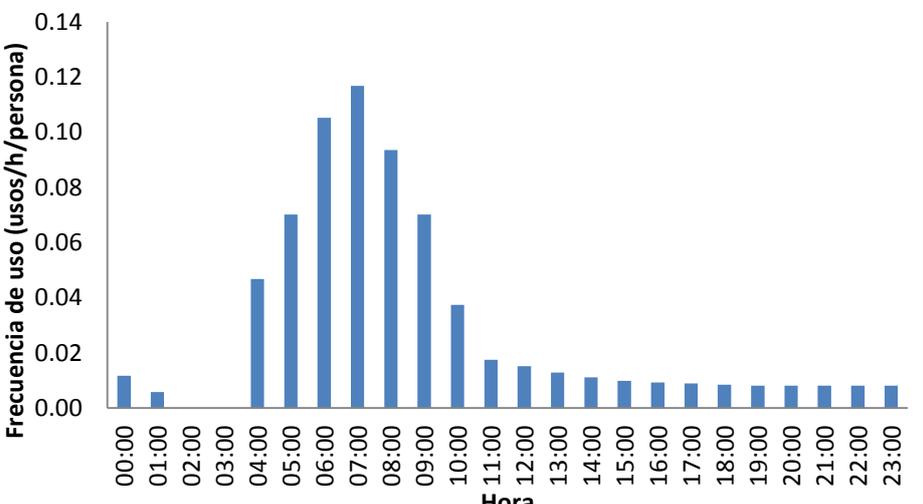
Tabla 10. Distribuciones temporales de la frecuencia de uso para los aparatos de un baño residencial.


¹² Las duraciones son representadas por distribuciones lognormales, que tienen como inconveniente la diversidad de sus parámetros. Así en algunos casos esta distribución es parametrizada por la media y la desviación estándar de la variable distribuida lognormal, y en otros casos está parametrizada por la media y la desviación estándar del logaritmo natural de la variable distribuida lognormal, cuya distribución es normal. (Ver Anexo 11.2).



Una vez se conocen las distribuciones temporales de la frecuencia, se pueden conocer las series de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona de cada aparato sanitario en el sistema como el producto de la frecuencia promedio (valor esperado de las distribuciones de frecuencia de la Tabla 9) y el valor horario del porcentaje de usos del aparato analizado, tal y como se ve en la Tabla 11.

Tabla 11. Series de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona para los aparatos de un baño residencial.

Aparato sanitario	Serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso por persona																																																		
Lavamanos	 <table border="1"> <caption>Data for Lavamanos chart</caption> <thead> <tr><th>Hora</th><th>Frecuencia de uso (usos/h/persona)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>00:00</td><td>0.16</td></tr><tr><td>01:00</td><td>0.11</td></tr><tr><td>02:00</td><td>0.06</td></tr><tr><td>03:00</td><td>0.04</td></tr><tr><td>04:00</td><td>0.04</td></tr><tr><td>05:00</td><td>0.08</td></tr><tr><td>06:00</td><td>0.12</td></tr><tr><td>07:00</td><td>0.20</td></tr><tr><td>08:00</td><td>0.28</td></tr><tr><td>09:00</td><td>0.28</td></tr><tr><td>10:00</td><td>0.22</td></tr><tr><td>11:00</td><td>0.17</td></tr><tr><td>12:00</td><td>0.16</td></tr><tr><td>13:00</td><td>0.15</td></tr><tr><td>14:00</td><td>0.15</td></tr><tr><td>15:00</td><td>0.15</td></tr><tr><td>16:00</td><td>0.16</td></tr><tr><td>17:00</td><td>0.16</td></tr><tr><td>18:00</td><td>0.20</td></tr><tr><td>19:00</td><td>0.22</td></tr><tr><td>20:00</td><td>0.21</td></tr><tr><td>21:00</td><td>0.19</td></tr><tr><td>22:00</td><td>0.17</td></tr><tr><td>23:00</td><td>0.18</td></tr> </tbody> </table>	Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)	00:00	0.16	01:00	0.11	02:00	0.06	03:00	0.04	04:00	0.04	05:00	0.08	06:00	0.12	07:00	0.20	08:00	0.28	09:00	0.28	10:00	0.22	11:00	0.17	12:00	0.16	13:00	0.15	14:00	0.15	15:00	0.15	16:00	0.16	17:00	0.16	18:00	0.20	19:00	0.22	20:00	0.21	21:00	0.19	22:00	0.17	23:00	0.18
Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)																																																		
00:00	0.16																																																		
01:00	0.11																																																		
02:00	0.06																																																		
03:00	0.04																																																		
04:00	0.04																																																		
05:00	0.08																																																		
06:00	0.12																																																		
07:00	0.20																																																		
08:00	0.28																																																		
09:00	0.28																																																		
10:00	0.22																																																		
11:00	0.17																																																		
12:00	0.16																																																		
13:00	0.15																																																		
14:00	0.15																																																		
15:00	0.15																																																		
16:00	0.16																																																		
17:00	0.16																																																		
18:00	0.20																																																		
19:00	0.22																																																		
20:00	0.21																																																		
21:00	0.19																																																		
22:00	0.17																																																		
23:00	0.18																																																		
Inodoro	 <table border="1"> <caption>Data for Inodoro chart</caption> <thead> <tr><th>Hora</th><th>Frecuencia de uso (usos/h/persona)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>00:00</td><td>0.23</td></tr><tr><td>01:00</td><td>0.16</td></tr><tr><td>02:00</td><td>0.09</td></tr><tr><td>03:00</td><td>0.07</td></tr><tr><td>04:00</td><td>0.07</td></tr><tr><td>05:00</td><td>0.12</td></tr><tr><td>06:00</td><td>0.17</td></tr><tr><td>07:00</td><td>0.29</td></tr><tr><td>08:00</td><td>0.41</td></tr><tr><td>09:00</td><td>0.41</td></tr><tr><td>10:00</td><td>0.32</td></tr><tr><td>11:00</td><td>0.26</td></tr><tr><td>12:00</td><td>0.24</td></tr><tr><td>13:00</td><td>0.23</td></tr><tr><td>14:00</td><td>0.23</td></tr><tr><td>15:00</td><td>0.23</td></tr><tr><td>16:00</td><td>0.23</td></tr><tr><td>17:00</td><td>0.24</td></tr><tr><td>18:00</td><td>0.29</td></tr><tr><td>19:00</td><td>0.32</td></tr><tr><td>20:00</td><td>0.30</td></tr><tr><td>21:00</td><td>0.28</td></tr><tr><td>22:00</td><td>0.26</td></tr><tr><td>23:00</td><td>0.27</td></tr> </tbody> </table>	Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)	00:00	0.23	01:00	0.16	02:00	0.09	03:00	0.07	04:00	0.07	05:00	0.12	06:00	0.17	07:00	0.29	08:00	0.41	09:00	0.41	10:00	0.32	11:00	0.26	12:00	0.24	13:00	0.23	14:00	0.23	15:00	0.23	16:00	0.23	17:00	0.24	18:00	0.29	19:00	0.32	20:00	0.30	21:00	0.28	22:00	0.26	23:00	0.27
Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)																																																		
00:00	0.23																																																		
01:00	0.16																																																		
02:00	0.09																																																		
03:00	0.07																																																		
04:00	0.07																																																		
05:00	0.12																																																		
06:00	0.17																																																		
07:00	0.29																																																		
08:00	0.41																																																		
09:00	0.41																																																		
10:00	0.32																																																		
11:00	0.26																																																		
12:00	0.24																																																		
13:00	0.23																																																		
14:00	0.23																																																		
15:00	0.23																																																		
16:00	0.23																																																		
17:00	0.24																																																		
18:00	0.29																																																		
19:00	0.32																																																		
20:00	0.30																																																		
21:00	0.28																																																		
22:00	0.26																																																		
23:00	0.27																																																		
Ducha	 <table border="1"> <caption>Data for Ducha chart</caption> <thead> <tr><th>Hora</th><th>Frecuencia de uso (usos/h/persona)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>00:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>01:00</td><td>0.005</td></tr><tr><td>02:00</td><td>0.00</td></tr><tr><td>03:00</td><td>0.00</td></tr><tr><td>04:00</td><td>0.045</td></tr><tr><td>05:00</td><td>0.07</td></tr><tr><td>06:00</td><td>0.105</td></tr><tr><td>07:00</td><td>0.115</td></tr><tr><td>08:00</td><td>0.095</td></tr><tr><td>09:00</td><td>0.07</td></tr><tr><td>10:00</td><td>0.035</td></tr><tr><td>11:00</td><td>0.015</td></tr><tr><td>12:00</td><td>0.015</td></tr><tr><td>13:00</td><td>0.012</td></tr><tr><td>14:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>15:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>16:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>17:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>18:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>19:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>20:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>21:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>22:00</td><td>0.01</td></tr><tr><td>23:00</td><td>0.01</td></tr> </tbody> </table>	Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)	00:00	0.01	01:00	0.005	02:00	0.00	03:00	0.00	04:00	0.045	05:00	0.07	06:00	0.105	07:00	0.115	08:00	0.095	09:00	0.07	10:00	0.035	11:00	0.015	12:00	0.015	13:00	0.012	14:00	0.01	15:00	0.01	16:00	0.01	17:00	0.01	18:00	0.01	19:00	0.01	20:00	0.01	21:00	0.01	22:00	0.01	23:00	0.01
Hora	Frecuencia de uso (usos/h/persona)																																																		
00:00	0.01																																																		
01:00	0.005																																																		
02:00	0.00																																																		
03:00	0.00																																																		
04:00	0.045																																																		
05:00	0.07																																																		
06:00	0.105																																																		
07:00	0.115																																																		
08:00	0.095																																																		
09:00	0.07																																																		
10:00	0.035																																																		
11:00	0.015																																																		
12:00	0.015																																																		
13:00	0.012																																																		
14:00	0.01																																																		
15:00	0.01																																																		
16:00	0.01																																																		
17:00	0.01																																																		
18:00	0.01																																																		
19:00	0.01																																																		
20:00	0.01																																																		
21:00	0.01																																																		
22:00	0.01																																																		
23:00	0.01																																																		

Por otro lado es necesario realizar el análisis mostrado en la Sección 3.2.1 para la duración de los usos de los aparatos. Dado que el lavamanos es el único aparato con duraciones diferentes según el uso último que se haga de éste, sólo para este aparato es necesario hallar una única función de densidad de probabilidad de la duración, siguiendo el procedimiento mostrado a continuación:

Tabla 12. Cálculo de la duración promedio total para el lavamanos de un baño residencial.

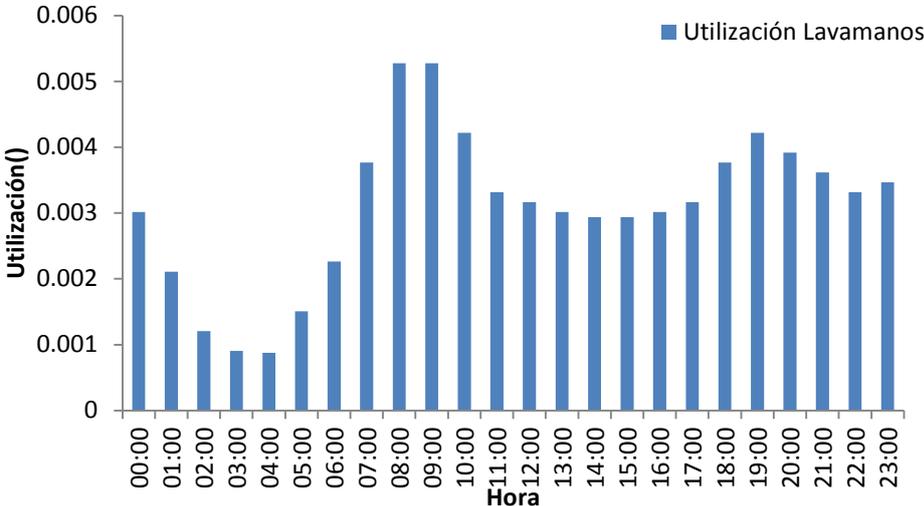
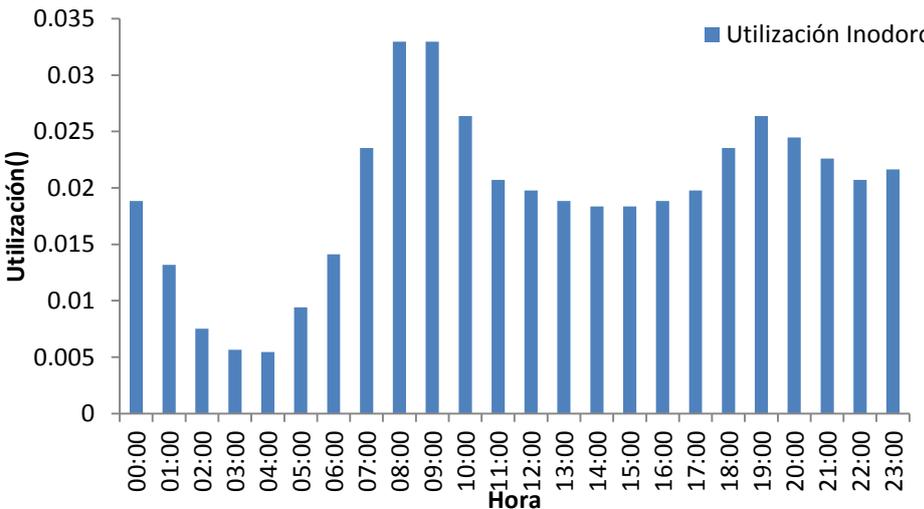
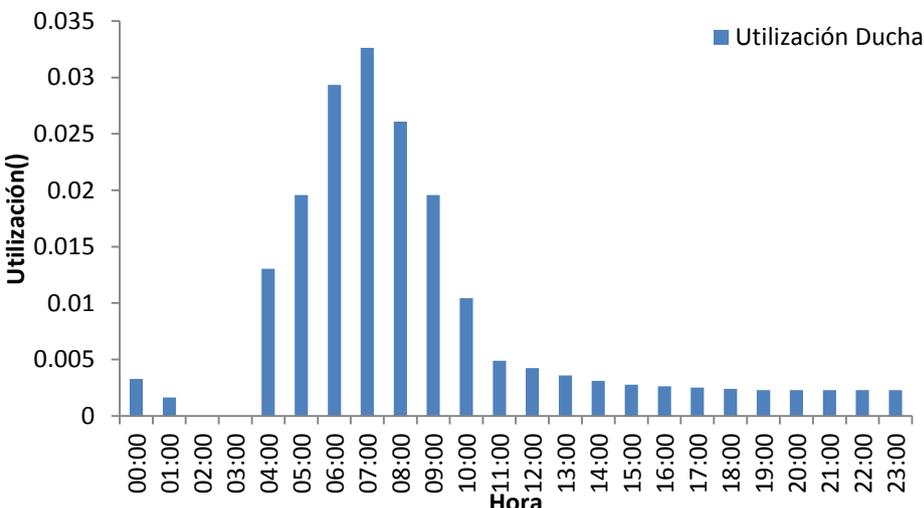
Uso	Duración: $E[X]$	Porcentaje del total de usos (% U)	$E[X] \cdot \%U$
Lavado y afeitado	40 s	75%	30.00
Cepillado de dientes	15 s	25%	3.75
Promedio total			33.75 s

4.1 Análisis de la simultaneidad de uso según el modelo basado en Blokker

Para implementar la metodología basada en Blokker para la simulación de la simultaneidad de uso de los aparatos, se deben tener todos los datos anteriormente calculados, para calcular la utilización horaria de cada aparato, haciendo uso de la Ecuación 31. Sin embargo este cálculo depende de un resultado previo que es la serie de tiempo de la frecuencia horaria de uso de cada aparato, teniendo en cuenta el número de personas aferente a éste. Para ese cálculo es necesario multiplicar cada serie de tiempo de la Tabla 11 con ese número de personas que puede tomar diferentes valores (1, 2, 3, 4, 6, 8 y 12), de manera que existen tantas series de utilización para cada aparato, como casos de número de personas aferentes al sistema. En la Tabla 13¹³, se muestra un conjunto de esas series de tiempo para todos los aparatos del sistema analizado, con 4 personas aferentes al baño y por lo tanto a cada uno de los éstos.

¹³ Algunas de las gráficas mostradas en esta tabla y en adelante en el documento, tienen en el eje de las ordenadas un valor sin dimensiones, lo cual es representado como ().

Tabla 13. Series de tiempo de la utilización de cada aparato de un baño residencial con 4 personas aferentes.

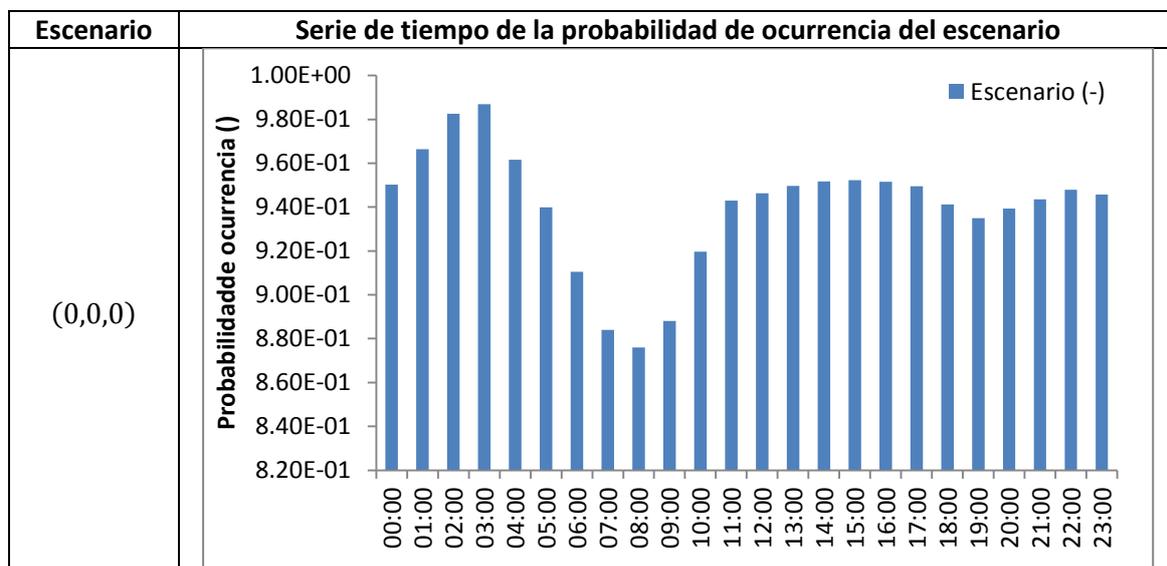
Aparato sanitario	Serie de tiempo de la utilización del aparato
Lavamanos	 <p>Utilización Lavamanos</p>
Inodoro	 <p>Utilización Inodoro</p>
Ducha	 <p>Utilización Ducha</p>

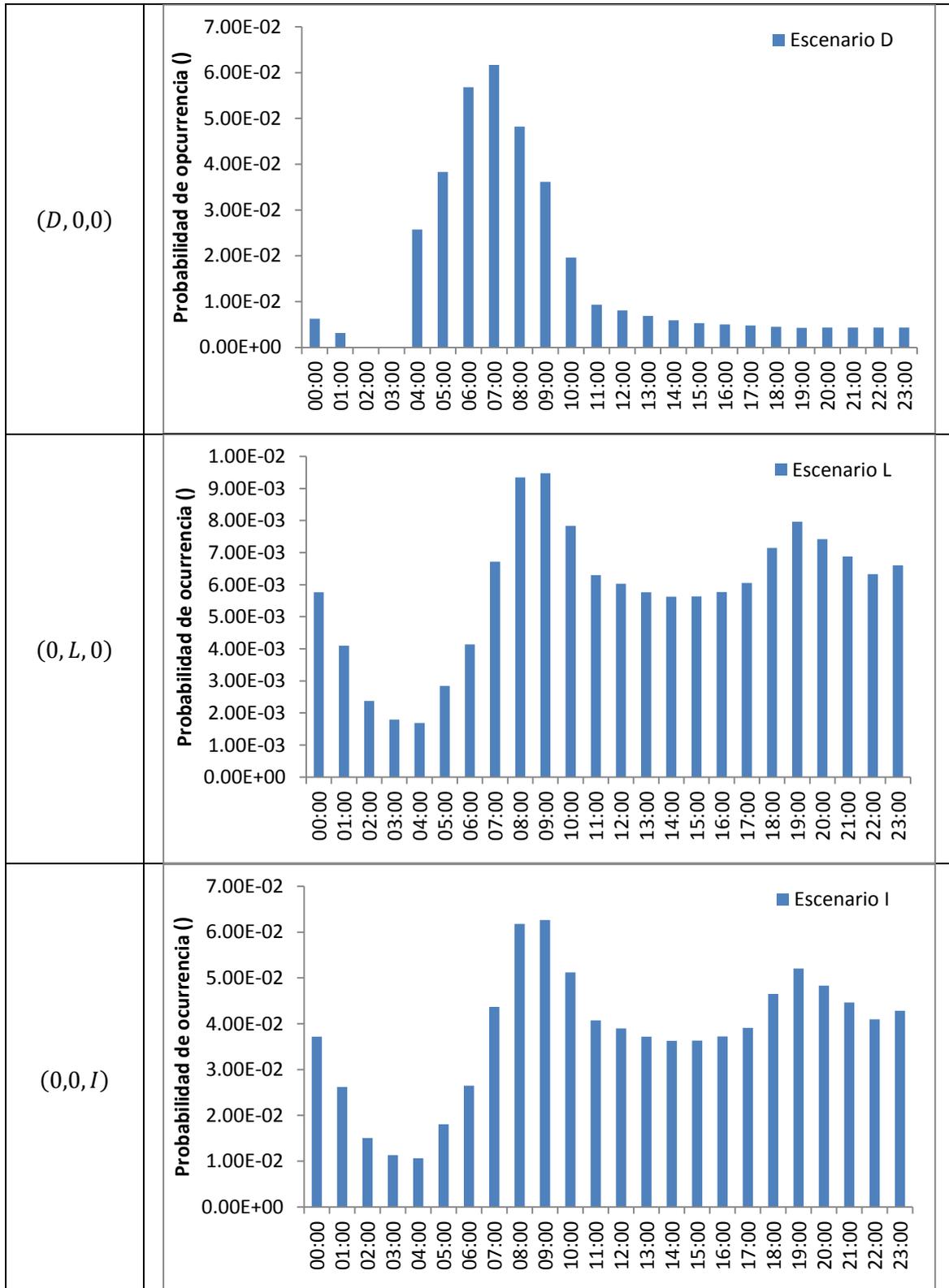
Teniendo en cuenta que el sistema tiene $NN = 3$ aparatos, el total de posibles escenarios es $2^{NN} = 2^3 = 8$ (Ver Tabla 14), y por lo tanto el análisis completo de la simultaneidad incluye el cálculo de cada una de las 8 probabilidades de ocurrencia. Para ello es necesario hacer uso de la Ecuación 32, para cada posible escenario y para cada hora del día. Como resultado se obtienen series de tiempo de la probabilidad de ocurrencia de cada escenario a lo largo del día, tal y como se muestra en la Tabla 15, para el caso de 4 personas aferentes al baño.

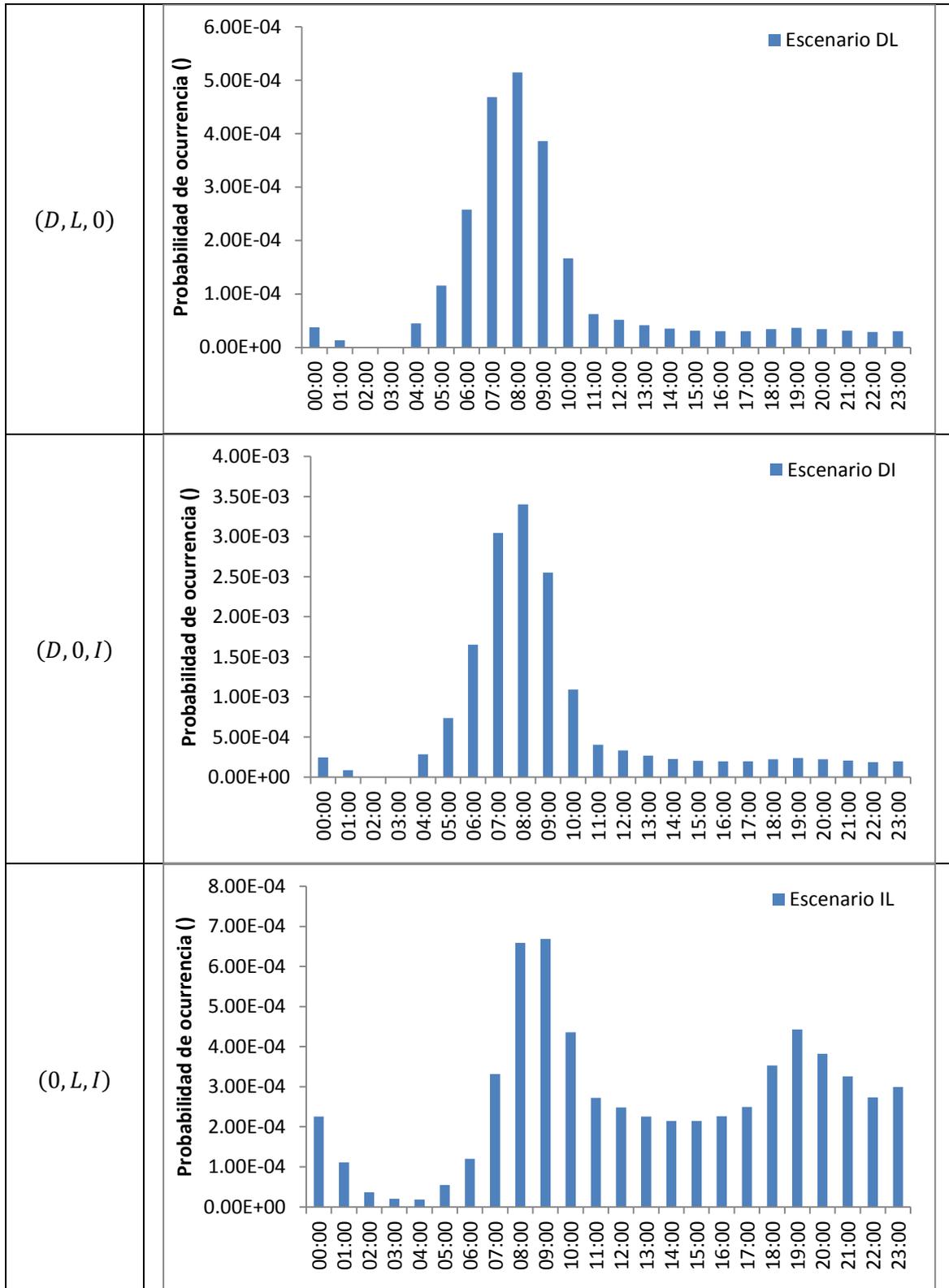
Tabla 14. Descripción y notación de los 8 posibles escenarios para un baño residencial.

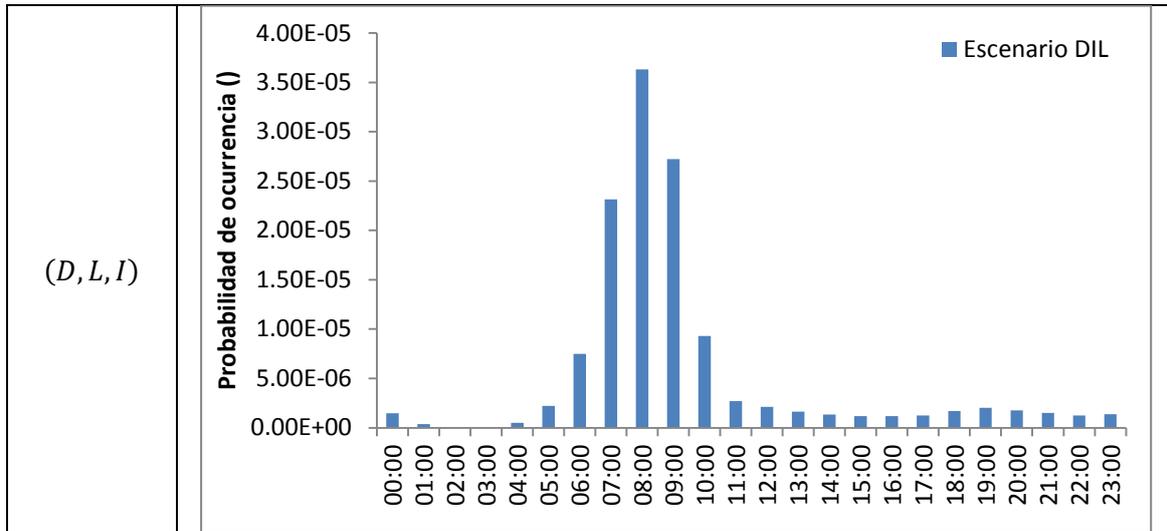
Notación	Escenario
(0,0,0)	Todos los tres aparatos del baño se encuentran apagados
(D, 0,0)	La ducha se encuentra encendida, pero el lavamanos y el inodoro no.
(0, L, 0)	El lavamanos se encuentra encendido, pero la ducha y el inodoro no.
(0,0,I)	El inodoro se encuentra encendido (descargando), pero el lavamanos y la ducha no.
(D, L, 0)	Tanto la ducha como el lavamanos se encuentran encendidos, pero el inodoro no.
(D, 0, I)	Tanto la ducha como el inodoro se encuentran encendidos, pero el lavamanos no
(0, L, I)	Tanto el lavamanos como el inodoro se encuentran encendidos, pero la ducha no
(D, L, I)	Los tres aparatos del baño se encuentran encendidos (descargando).

Tabla 15. Series de tiempo de la probabilidad de ocurrencia de cada escenario de un baño residencial con 4 personas aferentes.









Como se puede ver en la Tabla 15, la probabilidad más alta en cualquier hora del día, es la del escenario en donde todos los aparatos se encuentran apagados. Esto es una constante para todos los casos intentados con diferente número de personas aferentes, incluyendo el más extremo con 12 personas. De igual manera, el caso en donde los tres aparatos se encuentran encendidos al tiempo, tiene una probabilidad de ocurrencia extremadamente baja, donde sus mayores probabilidades apenas llegan a $4.0 \cdot 10^{-5}$ representando así lo extremo de este escenario.

Sin embargo, para este sistema es posible hacer uso de la metodología basada en Blokker con uso de simulación de eventos discretos, teniendo en cuenta que un comportamiento esperado de un usuario de un baño residencial, es cerrar la puerta de ingreso al baño, restringiendo el uso de los demás aparatos, y por lo tanto bloqueando de manera activa algunos escenarios, de manera que tienen probabilidad cero de ocurrencia.

4.2 Análisis de la simultaneidad de uso según el modelo basado en Blokker con simulación de eventos discretos.

Haciendo uso del programa ARENA de simulación de eventos discretos, se planteó un modelo que representa la dinámica de un baño que tiene en cuenta el comportamiento esperado de un usuario respecto a la ocupación total del recurso baño, cuando se hace uso de un aparato. El modelo supuso que si un potencial usuario llega al sistema y lo encuentra reservado por otro usuario, éste hará fila hasta que el recurso sea desocupado (se abra la puerta del baño).

Así, en la Figura 17 se muestra la implementación del modelo en el programa ARENA, en el cuál se incluyeron las series de tiempo de la frecuencia de uso del aparato para cada caso de número de personas aferentes, así como las funciones de densidad de probabilidad de las duraciones de uso de cada aparato. Esas duraciones requirieron un cálculo previo antes de ser



ingresados en el programa, teniendo en cuenta que la parametrización de la función Lognormal programada en ARENA es la mostrada en la Ecuación 38 (ver Anexo 11.2).

$$X \sim \text{Lognormal}(E[X], (\text{Var}[X])^{1/2}) \quad \text{Ecuación 38}$$

Así, las funciones asignadas para los tiempos de duración de uso del lavamanos y de la ducha fueron:

$$X \sim \text{Lognormal}(33.750, 43.875) \text{ s} \quad \text{Ecuación 39. Duración de uso del lavamanos.}$$

$$X \sim \text{Lognormal}(8.373, 4.462) \text{ min} \quad \text{Ecuación 40. Duración de uso de la ducha.}$$

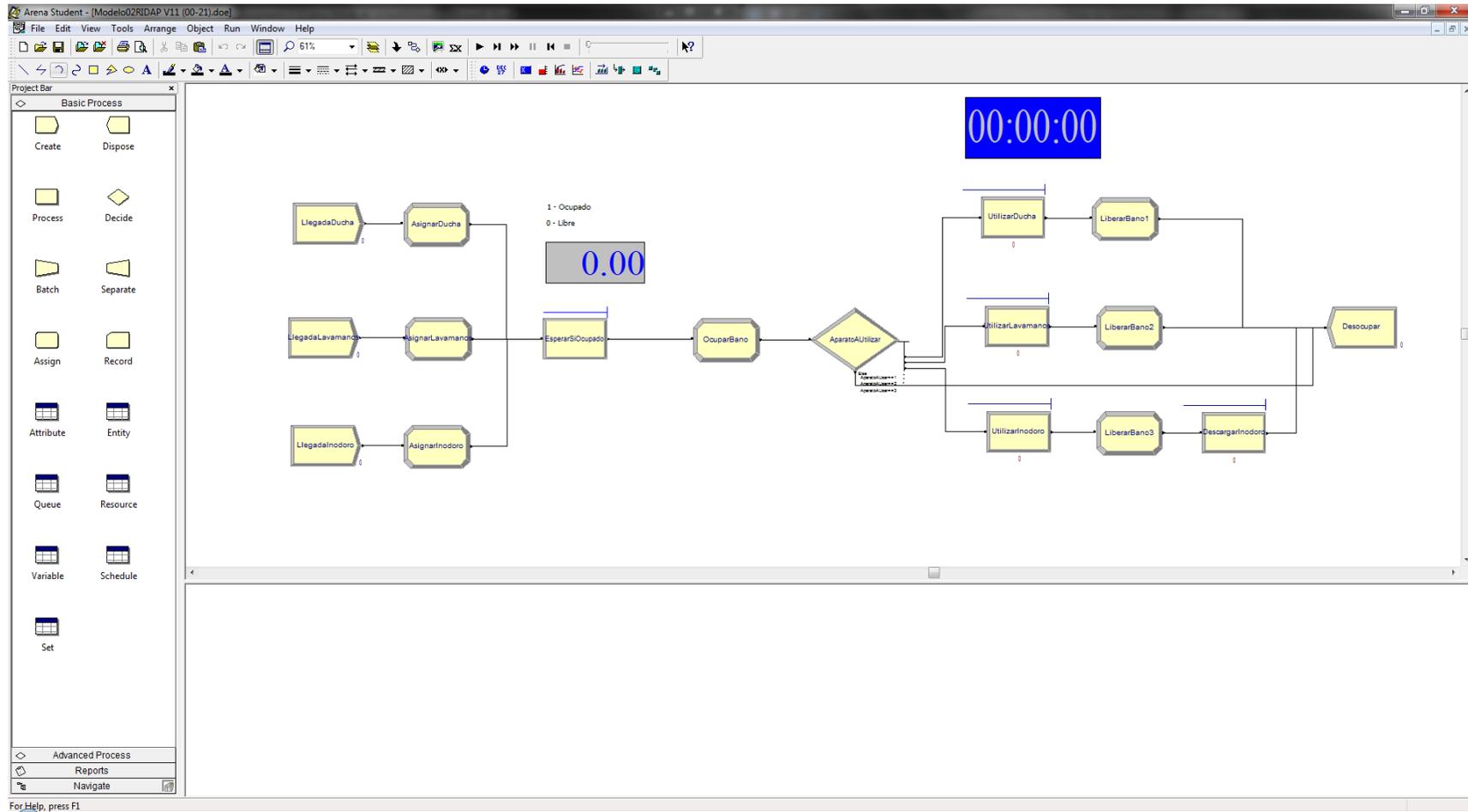


Figura 17. Implementación del modelo de un baño residencial en el programa ARENA.

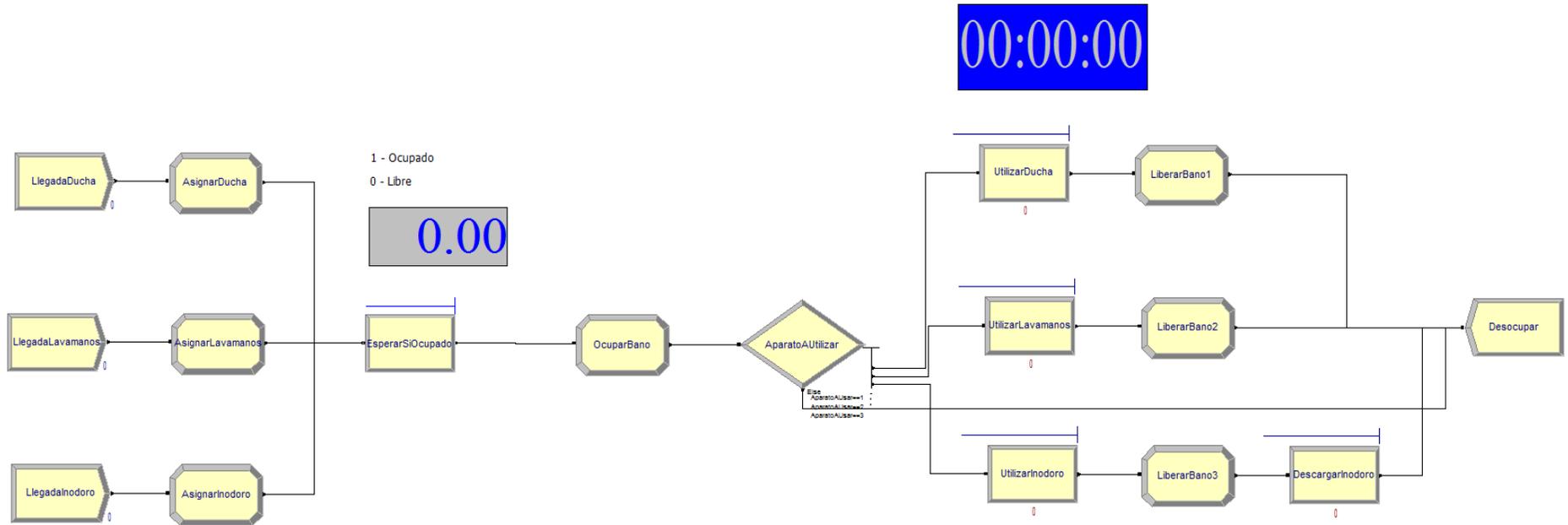


Figura 18. Esquema del modelo de un baño residencia implementado en ARENA.



Respecto a la duración de uso y descarga del inodoro (teniendo en cuenta que se representan los inodoros con dos objetos *Process*, para la ocupación del recurso y para la descarga efectiva del aparato), se supuso una función de densidad de probabilidad *Normal* como se muestra en la Ecuación 41. Para la duración de la descarga del inodoro se utilizaron los datos de la Tabla 9, de manera que la duración es fija tal y como se muestra en la Ecuación 42.

$$X \sim \text{Normal}(7, 2.5) \text{ min}$$

Ecuación 41. Duración de uso del inodoro.

$$X = 2.4 \text{ min}$$

Ecuación 42. Duración de descarga del inodoro.

Teniendo las anteriores funciones de densidad de probabilidad de las duraciones de uso y descarga de los aparatos, se tuvieron todos los datos necesarios para la creación del modelo esquematizado en la Figura 18. En este modelo, los primeros componentes son elementos *Create* asignados a cada uno de los aparatos sanitarios que contienen las series de tiempo de frecuencia de uso de los aparatos, y son precisamente estos componentes los que varían de acuerdo con el caso del número de personas aferentes al baño. Estos elementos fueron denominados *LlegadaDucha*, *LlegadaLavamanos* y *LlegadaInodoro*, para representar su naturaleza de representación de llegada de usuarios al sistema.

Después de cada elemento *Create*, sigue un elemento *Assign* cuya función es asignar a las entidades un atributo relacionado con el aparato sanitario que planea utilizar. Estos elementos fueron denominados *AsignarDucha*, *AsignarLavamanos* y *AsignarInodoro*, para representar su labor de asignar como atributo a las entidades (usuarios) el nombre del aparato que desean utilizar.

El modelo tiene una variable global denominada *BanoOcupado* que toma valor 1.0 cuando el baño está siendo ocupado por alguna entidad y por lo tanto tiene restringida la entrada para las demás entidades, y 0.0 cuando el baño está libre, listo para ser utilizado por la primera entidad que entre al sistema. Dado que se supone que si una entidad llega al sistema y éste está siendo ocupado, la entidad hará fila hasta que el sistema se desocupe, se utilizó un elemento *Hold* (ver Tabla 7), que permite generar y almacenar esa potencial fila de usuarios que desea utilizar el baño, permitiendo que el primer usuario que llegó a la fila sea el primero en utilizarlo una vez se ha desocupado. Este procedimiento se denominó *EsperarSiOcupado* para que se entendiera que las entidades tendrían que hacer la fila del elemento *Hold* en caso de que la variable *BanoOcupado* tuviera un valor igual a 1.0.

El siguiente componente del modelo es un elemento de tipo *Assign* cuya función era cambiar a 1.0 la variable *BanoOcupado* cada vez que una entidad pasara por el procedimiento, indicando así, que el baño ha sido cerrado, y que toda entidad que llegue después de ésta, tendrá que esperar en *EsperarSiOcupado* hasta que el baño sea liberado. Este *Assign* se denominó *OcuparBano* para representar su función de cambiar la variable haciendo que el sistema esté ocupado.



Una vez el usuario ha cerrado la puerta (pasar por *OcuparBano*), llega a un *Decide* en donde éste decide cuál aparato usará y descargará a partir del atributo signado por los *Assign* ubicados inmediatamente después de los *Create*. Dado que el sistema sólo tiene tres aparatos, el *Decide* sólo tiene tres caminos posibles a cada uno de los *Process* que representan los aparatos. Si bien existe una cuarta salida del *Decide*, esta sólo se ubica para evitar errores de compilación del programa ARENA. El objeto *Decide* fue denominado *AparatoAUtilizar* para representar ese proceso de elección del aparato a usar.

Después del objeto *Decide*, existen tres caminos, cada uno de los cuales lleva a un aparato sanitario, representado por un *Process*. Dada la versatilidad del programa ARENA, los objetos *Process* tienen diferentes posibles configuraciones dentro de la que se encuentra *Seize, Delay, Release*, cuya función es ocupar el recurso, durar un tiempo de servicio ocupando el recurso y la entidad, y después liberar el recurso para otro posterior uso por parte de otra entidad. Esta opción se considera la mejor para representar la dinámica de uso de un aparato sanitario, y ello permite ingresar la función de densidad de probabilidad de la duración del “servicio” permitiendo así, ingresar las duraciones expresadas en la Ecuación 39, la Ecuación 40 y la Ecuación 41.

Es importante notar que inmediatamente después de los objetos procesos de representación de uso de los aparatos (denominados *UtilizarDucha*, *UtilizarLavamanos* y *Utilizarinodoro*), vienen objetos *Assign* que modifican la variable *BanoOcupado* para que tome el valor de 0.0 indicando así que el baño ya fue liberado y que un próximo usuario puede hacer uso de éste. Estos objetos *Assign* son denominados *LiberarBano* dada su función análoga a la de *OcuparBano*.

En el caso del inodoro, existe un *Process* después de *LiberarBano* que representa la descarga del aparato, y cuya ubicación en el modelo se pensó para representar la posibilidad de que el baño sea utilizado, no mientras el inodoro está siendo utilizado, pero sí mientras está descargando después de un uso, y es en este objeto donde se incorpora la Ecuación 42 de duración de descarga del inodoro. Este *Process* se denomina *DescargarInodoro* dada su función de representar la descarga efectiva del aparato.

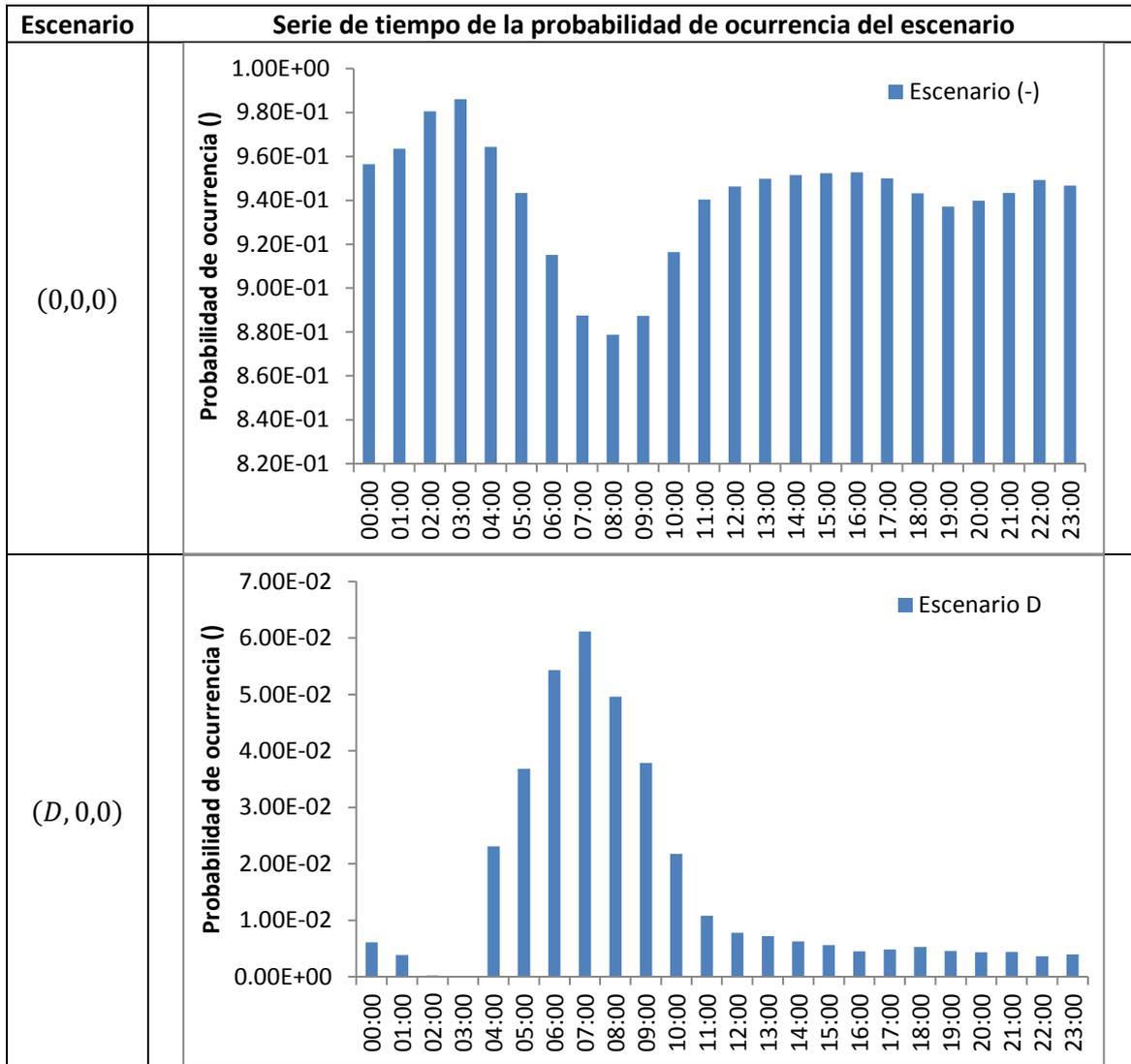
Finalmente, cuando un usuario ha hecho uso del aparato y ha liberado el baño, se dirige a un *Dispose* denominado *Desocupar*, en donde se eliminan las entidades para así representar una salida completa del sistema.

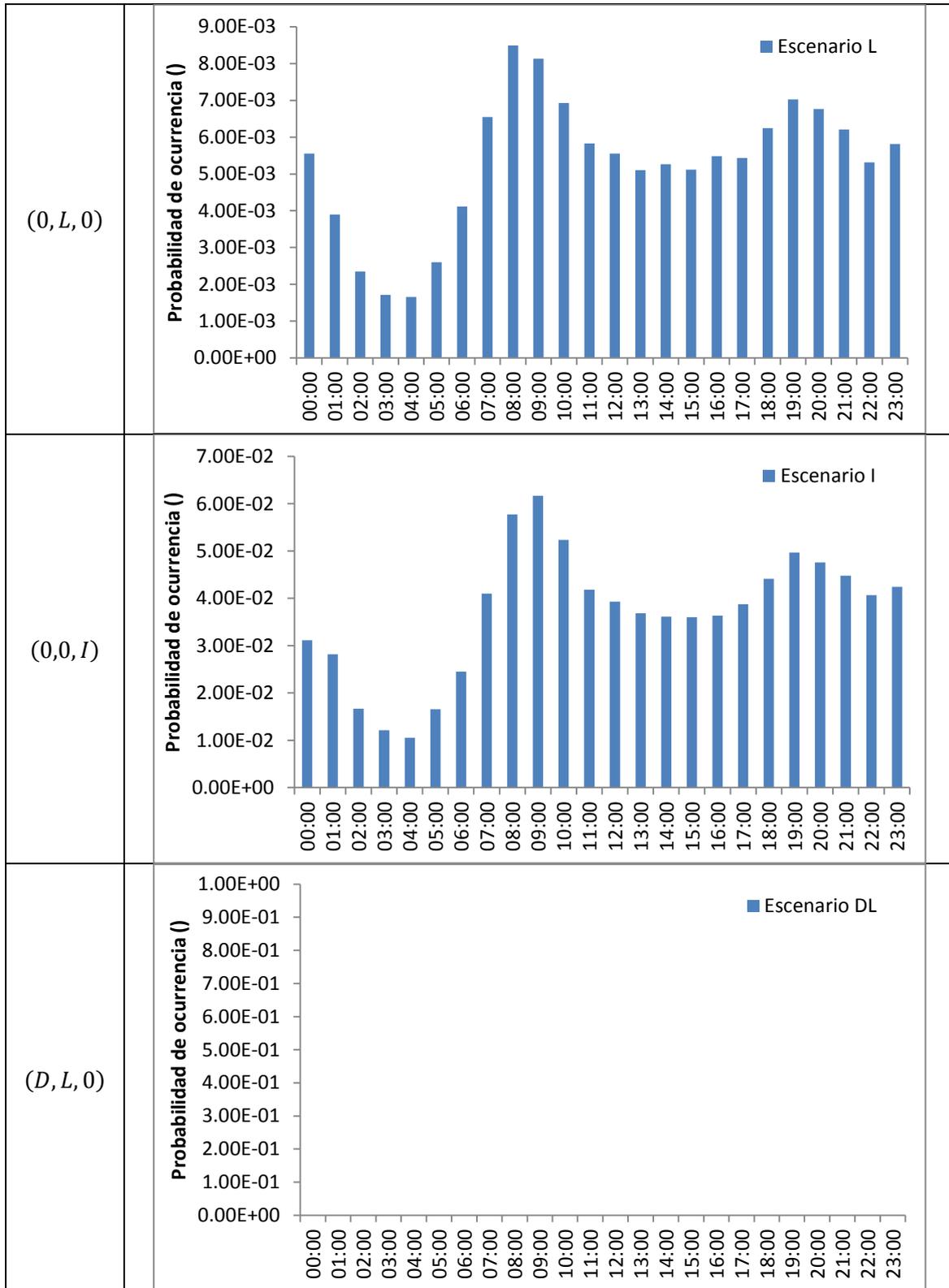
Respecto a las variables del programa ARENA sobre las características de las simulaciones y de la ejecución del programa, se seleccionó un periodo de simulación de un día, tal y como se recomendó en la Sección 3.2.2. El número de repeticiones se calculó con el Criterio de la estadística acumulada pero para permitir una mejor comparación se aumentó ese número hasta el punto de poder registrar esos eventos de muy baja probabilidad como aquellos para los que la metodología basada en Blokker asigna probabilidades de cerca de 10^{-4} . Esto llevó a un total de 5000 repeticiones que fue el número que equilibró la calidad de los datos de salida, con el tiempo de ejecución del programa.

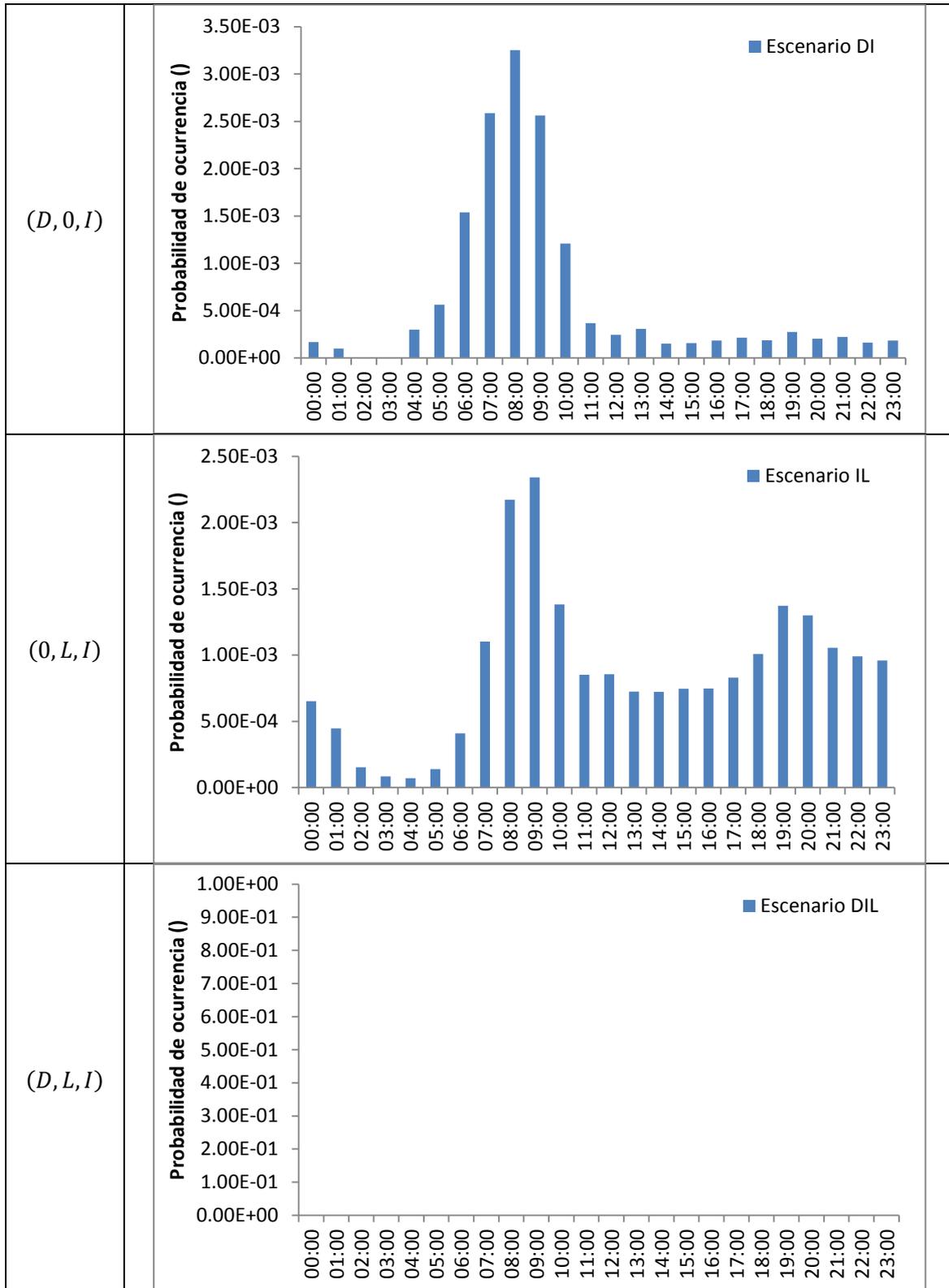


A continuación se muestran los resultados encontrados con esta metodología para el caso en que el número de personas aferentes al baño es de 4:

Tabla 16. Series de tiempo de la probabilidad de ocurrencia de cada escenario de un baño residencial con 4 personas aferentes.







En la Tabla 16 se pueden ver las probabilidades de ocurrencia horarias de cada escenario del sistema. Se debe notar que tanto el escenario $(D, L, 0)$ como el escenario (D, L, I) tienen probabilidad nula en cualquier hora del día, siendo este un efecto de la suposición de ocupación total del baño cuando se usa un aparato sanitario. Los escenarios con dos aparatos encendidos, uno de los cuales es el inodoro, representan escenarios donde el lavamanos o la ducha fueron utilizados mientras el inodoro descargaba inmediatamente después de haber sido usado y por lo tanto no violan la restricción de un usuario por vez en el baño.

4.3 Análisis de caudales a partir de ambas metodologías

Una vez se ha asignado una probabilidad de ocurrencia a cada escenario de demanda del sistema, es posible encontrar una función de densidad de probabilidad para el caudal que pasa por cada tubería de la red. Para ello se utiliza la modelación de los aparatos sanitarios descrita en la Sección 3.1, que para el caso del baño residencial previamente analizado, se rige por las ecuaciones de la Tabla 8.

Así, si se desea conocer la función de densidad de probabilidad del caudal que transporta el tubo que alimenta a todo el baño (ver Figura 16), es necesario modelar el comportamiento hidráulico del sistema para cada escenario, suponiendo que en los nudos que representan a los aparatos, se encuentran emisores con una curva igual a la de la Tabla 8 en caso de que el escenario los tenga encendidos, y en caso contrario, serán nudos con demanda cero. Así, se puede encontrar un caudal transportado por esa tubería para cada escenario, que en el caso del ejemplo dio:

Tabla 17. Caudal transportado por el tubo más aguas arriba del sistema para cada escenario.

Escenario	Caudal (L/s)
$(0,0,0)$	0
$(D, 0,0)$	0.142
$(0, L, 0)$	0.042
$(0,0, I)$	0.042
$(D, L, 0)$	0.184
$(D, 0, I)$	0.184
$(0, L, I)$	0.084
(D, L, I)	0.226

Haciendo uso de la Tabla 17 que relaciona caudal en el tubo con el escenario de demanda, y la Tabla 15 o la Tabla 16 que relacionan probabilidad de ocurrencia con cada escenario de demanda, se pueden encontrar relaciones de caudal en el tubo con probabilidad de

ocurrencia, que es precisamente la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria *Caudal en el tubo*¹⁴.

Si se utiliza la Tabla 15, y por lo tanto la metodología basada en Blokker, se llega a la función de densidad de probabilidad mostrada en la Figura 19 para el caso de 4 personas aferentes al sistema lo cual permite encontrar la función de probabilidad acumulada de la variable, la cual se muestra en la Figura 20.

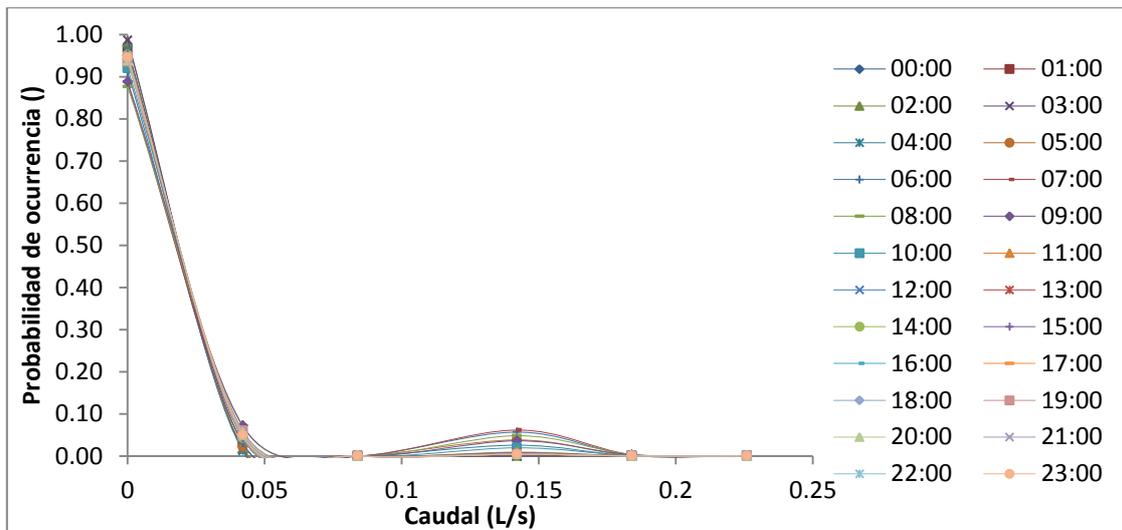


Figura 19. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.

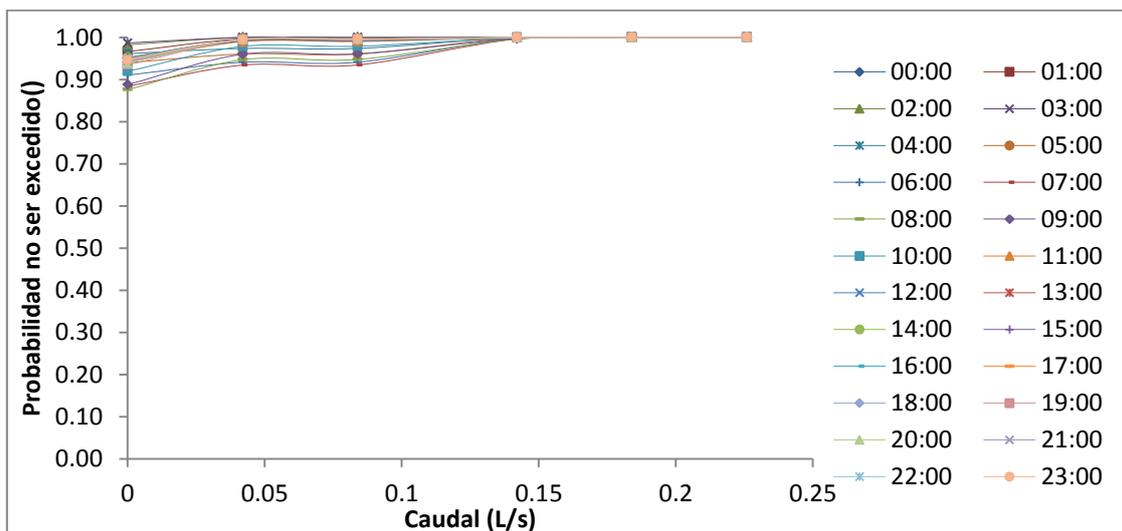


Figura 20. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.

¹⁴ Si bien esa variable es discreta según lo mostrado en la Tabla 17, estos valores son sólo estimaciones del caudal que pasará por el tubo, y por lo tanto la variable tiene una función de densidad de probabilidad tal como cualquier variable continua.



Si, por otro lado, se utiliza la Tabla 16 para dicho cálculo, las funciones de densidad de probabilidad y de probabilidad acumulada son las mostradas en la Figura 21 y la Figura 22:

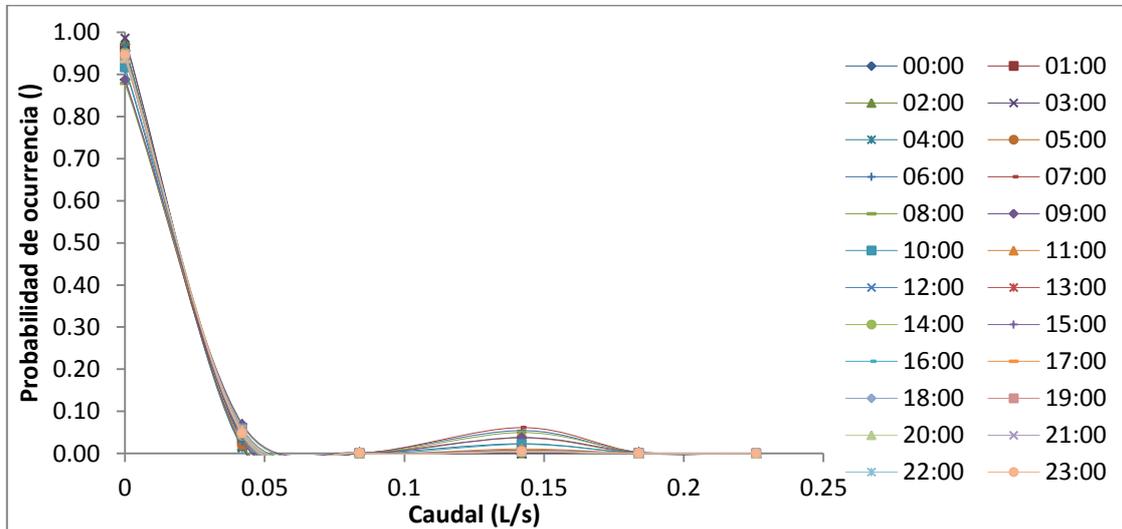


Figura 21. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.

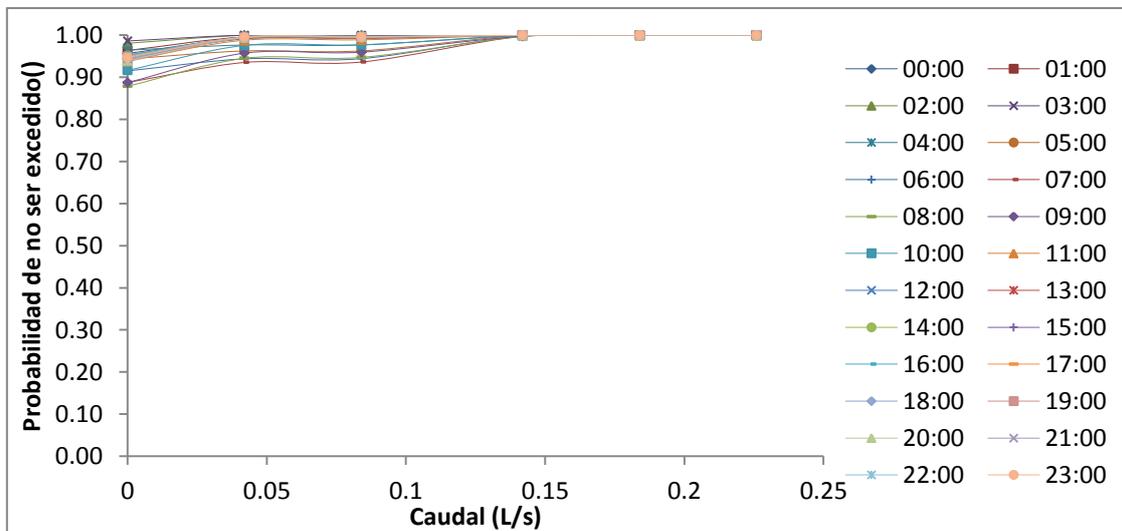


Figura 22. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.

En las anteriores figuras se puede notar que dada la alta probabilidad del escenario (0,0,0), todas las funciones acumuladas de probabilidad para cualquier hora inician con una probabilidad considerablemente alta, que hace que, para un caudal cualquiera mayor a cero, la probabilidad de no ser excedido sea cercana o superior al 90%.

Para permitir una mejor visualización de las probabilidades encontradas, se decidió calcular y graficar las funciones de densidad de probabilidad y las funciones de probabilidad acumulada del caudal transportado por el tubo tomando como dado que el sistema sí está en uso y que

por lo tanto no se está en el escenario (0,0,0). Estas figuras permiten ver la forma de las curvas para los caudales mayores a cero, y pueden ser utilizadas en un eventual análisis de probabilidad de falla.

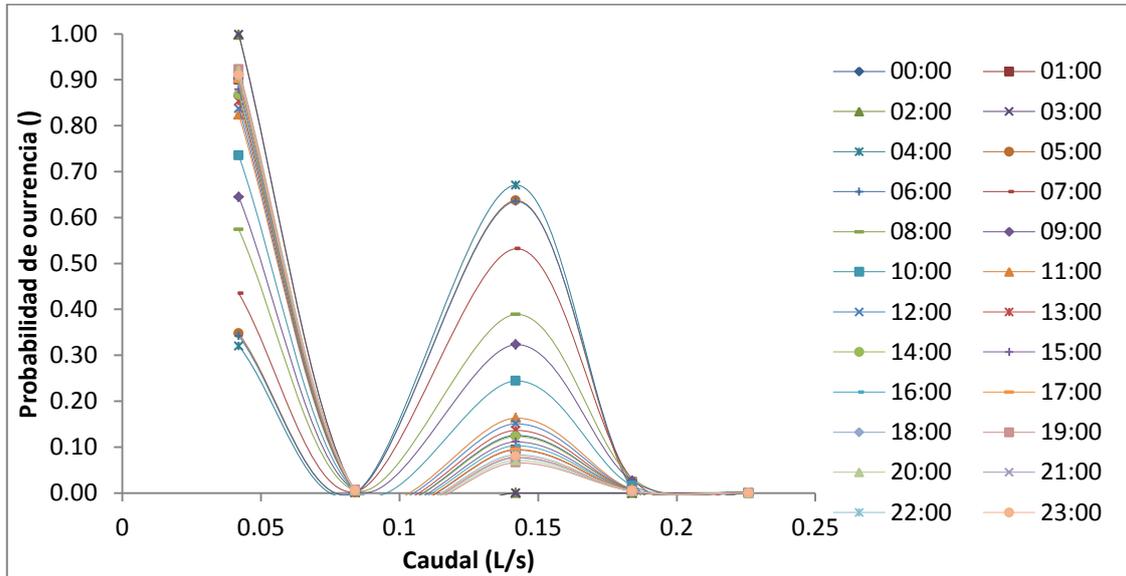


Figura 23. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.

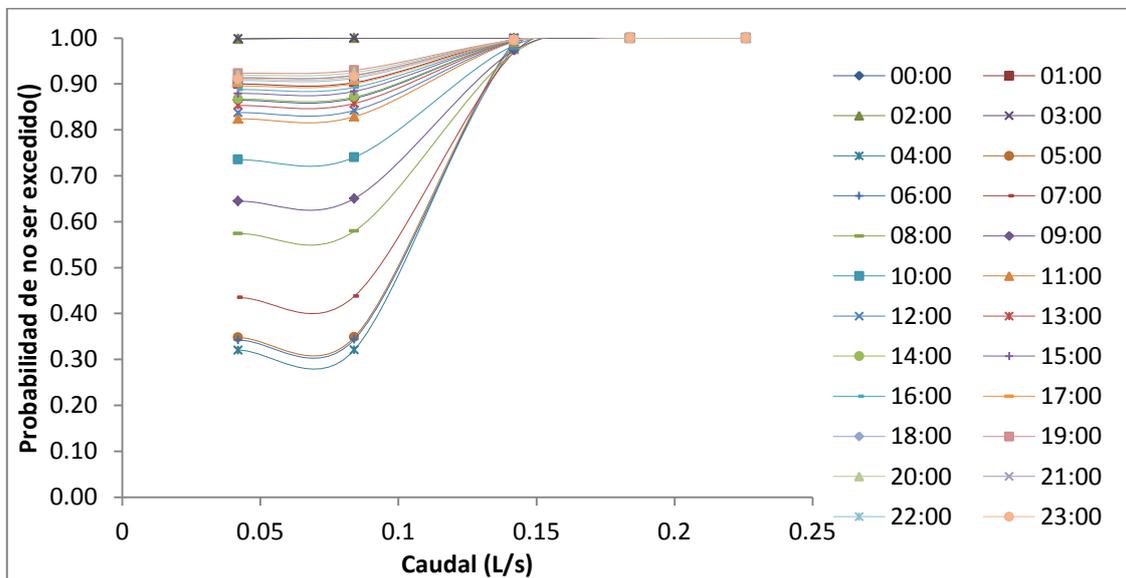


Figura 24. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker para un baño con 4 personas aferentes.

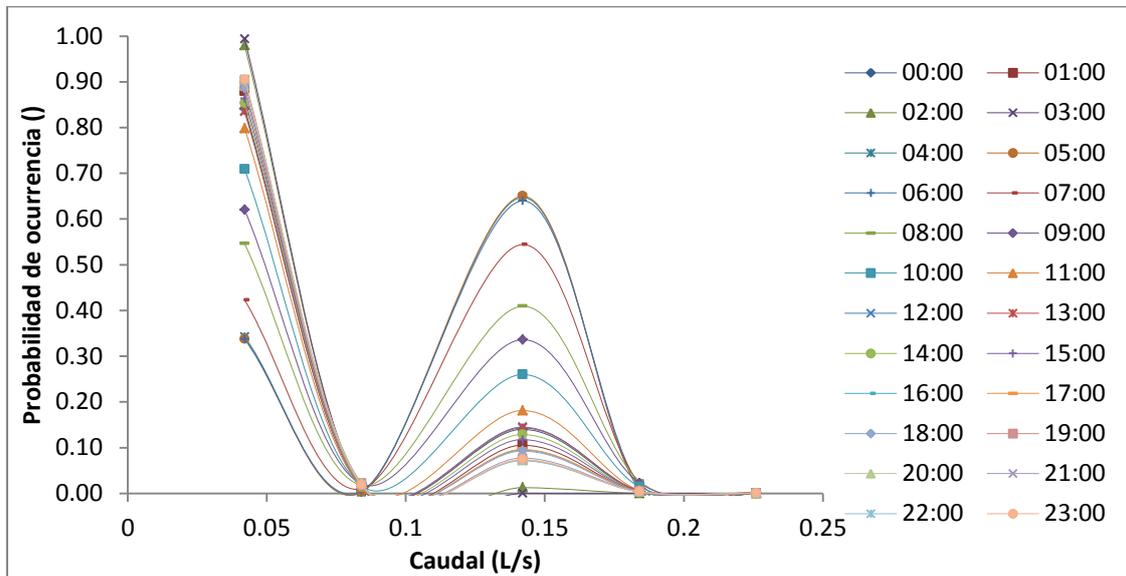


Figura 25. Función de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.

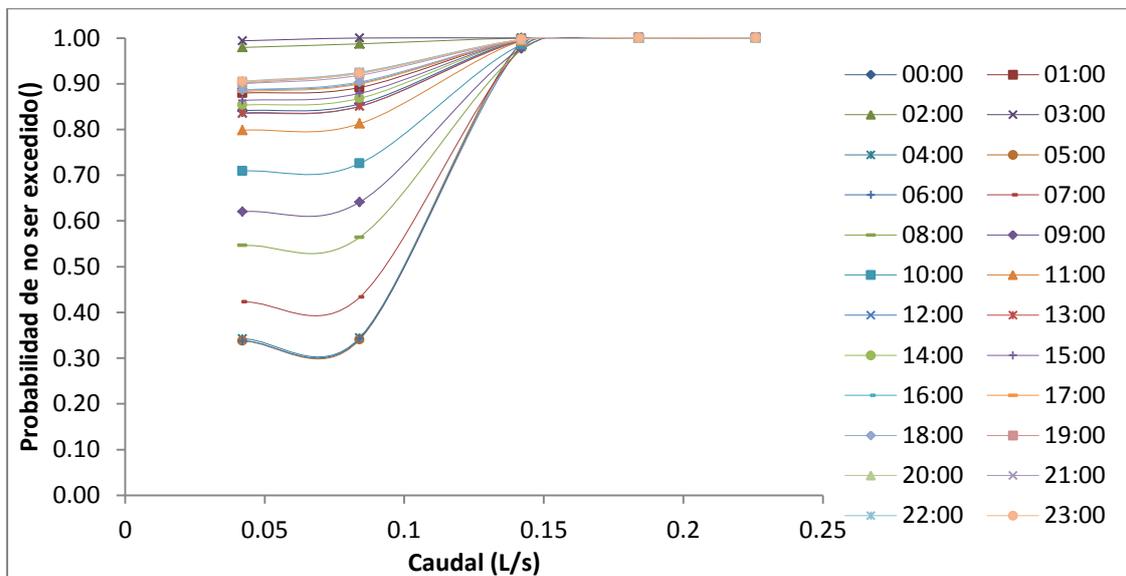


Figura 26. Función acumulada de probabilidad del caudal transportado por el tubo dado que el sistema está en uso, utilizando la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos para un baño con 4 personas aferentes.

Comparativamente, las funciones de densidad de probabilidad asignadas por ambas metodologías son similares en forma, pero tienen algunas diferencias en los valores de las probabilidades, los cuales pueden resultar poco significativos para algunos procedimientos, pero significativos para otros. Así, por ejemplo, para una eventual evaluación de las condiciones de flujo en la red en búsqueda de posibles condiciones de crecimiento de biopelículas o mineralopelículas, tendría en cuenta la recurrencia del escenario con caudal en el tubo nulo, y en ese caso podría utilizar los resultados de las figuras entre la Figura 19 y la

Figura 22. Estas figuras, presentan diferencias despreciables en las probabilidades, y por lo tanto los resultados de dicho análisis no variarían significativamente si se usa la metodología basada en Blokker o la metodología basada en Blokker con simulación de eventos discretos.

Sin embargo, una evaluación del nivel de satisfacción promedio de los usuarios que utilizan el sistema, sólo tendría en cuenta los escenarios donde hay una demanda efectiva, es decir que utilizaría los resultados de las figuras entre la Figura 23 y la Figura 26, y en ese caso las diferencias entre las metodologías puede ser significativa, con diferencias en las probabilidades de hasta 3.0% en valor absoluto de probabilidad, y de diferencias promedio de 27% entre las probabilidades para cada hora y para cada escenario relativas al valor estimado con la metodología con simulación de eventos discretos, para el caso de 4 personas aferentes al baño.

Es importante notar que los resultados mostrados en las anteriores figuras y los anteriores cálculos, son similares a los encontrados para el resto de casos del número de personas aferentes al sistema, con diferencias en valores pero no en forma. Por ejemplo en el caso de las funciones de densidad de probabilidad y de probabilidad acumulada, a medida que aumenta el número de personas aferentes, las probabilidades del escenario (0,0,0) se reducen mientras que para los demás escenarios se aumentan, haciendo más pronunciados los picos de las funciones de densidad de probabilidad (e.g. Figura 19 y Figura 23). Análogamente cuando se reduce el número de personas aferentes, las probabilidades del escenario (0,0,0) aumentan significativamente haciendo todas las curvas de probabilidad total más planas.

El anterior procedimiento de análisis estocástico hecho para la variable *Caudal en el tubo más aguas arriba* puede ser hecho también para otras variables del flujo en la red, tales como los caudales en el resto de las tuberías, las presiones y alturas piezométricas en cualquier nudo o punto de la red, los números de Reynolds, las velocidades, y demás, teniendo en cuenta que la mayoría de los programas de simulación hidráulica de redes con flujo presurizado entregan como resultados tablas en donde para cada nudo y para cada tubo presentan características del flujo en dicho elemento, y por lo tanto al realizar simulaciones hidráulicas para cada escenario, es posible tener una realización de la variable estudiada, la cual puede relacionarse con la probabilidad de ocurrencia del escenario simulado.

De esta manera concluye el caso de estudio correspondiente a un baño residencial, habiendo mostrado la manera de la implementación de ambas metodologías propuestas, y mostrando un resultado comparativo entre los resultados de ambas.

5 Procedimiento de diseño propuesto

Con base en los resultados de la metodología propuesta para la modelación de la demanda en RIDAPs, es posible realizar un análisis estocástico e hidráulico que permita realizar diseños que se ajusten satisfactoriamente a las demandas modeladas, y por lo tanto a la utilización típica del sistema prototipo. A continuación se muestra un diagrama de flujo que resume las etapas en las que se divide el procedimiento de diseño de RIDAPs planteado en esta investigación:

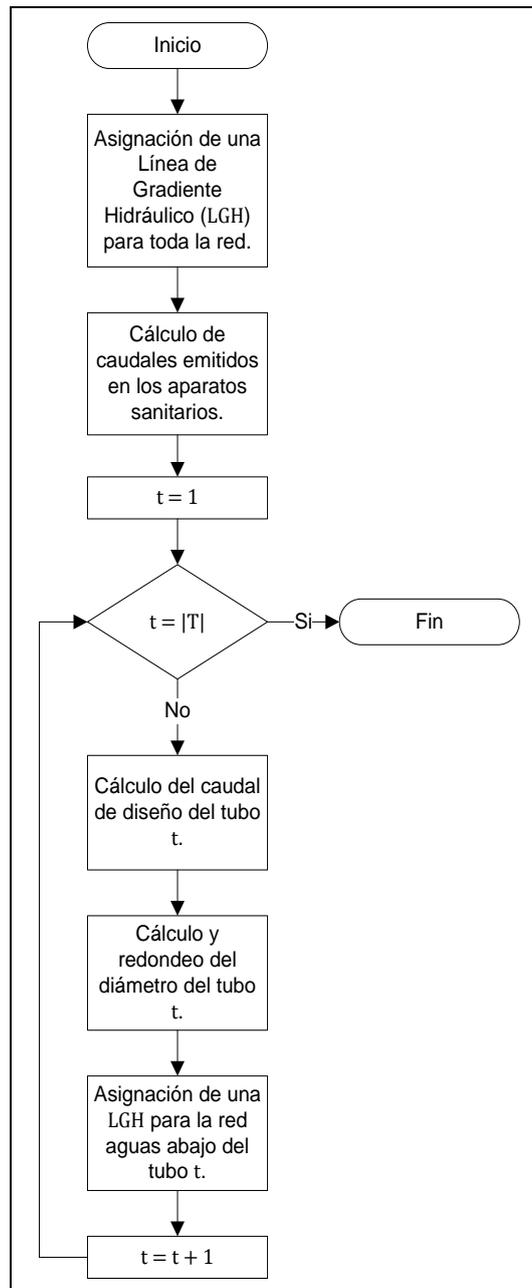


Figura 27. Diagrama de flujo del procedimiento de diseño propuesto.

Las etapas del procedimiento de diseño mostrado en la Figura 27 son detalladas en las siguientes secciones.

5.1 Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)

La asignación de una LGH para toda la red, o para la red aguas abajo de una tubería cualquiera, es un paso adoptado de algunas metodologías de diseño optimizado de RDAPs (Wu, 1975 y Ochoa, 2009). Este paso consiste en predefinir la altura piezométrica de cada nudo de la red, de manera que, con los caudales de diseño de cada tubo se pueden encontrar valores de los diámetros de todas las tuberías que globalmente generan una red diseñada de costo cercano al mínimo.

En la Sección 2.2.2 de este documento se presenta un análisis de la función típicamente asignada como LGH para una tubería en serie (polinomio de segundo grado). Como resultado se encuentran los dominios de cada una de las variables independientes de esta función, permitiendo así definir completamente la familia de curvas cuadráticas que pueden ser asignadas como LGH de una tubería en serie. Así, para realizar este subproceso del procedimiento de diseño se hace uso de la Ecuación 12 presentada a continuación, con la cual es posible asignar la altura piezométrica objetivo de cada nudo de la red o tramo de red analizado:

$$LGH_X = 4 \cdot F \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})^2} \cdot X^2 - (1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})} \cdot X + LGH_{Max} \quad \text{Ecuación 43}$$

donde:

LGH_X : LGH evaluada en el punto X medido desde la entrada del sistema. En la altura piezométrica que se asignará al nudo ubicado a una distancia X de la entrada del sistema.

LGH_{Max} : Máximo valor de la LGH para esa trayectoria analizada. Corresponde con la altura piezométrica disponible en la entrada del sistema.

LGH_{Min} : Mínimo valor de la LGH para esa trayectoria. Este valor corresponde a la mínima altura piezométrica aceptable en el nudo final de la trayectoria (el de más aguas abajo).

L_{Tot} : Longitud total de la trayectoria a la cual pertenece el punto analizado. Se calcula como la distancia topológica entre la entrada del sistema y el nudo final de la rama.

F : Flecha de la ecuación cuadrática de LGH. Representa la diferencia de alturas piezométricas entre una LGH recta calculada con la Ecuación 11, y la que se desea calcular con la Ecuación 12, escrita de manera porcentual respecto a la diferencia entre la LGH_{Max} y la LGH_{Min} . Se considera positiva si el valor calculado con la ecuación

cuadrática es menor que el calculado con la ecuación lineal, y negativa en caso contrario.

X : Distancia topológica entre la conexión de la RIDAP a la RDAP (entrada del sistema) y el punto en donde se quiere calcular la LGH objetivo.

Según Wu (1975) el valor del parámetro independiente F que minimiza los diseños de una tubería en serie con caudales demandados homogéneamente distribuidos a lo largo de la tubería es $F = 0.15$. Sin embargo, Wu también analiza el sobrecosto en el que se incurre al seleccionar una curva con $F = 0.0$ que genera una función lineal, llegando a un valor del 2.5%, lo cual se considera poco significativo para el problema de diseño de RIDAPs. Adicionalmente, una LGH con $F = 0.0$ asigna presiones objetivo más altas para todos los nudos de la red, aumentando así la confiabilidad del sistema cuando ésta es medida con índices como el Índice de Resiliencia (Todini, 2000) o la Potencia Unitaria (Saldarriaga, 2010).

Considerando lo anterior, se recomienda como LGH para el procedimiento de diseño, aquella con $F = 0.0$. Sin embargo, la metodología puede ser utilizada con cualquier valor de F y eventualmente se podrían evaluar otros posibles valores para mejorar el diseño final de la red ajustándolo a las necesidades específicas del problema respecto a costos constructivos y confiabilidad.

5.2 Cálculo de los caudales emitidos

Teniendo en cuenta que las alturas piezométricas asignadas en el paso anterior son las alturas piezométricas que deben registrarse cuando las condiciones de diseño son alcanzadas por la demanda de la red, los caudales emitidos correspondientes a dichas presiones son los caudales que deben ser tenidos en cuenta para el diseño de la misma. Para su cálculo basta evaluar la presión correspondiente a la altura piezométrica asignada, en la curva del aparato que relaciona el caudal emitido con la presión inmediatamente aguas arriba (ver Sección 3.1).

5.3 Cálculo del caudal de diseño de un tubo

Para poder diseñar un tubo es necesario conocer la diferencia de alturas piezométricas entre sus dos nudos y el caudal que se espera pase por él. El paso de Asignación de LGH asigna una altura piezométrica a cada nudo de la red, y por lo tanto la diferencia de alturas piezométricas es conocida para cada tubo. Para determinar el caudal de diseño, es necesario realizar un análisis estocástico de la demanda, que permita asignar como caudal de diseño, un caudal que asegure una probabilidad de falla menor a la máxima aceptable sin incurrir en sobrecostos por asignar caudales mayores al realmente necesario.



5.3.1 Análisis estocástico para nudos independientes

Haciendo un análisis similar al hecho por CIACUA (2011), es posible ordenar todos los posibles escenarios de demanda de una RIDAP de mayor a menor exigencia hidráulica como se muestra a continuación:

Si se supone que un aparato sólo tiene dos posibles configuraciones (encendido/apagado), y se tiene una RIDAP con NN nudos de demanda con solo 1 aparato conectado a cada uno, entonces el número de posibles escenarios de demanda es 2^{NN} .

Se entiende que un escenario A es *padre* de otro escenario B cuando el conjunto de nudos encendidos en el estado B es subconjunto del conjunto de nudos encendidos en el estado A . Dicha relación de *padre* representa que el escenario A es indiscutiblemente más demandante hidráulicamente que el escenario B , y por lo tanto un diseño que cumpla con los requerimientos hidráulicos de A , necesariamente cumplirá con los requerimientos hidráulicos de B . Además es claro que la relación *padre* es transitiva, es decir que si A es *padre* de B y B es *padre* de C , entonces A es *padre* de C . Haciendo posible que se puedan ordenar los 2^{NN} posibles escenarios de demanda de acuerdo con la relación *padre*, de la siguiente manera:

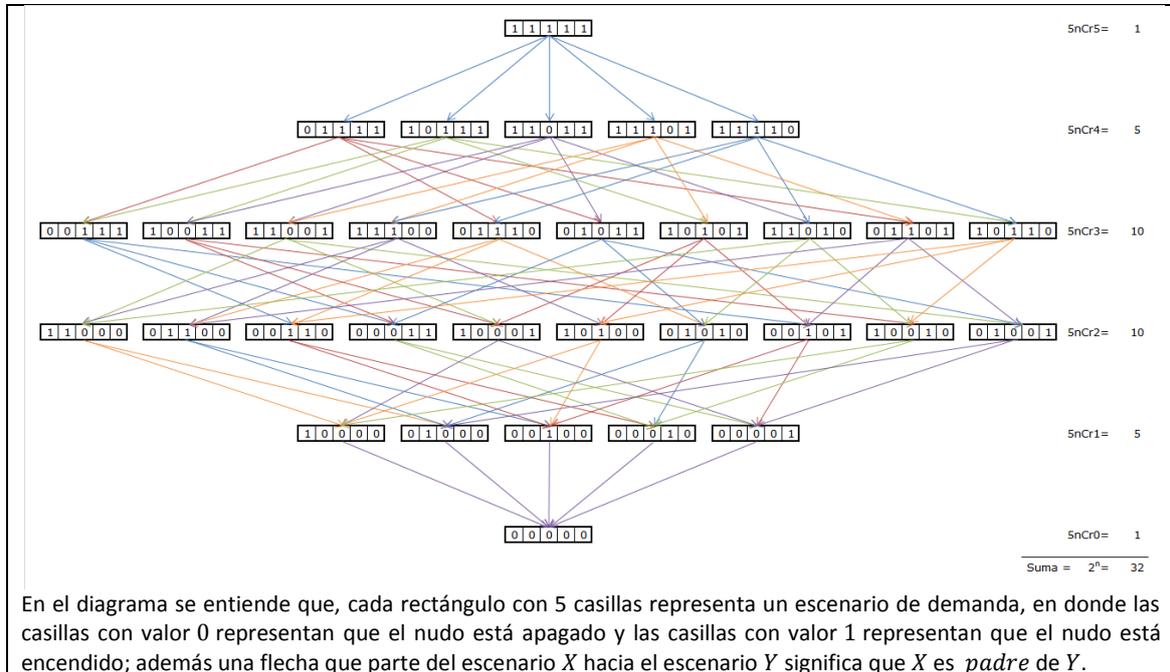


Figura 28. Ejemplo de configuración ordenada de los posibles escenarios de demanda de una RIDAP con $NN = 5$.

En la Figura 28 se puede notar cómo se genera una clasificación natural de los escenarios de acuerdo con el número de nudos encendidos que tiene cada uno. Para ello se definirá cada uno de estos conjuntos de escenarios con igual número de nudos

encendidos como *Estado X*, donde *X* es precisamente el número de nudos encendidos ($X \in \{0,1,2, \dots, NN\}$).

Dado que escenarios pertenecientes al mismo estado no pueden ser comparados respecto a su exigencia hidráulica, teniendo en cuenta que un escenario *A* puede ser más exigente que un escenario *B* para el tubo t_1 , pero menos exigente para un tubo t_2 ; el algoritmo de selección del caudal de diseño debe ser ejecutado para cada tubo de la red a fin de encontrar el caudal con el que el diseño de dicho tubo asegura una probabilidad de falla menor a la máxima aceptable.

Probabilidad de falla

Para que el procedimiento tenga validez, es necesario definir la *probabilidad de falla*, y así asignarle un valor máximo admisible dependiendo de la aversión al riesgo que tenga el futuro usuario del sistema y de los costos que pueda implicar una falla del mismo. La probabilidad de falla de una RIDAP puede ser calculada y entendida como:

$$P_{falla\ RIDAP} = \max(P_{falla\ i}) \quad \text{Ecuación 44}$$

$$P_{falla\ i} = \frac{t_{Q_{ma\ i}}}{t_{uso\ i}} \quad \text{Ecuación 45}$$

donde:

$P_{falla\ RIDAP}$: Probabilidad de falla de la RIDAP.

$P_{falla\ i}$: Probabilidad de falla del aparato conectado al nudo *i*.

$t_{Q_{ma\ i}}$: Tiempo durante el cual el aparato del nudo *i* está encendido pero el caudal emitido es menor al *caudal mínimo admisible* de dicho aparato (ver Sección 3.1).

$t_{uso\ i}$: Tiempo durante el cual el aparato del nudo *i* está encendido.

Es decir que la probabilidad de falla de un aparato es la frecuencia con la que se desea hacer uso de éste y, por las condiciones hidráulicas de la RIDAP en ese instante, el caudal emitido es inferior al mínimo aceptable. Por otro lado, la probabilidad de falla de toda la red, podría ser entendida como la probabilidad de que al menos un aparato esté fallando, y en ese caso la probabilidad de falla sería la suma de las probabilidades de falla de cada aparato, suponiendo independencia en la ocurrencia de la falla en un nudo.

Sin embargo, la ocurrencia de la falla en un nudo, no es independiente de la ocurrencia de la falla en los demás nudos, dado que si un nudo está fallando es porque hay más aparatos encendidos que los que el sistema puede soportar, y por lo tanto un aparato que se encienda mientras el sistema está en dicho estado, también reportará una falla. Así, la fórmula

planteada en la Ecuación 44, se considera una mejor representación de la ocurrencia de las fallas en una RIDAP considerando lo siguiente:

$$P(A \text{ ó } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{Ecuación 46}$$

Cuando ocurre el evento A (falla de un aparato que está encendido) es porque el sistema está siendo sometido a una situación de demanda más exigente que la de diseño para al menos un tubo aguas arriba del nudo con falla, y por lo tanto es muy probable que también esté ocurriendo el evento B (falla de otro aparato que está encendido y que también está aguas abajo de dicho(s) tubos(s)). Es decir que la probabilidad de que ocurran los dos eventos al tiempo ($P(A \cap B)$) debe ser muy similar a la menor de las probabilidades de los dos eventos (ver Figura 29). Así, de la expresión de la derecha de la Ecuación 46 queda reducida a $P(\max(A, B))$, donde se entiende que la función max entrega el evento de mayor probabilidad asociada.

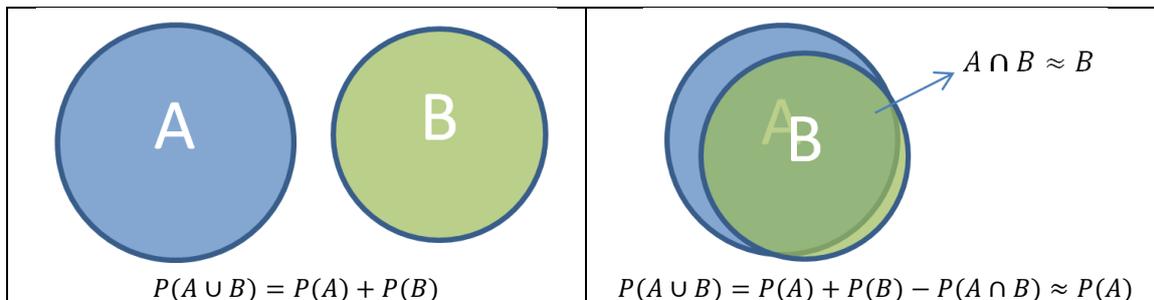


Figura 29. Justificación de la ecuación de probabilidad de falla.

En el caso de que ocurra el evento A , pero el evento B esté relacionado con la falla de un nudo aguas arriba del tubo o tubos con un caudal mayor al de diseño, entonces la probabilidad del evento B será despreciable, y el resultado de la probabilidad de A ó B seguirá siendo $P(\max(A, B))$. Algo similar ocurre cuando el aparato relacionado con el evento B está apagado. En este caso la probabilidad de que dicho nudo falle es nula, dado que la falla solo es posible si se le exige algo al sistema, de manera que la probabilidad de falla sigue siendo la mayor de las dos.

El anterior concepto puede ser fácilmente extendido a varios eventos (i.e. varios aparatos) de manera que se llega a la expresión de la Ecuación 44 para cuantificar la probabilidad de falla de una RIDAP.

Por otro lado, para determinar la máxima probabilidad de falla aceptable, se deben tener en cuenta detalles como el costo de una falla del sistema, que en el caso de una RIDAP no es usualmente alto, pero pueden existir excepciones como hospitales o laboratorios en donde una falta de disponibilidad de agua con flujo adecuado (i.e. caudal mayor al mínimo aceptable), puede implicar afectación en la integridad de los ocupantes de la edificación y/o pérdidas económicas considerables. Usualmente existen entidades gubernamentales que dan valores máximos para esa probabilidad de falla aceptable, o lo que es similar, valor mínimo de confiabilidad del sistema y/o periodo de retorno de una falla.

Cálculo del estado de diseño de un tubo

Una primera aproximación al procedimiento de cálculo del caudal de diseño de un tubo considera que una vez se conoce la probabilidad de falla aceptable, es necesario encontrar el caudal cuya probabilidad de ser igualado o excedido es menor que ésta, siendo dicho caudal el caudal de diseño. Es decir que el caudal de diseño de un tubo podría ser encontrado haciendo uso de las funciones de probabilidad acumuladas de caudal obtenidas mediante las metodologías de modelación de la demanda (e.g. Figura 24 y Figura 26), conociendo la probabilidad de no ser excedido (el complemento de la probabilidad de ser igualado o excedido) y hallando el caudal correspondiente a dicho valor de probabilidad.

Sin embargo la anterior aproximación no es consistente con la definición de probabilidad de falla hecha anteriormente y la razón se hace evidente con el siguiente ejemplo:

Suponga que se tiene una RIDAP con dos aparatos sanitarios H y K . Las probabilidades de uso de estos dos aparatos son tales que $P(H) \ll P(K)$, y las curvas de emisor son tales que siempre se cumple que $Q_H \gg Q_K$. Dado que las probabilidades de uso deben ser condicionadas con que el sistema esté en uso, entonces se cumple que $P(H|\text{está en uso}) + P(K|\text{está en uso}) = 1.0$, y dado que la probabilidad de que K esté siendo utilizado es mucho mayor que la de H entonces, si el sistema está en uso, es mucho más probable que sea K el (o uno de los) aparato(s) en uso, y por lo tanto $P(K|\text{está en uso}) \approx 1.0$ implicando que el caudal Q_K tiene una probabilidad acumulada cercana a 1.0, y por lo tanto puede ser utilizado como caudal de diseño del tubo que alimenta a los dos aparatos para probabilidades de falla aceptables mayores a $(1.0 - P(K|\text{está en uso})) \approx 0.0$, es decir cualquier probabilidad de falla.

Sin embargo si el diseño es efectivamente hecho con Q_K , cualquier escenario de demanda en donde el aparato H esté encendido generará una falla del sistema al ocurrir una falla en dicho aparato, teniendo en cuenta que $Q_H \gg Q_K$. Es decir que la probabilidad de falla de H será $P_{falla H} = 1.0$ y por lo tanto, utilizando la Ecuación 44, la probabilidad de falla del sistema será $P_{falla RIDAP} = 1.0$, implicando así, que el diseño no cumple con las condiciones de diseño.

El anterior ejemplo muestra cómo la selección del caudal de diseño debe ser realizada de una manera diferente a la explicada que permita incorporar la definición de probabilidad de falla hecha en la Ecuación 44. Para ello, se plantea una aproximación similar a la hecha por CIACUA (2011) en donde se evalúan diferentes escenarios de un mismo estado seleccionado como estado de diseño (ver Figura 28). La diferencia radica en que, como se ha explicado anteriormente, la evaluación del caudal de diseño puede y debe realizarse para cada tubo de manera independiente (pág. 83) y el cálculo de las probabilidades de los estados no hace uso de un modelo con cadenas de Markov.



Para calcular entonces las probabilidades de cada uno de los estados de un tubo, entendidos como los estados de la red aguas abajo del tubo analizado, se puede hacer uso de la Ecuación 47 comúnmente denominada Distribución Binomial de Poisson:

$$P_{NN}(X = x) = \sum_{\substack{\text{Posibles} \\ \text{Combinaciones}}} \left(\prod_i^x p_i \cdot \prod_j^{NN-x} (1 - p_j) \right)$$

Ecuación 47.
Distribución Binomial de Poisson

donde:

$P_{NN}(X = x)$: Es la probabilidad de que se esté en el estado x en una red con NN nudos de demanda.

p_i y p_j : Probabilidad de que el aparato i (o j) esté encendido.

Dada la difícil indexación de las sumatorias y productorias de la Ecuación 47, se presenta un ejemplo del cálculo:

$$\begin{aligned} P_{NN=4}(X = 2) = & (p_1 \cdot p_2 \cdot (1 - p_3) \cdot (1 - p_4)) \\ & + (p_1 \cdot (1 - p_2) \cdot p_3 \cdot (1 - p_4)) \\ & + (p_1 \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3) \cdot p_4) \\ & + ((1 - p_1) \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot (1 - p_4)) \\ & + ((1 - p_1) \cdot p_2 \cdot (1 - p_3) \cdot p_4) \\ & + ((1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot p_3 \cdot p_4) \end{aligned}$$

Así, la Ecuación 47 simplemente suma las probabilidades de ocurrencia de todos los posibles escenarios con x aparatos encendidos, calculando cada una de esas probabilidades con el método descrito en la Sección 3.2.1. Es importante notar que el número de sumandos de la Ecuación 47 se calcula como $nCr(NN, X)$ (combinatoria de X en NN). Es fácil demostrar que el máximo de una combinatoria $nCr(NN, X)$ ocurre cuando $X = [NN/2] = int(NN/2)$ (función parte entera, que se define como el máximo entero que es menor que la variable independiente para valores positivos). A continuación se muestra cómo crece la función de la Ecuación 48 que representa la máxima combinatoria posible con NN aparatos en la red analizada:

$$y = nCr \left(NN, \left[\frac{NN}{2} \right] \right)$$

Ecuación 48

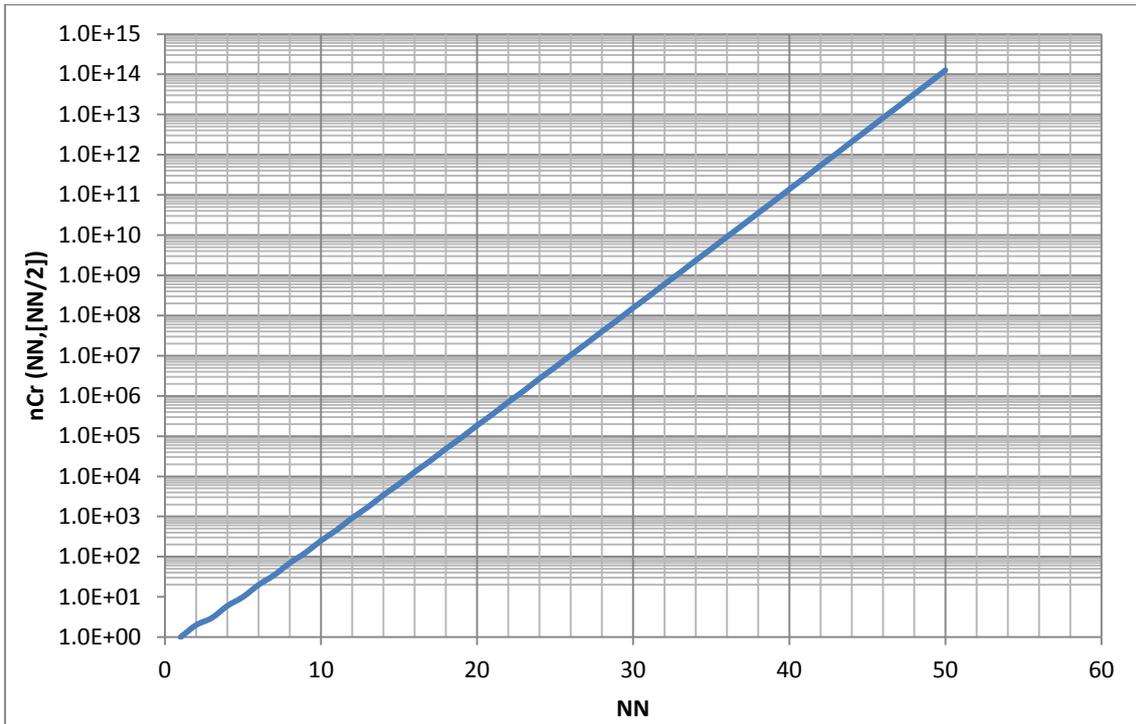


Figura 30. Comportamiento de la función de la Ecuación 48.

Como se puede ver en la Figura 30 el número de sumandos a tener en cuenta en la Ecuación 47, cuando NN supera los 33 aparatos, supera los mil millones, implicando un esfuerzo computacional considerable para realizar cálculo de la probabilidad del estado $[NN/2]$. Así, se hace necesario buscar una manera más eficiente de calcular dicha probabilidad o de hacer una estimación aceptable de su valor.

Para ello se puede hacer un análisis de las expresiones resultantes de expandir y simplificar la Ecuación 47 para diferentes valores de NN y X . Como resultado se llegó a la siguiente igualdad:

$$P_{NN}(X = x) = nCr(NN, x) \cdot \sum_{i=0}^{NN-x} (-1)^{NN-x-i} \cdot nCr(NN-x, NN-x-i) \cdot \overline{p^{NN-i}}$$

Ecuación 49

$$\text{ó} \quad P_{NN}(X = x) = \binom{NN}{x} \cdot \sum_{i=0}^{NN-x} (-1)^{NN-x-i} \cdot \binom{NN-x}{NN-x-i} \cdot \overline{p^{NN-i}}$$

$$\overline{p^a} = \frac{\sum_{\text{Combinaciones}} \text{Posibles} (\prod_i^a p_i)}{\# \text{Posibles} \text{ Combinaciones}}$$

Ecuación 50

donde:

$P_{NN}(X = x)$: Es la probabilidad de que se esté en el estado x en una red con NN nudos de demanda.

$\overline{p^{NN-i}}$: Sumatoria de las productorias de las probabilidades de encendido de $(NN - i)$ aparatos. El número de sumandos de la sumatoria, denominado *Posibles Combinaciones* puede ser calculado como $nCr(NN, i)$.

Para entender su indexación se presenta el siguiente ejemplo:

$$P_{NN=4}(X = 2) = \binom{4}{2} \cdot \sum_{i=0}^2 (-1)^{2-i} \cdot \binom{2}{2-i} \cdot \overline{p^{4-i}}$$

$$\overline{p^{4-0}} = \overline{p^4} = \frac{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4}{1}$$

$$\overline{p^{4-1}} = \overline{p^3} = \frac{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot p_4 + p_1 \cdot p_3 \cdot p_4 + p_2 \cdot p_3 \cdot p_4}{4}$$

$$\overline{p^{4-2}} = \overline{p^2} = \frac{p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_4 + p_2 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_4 + p_3 \cdot p_4}{6}$$

Se debe notar que en caso de que todas las probabilidades p_i fuesen iguales a un mismo p , el término $\overline{p^a}$ sería igual a p^a . Adicionalmente, si todas las probabilidades son iguales, se puede llegar a la conocida ecuación de la distribución Binomial:

$$P_{NN}(X = x) = nCr(NN, x) \cdot p^x \cdot (1 - p)^{NN-x}$$

Ecuación 51

$$P_{NN}(X = x) = \binom{NN}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{NN-x}$$

La Ecuación 51 tiene una ventaja significativa respecto a la Ecuación 47, y es que está compuesta por un único sumando sin importar NN o X , pero por otro lado tiene la desventaja de requerir que todas las probabilidades de uso de los aparatos sean iguales. Para poder reducir el efecto negativo de dicha desventaja, que imposibilitaría el uso de la Ecuación 51 en el cálculo del estado de diseño, se propone el uso de un valor representativo de las probabilidades de uso de todos los aparatos. Es decir que se busca un único valor p que minimice la diferencia entre $P_{NN}(X)$ calculado con la Ecuación 51 y $P_{NN}(X)$ calculado con la Ecuación 47.

Un análisis a la Ecuación 49 y la Ecuación 50 sugiere que la mejor manera de encontrar ese valor p es utilizando un promedio geométrico, teniendo en cuenta que el término $\overline{p^a}$ puede ser aceptablemente estimado como p^a . Para validar dicho postulado se realizaron cerca de 100000 cálculos de $P_{NN=8}(X = 4)$ para diferentes valores de los p_i . Para cada cálculo se computaron las probabilidades con la Ecuación 47 (valor real), y con la Ecuación 51 utilizando, entre otros, promedios aritméticos y geométricos para el cálculo de p .

Como resultado se encontró que el error en el que se incurre al utilizar la Ecuación 51, independientemente de la forma de estimar p , aumenta considerablemente cuando aumenta la desviación estándar de las probabilidades de uso de los aparatos (p_i) (ver Figura 31).

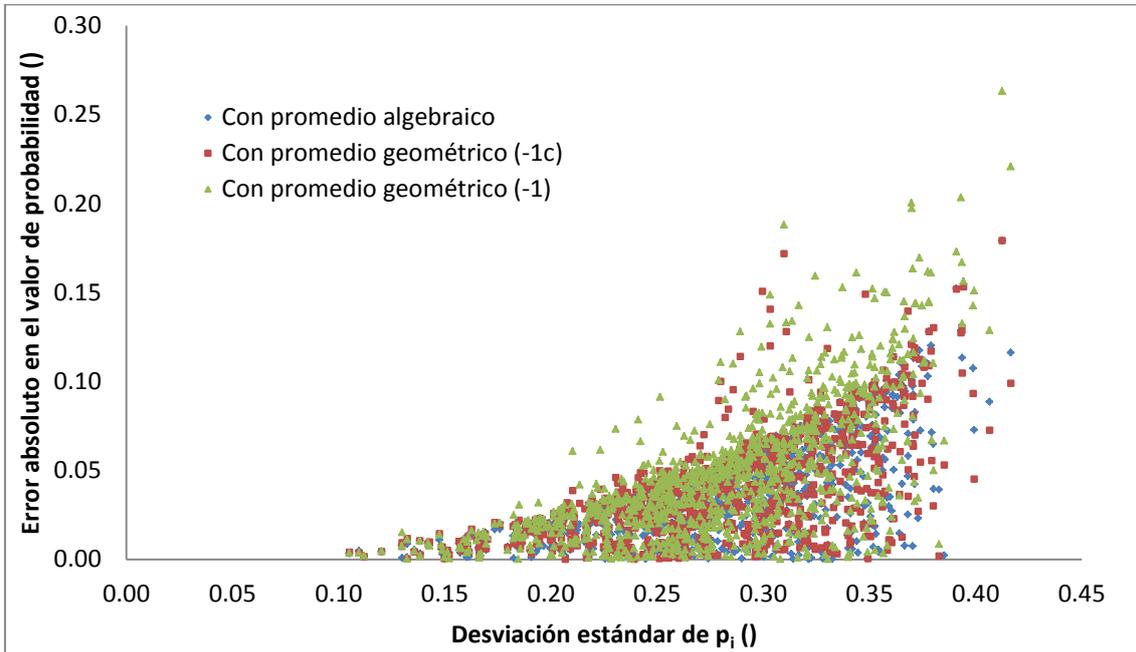


Figura 31. Relación entre el error en la estimación de la probabilidad de un estado y la desviación estándar de las probabilidades de uso de los aparatos.

Si bien para el conjunto de pruebas presentado en la Figura 31 fueron probadas otras posibles formas de estimar p , las tres que presentaron mejores resultados fueron: estimación con un promedio aritmético de las probabilidades de uso de cada aparato (Ecuación 52), estimación con un promedio geométrico corregido (Ecuación 53) denominado Promedio geométrico (-1c) y estimación con un promedio geométrico simplificado (Ecuación 54) denominado Promedio geométrico (-1).

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{NN} p_i}{NN}$$

Ecuación 52.
Promedio Aritmético.

$$p = \left(\prod_{i=1}^{NN} p_i \right)^{\frac{1}{NN}} + \left(1 - \left(\left(\prod_{i=1}^{NN} p_i \right)^{\frac{1}{NN}} + \left(\prod_{i=1}^{NN} (1-p_i) \right)^{\frac{1}{NN}} \right) \right) \cdot \frac{\left(\prod_{i=1}^{NN} (1-p_i) \right)^{\frac{1}{NN}}}{\left(\left(\prod_{i=1}^{NN} p_i \right)^{\frac{1}{NN}} + \left(\prod_{i=1}^{NN} (1-p_i) \right)^{\frac{1}{NN}} \right)}$$

Ecuación 53.
Promedio Geométrico (-1c).

$$p = \left(\prod_{i=1}^{NN} p_i \right)^{\frac{1}{NN}} + \left(1 - \left(\left(\prod_{i=1}^{NN} p_i \right)^{\frac{1}{NN}} + \left(\prod_{i=1}^{NN} (1-p_i) \right)^{\frac{1}{NN}} \right) \right) \cdot \frac{\left(\prod_{i=1}^{NN} (1-p_i) \right)^{\frac{1}{NN}}}{1}$$

Ecuación 54.
Promedio Geométrico (-1).

Para realizar una comparación objetiva entre las tres posibilidades de estimación de p se realizaron diferentes cálculos de $P_{NN=8}(X = 4)$ para diferentes conjuntos de probabilidades p_i con diferentes rangos para la desviación estándar. Los resultados de los cálculos más significativos se presentan de la Figura 32 a la Figura 34, en donde fueron graficadas las funciones acumuladas del error absoluto de cada estimación respecto al valor real (Ecuación 47).

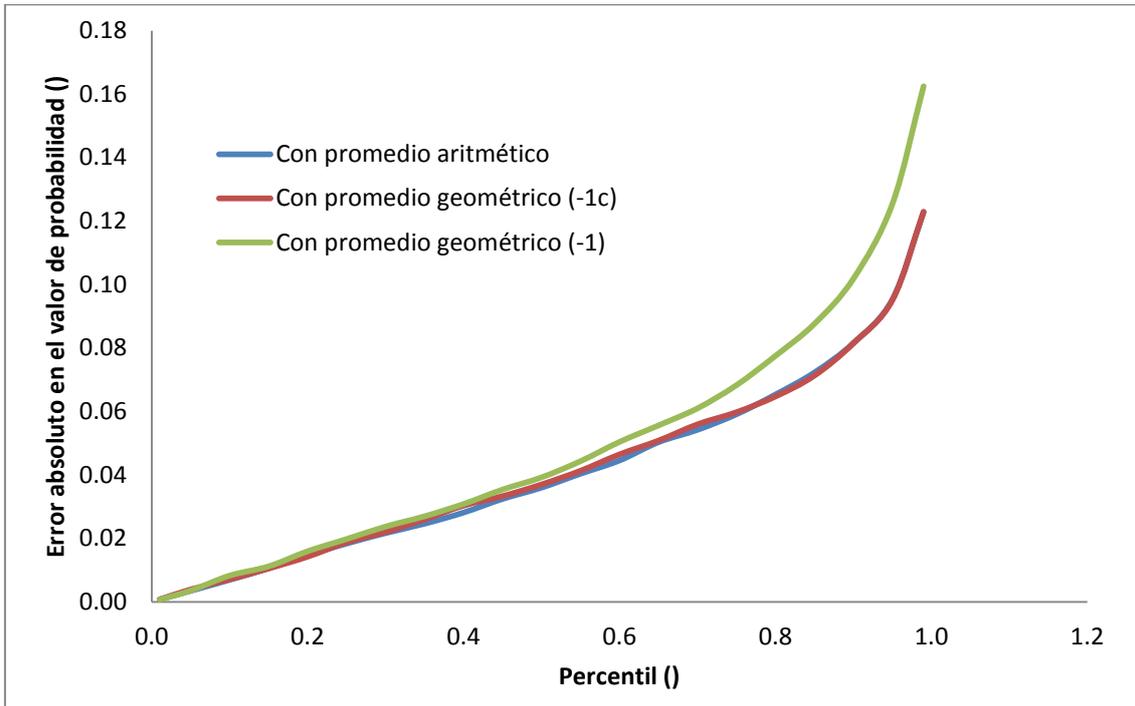


Figura 32. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.15 y 0.45.

En la Figura 32 se puede notar como en el 50% de los casos las diferentes estimaciones generaron errores menores a 0.04, pero para la otra mitad de los datos la estimación con Promedio geométrico (-1) generó errores considerablemente mayores que los otros dos métodos. Sin embargo, un procesamiento de los datos de dicha figura indicó que la estimación con Promedio geométrico (-1) fue mejor en el 31.4% de los casos, con Promedio geométrico (-1c) fue mejor en el 35.6%, con Promedio aritmético fue mejor en el 33.0%. Es decir, que a pesar de que el Promedio geométrico (-1) incurre en errores considerables para la mitad de los datos, para otro tercio de éstos es la mejor estimación evaluada.

La razón de dicho fenómeno, es precisamente la dispersión de los p_i que al ser cuantificada con la desviación estándar, permite notar que ese 31.4% de los casos en donde el Promedio geométrico (-1) fue mejor que las demás estimaciones, tiene como característica común una baja desviación estándar. Así, se decidió realizar un nuevo conjunto de cálculos de $P_{NN=8}(X = 4)$ en donde el conjunto de p_i 's tuviera una desviación estándar acotada con un máximo, que en el caso de la ejecución mostrada en la Figura 33, fue de 0.20.

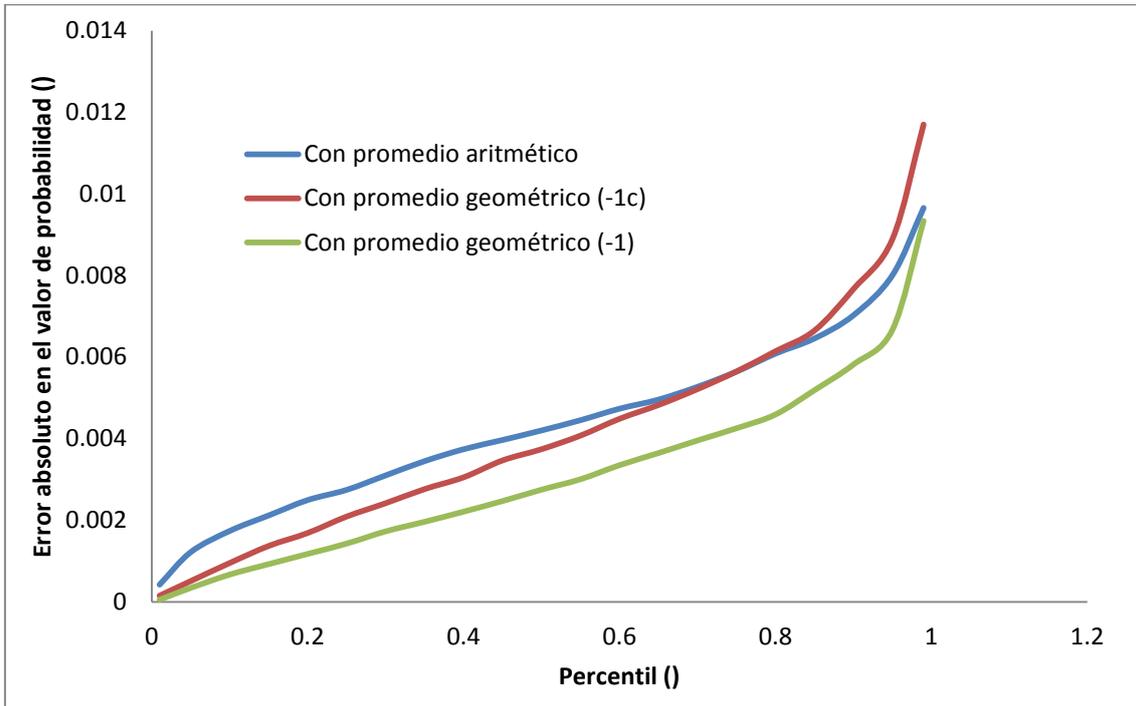


Figura 33. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.02 y 0.20.

En la Figura 33 se puede notar como la estimación con Promedio geométrico (-1) tiene un comportamiento considerablemente mejor que las demás estimaciones, que puede verse evidenciado no solo en la menor magnitud de sus errores, sino en la frecuencia con la que estos son inferiores a los generados por las otras estimaciones. Esta frecuencia para el caso graficado en la mencionada figura fue del 78.3% de los casos, en comparación con el 7.9% del Promedio geométrico (-1c) y con el 13.8% del Promedio aritmético.

Esto quiere decir que para desviaciones estándar bajas, la Ecuación 54 representa la mejor manera de calcular el parámetro p de la distribución Binomial. Para llegar a una conclusión parecida para desviaciones estándar altas, se realizó otro conjunto de cálculos, pero esta vez definiendo un valor mínimo para de desviación estándar, que en el caso de la Figura 34 fue de 0.50.

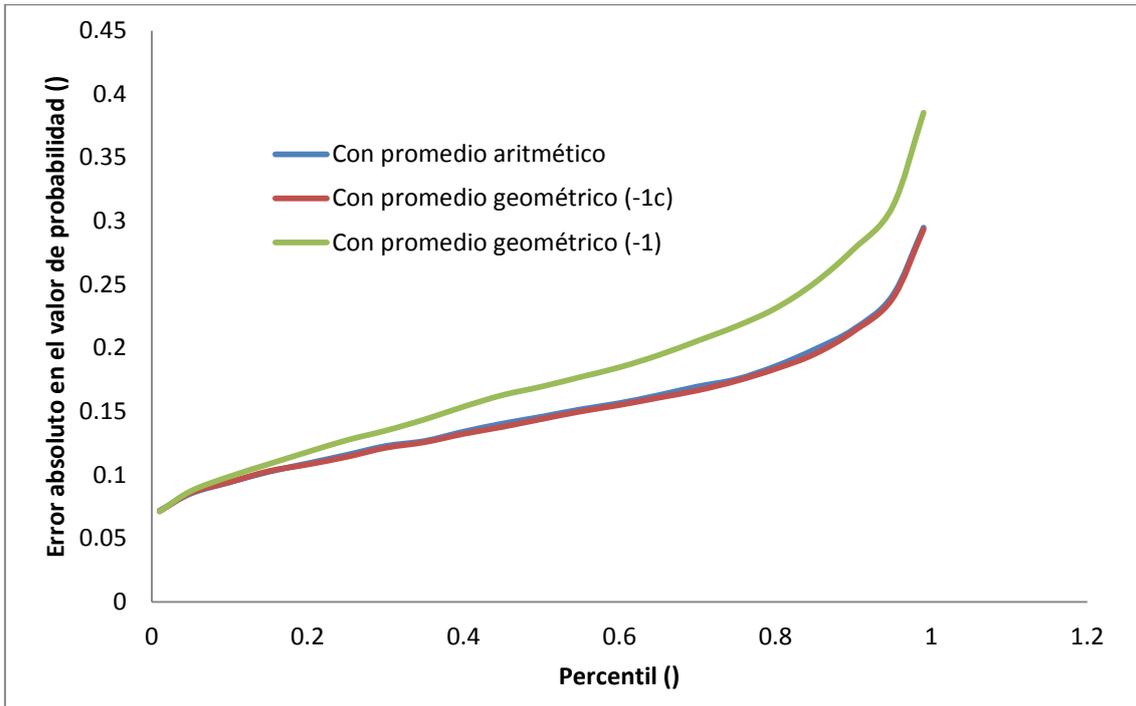


Figura 34. Error en la estimación de la probabilidad de un estado para desviaciones estándar entre 0.28 y 0.50.

En la Figura 34 se nota que la estimación con Promedio geométrico (-1) presenta problemas importantes a la hora de estimar dichas probabilidades siendo la mejor estimación solo en el 12.9% de los casos, mientras que el Promedio geométrico (-1c) fue mejor en el 65.4%, y el Promedio aritmético fue mejor en el 21.7%. Esta observación, y unas similares para otros conjuntos de cálculos, permiten concluir que para desviaciones estándar altas es recomendable utilizar la Ecuación 53.

Sin embargo, al tener en cuenta la magnitud de los errores para las desviaciones estándar altas, se hace la recomendación adicional de dividir el conjunto de p_i en al menos 2 subconjuntos que minimicen las desviaciones estándar de cada uno (la forma natural de hacerlo es definir un subconjunto con los aparatos de alta p_i y otro subconjunto con los aparatos de baja p_i), para después calcular la p representativa de cada subconjunto con el Promedio geométrico (-1) y estimar $P_{NN}(X)$ como la suma de las posibles combinaciones de $P_{Subconjunto1}(m)$ y $P_{Subconjunto2}(X - m)$ tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

Sea el conjunto de p_i 's: $\mathbb{p} = \{0.11, 0.11, 0.17, 0.28, 0.77, 0.89, 0.90, 0.91\}$ y se desea calcular $P_{NN=8}(X = 3)$. Entonces, dado que la desviación estándar de \mathbb{p} es 0.38, se hace necesario definir los subconjuntos $\mathbb{s}_1 = \{0.11, 0.11, 0.17, 0.28\}$ y $\mathbb{s}_2 = \{0.77, 0.89, 0.90, 0.91\}$ para realizar una mejor estimación de la probabilidad del estado 3. Teniendo en cuenta que la desviación estándar de \mathbb{s}_1 es 0.08 y de \mathbb{s}_2 es 0.07, la estimación de los parámetros $p_{\mathbb{s}_1}$ y $p_{\mathbb{s}_2}$ se puede hacer utilizando la Ecuación 54:

$$p_{s1} = \left(\prod_{i=1}^4 p_i \right)^{\frac{1}{4}} + \left(1 - \left(\left(\prod_{i=1}^4 p_i \right)^{\frac{1}{4}} + \left(\prod_{i=1}^4 (1-p_i) \right)^{\frac{1}{4}} \right) \right) \cdot \frac{\left(\prod_{i=1}^4 (1-p_i) \right)^{\frac{1}{4}}}{1} = 0.17$$

$$p_{s2} = \left(\prod_{j=1}^4 p_j \right)^{\frac{1}{4}} + \left(1 - \left(\left(\prod_{j=1}^4 p_j \right)^{\frac{1}{4}} + \left(\prod_{j=1}^4 (1-p_j) \right)^{\frac{1}{4}} \right) \right) \cdot \frac{\left(\prod_{j=1}^4 (1-p_j) \right)^{\frac{1}{4}}}{1} = 0.87$$

Una vez se conocen los parámetros se puede aplicar la Ecuación 51 para calcular $P_{s1}(m)$ y $P_{s2}(3-m)$ y calcular $P_{NN=8}(X=3)$ como la suma del producto de dichos términos:

m	$P_{s1}(m) = \binom{4}{m} \cdot (0.17)^m \cdot (1-0.17)^{4-m}$	$l = (3-m)$	$P_{s2}(l) = \binom{4}{l} \cdot (0.87)^l \cdot (1-0.87)^{4-l}$	$P_{s1}(m) \cdot P_{s2}(l)$
-	-	4	0.56	-
0	0.48	3	0.35	0.17
1	0.39	2	0.08	0.03
2	0.11	1	8.19E-03	9.41E-04
3	0.02	0	3.14E-04	4.80E-06
4	7.59E-04	-	-	-
$P_{NN=8}(X=3) = \sum P_{s1}(m) \cdot P_{s2}(l)$				0.1996

Si se compara el valor estimado con la metodología sugerida con el valor real calculado con la Ecuación 47 ($P_{NN=8}(X=3) = 0.2011$), se llega a una diferencia de 0.0015 la cual representa un error admisible para el cálculo de dicha probabilidad. Así, se tiene una estimación que no requiere el cálculo de las $nCr(8,3) = 56$ probabilidades de ocurrencia de cada escenario con 3 aparatos encendidos y que estima de manera aceptable la probabilidad de este estado.

El anterior ejemplo muestra la aplicación de la metodología sugerida para el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de cada estado. Sin embargo no se debe olvidar que la metodología de estimación debe ser utilizada sólo cuando el número de cálculos requerido para la utilización de la Ecuación 47 implique un tiempo de cálculo muy alto.

Una vez se tiene una manera de calcular la probabilidad de cada estado, es posible determinar el estado de diseño como el estado cuya probabilidad acumulada es mayor que el complemento de la probabilidad de falla aceptable. Esa probabilidad acumulada de un estado puede ser calculada entonces como:

$$P_{NN}(X \leq x) = \sum_{i=0}^x P_{NN}(X = i)$$

Ecuación 55

donde:

$P_{NN}(X \leq x)$: Probabilidad de que el sistema esté en un escenario con x o menos aparatos encendidos. Denominada como probabilidad acumulada del estado x .

$P_{NN}(X = i)$: Probabilidad de que el sistema esté en un escenario con exactamente i aparatos encendidos.

Así, el estado de diseño es el menor estado y que cumple que:

$$P_{NN}(X \leq y) \geq 1 - P_{Falla\ Aceptable}$$

Ecuación 56

donde:

$P_{Falla\ Aceptable}$: Probabilidad de falla máxima que se desea para el sistema diseñado.

El anterior análisis permite identificar el estado de diseño de cada tubo de la red a partir de una probabilidad de falla aceptable dada. Se debe notar que como datos adicionales para la ejecución del procedimiento es necesario conocer el número de aparatos aguas abajo del tubo analizado (NN) así como la probabilidad de uso (p_i) de cada uno de dichos aparatos. Por un lado, las probabilidades de uso, son halladas con el procedimiento descrito en la Sección 3.2.1, y por otro lado, el número de aparatos aguas abajo del tubo puede ser determinado mediante simple observación a la red, en caso de ser una red con geometría abierta, es decir que sólo existe un camino entre dos puntos cualquiera de la red. Sin embargo en el caso de que la red tenga topología cerrada, se hace necesario hacer uso de los resultados del procedimiento de Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH) (Sección 5.1), que permiten conocer la altura piezométrica total en cada nudo de la red y por lo tanto el sentido de flujo de cada tubería. Estos sentidos de flujo permiten a su vez determinar los nudos alimentados por un tubo y así contar el número de aparatos aguas abajo de éste.

Cálculo del caudal de diseño de un tubo

Una vez se conoce el estado de diseño X_D se debe seleccionar un escenario de dicho estado con el cual se pueda evaluar el caudal en el tubo a diseñar, para así proceder a calcular el diámetro de éste. Para ello, se debe considerar que, en caso de que la probabilidad acumulada del estado X_D sea exactamente igual a $(1 - P_{Falla\ Aceptable})$, el caudal de diseño debe ser exactamente igual al máximo caudal requerido por un escenario con X_D aparatos encendidos. Es decir que una aproximación conservadora consistiría en tomar el máximo caudal que puede ser requerido por un escenario con X_D aparatos encendidos para dicho tubo. Para ello bastaría ordenar la lista de los aparatos aguas abajo del tubo a diseñar de mayor a menor caudal emitido, para después tomar los primeros X_D aparatos y sumar dichos caudales, y así tomar ese valor como el caudal de diseño.



Por otro lado, si se tiene en cuenta que el procedimiento de cálculo del estado de diseño puede seleccionar un estado X_D cuya probabilidad acumulada es considerablemente mayor que $(1 - P_{Falla\ Aceptable})$ en vez de seleccionar el estado anterior $(X_D - 1)$ cuya probabilidad acumulada es inferior, por muy poco, a dicho valor; entonces es claro que el caudal de diseño del tubo debería ser un valor intermedio entre el caudal máximo del estado $(X_D - 1)$ y el caudal máximo del estado X_D . Para determinar dicho valor se podría suponer una relación lineal entre la probabilidad acumulada y el caudal de diseño, al menos dentro de dicho intervalo de probabilidades acumuladas. Así el valor del caudal de diseño sería el correspondiente a una interpolación lineal entre los caudales de diseño correspondientes al estado $(X_D - 1)$ y al estado X_D , tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

Suponga que se tiene un tubo con 8 aparatos aguas abajo cuyo conjunto de p_i 's es: $\mathbb{P} = \{0.11, 0.11, 0.17, 0.28, 0.77, 0.89, 0.90, 0.91\}$ y se desea calcular su caudal de diseño para una probabilidad de diseño de 5%. Entonces se debe calcular $P_{NN=8}(X)$ hasta que el valor acumulado de las probabilidades sea mayor a 95%.

Utilizando la Ecuación 47 para el cálculo de las probabilidades de cada estado, se llega a las siguientes probabilidades:

x	$P_{NN=8}(X = x)$	$P_{NN=8}(X \leq x)$
0	1.08E-04	1.08E-04
1	3.38E-03	3.49E-03
2	3.91E-02	4.26E-02
3	1.99E-01	2.42E-01
4	4.16E-01	6.58E-01
5	2.65E-01	9.23E-01
6	6.91E-02	9.92E-01
7	7.84E-03	1.00E+00
8	3.23E-04	1.00E+00

Es decir que el estado $X = 6$ es el que cumple la condición de que su probabilidad acumulada (99.2%) es mayor al complemento de la probabilidad aceptable de falla (95.0%). Si el conjunto de los caudales emitidos por los aparatos es $\mathbb{Q} = \{0.32, 0.40, 0.25, 0.05, 0.53, 0.18, 0.10, 0.15\} L/s$, entonces el caudal de diseño según la aproximación conservadora sería 1.83 L/s correspondientes a la suma de los mayores 6 caudales de \mathbb{Q} .

Si en cambio se utiliza la aproximación no conservadora, entonces se sabe que el caudal de diseño estará entre 1.83 L/s correspondiente a $X = 6$ y 1.68 L/s correspondiente a $X = 5$. Suponiendo una relación lineal entre la probabilidad acumulada y el caudal para el intervalo analizado, se tendría que el caudal de diseño para una probabilidad de falla de exactamente 5% es:



$$Q_D = Q_{X=5} + (95\% - P_{X=5}) \cdot \frac{(Q_{X=6} - Q_{X=5})}{(P_{X=6} - P_{X=5})}$$
$$Q_D = 1.68 \text{ L/s} + (0.950 - 0.923) \cdot \frac{(1.83 \text{ L/s} - 1.68 \text{ L/s})}{(0.992 - 0.923)}$$
$$Q_D = 1.74 \text{ L/s}$$

donde:

Q_D : Caudal de diseño del tubo analizado según la aproximación no conservadora.

$Q_{X=5}$ y $Q_{X=6}$: Caudales máximos con 5 y 6 aparatos encendidos, respectivamente.

$P_{X=5}$ y $P_{X=6}$: Probabilidad acumulada del estado 5 y el estado 6, respectivamente.

Como se puede ver en el anterior ejemplo, las dos formas de calcular el caudal de diseño no difieren significativamente en el resultado, aunque esa diferencia puede llegar a verse magnificada para tuberías con bajo número de aparatos aguas abajo, en cuyo caso se recomienda tomar el caudal de diseño conservador.

5.3.2 Análisis estocástico para nudos dependientes

Teniendo en cuenta que se hizo la suposición de independencia entre las probabilidades de uso de los nudos para el desarrollo de la formulación anteriormente mencionada, y dado que existen posibles análisis en donde se considera conveniente incluir el efecto de la dependencia entre los usos de un conjunto de aparatos, es necesario reajustar la metodología de cálculo del caudal de diseño para nudos dependientes. Para ello es necesario notar que el análisis de los escenarios que permite encontrar su orden según la exigencia hidráulica que implican (Figura 28) y el análisis de la probabilidad de falla, no se ven afectados por la dependencia o independencia de los aparatos de la red. Así para realizar el cálculo del caudal de diseño de un tubo con un conjunto de nudos dependientes aguas abajo de éste, debe realizarse la selección de un estado de diseño y la posterior aplicación la misma metodología de cálculo de caudal de diseño a partir de un estado de diseño que en el caso de nudos independientes.

Es decir que el único paso que se debe ver afectado por la dependencia del uso de los nudos es aquel en el que se calculan las probabilidades de ocurrencia de cada estado, de manera que la Ecuación 47 deja de ser válida para calcular $P_{NN}(X = x)$ entendido como la probabilidad de que se esté en el estado x en una red con NN nudos de demanda.

Sin embargo si se analiza el caso cuando un tubo tiene un número de nudos aguas abajo con demanda NN_A todos independientes entre sí, y el tubo inmediatamente aguas arriba tiene los mismos NN_A nudos más un conjunto de NN_D aparatos dependientes entre sí, resulta claro que la probabilidad de que ocurra el estado X para el tubo aguas arriba será:

$$P_{NN_A+NN_D}(X = x) = \sum_{i=0}^x P_{NN_A}(X = i) \cdot P_{NN_D}(X = x - i) \quad \text{Ecuación 57}$$

donde:

$P_{NN_A+NN_D}(X = x)$: Probabilidad de que un tubo con NN_A nudos independientes aguas abajo y NN_D nudos dependientes aguas abajo se encuentre en un escenario del estado $X = x$.

$P_{NN_A}(X = i)$: Probabilidad de que un tubo con los mismos NN_A nudos del tubo mencionado arriba se encuentre en un escenario del estado $X = i$. Dado que son aparatos independientes, este valor puede ser calculado con la Ecuación 47 o con alguna de sus aproximaciones mencionadas en la Sección 5.3.1.

$P_{NN_D}(X = x - i)$: Probabilidad de que un tubo con los mismos NN_D nudos del tubo mencionado arriba se encuentre en un escenario del estado $X = x - i$. Dado que son aparatos dependientes entre sí, este valor debe ser calculado con base en los resultados de la simulación con eventos discretos utilizada para la modelación de la dependencia.

NN_A y NN_D : Número de nudos con demanda independiente y dependiente, respectivamente, ubicados aguas abajo del tubo analizado.

Y si se generaliza la expresión de la Ecuación 57 para tubos con más de un conjunto de aparatos dependientes entre sí, se llega a la Ecuación 58 y la Ecuación 59:

$$P_{NN_A+\sum NN_D}(X = x) = \sum_{i=0}^x [P_{NN_A}(X = i) \cdot P_{\sum NN_D}(X = x - i)] \quad \text{Ecuación 58}$$

$$P_{\sum NN_D}(X = j) = \sum_{\substack{\text{Posibles} \\ \text{Combinaciones}}} (P_{NN_{D1}}(X = a_1) \cdot P_{NN_{D2}}(X = a_2) \cdot \dots \cdot P_{NN_{Dc}}(X = a_c)) \quad \text{Ecuación 59}$$

donde:

$\sum NN_D$: Número total de nudos con alguna dependencia, aguas abajo del tubo analizado. Corresponde a la suma de los nudos de cada uno de los c conjuntos de nudos dependientes entre sí.

NN_{Dk} : Número total de nudos con dependencia entre sí del conjunto k de nudos dependientes.

$P_{\sum NN_D}(X = j)$: Probabilidad de que un tubo (posiblemente hipotético) con los mismos $\sum NN_D$ nudos dependientes del tubo analizado se encuentre en un escenario del estado $X = j$.

$P_{NN_{Dk}}(X = a_k)$: Probabilidad de que un tubo con los mismos NN_{Dk} nudos dependientes del tubo analizado se encuentre en un escenario del estado $X = a_k$.



$a_1 \dots a_c$: Estados evaluados para cada conjunto de nudos dependientes. Las posibles combinaciones son todas aquellas combinaciones de valores de estos valores cuya suma es igual a j .

De esta manera se pueden incorporar a la metodología de cálculo del caudal de diseño, los casos donde se presenten dependencias de uso entre los aparatos de una red. Se debe notar que, si bien la notación de las ecuaciones anteriormente encontradas puede resultar complicada, su implementación consiste en aplicar la metodología mostrada en el ejemplo de la página 92 dividiendo la totalidad de los aparatos en dos subconjuntos correspondientes a los aparatos independientes y al conjunto de aparatos dependientes. De manera que se calculan las probabilidades de cada estado para el subconjunto de nudos independientes con la Ecuación 47, y se utilizan los resultados de la simulación hecha para calcular las probabilidades de cada estado del subconjunto de nudos dependientes, como la adición de las probabilidades de cada escenario de un mismo estado.

5.4 Cálculo y redondeo del diámetro del tubo

Una vez se conoce el caudal de diseño del tubo y la altura piezométrica ideal en los nudos aguas arriba y aguas abajo de éste, se debe calcular el diámetro que asegura que se presenten dichas condiciones hidráulicas. Ese cálculo se basa en la ecuación de conservación de energía y en la ecuación de fricción de flujo en una tubería presurizada. Así, cuando la ecuación de fricción es Hazen-Williams, el cálculo del diámetro es explícito, mientras que cuando la ecuación es Darcy-Weisbach en conjunto con Colebrooke-White, el cálculo se hace implícito requiriendo de métodos numéricos para su solución.

Después de realizar el cálculo del diámetro continuo, se debe tener en cuenta una restricción del problema de diseño que consiste en la disponibilidad de diámetros discretos en el mercado local del sistema. Así, el diámetro hallado mediante la ecuación de fricción difícilmente estará disponible en el mercado, y por lo tanto es necesario seleccionar uno de los disponibles. Este paso se denomina redondeo, y puede ser realizado de diferentes maneras.

Sin embargo, Takahashi et al. (2011) presentan una manera de hacerlo en la que se selecciona el diámetro discreto cuyo valor de caudal es más cercano al caudal de diseño. Para ello proponen elevar el valor del diámetro continuo a un exponente de 2.6 (correspondiente a la relación potencial entre diámetro y caudal) para después seleccionar el diámetro discreto que, al ser elevado a la 2.6, tenga menor diferencia respecto éste valor.

Un análisis similar puede ser realizado, buscando seleccionar el diámetro cuyas pérdidas por fricción sean las más cercanas a las ideales. En dicho caso se realizaría el mismo procedimiento anterior, pero utilizando un exponente de -4.8655 (correspondiente a la relación potencial entre diámetro y pérdidas por fricción).

5.5 Asignación de una LGH para la red aguas abajo del tubo

Independientemente de la manera seleccionada para realizar el redondeo, si se dispone de una altura piezométrica fija aguas arriba del tubo a diseñar, y se le asigna un diámetro diferente al diámetro continuo calculado con la ecuación de fricción, entonces la altura piezométrica aguas abajo diferirá de la asignada en la Sección 5.1 (Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)) en el momento en que fluya el caudal de diseño de dicho tubo. Es decir que al redondear el diámetro del tubo se está deformando la LGH y por lo tanto se recomienda reajustar la superficie para tener en cuenta el déficit o superávit de energía que dejó el redondeo del diámetro.

Si bien dicho reajuste puede ser realizado de diferentes maneras, se recomienda modificar únicamente la LGH del nudo inmediatamente aguas abajo del tubo recién diseñado. Ello implica que el déficit o superávit de energía debe ser asignado en su totalidad al tubo inmediatamente aguas abajo, procurando así que en su diseño se llegue a una LGH aguas abajo cercana a la asignada inicialmente, conservando de esta manera los caudales emitidos calculados en el paso de la Sección 5.2.

Como inconveniente del anterior procedimiento se tiene que un posible déficit de energía puede ser suficientemente alto como para generar una LGH del nudo aguas abajo inferior a la LGH del siguiente nudo aguas abajo, llegando a una condición de diseño no factible en la que se crearía energía. En dicho caso sería necesaria una modificación del diámetro del tubo recién diseñado de manera que se tome como valor final el diámetro discreto inmediatamente mayor al que había sido asignado.

Si por otro lado se supone que el mercado dispone de cualquier diámetro continuo encontrado en el paso anterior, de manera que no ha sido necesario el redondeo, entonces la diferencia de LGH con la que se diseñará el (o los) tubo(s) aguas abajo debe considerar que el caudal de diseño del tubo a diseñar puede implicar, por conservación de la masa, que por el tubo ya diseñado fluirá un caudal menor al de diseño de dicho tubo, haciendo que las pérdidas totales sean menores a las de diseño y por lo tanto se dispondrá de mayor altura piezométrica para transportar el caudal de diseño del tubo a diseñar. Así, si se desean evitar los sobrediseños se debe tener en cuenta esta diferencia adicional de energía, que aplica de igual manera para el caso en donde el diámetro tuvo que ser redondeado.

5.6 Proceso iterativo

Los anteriores pasos realizan el diseño de un tubo seleccionado. Es decir que es necesario realizar tantas veces esos pasos como tubos tenga la red. El orden en que se debe recorrer la red diseñando sus tubos es de aguas arriba a aguas abajo, teniendo en cuenta que el redondeo de un tubo aguas arriba afecta la superficie ideal de la red aguas abajo. Así, el diseño concluye



cuando se han diseñado todos los tubos, es decir cuando se han diseñado los tubos conectados a los aparatos.

6 Comprobación de diseño propuesta

Independientemente de la manera en que se diseña, es conveniente poder evaluar el comportamiento hidráulico de una RIDAP bajo diferentes condiciones de demanda para determinar las velocidades del flujo y las presiones en cada nudo y así conocer la calidad de la respuesta del sistema ante escenarios de demanda no necesariamente de diseño. Para ello es necesario poder ejecutar la hidráulica de una red ya diseñada (todos sus parámetros están determinados) incluyendo el comportamiento de los aparatos sanitarios, que no precisamente emiten un caudal constante independientemente de la presión en el nudo al que están conectados.

Así, motores de ejecución hidráulica como EPANET (Rossman, 2000) o REDES (CIACUA, 2006) son capaces de modelar nudos con una demanda independiente de la presión y nudos con una demanda relacionada con la presión mediante la expresión de la Ecuación 1, pero no incluyen una modelación de curvas como la Curva Única definida en la Sección 3.1. Adicionalmente EPANET sólo permite un único exponente x para todos los nudos que se modelen con la Ecuación 1, lo que restringe su utilidad para la modelación de RIDAPs.

A fin de disponer de un programa que permita la ejecución hidráulica de las RIDAPs incluyendo la Curva Única, se desarrolló e implementó un algoritmo que permite definir la curva Q vs. h (Caudal emitido vs. Presión en el nudo) para cada nudo de la red, de manera no necesariamente potencial (ver Figura 35). Para ello se hizo uso del Toolkit de EPANET para su acople a código desarrollado en MSExcel con VBA para Aplicaciones.

6.1 Discretización de las Curvas Únicas y ajuste de la función

Teniendo en cuenta la forma de las Curvas Únicas expuesta en la Sección 3.1, la función que describe su comportamiento es una función a trozos o por partes. Esto representa un inconveniente a la hora de buscar un algoritmo que utilice una función continua en la cual se represente el emisor con curva única de manera similar a los emisores típicos descritos con la Ecuación 1.

Así, se considera conveniente discretizar la curva única (o cualquier otra curva que se desee asignar como caudal emitido dependiente de la presión) de manera que se realice una interpolación entre los datos de manera continua. Adicionalmente, dicha discretización aporta versatilidad al programa, teniendo en cuenta que se desarrolló en MSExcel y en éste es necesario ingresar un conjunto de puntos (x, y) para que sea graficado y reconocido como una función.

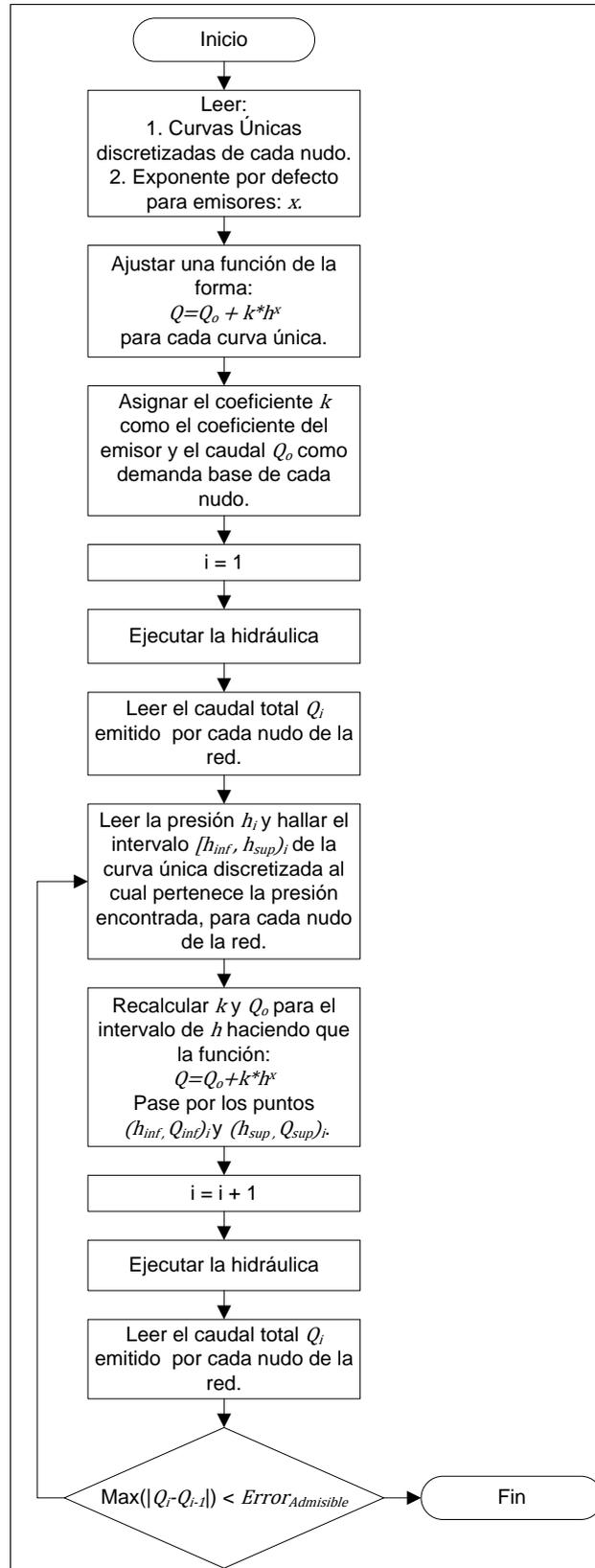


Figura 35. Diagrama de flujo del algoritmo de ejecución hidráulica para RIDAPs.

De esta manera, el programa requiere una tabla de puntos (h, Q) que describa de manera aceptable la curva única del emisor que se desea simular. Teniendo en cuenta que para las RIDAPs las curvas de emisores se repiten dentro de la red por cuenta de aparatos iguales asignados a diferentes nudos de la red (e.g. todos los lavamanos tienen la misma curva independientemente del nudo al que se conectan), el programa permite asignar a diferentes nudos una misma curva, evitando la reiteración en el ingreso de información.

Así, una vez se tienen definidas de manera discretizada todas las curvas únicas y éstas se han asignado a cada nudo de demanda de la red, se puede comenzar a resolver la ejecución hidráulica de la misma. Para ello se hace una primera ejecución hidráulica asignándole a cada nudo una función Q vs. h como la presentada en la Ecuación 60:

$$Q(h) = Q_o + k \cdot h^x \quad \text{Ecuación 60}$$

Dicha ecuación corresponde a la función Q vs. h que el programa EPANET puede ejecutar, en donde Q_o corresponde con la denominada demanda base, k corresponde con el coeficiente de emisor y x corresponde con el exponente global del emisor que debe ser igual para todos los nudos.

A fin de que la función inicial asignada a cada nudo sea representativa de la curva única asignada, se pueden calcular los parámetros Q_o y k que minimizan el Error Cuadrático Medio (ECM) respecto a todos los puntos que representan la curva única discretizada. El resultado del cálculo analítico de la expresión para estos dos parámetros es entonces:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^{NP} Q_i \cdot h_i^x}{\sum_{i=1}^{NP} h_i^{2x}} \quad \text{Ecuación 61}$$

$$\bar{Q}_o = \text{Demanda Base} \quad \text{Ecuación 62}$$

donde:

\bar{k} : Estimación del parámetro k que minimiza el ECM para los puntos de la curva única discretizada.

\bar{Q}_o : Estimación del parámetro Q_o que minimiza el ECM para los puntos de la curva única discretizada.

Q_i, h_i : Valores de caudal y presión, respectivamente, que definen el punto i de la curva única discretizada.

x : Valor del exponente del emisor que tenga por defecto el archivo de EPANET (usualmente 0.5).

NP : Número de puntos que tiene la curva única discretizada.

Demanda Base : Caudal que se le ha asignado al nudo como demanda independiente de la presión.

Como resultado se tiene entonces una par de parámetros que ajustan una función a cada curva única y que, por lo tanto, deben ser asignados a todos los nudos con esa curva única. Así, al ejecutar la hidráulica se tendrá una primera aproximación de la presión y el caudal emitido en cada nudo.

6.2 Interpolación e iteración

Teniendo en cuenta que como resultado de los pasos anteriores se tiene una primera aproximación de la presión y del caudal emitido por cada nudo, se puede calcular el par de puntos de la curva única discretizada cuyas presiones h_{Inf} y h_{Sup} son menor o igual y mayor, respectivamente, que la presión encontrada en la primera ejecución hidráulica, para cada nudo. Esto permite conocer el intervalo $(h_{Inf}, Q_{Inf}), (h_{Sup}, Q_{Sup})$ tentativo en donde puede estar el punto (h, Q) que cumple con todas las ecuaciones de la ejecución hidráulica de la red.

Una vez se conoce este intervalo, es posible mejorar la estimación de los parámetros k y Q_o para que generen una función que cruce exactamente por los puntos (h_{Inf}, Q_{Inf}) y (h_{Sup}, Q_{Sup}) . Así, el cálculo de estas nuevas estimaciones se hace mediante la Ecuación 63 y la Ecuación 64.

$$\bar{k} = \frac{(Q_{Sup} - Q_{Inf})}{(h_{Sup}^x - h_{Inf}^x)} \quad \text{Ecuación 63}$$

$$\bar{Q}_o = -\frac{(Q_{Sup} \cdot h_{Inf}^x - Q_{Inf} \cdot h_{Sup}^x)}{(h_{Sup}^x - h_{Inf}^x)} + \text{Demanda Base} \quad \text{Ecuación 64}$$

Esta estimación genera una manera natural de interpolación en la curva única, regida por la Ecuación 60. Así, si después de dos iteraciones seguidas todos los nudos siguen en el mismo intervalo de sus respectivas curvas, entonces se ha encontrado la solución a las ecuaciones de ejecución hidráulica y el error en el caudal y la presión será cero respecto a la curva única discretizada, dado que, para esos intervalos caracterizados con esas curvas de emisor, la solución dada por EPANET resuelve las ecuaciones mediante el método del gradiente (ver Saldarriaga, 2007) con una precisión mucho mayor a la requerida.

Sin embargo, el procedimiento resulta más eficiente si sólo se almacena como resultado de cada iteración el caudal emitido en cada nudo, de manera que iteración a iteración se comprara únicamente el caudal emitido en cada nudo y no el intervalo de la curva única discretizada en el que se encuentra el nudo. Así la solución completa de la ejecución hidráulica debe cumplir con que todos sus nudos tengan una diferencia entre iteraciones menor a la mínima admisible, y por lo tanto se pueden calcular las diferencias y se compara únicamente la mayor de todas éstas.

6.3 Cálculo de los demás resultados hidráulicos

Una vez se ha llegado a una caracterización de la curva de cada nudo que representa aceptablemente su comportamiento para el rango de caudales y presiones que éste emite y tiene, respectivamente, se tiene una solución de toda la hidráulica de la red, de manera que se pueden conocer otras variables resultado de la ejecución como velocidades y esfuerzos cortantes en las tuberías, alturas piezométricas totales en los nudos y demás.

Para ello basta tomar los resultados hidráulicos de la última ejecución hidráulica, calculados por EPANET, y presentarlos como los resultados finales de la red. El programa desarrollado para implementar este algoritmo y permitir la simulación hidráulica de RIDAPs mediante la curva única, incluye entonces tablas de resultados de todas las variables disponibles para cada nudo y tubo.

6.4 Software desarrollado

A fin de implementar el algoritmo desarrollado y disponer de un software que facilite la comprobación de diseño para una RIDAP modelada mediante la curva única se desarrolló un libro en MSEXCEL con VBA para Aplicaciones que en conjunto con el Toolkit de EPANET 2.0 (Rossman, 2000) permite conocer los resultados hidráulicos de una red con emisores variables y no necesariamente potenciales.

El procedimiento para hacer uso del programa se divide en 5 subprocesos cada uno de los cuales está listado en la interfaz principal del programa (ver Figura 36). El primer paso consiste en limpiar todo el libro de EXCEL reiniciando cada una de las secciones. A continuación se debe seleccionar un modelo de la red ya creado mediante EPANET, permitiendo al programa conocer la lista de nudos y de tubos, así como la ubicación del archivo.

Una vez se tiene ingresado el modelo de la red se procede a ingresar las curvas únicas que existen en el modelo. Así, se deben ingresar tantas curvas como aparatos sanitarios diferentes se tengan, describiendo para cada una la lista de puntos (h_i, Q_i) que describen, de manera discretizada, la función $Q(h)$. Es en este paso donde se nota la conveniencia de la discretización, la cual permite definir curvas de funciones a trozos como la curva única de las RIDAPs.

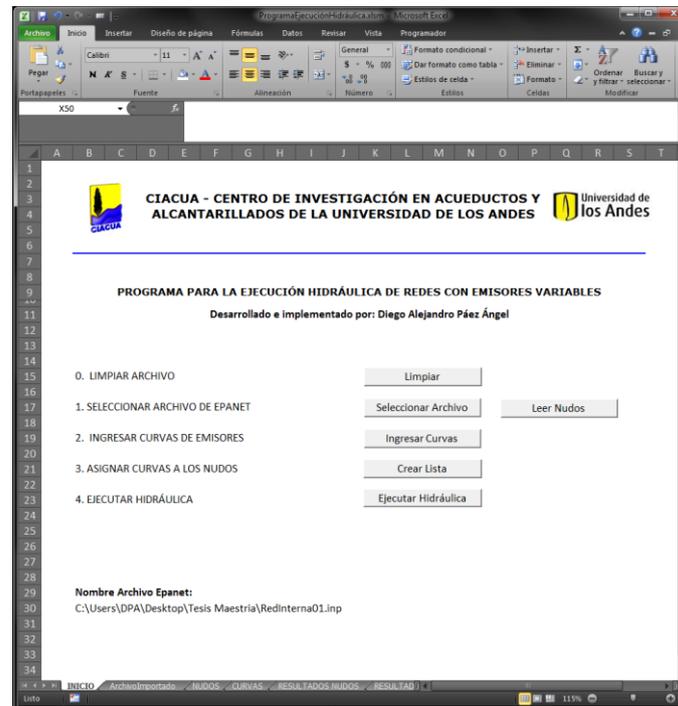


Figura 36. Interfaz principal del software.

Teniendo disponible una lista de curvas únicas definidas en el paso 2 del programa (sin incluir la limpieza), se debe asignar a cada nudo una de estas curvas de manera que se caracterice el comportamiento de la demanda en función de la presión en el nudo. Para ello el programa genera una lista de las curvas exitosamente leídas para que el usuario seleccione de la lista el nombre que corresponde a cada nudo. Adicionalmente se definen hipervínculos en las celdas para que el usuario pueda revisar los datos ingresados en cada curva y así asegurar la correcta asignación de curvas.

Finalmente el programa permite ejecutar la hidráulica, haciendo uso del algoritmo anteriormente descrito y llamando a EPANET para cada ejecución hidráulica requerida. Así, es posible presentar los resultados de la ejecución hidráulica final que para los nudos incluye los datos de entrada y la altura piezométrica total, la presión, el caudal total de salida y de emisor y el error en los caudales respecto a la iteración anterior. Asimismo para los tubos se presentan los datos de entrada, y datos de salida como pérdidas totales en la tubería, velocidad y caudal transportado.

7 Casos de estudio

A fin de mostrar de manera explícita la implementación de la metodología de diseño propuesta, se presentan 2 ejemplos de su uso en diferentes redes internas correspondientes a sistemas reales ubicados en la ciudad de Bogotá, Colombia. Para ambos casos se supondrán los mismos valores de los parámetros y funciones que caracterizan la demanda en los aparatos de la red. Los parámetros de funcionamiento hidráulico de los aparatos presentes en los ejemplos se basan en los resultados de Acero (2009) y en las recomendaciones de la Norma Técnica Colombiana NTC 1500 (ICONTEC, 2004), mientras que los parámetros de caracterización estocástica de la demanda se basan en los datos y mediciones de Blokker (2010a):

Tabla 18. Funciones de la curva única de los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en Acero (2009).

Aparato sanitario	Curva única del aparato
Lavamanos	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.0248 \cdot (h(m.c.a))^{0.440} & \text{si } h \leq 25 \text{ m.c.a} \\ 0.102 & \text{si } h > 25 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Inodoro	$Q(L/s) = 0.0414 \cdot (h(m.c.a.))^{0.580}$
Ducha	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.1284 \cdot (h(m.c.a))^{0.547} & \text{si } h \leq 12 \text{ m.c.a} \\ 0.500 & \text{si } h > 12 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Lavaplatos	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.0778 \cdot (h(m.c.a))^{0.391} & \text{si } h \leq 11 \text{ m.c.a} \\ 0.200 & \text{si } h > 11 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Fregadero/Llave manguera/Lavadora	$Q(L/s) = 0.1944 \cdot (h(m.c.a.))^{0.531}$

Tabla 19. Funciones de la curva única de los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en ICONTEC (2004).

Aparato sanitario	Curva única del aparato
Lavamanos	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.2500 \cdot (h(m.c.a))^{0.396} & \text{si } h \leq 6 \text{ m.c.a} \\ 0.510 & \text{si } h > 6 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Inodoro	$Q(L/s) = 0.2271 \cdot (h(m.c.a.))^{0.500}$
Ducha	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.3200 \cdot (h(m.c.a))^{0.500} & \text{si } h \leq 5 \text{ m.c.a} \\ 0.715 & \text{si } h > 5 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Lavaplatos	$Q(L/s) = \begin{cases} 0.4079 \cdot (h(m.c.a))^{0.350} & \text{si } h \leq 5 \text{ m.c.a} \\ 0.716 & \text{si } h > 5 \text{ m.c.a} \end{cases}$
Fregadero/Llave manguera/Lavadora	$Q(L/s) = 0.4525 \cdot (h(m.c.a.))^{0.500}$

Tabla 20. Frecuencia y Duración de uso para los aparatos sanitarios en las redes ejemplo con base en Blokker (2010a).

Aparato sanitario	Frecuencia (usos/(día*persona))	Duración ¹⁵	
Lavamanos	$Poisson(\lambda = 4.1)$	$Lognormal$ con $Cv = 1.3$	Lavado y afeitado: $E[X] = 40 s$
			Cepillado de dientes: $E[X] = 15 s$
Inodoro	$Poisson(\lambda = 6.0)$	<i>Valor fijo = 2.4 min</i>	
Ducha	$Binomial(\mu = 0.7)$	$Lognormal(\mu_{Ln(X)} = 2.0, \sigma_{Ln(X)} = 0.5) min$	
Lavaplatos	$Binomial Negativa$ ($r = 3, p = 0.192$)	$Lognormal$ con $Cv = 1.3$	Consumo: $E[X] = 15 s$
			Lavado de platos: $E[X] = 45 s$
			Lavado de manos: $E[X] = 13 s$
			Otros: $E[X] = 48s$
Fregadero/Llave manguera/Lavadora	$Poisson (\lambda = 0.37)$	<i>Valor fijo = 13.2 min</i>	

Tabla 21. Cálculo de la duración promedio total para los lavamanos de las redes ejemplo.

Uso	Duración: $E[X]$	Porcentaje del total de usos (%U)	$E[X] \cdot \%U$
Lavado y afeitado	40 s	75%	30.00
Cepillado de dientes	15 s	25%	3.75
Promedio total			33.75 s

¹⁵ Las duraciones son representadas por distribuciones lognormales, que tienen como inconveniente la diversidad de sus parámetros. Así en algunos casos esta distribución es parametrizada por la media y la desviación estándar de la variable distribuida lognormal, y en otros casos está parametrizada por la media y la desviación estándar del logaritmo natural de la variable distribuida lognormal, cuya distribución es normal. (Ver Anexo 11.2).

Tabla 22. Cálculo de la duración promedio total para los lavaplatos de las redes ejemplo.

Uso	Duración: $E[X]$	Porcentaje del total de usos (% U)	$E[X] \cdot \%U$
Consumo	15 s	10%	1.50
Lavado de platos	45 s	75%	33.75
Lavado de manos	13 s	5%	0.65
Otros	48 s	10%	4.80
Promedio total			40.70 s

Por otro lado las condiciones de diseño seleccionadas con base en el comportamiento hidráulico de los aparatos, las recomendaciones de ICONTEC (2004) y la confiabilidad deseada del sistema¹⁶, se definieron los siguientes valores de los parámetros:

Tabla 23. Presiones mínimas aceptables y frecuencias de diseño.

Aparato sanitario	Presión correspondiente al caudal mínimo admisible (mca)	Frecuencia de diseño (usos/(hora*persona))
Lavamanos	0.5	0.28
Inodoro	0.7	0.40
Ducha	1.0	0.12
Lavaplatos	0.5	0.18 ¹⁷
Fregadero/Llave manguera/Lavadora	0.5	0.09

$$P_{Falla\ Aceptable} = 5.0\%$$

Ecuación 65

Se debe notar que, si bien la frecuencia de uso tiene una distribución temporal en ciclos diarios (e.g. Tabla 10 y Tabla 11), es necesario tomar un único valor de esta distribución para el cálculo de las probabilidades de uso (utilización) que se asignaran a los aparatos para el cálculo de las probabilidades de los estados. En este caso se han seleccionado las frecuencias correspondientes a la hora en donde el caudal demandado esperado de toda la red es mayor a lo largo del día, teniendo en cuenta la cercanía de los picos de cada distribución temporal. Para distribuciones temporales muy diferentes entre lo aparatos, se recomienda la aproximación hecha por CIACUA (2011) en donde se toma el percentil 0.9 de la curva de distribución horaria de la demanda, como valor de la frecuencia de uso de cada aparato.

¹⁶ Se entenderá confiabilidad como el complemento de la probabilidad de falla. Su definición para un diseño se debe evaluar con base en un análisis de las pérdidas que implica una falla del sistema, tal y como se explica en la Sección 5.3.1.

¹⁷ La frecuencia de uso del lavaplatos se encuentra en (usos/(hora*hogar)).

7.1 Caso de estudio 1: Red Interna Conjunto OASIS IV

Ubicado en la ciudad de Bogotá, Colombia, se encuentra un conjunto residencial con 183 casas divididas en cuatro tipos de unidad: A, AA, C y CC. Teniendo en cuenta la complejidad de las redes internas de cada una de las casas, se seleccionó la casa tipo C como la casa a modelar y diseñar, ya que corresponde a una extensión de las casas tipo CC y a una red de mayor exigencia hidráulica que las casas tipo A y AA.

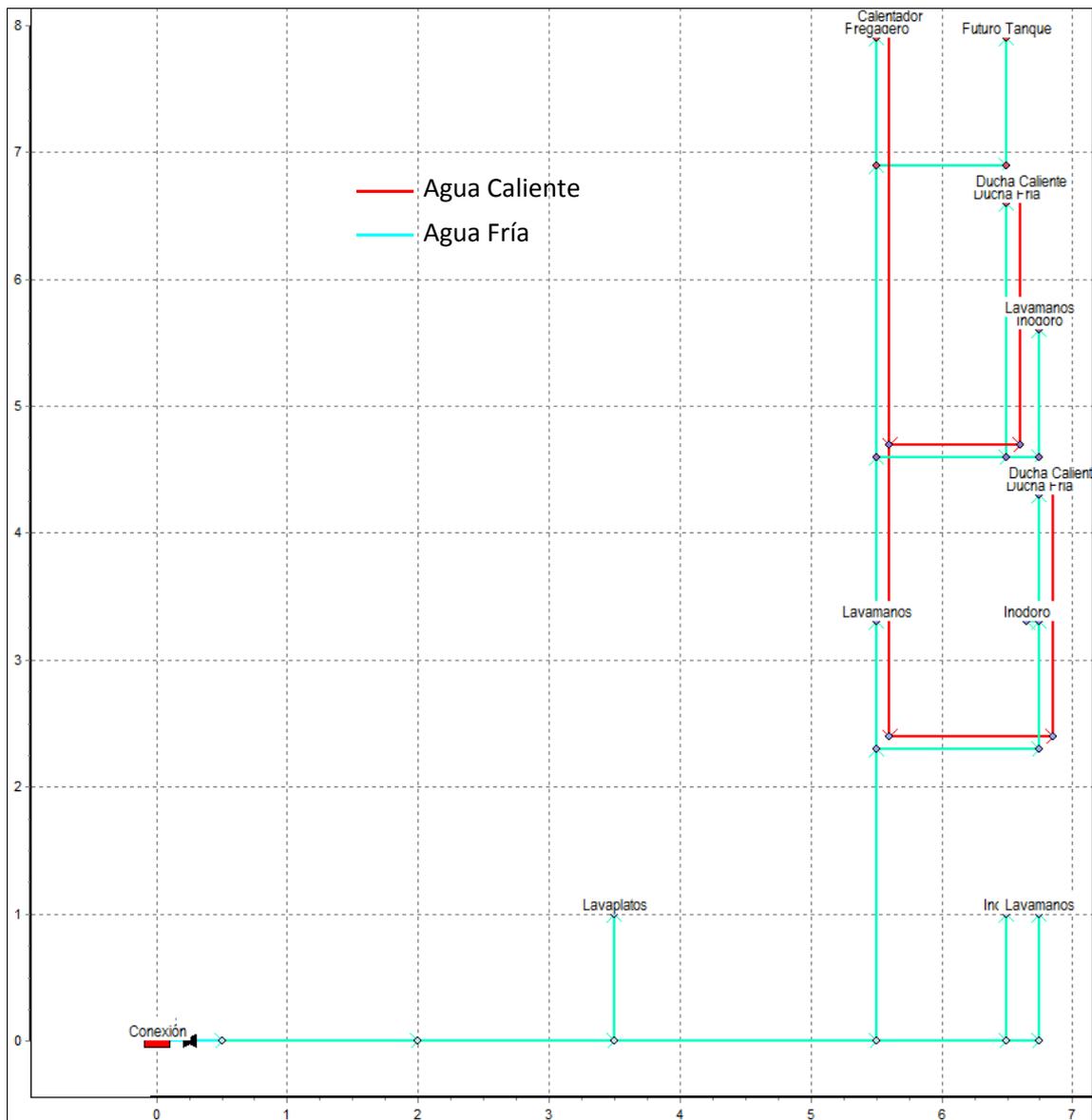


Figura 37. Modelo casa OASIS IV tipo C - Vista en perfil. Aparatos conectados a la red.



7.1.1 Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)

Para la asignación de una LGH ideal para toda la red se hizo uso de la Ecuación 43 con un $F = 0.0$, quedando escrita como:

$$LGH_x = \left(\frac{LGH_{Min} - LGH_{Max}}{L_{Tot}} \right) \cdot X + LGH_{Max} \quad \text{Ecuación 66}$$

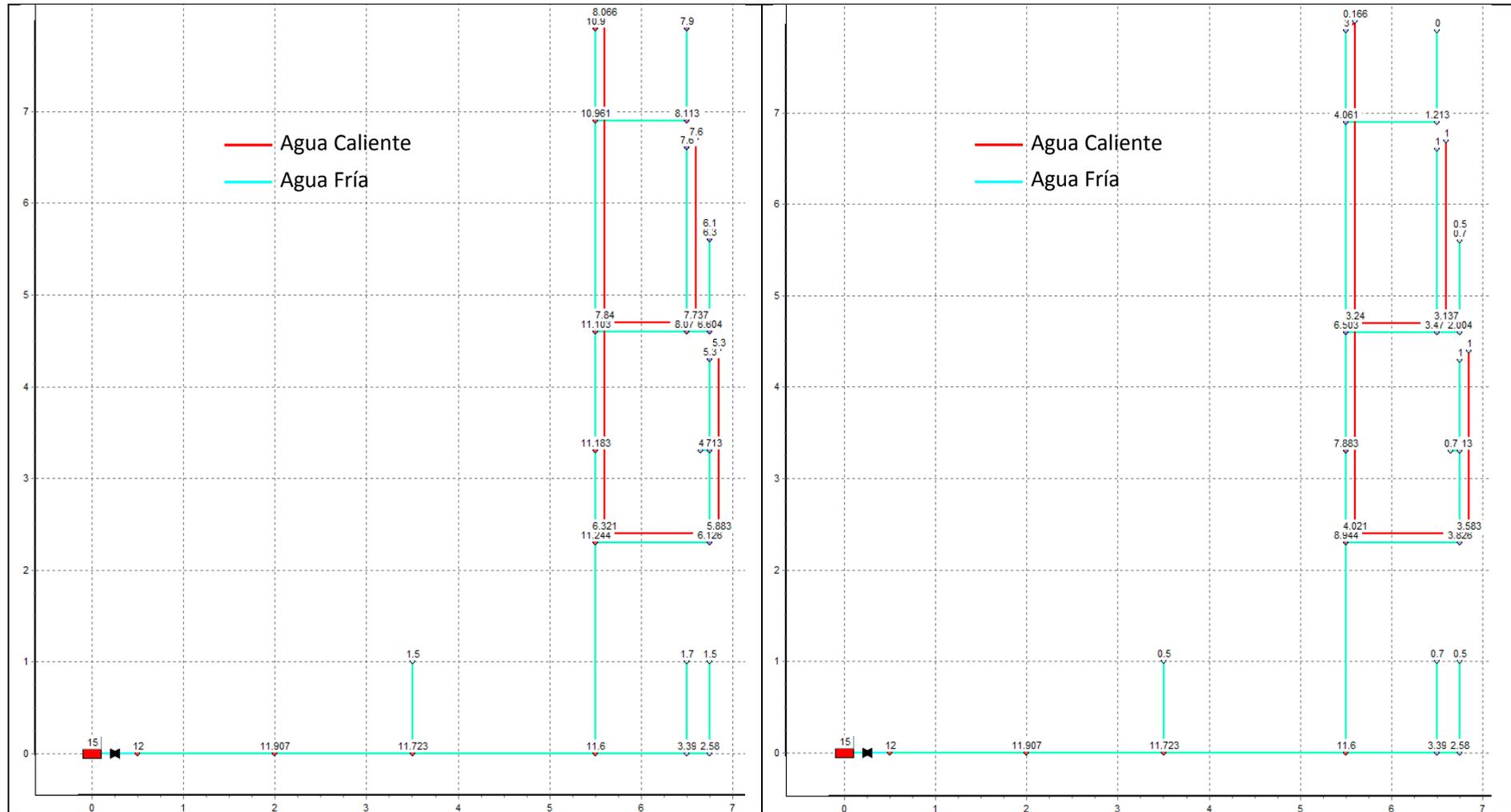
Teniendo en cuenta que la Empresa de Acueducto de Bogotá (EAAB), asegura una presión mínima de 15.0 mca en cualquiera de las conexiones que se hagan a la red, y suponiendo un diseño de la red de distribución interna del conjunto residencial que asegura una presión similar a la entrada de las casas (ya sea mediante bombeo, mediante almacenamiento en tanques elevados, o mediante diferencias topográficas dentro del conjunto), entonces la altura piezométrica total disponible en la conexión se supone de 15.0 mca es decir $LGH_{Max} = 15.0 \text{ mca}$.

Si por otro lado se nota que existen tantas trayectorias como sumideros¹⁸ tenga la red, entonces se notará que la Ecuación 66 deberá ser evaluada al menos 10 veces para la red OASIS IV tipo C, y se requerirá una ejecución adicional por cada trayectoria en donde a un nudo intermedio (no sumidero) se le asigne una LGH inferior a su LGH mínima (correspondiente a la suma de su elevación y la presión mínima admisible de su aparato). Dado que la red dispone de una válvula que representa el medidor de consumo y de un tubo con un alto coeficiente de pérdidas menores que representa el calentador de agua, es necesario tener en cuenta las pérdidas objetivo de estos dos accesorios a la hora de hacer la asignación de LGH objetivo. Así el medidor de consumo siempre generará unas pérdidas de 3.0 mca, mientras que el calentador generará pérdidas de 2.8 mca. En la Figura 38 se muestran los resultados de este paso, presentando tanto la LGH asignada, como las presiones que corresponden con estas alturas piezométricas.

7.1.2 Cálculo de los caudales emitidos

Haciendo uso de las curvas únicas de los aparatos descritas en la Tabla 18 para aparatos ahorradores y en la Tabla 19 para aparatos de alto consumo, se calculó el caudal emitido por cada aparato de la red de ejemplo cuando las presiones son iguales a las asignadas por el procedimiento de la Sección 7.1.1 y presentadas en la Figura 38. Los resultados de este procedimiento se muestran en la Figura 39.

¹⁸ Se entenderá como sumidero cualquier nudo que cumpla con que sus nudos adyacentes tienen mayor LGH que él. Dada la geometría abierta de las RIDAPs, los sumideros deben ser aquellos nudos sin tuberías o nudos aguas abajo.



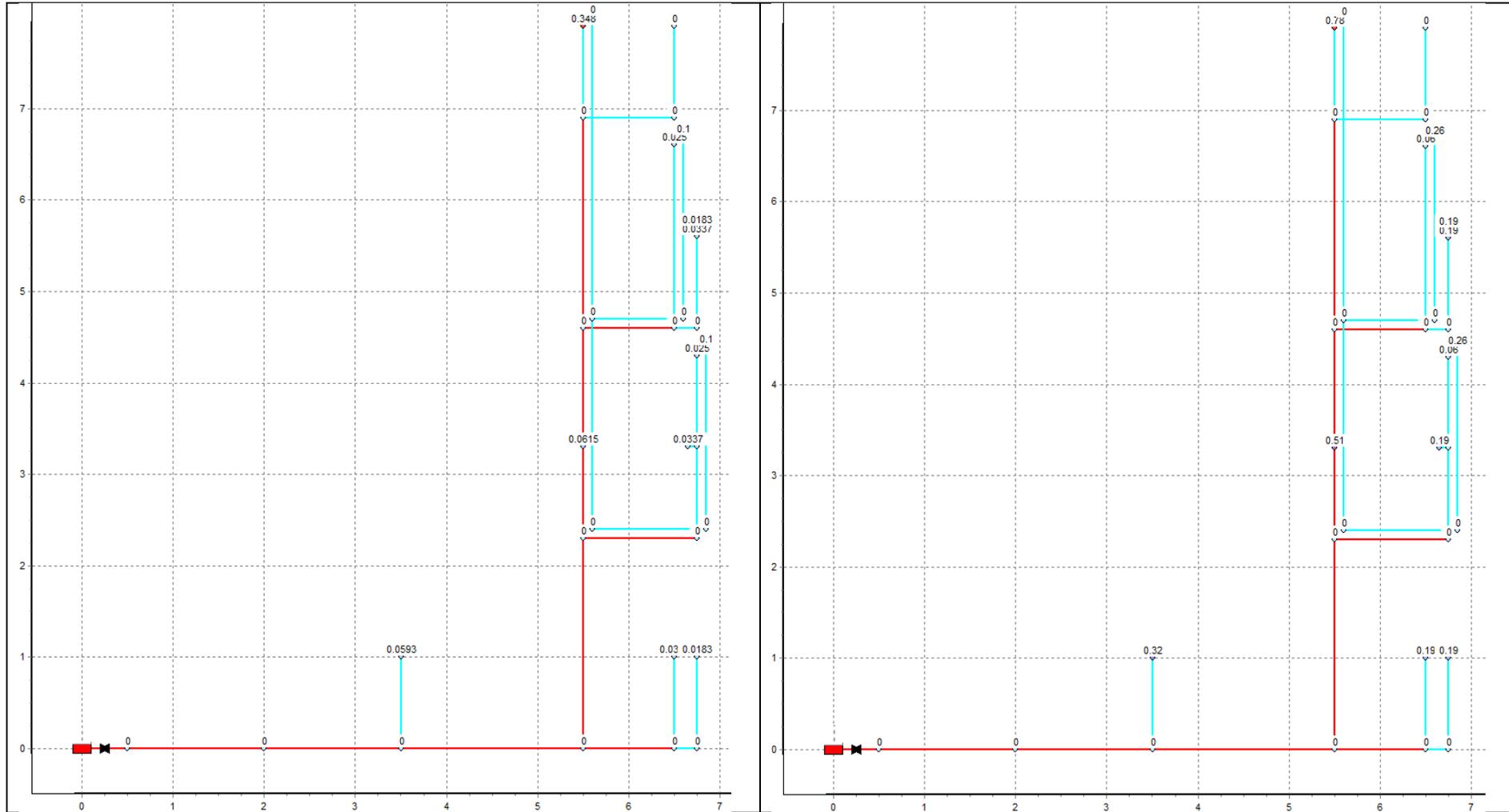


Figura 39. Modelo casa OASIS IV tipo C – Caudal emitido en L/s para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC. (derecha).

7.1.3 Cálculo de los caudales de diseño

Haciendo uso de los parámetros de caracterización estocástica de la demanda de los aparatos mostrados en la Tabla 20 y suponiendo un total de 6 habitantes en la casa, se puede hacer uso de la Ecuación 31 para encontrar el conjunto \mathbb{p} de probabilidades de uso de los aparatos:

Tabla 24. Probabilidades de uso de los aparatos para el diseño de la RIDAP.

Aparato sanitario	Probabilidad de uso para diseño ()
Lavamanos	0.0158
Inodoros	0.0960
Duchas	0.1005
Lavaplatos	0.0122
Fregadero/Llave manguera/Lavadora	0.1188

Una vez se dispone del conjunto \mathbb{p} de probabilidades de uso y del conjunto \mathbb{Q} de caudales emitidos, es posible comenzar el procedimiento de cálculo del caudal de diseño para el primer tubo aguas arriba. Teniendo en cuenta que la válvula que representa el medidor de consumo de la red tiene fijado el valor de las pérdidas que genera, el primer tubo a diseñar efectivamente es el ubicado aguas abajo de esta válvula, extendiendo después su diámetro al tramo que incluye el medidor.

Dicho tubo tiene entonces 10 aparatos sanitarios aguas abajo, consistentes en 1 lavaplatos, 3 lavamanos, 3 inodoros, 2 duchas y 1 fregadero/lavadora. Así, se debe calcular la probabilidad de ocurrencia de cada posible estado de la red aguas abajo del tubo a diseñar. Para ello se hace uso de la Ecuación 47 llegando a los siguientes resultados:

Tabla 25. Probabilidades de ocurrencia de los estados.

Estado	Probabilidad de ocurrencia	Probabilidad de ocurrencia dado que el sistema está en uso
10	5.11E-14	1.01E-13
9	1.64E-11	3.26E-11
8	2.16E-09	4.29E-09
7	1.51E-07	2.99E-07
6	6.07E-06	1.20E-05
5	1.46E-04	2.91E-04
4	2.19E-03	4.34E-03
3	2.04E-02	4.04E-02
2	1.16E-01	2.29E-01
1	3.66E-01	7.26E-01
0	4.96E-01	-
Suma	1.00E+00	1.00E+00

A partir de los resultados de la Tabla 25, se puede concluir que el primer tubo de la red tiene como estado de diseño $X = 2$, dado que la probabilidad acumulada para dicho estado supera al complemento de la probabilidad de falla aceptable ($P_{NN=10}(X \leq 2) = 0.954$). Si se tiene en cuenta que la red se considera pequeña y que se recomienda tomar el caudal correspondiente al caudal máximo del estado de diseño como caudal final de diseño, entonces éste será igual a la suma de los dos mayores caudales emitidos aguas abajo del tubo.

Así, utilizando los valores de la Figura 39, se llega a que en el caso del diseño basado en Acero (2009), el caudal de diseño es de $Q_D = 0.473 \text{ L/s}$ correspondiente a encender la llave del fregadero/lavadora y una de las duchas de la casa. Similarmente el caudal de diseño según ICONTEC (2006) corresponde a encender la llave del fregadero/lavadora y el lavamanos del segundo piso: $Q_D = 1.290 \text{ L/s}$.

7.1.4 Cálculo y redondeo del diámetro del tubo

Haciendo uso de la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 3) en conjunto con la ecuación de Colebrooke-White (Ecuación 4), es posible hallar el diámetro continuo necesario para que el caudal de diseño fluya por la tubería haciendo uso de la energía asignada en la Sección 7.1.1. El procedimiento numérico necesario para su cálculo, puede ser revisado en Saldarriaga (2007).

Para el cálculo se tomó una aceleración de gravedad de 9.81 m/s^2 , una viscosidad cinemática de $1.14E - 6 \text{ m}^2/\text{s}$ correspondiente a la del agua a 15°C , una rugosidad absoluta de $1.50E - 6 \text{ m}$ correspondiente a una tubería de PVC y un coeficiente de pérdidas menores de 0.6 que representa un codo estándar.

Como resultado se encuentra que para el caso basado en Acero el diámetro necesario es de 25.474 mm equivalente a 1.003 in , mientras que para el caso basado en ICONTEC se obtiene un diámetro de 38.430 mm equivalente a 1.513 in . Dado que en el mercado local no existen tuberías de dicho diámetro, se hace necesario redondear el valor a uno de los comerciales (Tabla 26). Si se utiliza el criterio de redondeo potencial con un exponente de 2.6, se tiene que para el caso basado en Acero, el diámetro asignado a dicho tubo es de 1.0 in mientras que para el caso basado en ICONTEC es de 1.5 in .

Tabla 26. Diámetros disponibles para las tuberías de la red.

Diámetro (in)	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	2.00	4.00	6.00	8.00
Diámetro (mm)	12.70	19.05	25.40	31.75	38.10	50.80	101.60	152.40	203.20

7.1.5 Asignación de una LGH para la red aguas abajo del tubo

Para el tubo inmediatamente aguas abajo del recién diseñado se debe considerar, por un lado que el diámetro que efectivamente fue asignado al tubo difiere del que asegura la LGH ideal en su nudo aguas abajo de manera que, para el caso de estudio, se tendrá una LGH menor a la

ideal cuando el caudal de diseño pase por el tubo, y por otro lado que por el tubo recién diseñado no siempre está fluyendo su caudal de diseño. Así, la manera de calcular la LGH en el nudo aguas arriba del nuevo tubo a diseñarse consiste en hacer fluir su caudal de diseño por toda la red aguas arriba (ya diseñada) encontrando la altura piezométrica con la que llega a dicho nudo.

7.1.6 Resultados para toda la red

El anterior procedimiento fue aplicado para toda la red OASIS IV llegando a los siguientes resultados:

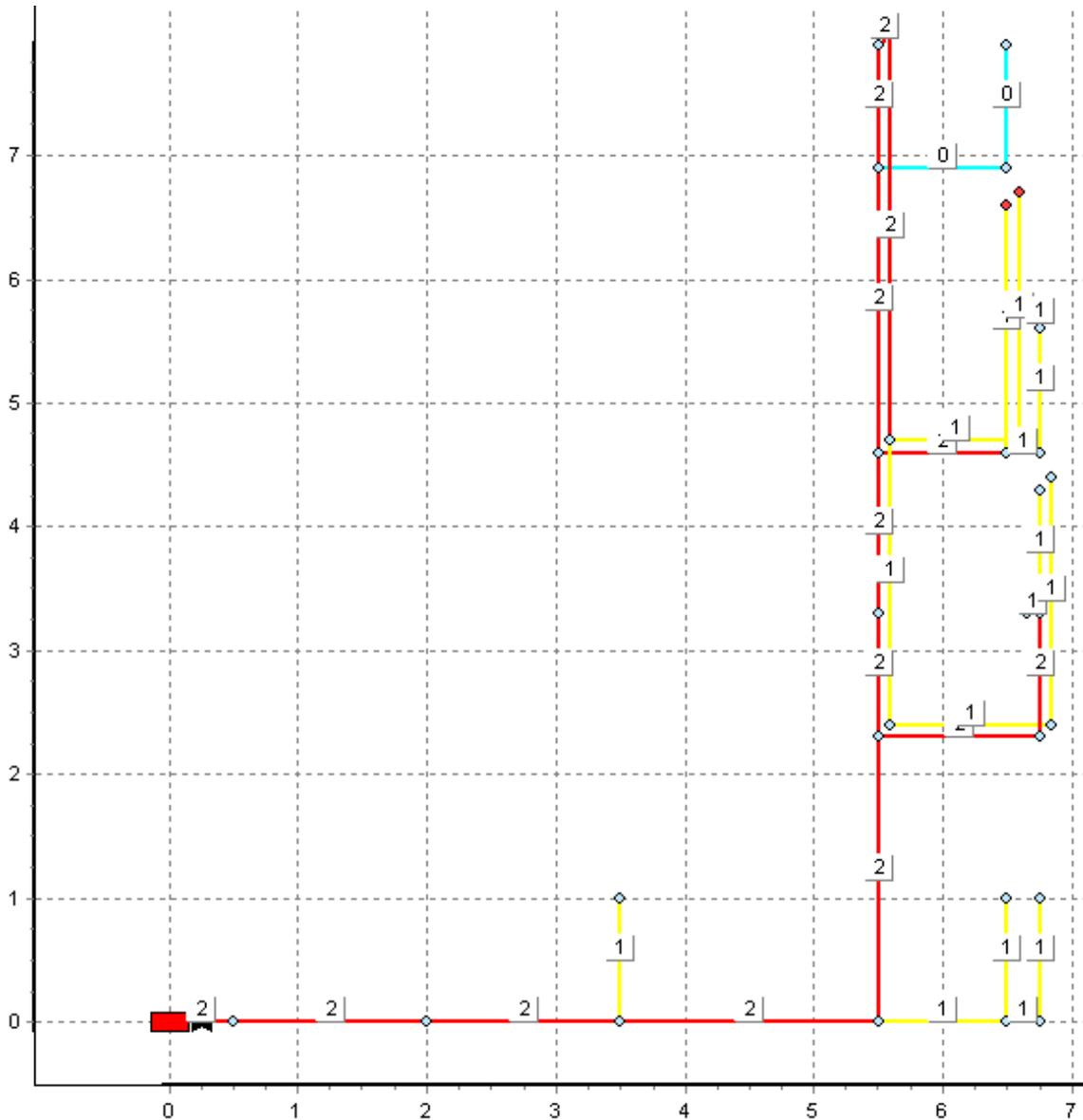


Figura 40. Modelo casa OASIS IV tipo C - Resultados del cálculo del estado de diseño para cada tubería de la red.

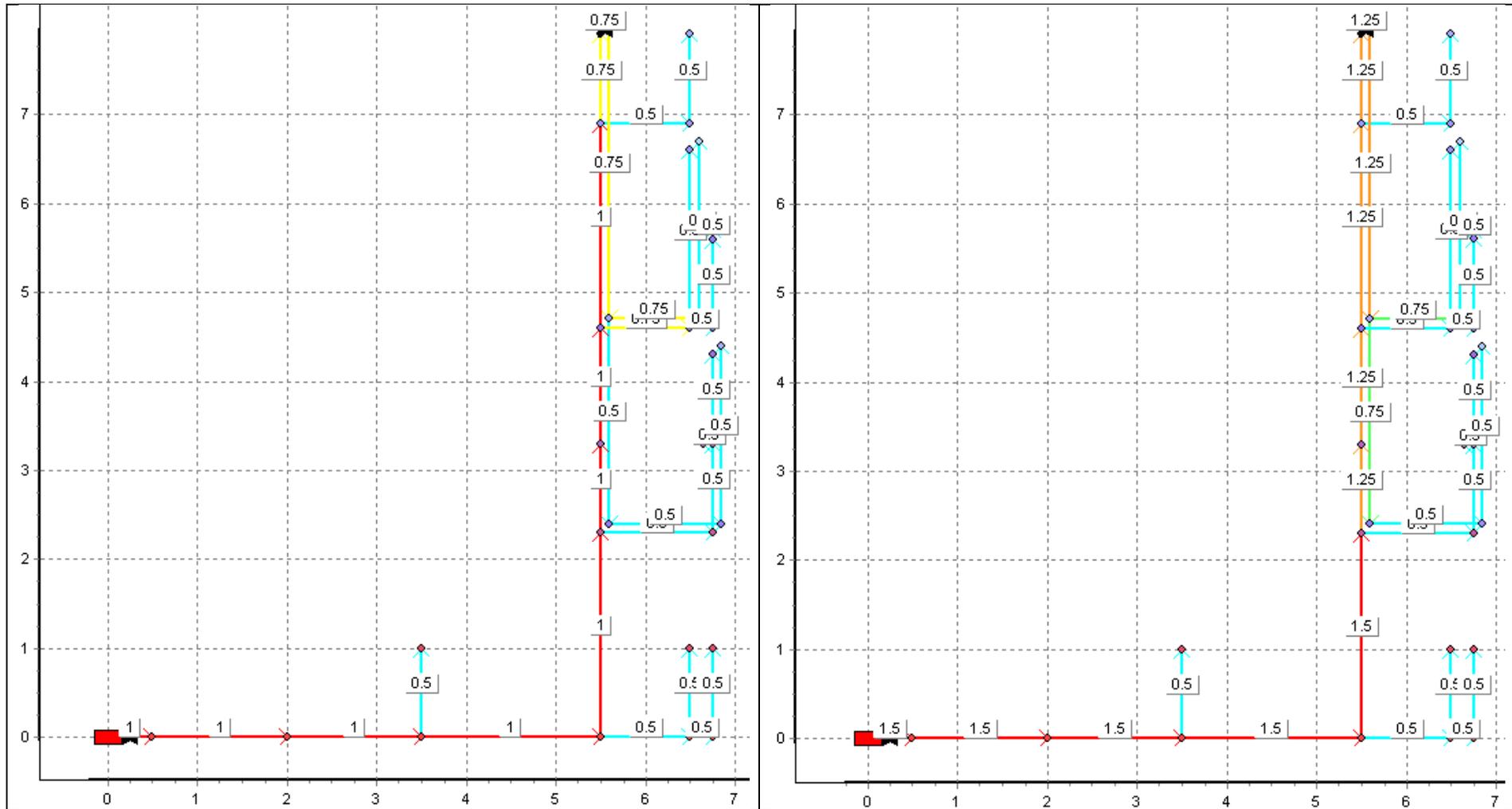


Figura 41. Modelo casa OASIS IV tipo C - Resultados del diseño para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha). Diámetros en pulgadas.



Se debe notar que los resultados para el estado de diseño a utilizar no dependen del comportamiento hidráulico del sistema, sino únicamente del comportamiento estocástico de la demanda, que para los dos casos de análisis de la red OASIS IV tipo C, se considera igual. Así el procedimiento de diseño sólo difiere en el cálculo del caudal de diseño de cada tubo y los posteriores pasos basados en este resultado.

En el caso especial de este caso de estudio, existen dos tuberías con un estado de diseño igual a cero, que presentan un requisito adicional para el diseño de la red, en el cual se desea dejar tuberías disponibles para un potencial tanque de reserva de agua, pero que no es considerado activamente en la metodología de diseño implementada. Así, dichas tuberías deben ser diseñadas con otro criterio, y si bien por defecto se les asignó el diámetro mínimo, su determinación juiciosa requiere información adicional a la disponible.

Un resultado esperado del cálculo del estado de diseño consiste en notar que un tubo aguas arriba siempre tendrá un estado de diseño mayor o igual al estado de diseño de cualquiera de sus tubos aguas abajo, teniendo en cuenta que se consideran únicamente redes abiertas, y que al avanzar hacia aguas abajo por cualquier ruta, sólo se pueden estar reduciendo los aparatos a alimentar. Este resultado permite agregar eficiencia al procedimiento dado que una vez se llega a un tubo cuyo estado de diseño es $X = 1$, se puede asegurar que el estado de diseño de todos sus tubos aguas abajo será también 1, considerando que, a excepción de casos especiales como el del futuro tanque de almacenamiento, ninguna tubería puede tener estado de diseño igual a cero.

Respecto al procedimiento de cálculo de los caudales de diseño, se puede hacer una conclusión similar, al notar que su cálculo consiste en tomar los X_D caudales mayores de los nudos aguas abajo, y dado que un tubo nunca tiene un estado de diseño mayor que cualquiera de sus tubos aguas abajo, los caudales con los que se diseña este tubo serán a lo sumo iguales a los de diseño de cualquiera de sus tubos aguas arriba sino mayores.

Por otro lado, la conclusión similar respecto al diámetro no siempre puede aplicarse, dado que el cálculo de los diámetros depende no sólo del caudal de diseño, sino también de la disponibilidad de energía asignada por la LGH ideal. Adicionalmente, dada la manera de recorrer la red para calcular el diámetro y redondearlo, es posible que se afecte la superficie de alturas piezométricas aguas abajo de un tubo recién diseñado, de manera que se disponga de menos energía y por lo tanto se requieran mayores diámetros.

La anterior observación resulta inconveniente para la mayoría de las redes, dada la restricción adicional que incluyen algunos diseñadores y constructores sobre la posibilidad de permitir tuberías más grandes aguas abajo de tuberías más pequeñas. Si bien este problema no ocurre en ninguno de los dos casos de estudio, se hizo evidente en un paso del redondeo en donde la aproximación de un diámetro continuo presento valores iguales para el ponderador que decide a cuál de los diámetros discretos se debe aproximar.



Finalmente, vale la pena notar que para ambos casos de estudio, la red resultado del procedimiento de diseño presenta diámetros más grandes para la mayoría de tubos que aquellos presentes en el sistema real de las casas de OASIS IV (ver Figura 42), lo cual resulta consistente con el estado actual de las casas, en donde se conocen quejas por parte de los usuarios por la calidad del servicio en términos específicos de presión y caudal emitido en los aparatos. Es decir que, dado que el prototipo tiene diámetros menores que los encontrados en este documento como necesarios para una confiabilidad de 95%, entonces el prototipo debe tener una probabilidad de falla considerablemente mayor al 5%, lo cual es verificado al notar la frecuencia de las quejas presentadas por los usuarios del sistema.

7.2 Caso de estudio 2: Red Interna APTOS ACERO

En Acero (2009) se muestran 4 redes internas diferentes correspondientes a los 4 tipos de apartamentos que existen en un mismo edificio ubicado en Bogotá, Colombia. De estos, el más complejo resulta ser el Tipo 1 cuya longitud total de tubería es de más de 85.5m, y tiene un total de 17 aparatos sanitarios, de los cuales 10 tienen llaves de agua caliente y fría (ver Figura 43).

A fin de modelar los accesorios que existen en esta red (27 Tees y 67 Codos de 90°), Acero propone distribuir los coeficientes de pérdidas menores uniformemente entre la longitud de las tuberías, lo cual implica un coeficiente de pérdidas menores por unidad de longitud de $1.1 m^{-1}$. Adicionalmente propone modelar el calentador de paso como una tubería con un coeficiente de pérdidas menores de 49.05.

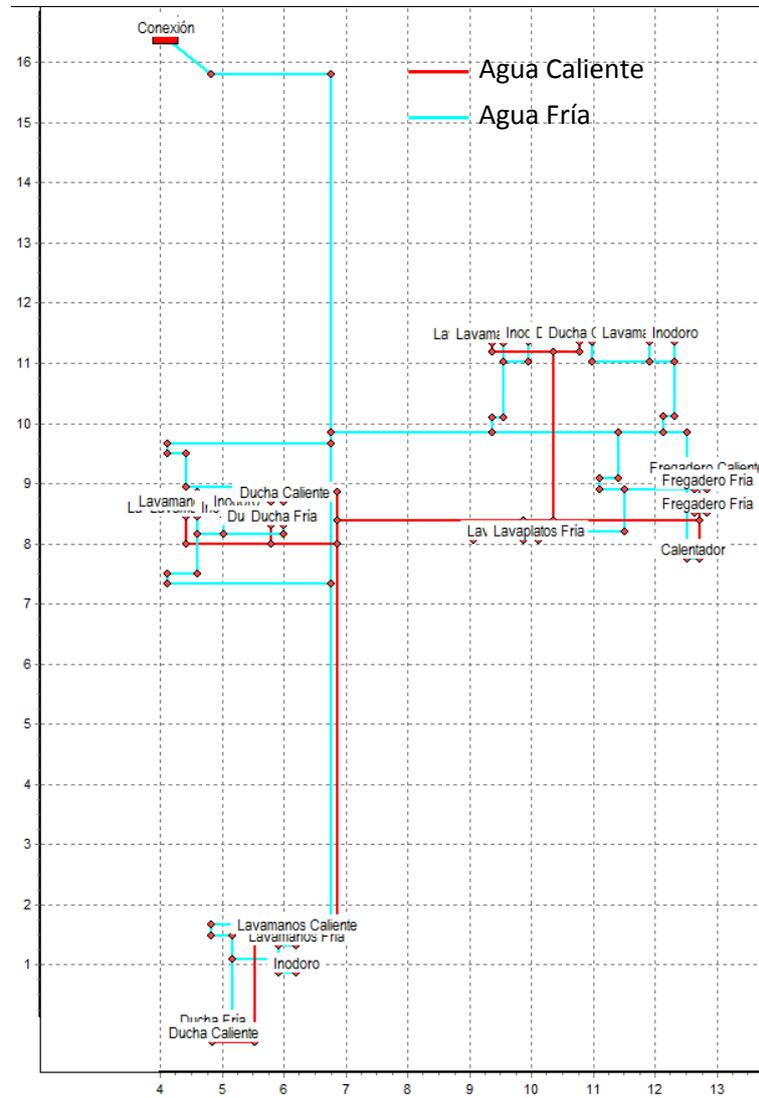


Figura 43. Modelo APTO ACERO tipo 1 - Vista en planta. Aparatos conectados a la red.

7.2.1 Asignación de una Línea de Gradiente Hidráulico (LGH)

Para la asignación de la LGH ideal se utilizó la misma relación lineal utilizada en los anteriores casos de estudio y cuya función es la descrita en la Ecuación 66. Para ello se definió como LGH_{Max} una altura piezométrica total iguala 40 *psi* correspondiente a la altura piezométrica asignada por Acero a la red. Este valor puede ser resultado de un análisis de los sistemas de bombeo del edificio, o de una alta disponibilidad de energía en la conexión de edificio a la red de acueducto.

Por otro lado, las presiones mínimas de operación de cada aparato son las mismas utilizadas en el anterior caso de estudio, las cuales son expuestas en la Tabla 23. Los resultados de este procedimiento se muestran en la Figura 44.

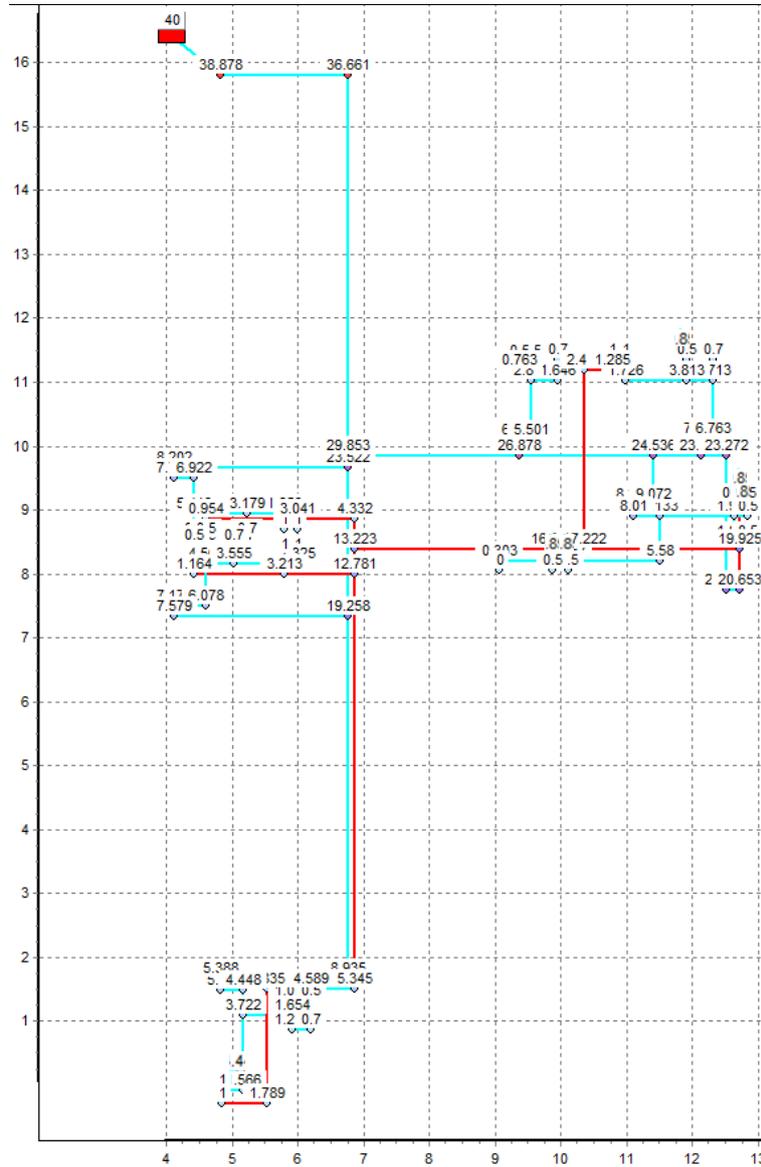


Figura 44. Modelo APTO ACERO tipo 1 – LGH ideal en psi.

7.2.2 Cálculo de los caudales emitidos

Similarmente al caso de estudio anterior, el cálculo de los caudales emitidos se realiza reemplazando las presiones correspondientes a las alturas piezométricas totales mostradas en la Figura 44. De nuevo son utilizados dos conjuntos de curvas únicas de los aparatos correspondientes a los resultados de Acero (2009) y de ICONTEC (2006). Los resultados son presentados en la Figura 45.

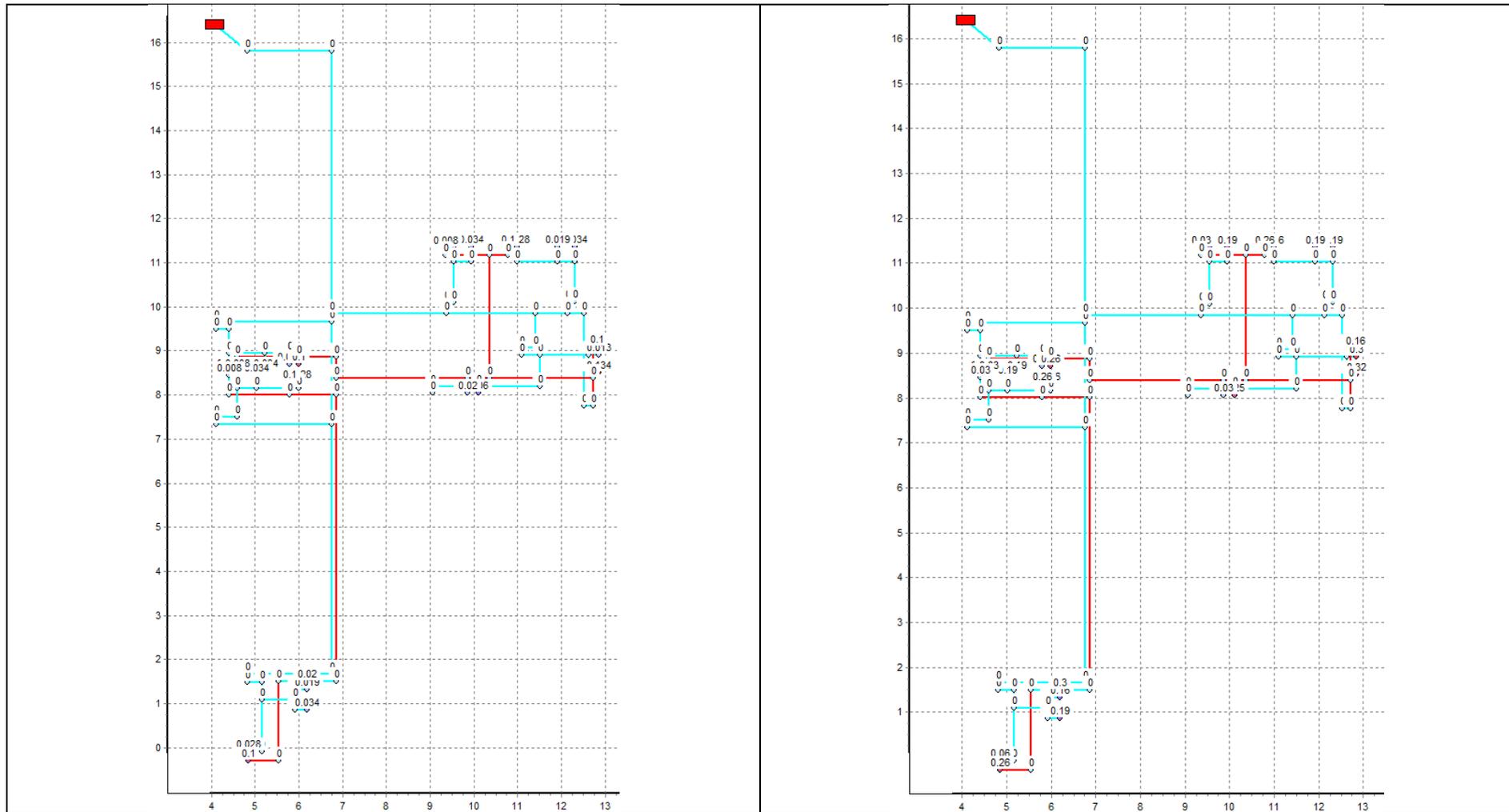


Figura 45. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Caudal emitido en L/s para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha).

7.2.3 Cálculo de los caudales de diseño

Haciendo uso de los parámetros de caracterización estocástica de la demanda de los aparatos mostrados en la Tabla 20 y suponiendo un total de 6 habitantes en la casa, se tienen las mismas probabilidades de diseño de la Tabla 24 calculadas para los casos de estudio ya presentados. Esto permite comenzar el cálculo del caudal de diseño del tubo más aguas arriba de la red APTO ACERO tipo 1 que tiene 17 aparatos sanitarios aguas abajo de éste.

Los 17 aparatos consisten en 5 lavamanos, 5 inodoros, 4 duchas, 1 lavaplatos y 2 fregaderos, y sus probabilidades de uso para el diseño (ver Tabla 24) generan un conjunto de probabilidades \mathbb{P} cuya desviación estándar es de 0.043. Dado que esta desviación estándar se considera relativamente pequeña, es posible aproximar los resultados de la Ecuación 47 calculando una única probabilidad conjunta de ocurrencia mediante la Ecuación 54 para así utilizar la Ecuación 51 que resulta considerablemente más fácil de utilizar.

Sin embargo, a fin de ilustrar la precisión de esta aproximación, fueron calculados los resultados de las probabilidades de ocurrencia de cada estado mediante ambas metodologías. Así, la metodología exacta, requirió el cálculo de 131 072 probabilidades conjuntas, lo que implica el procesamiento de 2 228 224 probabilidades individuales que dan como resultado las probabilidades mostradas en la Tabla 27:

Tabla 27. Probabilidades de ocurrencia de los estados – Metodología Exacta.

Estado	Probabilidad de ocurrencia	Probabilidad de ocurrencia dado que el sistema está en uso
17	1.39E-22	1.93E-22
16	6.82E-20	9.48E-20
15	1.49E-17	2.06E-17
14	1.90E-15	2.64E-15
13	1.59E-13	2.21E-13
12	9.18E-12	1.28E-11
11	3.80E-10	5.28E-10
10	1.15E-08	1.60E-08
9	2.59E-07	3.60E-07
8	4.39E-06	6.10E-06
7	5.64E-05	7.84E-05
6	5.51E-04	7.65E-04
5	4.05E-03	5.63E-03
4	2.21E-02	3.07E-02
3	8.66E-02	1.20E-01
2	2.31E-01	3.21E-01
1	3.75E-01	5.22E-01
0	2.80E-01	-
Suma	1.00E+00	1.00E+00

Por otro lado, el cálculo de las probabilidades de ocurrencia de los estados mediante la aproximación detallada en la Sección 5.3.1, en la cuál es necesario el cálculo de una única probabilidad representativa mediante la Ecuación 54, y el posterior uso de la Ecuación 51 un total de 17 veces, genera como resultados las probabilidades mostradas en la Tabla 28:

Tabla 28. Probabilidades de ocurrencia de los estados – Metodología Aproximada.

Estado	Probabilidad de ocurrencia	Probabilidad de ocurrencia dado que el sistema está en uso
17	2.69E-20	3.77E-20
16	6.01E-18	8.45E-18
15	6.33E-16	8.90E-16
14	4.17E-14	5.86E-14
13	1.92E-12	2.70E-12
12	6.58E-11	9.24E-11
11	1.73E-09	2.43E-09
10	3.58E-08	5.03E-08
9	5.89E-07	8.28E-07
8	7.76E-06	1.09E-05
7	8.17E-05	1.15E-04
6	6.85E-04	9.62E-04
5	4.51E-03	6.33E-03
4	2.28E-02	3.21E-02
3	8.58E-02	1.21E-01
2	2.26E-01	3.17E-01
1	3.72E-01	5.22E-01
0	2.88E-01	
Suma	1.00E+00	1.00E+00

Así, ambos resultados indican que para una probabilidad de falla aceptable de 5.0%, el estado de diseño es $X = 3$ (dado que $P_{NN=17}(X \leq 3) = 0.963$ para el caso exacto y 0.961 para el caso aproximado), y por lo tanto el caudal de diseño del tubo más aguas arriba se calcula como la suma de los 3 aparatos sanitarios con mayor caudal de consumo, lo cual da como resultado un caudal de 0.535 L/s para el caso basado en Acero (2009) y 0.960 L/s para el caso basado en ICONTEC (2006).

7.2.4 Cálculo y redondeo del diámetro del tubo

De nuevo haciendo uso de la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 3) en conjunto con la ecuación de Colebrooke-White (Ecuación 4), es posible hallar el diámetro continuo necesario para que el caudal de diseño fluya por la tubería haciendo uso de la energía asignada en la Sección 7.2.1.

Para el cálculo se tomó una aceleración de gravedad de 9.81 m/s^2 , una viscosidad cinemática de $1.14E - 6 \text{ m}^2/\text{s}$ correspondiente a la del agua a 15°C , una rugosidad absoluta de

$1.50E - 6$ m correspondiente a una tubería de PVC y un coeficiente de pérdidas menores consistente con la suposición de Acero (2009) de $1.1 m^{-1}$ pérdidas por unidad de longitud ($k_m = 1.08$).

Como resultado se obtuvo que, para el caso basado en Acero, el diámetro continuo necesario es de 16.44 mm o 0.647 in, mientras que para el caso basado en ICONTEC, es de 21.12 mm o 0.831 in. Así, al redondearlos se tiene que la diferencia entre $(0.647 \text{ in})^{2.6}$ y $(0.75 \text{ in})^{2.6}$ es menor que la diferencia entre $(0.647 \text{ in})^{2.6}$ y $(0.50 \text{ in})^{2.6}$ y por lo tanto se toma como diámetro de diseño el 0.75 in para el caso basado en Acero.

Algo análogo ocurre para el caso basado en ICONTEC, en donde se calcula la diferencia del diámetro continuo y los diámetros de 0.75 in y 1.0 in, encontrando que el diámetro que se debe asignar, según el criterio anteriormente mostrado, es de 0.75 in.

7.2.5 Resultados para toda la red

Una vez diseñado el primer tubo de la red, se procedió a diseñar los demás tubos aguas abajo, siguiendo el mismo procedimiento para cada uno. Los resultados del cálculo del estado de diseño de cada tubo son mostrados en la Figura 46, en donde se pueden apreciar un par de tubos en los cuales el estado de diseño da cero, por cuenta de la condición del modelo desarrollado por Acero (2009) en el cual no se asigna ningún aparato sanitario al nudo que éstos alimentan, de manera que su número de aparatos aguas abajo es nulo y así mismo su estado de diseño. Dado que no se conoce la naturaleza de la conexión que se hace a los dos tubos mencionados, en el procedimiento de diseño se decidió asignar como diámetro definitivo el diámetro mínimo disponible en el mercado (0.5 in).

A partir de la Figura 46 se puede verificar la conclusión hecha en el anterior caso de estudio acerca de la manera como siempre decrece el estado de diseño mientras se avanza hacia aguas abajo. Esta conclusión puede verse afectada por el uso de un procedimiento de cálculo aproximado como el expuesto en la Sección 5.3.1 dado que para cada tubería se calcula la probabilidad equivalente, y ello hace que no sea posible afirmar sin ningún grado de incertidumbre que los estados de diseño efectivamente son menores o iguales para tubos aguas abajo. Sin embargo en este ejemplo fue utilizada la metodología aproximada, dado el tamaño del problema para 17 aparatos sanitarios aguas abajo de un tubo, y la cantidad de tuberías presentes en la red, y se evidenció que esto efectivamente se cumple.

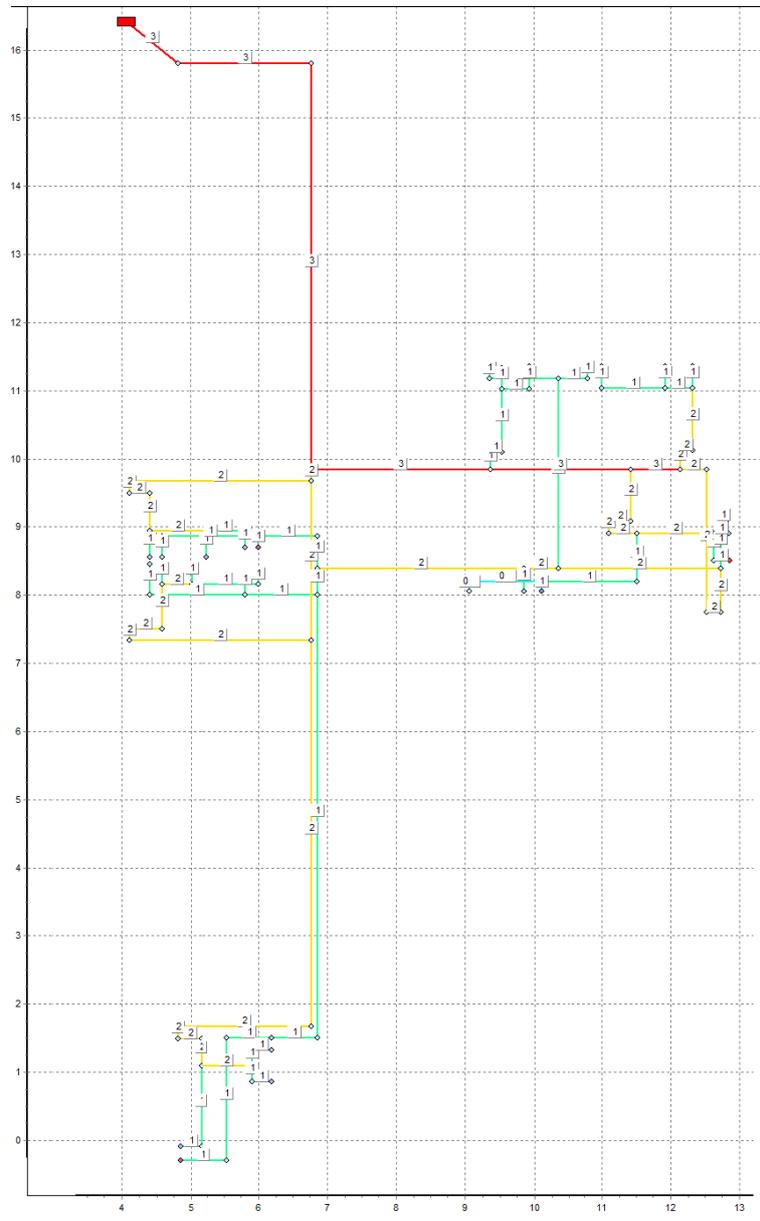


Figura 46. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Resultados del cálculo del estado de diseño para cada tubería de la red.

Respecto a los resultados finales para los diámetros, se puede notar que en ambos casos se evidencian diámetros mayores para tuberías más aguas abajo. Esto se genera por la variabilidad de los coeficientes de pérdidas menores asignados a cada tubería y por el procedimiento de redondeo que genera déficits y superávits de energía, que pueden afectar la disponibilidad de la misma al punto de requerir diámetros cuyo posterior redondeo difiere del valor asignado aguas arriba, en algunos casos de manera que aumenta el diámetro que se tiene (ver Figura 47).

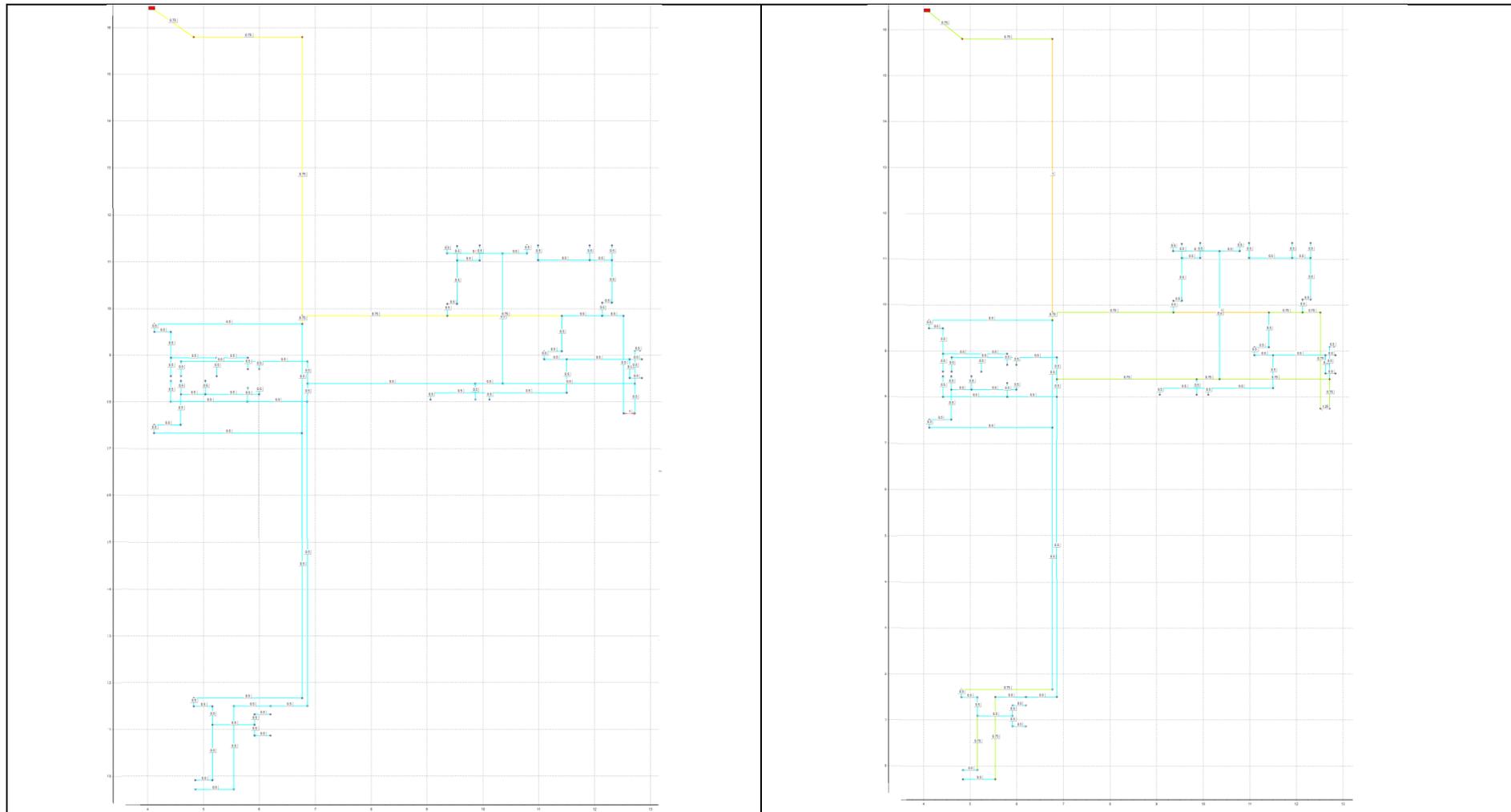


Figura 47. Modelo APTO ACERO tipo 1 – Resultados del diseño para el caso basado en Acero (izquierda) y para el caso basado en ICONTEC (derecha). Diámetros en pulgadas.

Para el caso de estudio presentado no fue tomada en cuenta la restricción de no considerar factibles diseños que impliquen tubos con diámetros mayores que algunas de sus tuberías aguas arriba. Esto, debido a que la metodología de redondeo planteada en esta investigación no considera esta restricción, y por lo tanto incluirla implicaría un replanteamiento del procedimiento sugerido. Así en el caso de querer considerarla, los resultados del diseño siguiendo la metodología desarrollada deberían ser tenidos en cuenta sin realizar el redondeo en el paso descrito en la Sección 5.4.

Se debe notar que, dada la manera de modelación del calentador de paso sugerida por Acero (2009), la tubería que lo representa resulta con un diámetro de diseño mayor que los demás diámetros de la red. Así mismo las dos tuberías sin aparatos sanitarios aguas abajo, resultaron con un diámetro asignado de 0.5 *in* correspondiente al diámetro mínimo disponible. Esto evidencia que la metodología está diseñada para diseños cuyas consideraciones incluyan la incertidumbre de la demanda de manera estocástica y el comportamiento hidráulico de emisores de los aparatos conocidos que se conectarán a la RIDAP, pero no consideraciones adicionales como posibles ampliaciones de la red, nudos con comportamiento diferente al descrito en la Sección 3.1 y demás.

8 Conclusiones

8.1 Conclusiones de la modelación de RIDAPs

A partir de lo observado en el caso de estudio, se encuentra que la selección de la metodología de simulación de la simultaneidad debe realizarse con base en el uso que se vaya a hacer de los resultados entregados por estos procedimientos, y así, en el caso de considerarse poco ajustada y muy relevante la suposición de independencia entre usos de diferentes aparatos sanitarios, se puede considerar el uso de una herramienta de simulación de eventos discretos que tenga en cuenta, de manera simplificada, las posibles correlaciones existentes entre los usos de los diferentes aparatos.

También se puede concluir que, al menos en el caso de sistemas pequeños como el del caso de estudio de modelación (baño de tres aparatos), el escenario donde todos los aparatos están apagados es significativamente probable y frecuente, indicando así, que el sistema constantemente está en dicho escenario, y que por lo tanto, condiciones de demanda periódicas pueden ser representadas y analizadas con base en la observación de un único periodo, dado que el sistema se encuentra en un estado estable, que puede ser entendido como un equilibrio estable del cual es sacado cuando se hace uso del sistema (de al menos uno de sus aparatos), pero siempre éste tenderá a volver a su condición estable (escenario con todos los aparatos apagados).

Según lo observado en las funciones de densidad de probabilidad del caudal transportado por el tubo, inclusive para el caso en el que se da como dado que el sistema está en uso, éstas no tienen un único pico de probabilidad como las funciones típicas de densidad de probabilidad tanto de variables continuas como discretas, indicando así, que un ajuste de una distribución de probabilidad teórica puede ser poco representativo de la realidad, al menos para sistemas pequeños como el del caso de estudio, y más teniendo aparatos sanitarios sin porcentaje de apertura de válvula variable o con porcentaje de apertura de válvula variable pero con muy poca influencia en la curva final del aparato.

Para una efectiva implementación de las metodologías desarrolladas, se hace necesario un conocimiento detallado de parámetros como los mostrados en la Tabla 4 y la Tabla 5 que caractericen la demanda de agua para cada aparato tanto en su frecuencia de uso como en su duración. Si bien esto puede resultar poco viable desde el punto de vista económico, los resultados de la Tabla 4 y la Tabla 5 no difieren significativamente en sus valores a pesar de provenir de mediciones en lugares geográficamente distintos y distantes (Holanda y Ohio, Estados Unidos), indicando que tomar valores de sitios aceptablemente parecidos al lugar de estudio es una buena aproximación para la implementación de las metodologías.

También se hace necesario el conocimiento de las curvas de distribución temporal de la frecuencia de uso de cada aparato sanitario, las cuales pueden ser determinadas con base en observaciones a sistemas ya construidos y utilizados, o mediante suposiciones razonables



acerca del comportamiento de los usuarios del sistema. Finalmente es necesario conocer y caracterizar el comportamiento hidráulico de los aparatos sanitarios presentes o esperados en la edificación a analizar, y para ello se requieren estudios como los desarrollados por Acero (2009) para diferentes aparatos, de manera que sería ideal que los mismos fabricantes de los aparatos se encargaran de entregar a los ingenieros encargados del análisis (y posible diseño) las curvas de emisor de sus aparatos, así como las presiones mínimas y máximas aceptables de operación de éstos.

8.2 Conclusiones del diseño y comprobación de diseño de RIDAPs

Respecto al análisis hecho acerca de la definición y cálculo de la probabilidad de falla de una RIDAP, se puede concluir que las distribuciones de probabilidad encontradas mediante la aplicación de la metodología de modelación de RIDAPs desarrollada en esta investigación no pueden ser utilizadas directamente como un criterio para diseñar un tubo con una probabilidad de falla aceptable dada. Es por ello que se considera conveniente en esta investigación el desarrollo de una metodología que pueda ser consistente con la metodología de modelación mencionada.

Para caracterizar la demanda de una RIDAP se puede utilizar la distribución Binomial de Poisson en donde los parámetros p_i 's son las probabilidades de uso de los aparatos (utilización). Adicionalmente se encontró que el cálculo de los valores de probabilidad asignados por esta distribución puede requerir un alto esfuerzo computacional que lo hace de difícil uso e implementación en casos reales. Sin embargo en esta investigación se dedujo una aproximación aceptable para su cálculo que requiere que el conjunto de parámetros sea de poca dispersión para la aceptable estimación de las probabilidades finales. Esta aproximación se explica en la Sección 5.3.1 y hace uso de promedios geométricos ponderados.

Adicionalmente, para calcular las probabilidades de ocurrencia de conjuntos de escenarios de demanda con igual número de aparatos encendidos en casos donde el conjunto de parámetros de la distribución Binomial de Poisson tiene alta dispersión, se dedujo una manera de aproximación que implica un mayor esfuerzo computacional que la solución para el caso de poca dispersión de los p_i 's pero menor que el cálculo exhaustivo y exacto de dicha probabilidad mediante la Ecuación 47. Además se encontró que la misma metodología que soluciona el anterior problema, resulta útil para acoplar al problema, resultados de probabilidades conjuntas de ocurrencia encontradas mediante simulación de eventos discretos, permitiendo así el uso de esta herramienta para condiciones de demanda claramente dependientes entre aparatos.

Respecto al algoritmo desarrollado para la ejecución hidráulica de las RIDAPs con curvas únicas asignadas a sus nudos, se encontró que la interpolación potencial entre los datos de la curva discretizada resulta mucho más conveniente que otros tipos de interpolación, dada la manera en que motores de cálculo como EPANET (Rossman, 2000) o Redes (CIACUA, 2006) resuelven

las ecuaciones que gobiernan la hidráulica en redes presurizadas con emisores o nudos de demanda constantes. Asimismo se encontró que la convergencia del algoritmo es considerablemente buena al realizar la comprobación de diseño de redes reales en menos de 10 iteraciones.

Sobre el procedimiento de diseño desarrollado se puede concluir que el paso de asignación de LGH ideal a los nudos puede hacer uso de cualquier función descrita por la Ecuación 12 siempre y cuando los parámetros que la describen se encuentren dentro de los dominios hallados en la Sección 2.2.2. Esto resulta especialmente útil para un futuro análisis de sensibilidad de la metodología a los valores de estos parámetros, especialmente en lo relativo a los costos constructivos de la red.

Por otro lado, y con base en los resultados de los casos de estudio para la metodología de diseño propuesta, y de un análisis metódico del procedimiento, se concluyó que la metodología resulta consistente con lo esperado en términos de que un tubo aguas arriba siempre tendrá un estado de diseño mayor o igual al estado de diseño de cualquiera de sus tubos aguas abajo, teniendo en cuenta que se consideran únicamente redes abiertas, y que al avanzar hacia aguas abajo por cualquier ruta, sólo se pueden estar reduciendo los aparatos a alimentar.

Similarmente se evidenció que los caudales de diseño también resultan menores o iguales para cualquier tubería aguas abajo, mostrando así un decremento del caudal de diseño. Sin embargo respecto a los diámetros no se puede concluir lo mismo, dado que su valor depende de la asignación de LGH, que dependiendo de la función utilizada puede asignar más o menos energía a una tubería, y del redondeo previo que se haya hecho a las tuberías aguas arriba. Si bien esto puede representar un inconveniente para algunas edificaciones, se espera que la solución consista en omitir el paso de redondeo tubo a tubo, y realizar este procedimiento una vez se tenga toda la red diseñada con diámetros continuos.

Finalmente se puede concluir que la metodología de diseño sí es consecuente con la metodología de modelación de las RIDAPs, tanto en su parte hidráulica (comportamiento de emisores con curva única) como en su parte estocástica (cálculo de las probabilidades de uso de cada aparato y probabilidades conjuntas de escenarios). Además es una metodología que permite definir las probabilidades de falla aceptables de cada RIDAP, de manera que se puede incluir en consideración la aversión o propensión al riego de los dueños de un proyecto de construcción dependiendo del carácter del mismo.

9 Recomendaciones

Con base en los resultados encontrados para el caso de estudio de modelación de simultaneidad y los casos de estudio del procedimiento de diseño, se recomienda realizar futuras investigaciones y mediciones que permitan conocer los parámetros de caracterización estocástica de la demanda, similares a los mostrados en la Tabla 4 para Holanda y la Tabla 5 para Ohio, pero para la población específica de la región donde se planea implementar la metodología desarrollada. El valor de una investigación como la sugerida no sólo aplicaría para la población encuestada sino también para otras poblaciones, dada la aparente tendencia de los datos medidos en Holanda y Ohio que presenta similitudes, y que a la luz de más datos permitiría verificar la variabilidad de estos parámetros y el error en el que se puede llegar a incurrir al tomar datos de una población para realizar modelaciones y diseños en otras poblaciones sin mediciones disponibles.

Similarmente, para el caso de la modelación y eventualmente del diseño se recomiendan investigaciones que permitan conocer las curvas de distribución de frecuencia de los usos de cada aparato, a fin de conocer picos de uso y su simultaneidad de ocurrencia con los picos de otros aparatos. Dada la naturaleza de una investigación como la sugerida en la recomendación anterior, se podrían incluir dentro de los datos a medir las series de tiempo de uso de los aparatos y así deducir las series de distribución temporal de la frecuencia.

Así mismo, conocer mejor las curvas únicas de los aparatos puede representar una mayor exactitud en los diseños de las RIDAPs con lo cual se puede llegar a un ahorro en los costos constructivos, o a un mejor ajuste del sistema a la probabilidad de falla deseada. Para ello se recomienda realizar estudios similares a los conducidos por Acero (2009) para otros aparatos sanitarios típicamente utilizados en las construcciones actuales, con la necesidad adicional de incluir una evaluación de la posibilidad de controlar el porcentaje de apertura de válvula y de los parámetros adicionales del aparato como caudal máximo admisible y caudal mínimo admisible.

Respecto al procedimiento de diseño, se recomienda un análisis de sensibilidad del diseño generado mediante la metodología ante cambios en el parámetro F (flecha) de la función de LGH ideal dado el potencial de la asignación de LGH de generar diseños más o menos costosos. Además se pueden llegar a considerar externalidades al procedimiento de asignación de la LGH como pendientes de fricción máximas y mínimas para un caudal dado de manera que se tengan mejores estimativos de las presiones en los nudos para las condiciones de diseño.

Adicionalmente se recomiendan futuras investigaciones relacionadas con el redondeo de diámetros para un diámetro continuo encontrado por la metodología, a fin de posibilitar la consideración de una restricción posiblemente impuesta por algunos diseñadores y constructores acerca de considerar no factibles diseños donde algún tubo aguas abajo de otro pueda tener un diámetro más grande que éste.



Finalmente se recomienda evaluar la aplicabilidad del algoritmo de comprobación de diseño con nudos cuyo caudal en función de la presión no necesariamente se rige por una relación potencial. Asimismo se considera conveniente implementar el algoritmo de diseño de RIDAPs en este, u otro programa de cálculo hidráulico, a fin de facilitar su uso en el ambiente profesional y la investigación en estos temas.

10 Referencias

- Acero, M. F. (2009). "Revisión Crítica de los Métodos de Diseño de Abastecimiento de Agua Potable al Interior de edificaciones". Tesis de Maestría, Universidad de los Andes, Bogotá.
- Alcocer-Yamanaka, V. H. ;Tzatchkov, V. ;Garcia-Bartual, R. ;Buchberger, S. ;Arreguin-Cortes, F. I. ;Leon-Rodriguez, T. (2008). "Stochastic modeling of residential drinking water demand using the Neyman-Scott scheme". *Ingeniería Hidráulica en México*, 23(3), 105-121.
- Blokker, E. & Vreeburg, J. (2005). "Monte Carlo simulation of residential water demand: A stochastic end-use model". EWRI 2005.
- Blokker, E. (2006). "Modeling water demand patterns; description and evaluation of simulation model SIMDEUM". Kiwa N.V., Nieuwegein, Netherlands (en holandés).
- Blokker, E., Vreeburg, J., & van Dijk, J. (2010). "Simulating residential water demand with a stochastic end-use model". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 19-26.
- Blokker, E. (2010a). "Stochastic water demand modeling for a better understanding of hydraulics in water distribution networks". PhD Thesis, Delft University, Netherlands. ISBN: 978-90-8957-015-4.
- Blokker, E. (2010b). "Simulating residential water demand with a stochastic end-use model". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 19-26.
- Blokker, E., Pieterse-Quirijns, E., Vreeburg, J. & Van Dijk, J. (2011). "Simulating non-residential water demand with a stochastic end-use model". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 1(1), 101.
- Buchberger, S. G., & Wu, L. (1995). "Model for instantaneous residential water demands". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 232-246.
- Buchberger, S. G., & Wells, G. J. (1996). "Intensity, Duration, and Frequency of Residential Water Demands". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 122, 11-19.
- CIACUA. (2006). Programa Redes. Bogotá: Universidad de los Andes.
- CIACUA. (2011). "Desarrollo e implementación de una metodología moderna para el diseño de redes internas de distribución de agua potable". Colciencias, Bogotá: Universidad de los Andes



- Foekema, H. & Engelsman, O. (2001). "A different consumption pattern (domestic water use 2001)". TNS NIPO, Amsterdam, commissioned by VEWIN. (en Holandés).
- García, V., García-Bartual, R., Cabrera, E: Arregui, F. & García-Serra, J. (2004). "Stochastic model to evaluate residential water demands". Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 130(5), 386-394.
- García Sosa, J. (2001). "Instalaciones Hidráulicas y Sanitarias". México D.F.: Fernando Cuna Rojas.
- Granados Robayo, J. A. (2002). "Redes hidráulicas y sanitarias en edificios". Bogotá, Colombia: Unibiblos.
- Hunter, R. (1940). "Methods of Estimating Loads in Plumbing Systems". Building Materials and Structures, National Bureau of Standards.
- ICONTEC - Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (2004). "Código Colombiano de Fontanería – Norma Técnica Colombiana NTC 1500" Bogotá, Colombia: Ed. ICONTEC, ISBN: 958-9383-49-1.
- Ochoa, S. (2009). "Diseño optimizado de distribución de agua potable con base en el concepto energético de superficie óptima de gradiente hidráulico". Tesis de Maestría, Universidad de los Andes, Bogotá.
- Roca Suárez, M., & Carratalá Fuentes, J. "Manual de fontanería". España: CA.
- Rossman, L.A. (2000). "EPANET 2 User's Manual". Cincinnati OH: Risk Reduction Engineering Laboratory, US Environmental Protection Agency.
- Saldarriaga, J. G. (2007). "Hidráulica de tuberías Abastecimiento de Agua, Redes, Riegos". Bogotá: Alfaomega.
- Saldarriaga, J. G. (2010) "Prioritized rehabilitation of water distribution networks using dissipated power concept to reduce non-revenue water" Urban Water Journal, 1-20.
- Takahashi, S., Saldarriaga, J., Hernández, F., Díaz, D. & Ochoa, S. (2011) "An energy methodology for the design of water distribution systems"
- Todini, E., & Pilati, S. (1987). "A gradient method for the analysis of pipe networks". International conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK.
- Todini, E. (2000). "Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach" Urban Water Journal, 115-122.
- Villalba, G. (2004). "Algoritmos de optimización combinatoria aplicados al diseño de redes de distribución de agua potable". Tesis de Maestría, Universidad de los Andes, Bogotá.



Wu, I-Pai, (1975). “Design of drip irrigation main lines”. Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, Vol 101 No. IR4 Dic. 1975

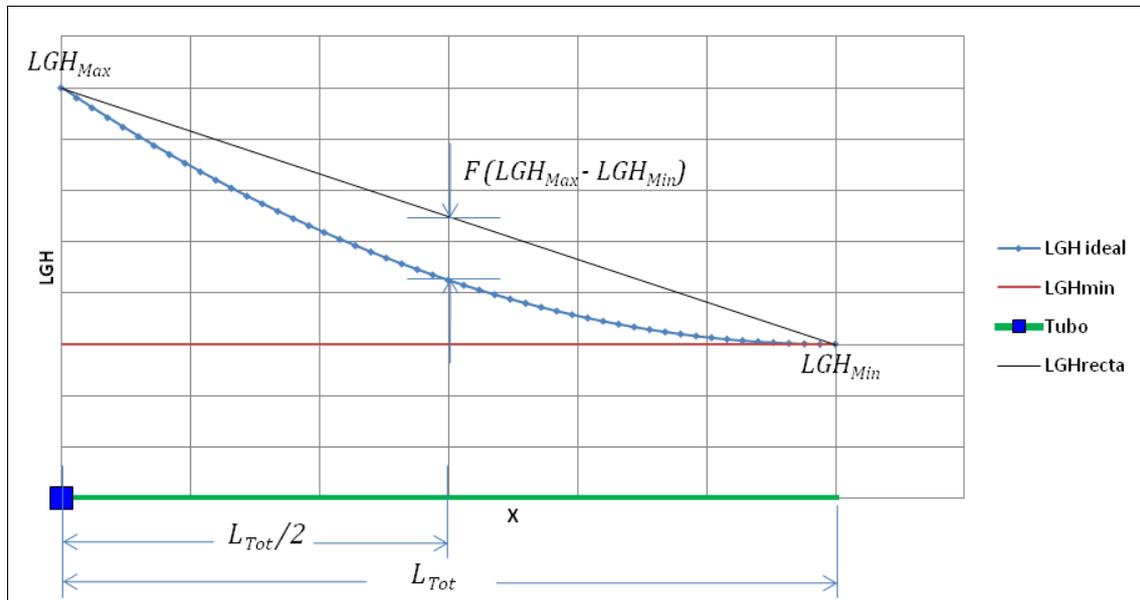
11 Anexos

11.1 Demostraciones del dominio de la variable F

Sea F el grado de libertad de una ecuación cuadrática asignada a un sistema de tuberías en serie como representación de la altura piezométrica total en cada punto de la trayectoria del flujo:

$$LGH_x = 4 \cdot F \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})^2} \cdot X^2 - (1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{LGH_{Max} - LGH_{Min}}{(L_{Tot})} \cdot X + LGH_{Max}$$

Según la siguiente figura, la variable F toma valores positivos cuando la curva LGH_{ideal} se encuentra por debajo de la curva LGH_{recta} , y negativos en caso de que la curva LGH_{ideal} se encuentre por encima de la curva LGH_{recta} :



Entonces existen tres posibles casos para los que se puede evaluar el dominio de la variable F a saber:

- Dominio de F suponiendo tubería diferencial y diámetros continuos infinitos:

Cálculo de F_{Max} :

$$\text{solve} \left(\frac{dLGH_x}{dX} \Big|_{x=L_{Tot}} = 0, F \right)$$

$$\text{solve} \left(\frac{8(LGH_{Max} - LGH_{Min}) \cdot F \cdot X}{(L_{Tot})^2} - \frac{(LGH_{Max} - LGH_{Min})(4 \cdot F + 1)}{(L_{Tot})} \Big|_{x=L_{Tot}} = 0, F \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{L_{Tot}}{8 \cdot X - 4 \cdot L_{Tot}} \Big|_{X=L_{Tot}}$$

$$\rightarrow F_{Max} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow F_{Max} = 0.25$$

Cálculo de F_{Min} :

$$\text{solve} \left(\frac{dLGH_X}{dX} \Big|_{X=0} = 0, F \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{L_{Tot}}{8 \cdot X - 4 \cdot L_{Tot}} \Big|_{X=0}$$

$$\rightarrow F_{Min} = -\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow F_{Min} = -0.25$$

- Rango de F suponiendo tubería con longitudes dadas y diámetros continuos infinitos:

Sea l_{fin} la longitud del último tramo del sistema de tuberías en serie.

Sea l_{inicio} la longitud del primer tramo del sistema de tuberías en serie.

Cálculo de F_{Max} :

$$\text{solve} \left(LGH_{X=L_{Tot}-l_{fin}} - LGH_{X=L_{Tot}} = 0, F \right)$$

$$\text{solve} \left((LGH_{Max} - LGH_{Min}) \left(\frac{4 \cdot (L_{Tot} - l_{fin})^2 \cdot F}{(L_{Tot})^2} - \frac{(L_{Tot} - l_{fin})(4 \cdot F + 1)}{(L_{Tot})} + 1 \right) = 0, F \right)$$

$$\rightarrow F_{Max} = \frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{fin})}$$

Notar que si $l_{fin} \rightarrow 0$, entonces $F \rightarrow 0.25$.

Cálculo de F_{Min} :

$$\text{solve} \left(LGH_{X=0} - LGH_{X=l_{inicio}} = 0, F \right)$$

$$\rightarrow F_{Min} = \frac{L_{Tot}}{4(l_{inicio} - L_{Tot})}$$

$$\rightarrow F_{Min} = -\frac{L_{Tot}}{4(L_{tot} - l_{inicio})}$$

Notar que si $l_{inicio} \rightarrow 0$, entonces $F \rightarrow -0.25$.

- Rango de F suponiendo tubería con longitudes dadas y diámetro máximo conocido:

Sea D_{max} el diámetro máximo disponible.

Sea l_{fin} la longitud del último tramo del sistema de tuberías en serie.

Sea Q_{fin} el caudal demandado en $X = L_{Tot}$.

Sea l_{inicio} la longitud del primer tramo del sistema de tuberías en serie.

Sea Q_{Total} el caudal demandado en todo el sistema (caudal que pasa por el primer tramo del sistema de tuberías en serie).

Cálculo de F_{Max} :

Sea:

$$(h_f + h_m)_{D_{Max}} = \left(f \cdot \frac{l_{fin}}{D_{max}} + \sum k_m \right) \cdot \frac{8(Q_{fin})^2}{\pi^2 \cdot (D_{max})^4 \cdot g}$$

Entonces la ecuación para hallar F_{Max} es:

$$\text{solve} \left(LGH_{X=L_{Tot}-l_{fin}} - LGH_{X=L_{Tot}} = (h_f + h_m)_{D_{Max}}, F \right)$$

$$\text{solve} \left((LGH_{Max} - LGH_{Min}) \left(\frac{4 \cdot (L_{Tot} - l_{fin})^2 \cdot F}{(L_{Tot})^2} - \frac{(L_{Tot} - l_{fin})(4 \cdot F + 1)}{(L_{Tot})} + 1 \right) = (h_f + h_m)_{D_{Max}}, F \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{fin} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{fin} \cdot (l_{fin} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})}$$

Notar que si $D_{Max} \rightarrow \infty$, entonces $(h_f + h_m)_{D_{Max}} \rightarrow 0$, y entonces $F \rightarrow \frac{L_{Tot}}{4(L_{tot}-l_{fin})}$.

Cálculo de F_{Min} :

Sea:

$$(h_f + h_m)_{D_{Max}} = \left(f \cdot \frac{l_{fin}}{D_{max}} + \sum k_m \right) \cdot \frac{8(Q_{Total})^2}{\pi^2 \cdot (D_{max})^4 \cdot g}$$

Entonces la ecuación para hallar F_{Min} es:

$$\text{solve} \left(LGH_{X=0} - LGH_{X=l_{inicio}} = (h_f + h_m)_{D_{Max}} \cdot F \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{fin} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{fin} \cdot (L_{Tot} - l_{inicio})(LGH_{Max} - LGH_{Min})}$$

$$\rightarrow F = - \frac{L_{Tot} \cdot \left(L_{Tot} \cdot (h_f + h_m)_{D_{Max}} - l_{fin} \cdot (LGH_{Max} - LGH_{Min}) \right)}{4 \cdot l_{fin} \cdot (l_{inicio} - L_{Tot})(LGH_{Max} - LGH_{Min})}$$

Notar que si $D_{Max} \rightarrow \infty$, entonces $(h_f + h_m)_{D_{Max}} \rightarrow 0$, y entonces $F \rightarrow \frac{L_{Tot}}{4(L_{tot}-l_{fin})}$.

11.2 Parametrizaciones de la distribución Lognormal¹⁹

Sea X una variable aleatoria distribuida Lognormal. Entonces su función de densidad de probabilidad será:

$$f_X(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_{Ln(X)} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(x) - \mu_{Ln(X)})^2}{2 \cdot (\sigma_{Ln(X)})^2}}, x > 0$$

donde:

$\mu_{Ln(X)}$: Media o valor esperado de la variable aleatoria $Y = Ln(X)$.

$\sigma_{Ln(X)}$: Desviación estándar de la variable aleatoria $Y = Ln(X)$.

Y tendrá como valor esperado y varianza las siguientes expresiones:

$$E[X] = e^{\mu_{Ln(X)} + \frac{1}{2}(\sigma_{Ln(X)})^2}$$

$$Var[X] = \left(e^{(\sigma_{Ln(X)})^2} - 1 \right) \cdot e^{2 \cdot \mu_{Ln(X)} + (\sigma_{Ln(X)})^2}$$

¹⁹ Basado en: http://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal_distribution

De manera que podrá ser parametrizado como:

$$X \sim \text{Lognormal}(\mu_{\text{Ln}(X)}, \sigma_{\text{Ln}(X)})$$

O como:

$$X \sim \text{Lognormal}(E[X], (\text{Var}[X])^{1/2})$$

Y en caso de ser utilizada la segunda expresión, los otros parámetros se podrán calcular como:

$$\mu_{\text{Ln}(X)} = \text{Ln}(E[X]) - \frac{1}{2} \cdot \text{Ln}\left(1 + \frac{\text{Var}[X]}{(E[X])^2}\right)$$

$$\sigma_{\text{Ln}(X)} = \left(\text{Ln}\left(1 + \frac{\text{Var}[X]}{(E[X])^2}\right)\right)^{1/2}$$