

# DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES ABIERTAS CON DEMANDAS DEPENDIENTES DE LA PRESIÓN USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL “XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje”

*Camilo Salcedo (1), Diego Páez (2), David Hernández (3), Laura Manrique (4), Juan Saldarriaga (5)*

(1) Investigador, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA), Carrera 1 No. 18<sup>a</sup>-10, Bogotá, Colombia. Teléfono: 3394949 Ext: 2810. Email: ca.salcedo959@uniandes.edu.co.

(2) Profesor Instructor, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA), Carrera 1 No. 18<sup>a</sup>-10, Bogotá, Colombia. Teléfono: 3394949 Ext: 2810. Email: da.paez27@uniandes.edu.co.

(3, 4) Investigador, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA), Carrera 1 No. 18<sup>a</sup>-10, Bogotá, Colombia. Teléfono: 3394949 Ext: 2810. Email: da.hernandez39@uniandes.edu.co, lmanrique83@uniandes.edu.co,

(5) Profesor Titular, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA), Carrera 1 No. 18<sup>a</sup>-10, Bogotá, Colombia. Teléfono: 3394949 Ext: 2810. Email: jsaldarr@uniandes.edu.co.

## RESUMEN

El presente documento describe una aproximación al diseño optimizado de redes de distribución de agua potable (RDAP) a través de metodologías que combinan Programación Lineal con conceptos relacionados con el uso energético de la red. Con lo anterior, se busca obtener la combinación de diámetros de menor costo para la red en el menor tiempo posible, asegurando su validez hidráulica. Esta aproximación fue aplicada a diferentes redes abiertas con demandas dependientes de la presión (DDP), las cuales se modelaron a través de emisores, alcanzando así un primer paso para el establecimiento de metodologías que permitan diseñar redes con DDP de mayor complejidad.

**Palabras claves:** Emisores, Programación Lineal, Tuberías en Serie, RDAP, Demandas Dependientes de la Presión.

## ABSTRACT

This paper describes an approximation to the optimal design of water distribution networks (WDN) through a methodology which combines linear programming with energy-based concepts. As result, it is expected to obtain a set of diameters which have the minimum cost in the least computational time possible, and also ensuring its hydraulic operation. This approximation was applied to different WDN's with pressure driven demands (PDD), which were modeled through the use of emitters, and establishing the first step of a methodology that allows the design of more complex networks whose demands behave as PDD.

**Key words:** Emitters, Linear Programming, Pipes in Series, WDN, Pressure-Driven Demands.

## SOBRE EL AUTOR PRINCIPAL

*Camilo Andrés Salcedo Ballesteros:* Estudiante de Maestría en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hídricos e Hidroinformática en la Universidad de los Andes, Colombia, en donde también obtuvo sus títulos de pregrado como Ingeniero Civil e Ingeniero Industrial en Marzo del 2013. Actualmente se desempeña como investigador del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA).

## INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Una red abierta está conformada por un conjunto de tuberías formando un sistema en árbol con al menos un embalse de alimentación, y distintos nudos de demanda, conformando así a un tipo de sistema de distribución de agua potable (RDAP). En la clasificación de las redes de distribución según sus demandas se pueden diferenciar dos tipos: Aquellas en donde la demanda en cada nudo es conocida o independiente, y aquellas en donde esta es dependiente de la presión en al menos uno de los nudos de la red. Estas últimas se conocen como redes con demandas dependientes de la presión (DDP).

Para el diseño optimizado de los sistemas con demandas independientes se han desarrollado metodologías y metaheurísticas de diseño optimizado enfocadas a la minimización de los costos constructivos del sistema, las cuales se encargan de escoger una combinación de diámetros para la red tal que para cada nudo se cumpla con una presión mayor o igual a la mínima establecida y se entreguen los caudales demandados. Dentro de las metaheurísticas probadas en este tipo de sistemas se pueden mencionar los Algoritmos Genéticos (Savic & Waters (1997); Wu & Simpson (2001); Reca *et al.*, 2006), *Simulated Annealing* (Cunha & Sousa (1999); Reca, *et al.*, 2007), Búsqueda de Armonía (Geem (2002); Gemm (2009)), y la Colonia de Hormigas (Zecchin *et al.*, 2006, Ostfled *et al.*, 2008), entre otros. También investigadores como Ipai Wu (1975) y Ochoa y Saldarriaga (2009) han propuesto y desarrollado metodologías que utilizan el conocimiento hidráulico de una red cerrada para optimizar el uso de la energía disponible y llevar a diseños de mínimos costo; entre estas últimas se encuentran los métodos de superficie óptima de gradiente hidráulico (SOGH) y superficie de uso óptimo de potencia (OPUS).

Por su parte, en el caso de los modelos dependientes de la presión se han probado un número menor de metaheurísticas, dentro de las cuales la mayoría se han aplicado para diseñar redes de riego haciendo uso de emisores en cada uno de sus nudos. Dentro de dichas metaheurísticas se pueden encontrar los Algoritmos Genéticos (Farmani *et al.*, 2007), Programación Lineal Difusa (Spiliotis *et al.*, 2007) y Diseños Recursivos (González-Cebollada *et al.*, 2011).

Usualmente, el diseño de las redes de distribución se ha realizado de forma tal que la demanda es independiente de la presión en los nudos, hecho que

no refleja la realidad de todas las RDAP. Para esta investigación, por el contrario, el tipo de RDAPs utilizado incluye demandas dependientes de la presión, haciendo uso de emisores, los cuales han probado ser útiles al modelar fugas, redes contra incendios y sistemas de riego. Este documento muestra los resultados obtenidos al aplicar una metodología donde se combinan los conceptos de energía anteriormente expuestos con una formulación de Programación Lineal en un software especializado, buscando alcanzar diseños cuyos costos constructivos sean mínimos, en el menor tiempo posible. Para lo anterior, se diseñaron varias RDAP con DDP utilizando las metodologías convencionales de diseño óptimo y la metodología propuesta. Las redes diseñadas están conformadas por varias tuberías en serie, y se diferenciaban entre sí por su topografía y los parámetros utilizados para modelar los emisores.

Esta investigación puede ser considerada como el primer paso para establecer metodologías enfocadas a solucionar el problema de diseño optimizado de redes de distribución de agua potable aplicado al caso de sistemas cuyas demandas sean dependientes de la presión, con un nivel de complejidad mayor, y fundamentándose en conceptos hidráulicos en vez de basarse en métodos heurísticos.

## MARCO TEÓRICO

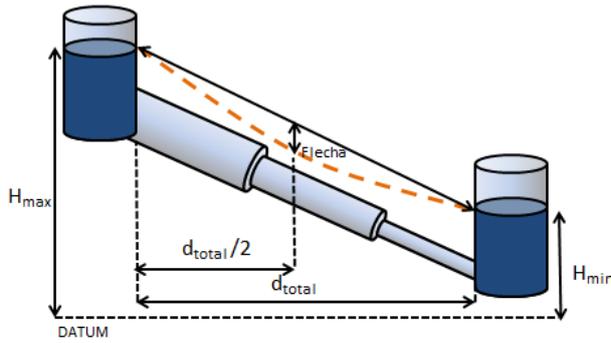
### Línea Óptima de Gradiente Hidráulico Para Tuberías en Serie

Basados en los resultados de Ipai-Wu (1975), Ochoa y Saldarriaga (2009) definieron la metodología de diseño conocida como Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH), posteriormente modificada en Superficie de Uso Óptimo de Potencia (OPUS), la cual se encuentra basada en la hidráulica de la red. De acuerdo con los resultados de Wu, el diseño de mínimo costo en un tramo de tuberías en serie usualmente forma una línea de gradiente hidráulico (LGH) parabólica. Para establecer el comportamiento de la ecuación cuadrática del gradiente hidráulico se deben conocer tres puntos que describan la función parabólica. Estos puntos se muestran en la Figura 1, y son:

- $H_{max}$ : La altura piezométrica disponible para toda la red, y así como la altura del embalse, se encuentra ubicado en la abscisa  $d = 0$ .
- $H_{min}$ : La altura piezométrica mínima para el nudo crítico, el cual bien puede ser la unión

final de la red, o bien aquel que tenga una altura total cercana a la mínima como consecuencia de su elevación. En caso que esta sea definida en el nudo final, se encontrará en la abscisa  $d = d_{total}$ .

- $H_{flecha}$ : Corresponde a la altura en el punto de máxima curvatura de la línea de gradiente hidráulico (LGH). Este punto se define por la flecha, la cual es un porcentaje de la altura disponible en la red, es decir, la diferencia entre  $H_{max}$  y  $H_{min}$ . Este punto siempre se localiza en la abscisa  $d = d_{total}/2$ .



**Figura 1. Línea de Gradiente Hidráulico Objetivo, Basada en Tres Puntos Conocidos**

Como se puede observar en la Figura 1, existe una línea recta correspondiente al caso cuando la LGH es lineal. Cuando la flecha es igual a 0%, el gradiente será igual a esta línea recta, pero cuando este porcentaje es distinto a 0% la altura en la mitad de la serie de tuberías será igual a la altura en el punto medio de la línea recta menos la flecha multiplicada por la altura disponible en el sistema.

De acuerdo con lo anterior, la línea de gradiente hidráulico objetivo se puede encontrar a partir de la Ecuación 1.

$$LGH_j = \alpha d^2 + \beta d + \gamma \quad (1)$$

En donde  $LGH_j$  corresponde a la altura en el nudo  $j$  ubicada a una distancia  $d$  desde la reserva,  $F$  es la flecha seleccionada y  $H_{max}$  y  $H_{min}$  son las alturas en los puntos mencionados. Asimismo, cada uno de los coeficientes utilizados ( $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ ) se describe en las ecuaciones a continuación:

$$\alpha = 4F \frac{(H_{max} - H_{min})}{d_{total}^2} \quad (2)$$

$$\beta = -(1 + 4F) \frac{(H_{max} - H_{min})}{d_{total}} \quad (3)$$

$$\gamma = H_{max} \quad (4)$$

## Formulación Para el Diseño Optimizado de Redes Abiertas Utilizando Programación Lineal

El diseño optimizado consiste en encontrar la combinación de diámetros con el menor costo constructivo posible a partir de parámetros dados de una red tales como su topología, la longitud de las tuberías, su topografía, el requerimiento de presión mínima y la conexión entre nudos y conductos. La solución obtenida debe obedecer los principios de conservación de masa y energía, así como los requerimientos mínimos de presión en cada nudo. Asimismo, es importante mencionar que dentro del alcance de la presente investigación no se consideraron otro tipo de restricciones como las velocidades máxima ni mínima.

La formulación matemática de este problema se muestra a continuación.

### Función Objetivo

La función objetivo consiste en minimizar los costos constructivos de la red, los cuales se calculan a través de la Ecuación 5.

$$C = \sum_{i=1}^{NP} KL_i D_i^x \quad (5)$$

en donde  $NP$  corresponde a número de tuberías de la red,  $L_i$  es la longitud de la tubería  $i$ ,  $D_i$  es el diámetro de la tubería  $i$ , y los parámetros  $K$  y  $x$  se obtienen a partir de una regresión ajustada a la curva de costos unitarios de las tuberías en función de su diámetro.

### Restricciones del Problema

Las restricciones del problema de optimización asociado con el diseño se describen a continuación:

- Conservación de la masa

$$Q_i = \sum_{\substack{\text{Tubos aguas} \\ \text{abajo} \\ \text{de la tubería } i}} (BQ_j + EQ_j) \quad \forall i \leq NP \quad (6)$$

donde  $Q_i$  es el caudal total en la tubería  $i$ ,  $BQ_j$  es la demanda base en el nudo  $j$ , y  $EQ_j$  es el caudal del emisor en el nudo  $j$ , el cual depende de la presión en dicho nudo.

- Conservación de la Energía

$$H_j = H_0 - \sum_{\substack{\text{Tuberías} \\ \text{aguas} \\ \text{arriba} \\ \text{del nudo } j}} (h_{f_i} + h_{m_i}) \quad \forall j \leq NN \quad (7)$$

donde  $H_j$  es la altura total en el nudo  $j$ ,  $H_0$  es la altura total en el embalse,  $h_{f_i}$  son las pérdidas por fricción en la tubería  $i$ ,  $h_{m_i}$  las pérdidas menores en la tubería  $i$ , y  $NN$  representa el número total de nudos en la red. Para esta investigación, las pérdidas por fricción se calcularon utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach.

- Presión Mínima en Nudos de Demanda

$$H_j \geq H_j^{(min)} \quad \forall j \leq NN \quad (8)$$

donde  $H_j^{(min)}$  es la altura mínima requerida en el nudo  $j$ , la cual corresponde a la mínima presión admisible.

- Diámetros de las Tuberías

$$D_i \in \phi_D \quad \forall i \leq NP \quad (9)$$

Los diámetros de las tuberías únicamente pueden tomar valores discretos, pertenecientes a la lista comercial representada por  $\phi_D$ .

Finalmente, es importante recordar que al tratarse de demandas dependientes de la presión, el caudal en cada nudo no se conoce con antelación a la realización del diseño. Por esta razón, no se puede aplicar directamente Programación Lineal al problema para encontrar su óptimo global.

## Diseño de Submódulos de Riego Utilizando Programación Lineal

Para el diseño de redes abiertas con demandas constantes se han propuesto formulaciones utilizando Programación Lineal, las cuales han obtenido buenos resultados. Sin embargo, cuando se trata de redes con demandas dependientes de la presión, estas formulaciones dejan de ser aplicables

directamente al problema de optimización asociado ya que el caudal en cada nudo va a depender de la presión que se tenga en un dado instante de tiempo, razón por la cual no se puede conocer la demanda de forma previa a la realización del diseño (Hernández, 2012). Como solución a este problema se propuso la utilización de una superficie de gradiente hidráulico, con el fin de poder asignar a cada emisor una presión, y así conocer el caudal demandado por este.

Sin embargo, se detectó un segundo problema en el uso de programación lineal atribuido al uso de emisores; este fue la sensibilidad del diseño a la flecha inicial utilizada. Por lo anterior, se buscó establecer un rango de flechas que permitieran obtener resultados factibles, y a su vez que arrojaran el diseño de menor costo posible.

Para resolver los problemas descritos anteriormente de forma simultánea, Hernández (2012) planteó un algoritmo de 11 pasos en donde se combina la Programación Lineal con la metodología conocida como OPUS con el fin de realizar diseños de submódulos de riego. Los pasos de dicho algoritmo son:

1. Conocer la topología del submódulo de riego, el caudal medio demandado por planta, el número de emisores en cada nudo con su respectivas ecuaciones, el coeficiente de uniformidad (CU) y el de variabilidad (CV).
2. Determinar la Presión de Entrada al Submódulo (PES) y la presión mínima aceptable en los emisores.
3. Establecer la superficie de gradiente hidráulico deseado utilizando la metodología OPUS. Esto se debe realizar para la flecha de 0 y de 0.25.
4. Luego de obtener las presiones en la red, calcular los caudales en cada nudo, y luego asignarlos como demanda base a cada unión, suponiéndose constantes en la modelación. Se debe recordar que este procedimiento se debe realizar para ambas flechas estudiadas (0 y 0.25).
5. Calcular las matrices de costo, de pérdidas totales, de conectividad, y de LGH mínimas. Con lo anterior y la formulación de programación lineal implementada, realizar el diseño del submódulo de interés. Se obtendrán dos diseños, el más económico asociado con la flecha de 0.25, y el más costoso asociado con la flecha de 0.

6. Dado que en el paso anterior se realizó el diseño considerando demandas constantes, es necesario verificar el comportamiento del sistema una vez se modelen los emisores. Por lo tanto, utilizando los diseños obtenidos en el paso anterior con emisores se obtendrá para cada nudo el caudal emitido. Posteriormente, se deben sumar los caudales emitidos por cada nudo, para cada una de las flechas utilizadas (0 y 0.25).

7. En cada nudo, se deben promediar los caudales emitidos para las flechas de 0 y 0.25, y posteriormente se asignará esta demanda constante a dichas uniones. Como resultado de esto, se obtuvo un nuevo submódulo de riego con las mismas características topológicas iniciales, pero con caudales constantes obtenidos a partir de promediar los resultantes del paso 6.

Los pasos 8 y 9 de la metodología propuesta por Hernández (2012) consisten en repetir el paso 5 y 6, pero esta vez utilizando únicamente los caudales promediados, obtenidos en el paso 7.

10. Comprobar la factibilidad del diseño obtenido en el paso anterior, verificando que el coeficiente de uniformidad (CU) sea mayor al establecido, y que en ningún nudo del sistema se presenten presiones inferiores a la mínima. Si el diseño resulta ser factible, el algoritmo termina y se concluye que se obtuvo una solución. En caso contrario se debe proceder al paso 11.

11. Para continuar con la búsqueda de la solución óptima se debe establecer a cual diseño se le asignará el encontrado en el paso 9. Para esto, se establecerá que si existen nudos con déficit de presión, el diseño de la flecha 0.25 asumirá los valores de la iteración anterior; por el contrario, si no hay nudos con déficit de presión, será el diseño de la flecha 0 quien tomará el valor de la iteración anterior. Una vez reasignado este valor, se debe volver al paso 7 hasta que el diseño resulte factible. Este procedimiento sigue un algoritmo de bisección, el cual alcanza el diseño óptimo luego de la quinta o sexta iteración.

Luego de probar el algoritmo descrito en diferentes submódulos de riego utilizados como casos de estudio se pudo llegar a algunas conclusiones, con las cuales se logró extrapolar la metodología que se describirá más adelante.

Dentro de las conclusiones más importantes se encontró que el diseño de mínimo costo para este tipo de sistemas tiene una flecha ubicada en el rango

entre 0 y 0.25. Asimismo, se obtuvo que al iniciar el proceso de optimización con una flecha de 0 se obtenía una solución factible, en donde todos los nudos cumplían con la restricción de presión mínima pero sus costos constructivos eran los más altos. Por el contrario, al iniciar con una flecha de 0.25 se obtenían alternativas no factibles ya que algunos nudos incumplían la restricción de presión mínimas, pero tenían el costo constructivo más bajo. Estas últimas alternativas se podían volver válidas a través del proceso iterativo, llegando así a la solución óptima del diseño (Hernández, 2012). Por lo anterior, se sugiere que la superficie de gradiente hidráulico inicial se encuentre lo más cerca posible a la flecha de 0.25.

### **Emisores en Redes con Demandas Dependientes de la Presión (DDP)**

Como ya se mencionó, las redes con demandas dependientes de la presión (DDP) se caracterizan por la inclusión de emisores, los cuales son accesorios presentes en los sistemas de riego encargados de suministrar a cada planta de un cultivo el caudal y nutrientes necesarios para su desarrollo (Saldarriaga, 2007).

Sin embargo, dado que su caudal es función de su presión, han resultado bastante útiles también en la modelación de fugas en redes de distribución, y redes contra incendio.

En cuanto al comportamiento hidráulico de estos accesorios, se puede observar que relacionan la presión en el nudo con el caudal demandado a través de la curva descrita en la Ecuación 10.

$$Q = kh^x \quad (10)$$

en donde  $Q$  es el caudal del emisor,  $h$  la altura de presión,  $k$  el coeficiente del accesorio y  $x$  su exponente. Es importante recordar que esta ecuación no es dimensionalmente homogénea, razón por la cual  $k$  y  $x$  dependen del sistema de unidades utilizado (Saldarriaga, 2007).

### **METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES ABIERTAS CON DEMANDAS DEPENDIENTES DE LA PRESIÓN**

La metodología utilizada para el diseño optimizado de redes abiertas con demandas dependientes de la

presión se muestra en la Figura 2, y su descripción se realiza a continuación.

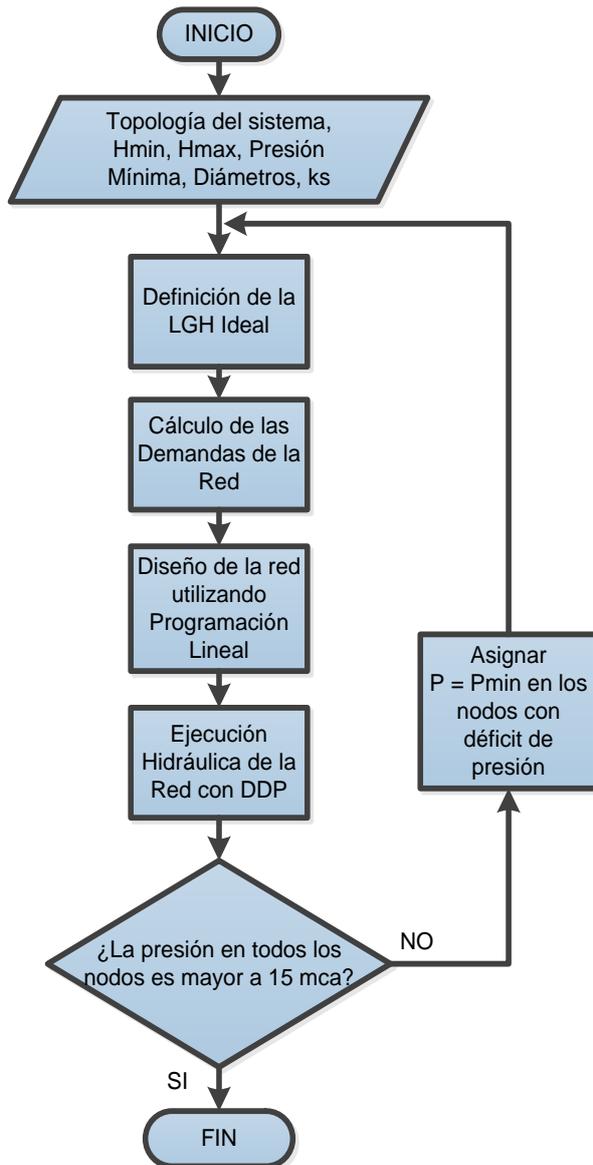


Figura 2. Diagrama de Flujo de la Metodología Utilizada

### Definición de la LGH Ideal

Como ya fue descrito por Hernández (2012), como primer paso para resolver el problema de diseño de redes abiertas con demandas dependientes de la presión se debe establecer una superficie de gradiente hidráulico para así poder asignar una demanda constante a cada nudo de la red. Para este fin, se buscó que la LGH estuviera lo más cercana posible a la flecha de 0.25, como se muestra en la Figura 3, lo cual se logró asignando la presión mínima en cada nudo de la red. Para esta investigación se estableció que la presión mínima en cada nudo debía ser 15 mca.

Este procedimiento se realizó como consecuencia de lo establecido por Hernández (2012) respecto a la sensibilidad del diseño a la flecha inicial utilizada, en donde se encontró al iniciar el algoritmo con una flecha de 0.25 se obtienen los menores costos constructivos, pero no se satisface la restricción de presiones por la subestimación de los caudales de los emisores.

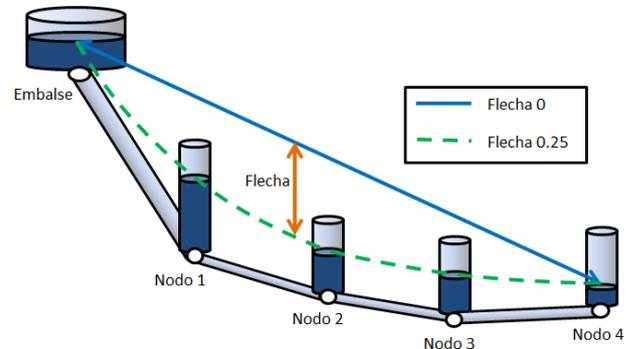


Figura 3. LGH Ideal para comenzar el Diseño Comparado con la Flecha 0

### Cálculo de las Demandas de la Red

El caudal demandado en cada uno de los nudos de la red se puede dividir en dos términos: La demanda base y el caudal del emisor.

La demanda base de los nudos se establece por el diseñador. Por su parte, el caudal de cada uno de los emisores presentes en la red se obtiene haciendo uso de la Ecuación 10, en donde  $k$  es un coeficiente y  $x$  el exponente del accesorio.

Finalmente, el caudal demandado en cada nudo se puede establecer a través de la Ecuación 11.

$$Q_i = Q_{BASE_i} + kh_i^x \quad (11)$$

### Diseño de la Red Utilizando Programación Lineal

Una vez calculados los caudales en cada nudo se debe realizar el diseño de la red haciendo uso de la Programación Lineal. Para este fin se siguió la metodología de Hernández (2012), en donde con los caudales se formaba un archivo que sería ingresado al software optimizador, y el cual se compone de 4 matrices:

1. *Matriz de Costo*: Dado la longitud de cada tramo de la red, y la lista de diámetros comerciales, esta matriz relaciona cada tramo de tubería de la red con

su costo, mostrando como alternativas los diferentes diámetros disponibles.

2. *Matriz de Pérdidas Totales:* Para cada tramo de la red, reúne el valor de las pérdidas de presión para cada uno de los diámetros disponibles. Este cálculo se realiza a través de la ecuación de Darcy-Weisbach.

3. *Matriz de Conectividad:* Indica las conexiones en la topología del sistema a través de tuberías asignando el valor de 1.0 donde esta condición se cumpla.

4. *Matriz de LGH Mínimas:* Para cada nudo de la red, recopila la línea de gradiente hidráulico mínima.

Una vez definidas las matrices, se ingresa esta información al software optimizador, en donde previamente se implementó la formulación mostrada a continuación.

### Formulación

Para comenzar, se definió  $N$  como el conjunto de nudos en la red,  $\phi_D$  como el conjunto de diámetros comerciales disponibles, y  $X_{ija}$  como una variable de decisión la cual tomará el valor de 1 si a la tubería que va desde el nudo  $i \in N$  hasta el nudo  $j \in N$  se le asignó el diámetro  $d \in \phi_D$ , o toma el valor de 0 en caso contrario. Asimismo, se definió la variable auxiliar  $H_i$ , la cual representa la altura total en el nudo  $i \in N$ .

La función objetivo utilizada en la formulación del problema de optimización asociado con el diseño de la red se muestra a continuación en la Ecuación 12.

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{d \in D} C_{ija} X_{ija} \quad (12)$$

en donde  $C_{ija}$  es el costo de asignarle el diámetro  $d \in D$  a la tubería que va del nudo  $i \in N$  hasta el nudo  $j \in N$ .

En cuanto a las restricciones utilizadas, estas se describen a continuación:

- Restricción de la presión mínima permitida, la cual se estableció en la Ecuación 8, mostrada en el marco teórico.
- Restricción que asegura la conservación de energía para cada tubería. La altura total en el nudo  $j \in N$  aguas abajo del nudo  $i \in N$  será igual

a la altura total en el nudo  $i$  menos las pérdidas totales de presión producidas en el tubo que va del nudo  $i \in N$  al nudo  $j \in N$  cuando el diámetro  $d \in D$  fue asignado.

$$H_j = H_i - \sum_{d \in D} dp_{ija} X_{ija} \quad (13)$$

$$\forall i \in N, \forall j \in N \mid w(i, j) = 1$$

en donde  $H_j$  es la altura aguas abajo del nudo,  $H_i$  la altura aguas arriba del mismo,  $dp_{ija}$  las pérdidas totales de presión que ocurren en el tubo que conecta al nudo  $i \in N$  con el nudo  $j \in N$  cuando el diámetro  $d \in D$  es asignado, y  $w(i, j)$  es una función que toma el valor de 1 cuando el tubo que va de  $i$  a  $j$  existe, y 0 en caso contrario.

- Restricción que asegura que solamente un diámetro sea asignado a cada tubería.

$$\sum_{d \in D} X_{ija} = 1 \quad \forall i \in N, \forall j \in N \mid w(i, j) = 1 \quad (14)$$

Luego de realizar el diseño con la presentación formulada, se obtiene como resultado un conjunto de diámetros para toda la red.

### Ejecución Hidráulica de la Red con Demandas Dependientes de la Presión

Recordando que el diseño obtenido en el paso anterior fue realizado con demandas constantes, es importante verificar el comportamiento hidráulico de la solución obtenida al ser modelada con demandas dependientes de la presión.

Para este fin, se realiza una ejecución hidráulica de la red calculando las presiones en cada uno de los nudos. Con este paso se termina la primera iteración del algoritmo propuesto.

### Proceso Iterativo

Una vez obtenidas las presiones a partir de la ejecución hidráulica del paso anterior, se debe verificar que se cumpla la restricción de presión mínima en cada uno de los nudos de la red. Para todos aquellos nudos que presenten déficit de presión, se les deberá asignar el valor mínimo (15 mca) y se iniciará una nueva iteración. El proceso iterativo finaliza una vez no se tenga ningún nudo en la red con déficit de presión.

## CASOS DE ESTUDIO

La metodología propuesta se probó en un total de 12 redes, las cuales tenían una configuración igual en cuanto a la cantidad de tubos (25 tuberías en serie) y su topología, así como en la demanda base en cada uno de los nudos, la cual se fue de 4.5 L/s. La lista de diámetros comerciales utilizada en los diseños se compuso por tubos de 50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600 y 750 milímetros, con una rugosidad absoluta ( $k_s$ ) igual a 0.0015 mm. Los parámetros utilizados en la función de costos asociados con la tubería se muestran en la Ecuación 15.

$$C = 0.015 L_i D_i^{1.46} \quad (15)$$

Asimismo, se utilizó una presión mínima de 15 mca, las pérdidas por fricción se calcularon utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach y se consideró que no se tenían pérdidas menores en el sistema.

Las redes utilizadas como casos de estudio fueron diseñadas también con la metodología SOGH con flechas entre 0 y 0.25 a fin de tener valores base para comparar con los resultados obtenidos por la aproximación propuesta.

En cuanto a las características que diferenciaban cada uno de los 12 sistemas respecto los demás se tenía en primer lugar la topografía de la red, y en segundo lugar, los parámetros característicos de los emisores utilizados. Como se mostrará a continuación, se analizaron 4 combinaciones posibles de emisores en la red, así como 3 topografías distintas, resultando un total de 12 redes distintas para ser analizadas.

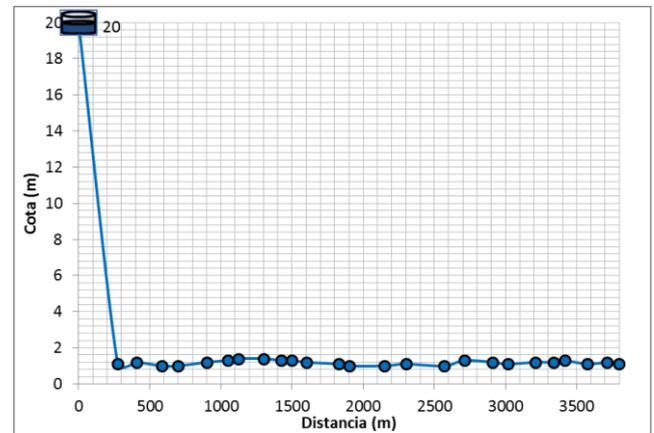
En cuanto a los parámetros utilizados para la modelación de los emisores, se consideraron dos coeficientes diferentes, así como cuatro exponentes de estos. Estos emisores fueron colocados en todos los nudos de la red según diferentes combinaciones, las cuales se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1. Coeficientes y Exponentes Utilizados en los Emisores**

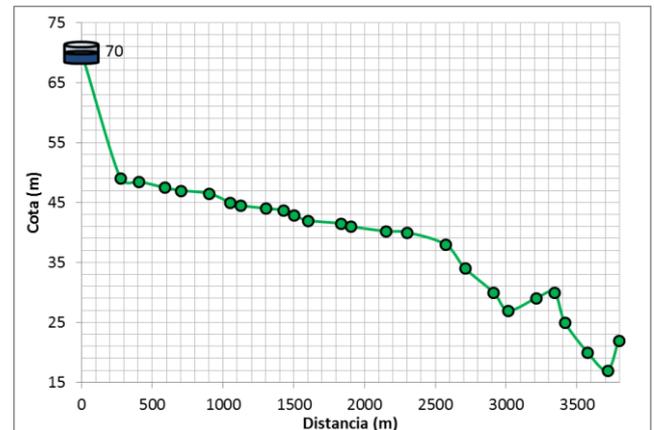
Combinación	Coefficiente	Exponente
1	0.3	0.25
2	0.3	0.5
3	0.3	1.0
4	0.03	2.0

Para la topografía de la red, se plantearon tres casos, los cuales se muestran en las figuras a continuación. El primer caso, mostrado en la Figura 4 y

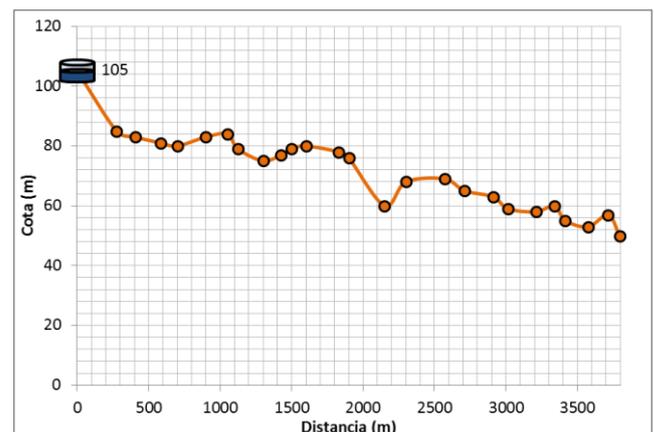
denominado MA, corresponde a una topografía suave, con un embalse cuya altura total es de 20 m. El segundo caso, mostrado en la Figura 5 y denominado SA, se trata de una topografía empinada con orientación descendente, y cuyo embalse posee una altura total de 70 m. Finalmente, el tercer caso mostrado en la Figura 6 y denominado SB, se trata de una topografía empinada, cuyo embalse se encuentra a una altura total de 105 m.



**Figura 4. Topografía Suave (M)**



**Figura 5. Topografía Empinada A (SA)**



**Figura 6. Topografía Empinada B (SB)**

## PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez aplicada la metodología a las 12 redes utilizadas como caso de estudio se obtuvieron los resultados que se describirán a continuación.

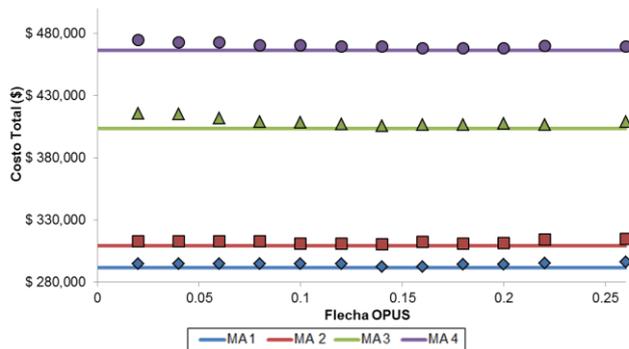


Figura 7. Costos Totales de las Redes en la Topografía Suave A (MA)

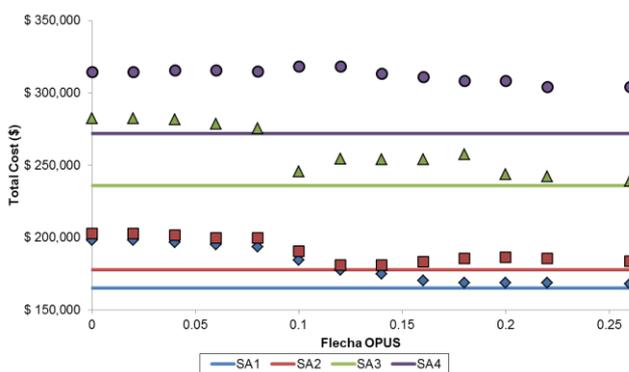


Figura 8. Costos Totales de las Redes en la Topografía Empinada A (SA)

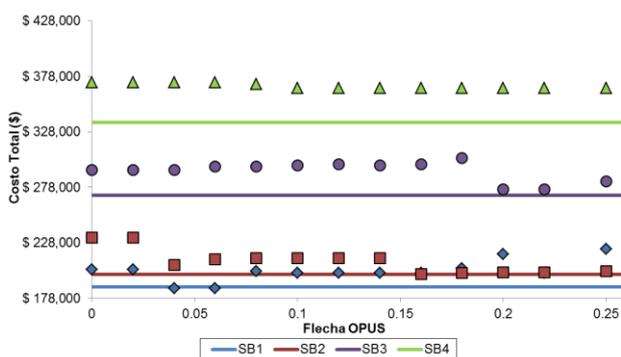


Figura 9. Costos Totales de las Redes en la Topografía Empinada B (SB)

El primer resultado destacable de la metodología propuesta corresponde a la reducción en costos de los diseños resultantes. A continuación, en las Figuras 7, 8 y 9, se muestran los resultados

obtenidos para cada una de las redes tanto para OPUS y las flechas entre 0 y 0.25 así como para la metodología propuesta (línea recta en las gráficas). Como ya se mencionó, para cada topografía se tienen combinaciones de parámetros de emisores como (0.3, 0.25), (0.3, 0.5), (0.3, 1.0) y (0.03, 2.0), correspondientes a los números 1, 2, 3 y 4 en cada figura.

Como se puede observar en la Figura 8, así como en la Tabla 2, la mayor reducción en los costos se logró en la Red SA-4. Por su parte, en la Red SB-1 se presentó un sobrecosto de la metodología propuesta respecto a OPUS. Dado que de los 12 casos de estudio analizados, en 11 se obtuvieron costos menores a los de OPUS, se puede concluir que el algoritmo propuesto está encontrando soluciones muy cercanas a la óptima en todas las redes.

Tabla 2. Reducción en Costos en Cada Una de las Redes

Red	K	x	SA	SB	MA
1	0,3	0,25	\$ 2,891.28	\$ -1,082.81	\$ 429.17
2	0,3	0,5	\$ 2,273.03	\$ 170.35	\$ 951.07
3	0,3	1,0	\$ 3,082.67	\$ 5,019.52	\$ 1,904.25
4	0,03	2,0	\$ 32,440.1	\$ 281,44.26	\$ 1,857.13

El segundo resultado destacable de la metodología propuesta es el número de iteraciones requerido para llegar a la solución óptima respecto a otras metodologías utilizadas como OPUS o Algoritmos Genéticos.

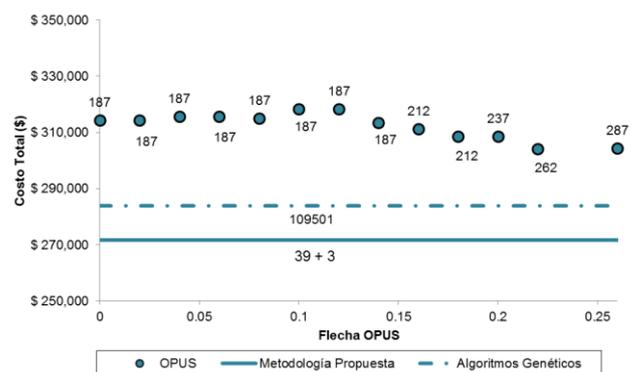


Figura 10. Número de Iteraciones Según la Metodología Utilizada para la Red SA-4

Como se puede observar en la Figura 10, al diseñar la Red SA-4 se realizaron solamente 42 iteraciones de la metodología propuesta, mientras que a OPUS le tomó en promedio 209 iteraciones y a Algoritmos Genéticos le tomó 109,501 iteraciones. Es importante mencionar que dentro de las 42 iteraciones realizadas por la aproximación propuesta

se encuentran 39 repeticiones considerando demandas constantes, mientras que 3 de ellas si consideran las demandas dependientes de la presión a través de los emisores. Por su parte, a pesar que OPUS y AG consideran los caudales en función de la presión, se demoran una cantidad significativa de iteraciones adicionales a las de la metodología propuesta, mostrando así una de las principales ventajas de esta respecto a las demás.

Ahora bien, al analizar la Tabla 3 se puede observar la reducción porcentual en el número de iteraciones de la metodología propuesta respecto a las realizadas por OPUS para alcanzar el óptimo (únicamente para la flecha óptima). De acuerdo con lo anterior, las mayores reducciones, superiores al 52%, se obtuvieron para la topografía suave (MA), y para la empinada (SA). En el caso de la topografía SB fue necesario realizar más iteraciones, las cuales se pueden atribuir a que esta topografía presenta más oscilaciones en el terreno, e incluso un pico, lo cual afecta el cumplimiento del requerimiento de las presiones.

**Tabla 3. Reducción Porcentual de Iteraciones Respecto OPUS Para Alcanzar el Óptimo**

Red	K	x	SA	SB	MA
1	0,3	0,25	78.95%	17.65%	52.54%
2	0,3	0,5	79.90%	59.22%	79.41%
3	0,3	1,0	66.67%	18.25%	68.42%
4	0,03	2,0	82.28%	27.84%	65.22%

Es importante recordar que en la Tabla 3 se muestra la reducción de iteraciones de la metodología propuesta respecto a OPUS, pero únicamente considerando la flecha que llegó a la solución óptima. Dado que se trató con demandas dependientes de la presión no fue posible identificar a priori la flecha que llevaría a la solución óptima ya que esta depende de la distribución de demandas en el sistema, y estas no se conocen antes de realizar el diseño. Por lo anterior, resulta interesante analizar la reducción de iteraciones que tuvo la metodología propuesta respecto al número total de ejecuciones hidráulicas realizadas por OPUS para el total de flechas probadas.

Como se puede observar en la Tabla 4, en la topografía que se logró una mayor reducción en el número de iteraciones fue en la SB, lo cual resulta interesante ya que al analizar la reducción en la cantidad de ejecuciones hidráulicas para alcanzar el óptimo en este tipo de terreno fue el que obtuvo la menor reducción. Finalmente, dado que en las tres

topografías se obtuvo una reducción superior al 95% respecto OPUS se puede concluir que la metodología propuesta es muy eficiente en cuanto el tiempo computacional requerido.

**Tabla 4. Reducción Porcentual del Total de Iteraciones Respecto OPUS**

Red	K	x	SA	SB	MA
1	0,3	0,25	98.62%	99.96%	97.56%
2	0,3	0,5	98.00%	99.98%	97.50%
3	0,3	1,0	97.41%	99.95%	96.55%
4	0,03	2,0	98.88%	99.95%	95.79%

## CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES, Y TRABAJO FUTURO

Se presentó, y aplicó a 12 redes diferentes una metodología de diseño que combina criterios hidráulicos para predefinir una línea de gradiente hidráulico objetivo con Programación Lineal enfocada hacia sistemas con demandas dependientes de la presión. Como resultado, esta mostró beneficios en cuanto a la calidad de la solución, y la cantidad de tiempo computacional requerido. El primer beneficio se reflejó en la obtención de menores costos constructivos que OPUS en todas las redes analizadas, la cual se utilizó como valor base al fin de comparar los resultados. Asimismo, la segunda ventaja se hizo evidente al lograr una mayor eficiencia en el tiempo computacional requerido, reflejándose esto en un menor número de ejecuciones hidráulicas realizadas para alcanzar el óptimo respecto a la metodología utilizada anteriormente (OPUS).

Se ratificó la importancia de la flecha inicial utilizada en la generación de la superficie de gradiente hidráulico, la cual como concluyó Hernández (2012), obtendrá resultados con menores costos constructivos entre esta más cercana sea a 0.25.

Esta investigación establece el primer paso de futuros desarrollos en cuanto a metodologías que resuelvan el problema de diseño optimizado de RDAP aplicado a sistemas con demandas dependientes de la presión en redes de mayor complejidad. Lo anterior resulta muy útil en el diseño de redes contra incendios, la modelación de RDAP considerando fugas, entre otros.

## BIBLIOGRAFÍA

- Farmani, R., Abadia, R. y Savic, D. (2007). "Optimum Design and Management of Pressurized Branched Irrigation Networks." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 133(6), pp. 528-537.
- González-Cebollada, C., Macarulla, B., y Sallán, D. (2011). "Recursive Design of Pressurized Branched Irrigation Networks." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 137(6), pp. 375-382.
- Hernández, D. (2012). "Diseño Optimizado de Submódulos de Sistemas de Riego Localizado de Alta Frecuencia". Bogotá: Universidad de los Andes.
- Ochoa, S. (2009). "Diseño Optimizado de Redes de Distribución de Agua Potable con Base en el Concepto Energético de Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico". Bogotá: Universidad de los Andes.
- Ostfeld, A. y Tubaltzev, A. (2008). "Ant Colony Optimization for Least-Cost Design and Operation of Pumping Water Distribution Systems." Journal of Water Resources Planning Management, 134(2), pp. 107-118.
- Pizarro, F. (1996). "Riegos Localizados de Alta Frecuencia (RLAF). Goteo, Microaspersión, Exudación". Madrid: Mundi-Prensa.
- Reca, J., Martínez, J., Gil, C. y Baños, R. (2007). "Application of Several Metaheuristic Techniques to the Optimization of Real Looped Water Distribution Networks." Water Resources Management, 22(10), pp. 1367-1379.
- Saldarriaga, J. (2007). "Hidráulica de Tuberías. Abastecimiento de Agua, Redes, Riego". Bogotá: Alfaomega. ISBN 978-958-682-680-8.
- Savic, D. y Walters, G. (1997). "Genetic Algorithms for Least Cost Design of Water Distribution Networks." Journal of Water Resources Planning Management, 123(2), pp. 67-77.
- Spiliotis, M. y Tsakiris, G. (2007). "Minimum Cost Irrigation Network Design Using Fuzzy Integer Programming." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 133(3), pp. 242-248.
- Wu, I. (1975). "Design of Drip Irrigation Main Lines." Journal of Irrigation and Drainage Division, 101(4), pp. 265-278.
- Wu, Z. y Simpson, A. (2001). "Competent Genetic-Evolutionary Optimization of Water Distribution Systems." Journal of Computing in Civil Engineering, 15(2), pp. 89-101.