TESIS DE MAESTRÍA

DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE CON BASE EN EL CONCEPTO ENERGÉTICO DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO

Susana Ochoa Rodríguez

Asesor: Juan G. Saldarriaga Valderrama

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CIVIL
BOGOTÁ D.C.
2009

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 4

1. OBJETIVOS 8

1.1. OBJETIVO GENERAL 8

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS 8

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE 10

2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA 10

2.2. RESTRICCIONES DEL PROBLEMA 11

2.2.1. Restricciones hidráulicas 11

2.2.2. Restricciones comerciales 14

2.2.3. Otras restricciones 14

2.3. INCÓGNITAS Y ECUACIONES DEL PROBLEMA 19

2.4. COMPLEJIDAD DEL PROBLEMA 20

3. APROXIMACIONES AL PROBLEMA DEL DISEÑO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE 22

3.1. APROXIMACIÓN TRADICIONAL AL PROBLEMA DEL DISEÑO DE RDAP 22

3.2. METODOLOGÍAS DE DISEÑO OPTIMIZADO DESARROLLADAS RECIENTEMENTE A NIVEL MUNDIAL 23

3.2.1. Algoritmos genéticos 23

3.2.2. Búsqueda de armonía (Harmony search) 25

3.2.3. Recocido simulado (Simulated annealing) 26

3.2.4. Búsqueda tabú (Tabu search) 27

3.3. CRITERIO GEOMÉTRICO DE DISEÑO PROPUESTO POR I PAI WU 28

3.4. APLICACIÓN DEL CRITERIO DE I PAI WU AL CASO DE RDAP 31

3.4.1. Criterio de Featherstone (1983) 31

3.4.2. Superficie Óptima de Presiones (Villalba, 2004) 32

4. ANÁLISIS DEL DISEÑO OPTIMIZADO DE TUBERÍAS EN SERIE 52

4.1. METODOLOGÍA "DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA DE LA MASA" PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE SERIES DE TUBERÍAS 52
4.1.1. Descripción de la metodología de diseño "Distribución Geométrica de la Masa" 53
4.1.2. Resultados obtenidos por Leonardo Álvarez al aplicar la metodología "Distribución Geométrica de la Masa" 63
4.1.3. Análisis crítico y comprobación de la metodología "Distribución Geométrica de la Masa" 71
4.2. CREACIÓN Y ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE *"POTENCIA DISPONIBLE EN CADA NODO"* 84
4.2.1. Análisis de la relación entre la *Potencia Disponible en cada Nodo* y la línea de gradiente hidráulico óptima 87
4.2.2. Análisis de la ecuación cuadrática mediante la cual se relaciona la *Potencia Disponible en cada Nodo* con la línea de gradiente hidráulico óptima 92
4.2.3. Análisis de la eficacia de la función de *Potencia Disponible en cada Nodo* en el diseño de series de tuberías 97
4.3. ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LA ABSCISA Y LA LGH ÓPTIMA DE TUBERÍAS EN SERIE 98
4.3.1. Determinación de la magnitud de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa 104
4.3.2. Determinación de la ecuación de la curva de LGH óptima vs. Abscisa 126
4.3.3. Metodología para el diseño optimizado de tuberías en serie con base en la curva LGH vs. Abscisa 129
5. METODOLOGÍAS PROPUESTAS PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE 133
5.1. METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH) 133
5.1.1. Asignación inicial de diámetros proporcionales a la distancia topológica (Etapa 1) 137
5.1.2. Estimación de la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa (Etapa 2) 138
5.1.3. Cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico (Etapa 4) 141
5.1.4. Corrección de las prominencias o nodos muy elevados (Etapa 11) 149
5.1.5. Redondeo de los diámetros continuos al siguiente diámetro comercial (Etapa 12) 151
5.1.6. Aplicación de programación por restricciones para aumentar diámetros y asegurar presión superior a la mínima en todos los nodos (Etapa 13) 151
5.1.7. Aplicación de programación por restricciones para disminuir los diámetros de algunas tuberías sin violar la restricción de mínima presión en todos los nodos (Etapa 14) 153

5.2. BÚSQUEDA DE ARMONÍA (HARMONY SEARCH) 154
5.2.1. Preparación de la *Memoria Armónica* 154
5.2.2. Improvisación de nuevas armonías 158
5.2.3. Actualización de la *Memoria Armónica* 161
6. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS METODOLOGÍAS DE DISEÑO OPTIMIZADO DE RDAP 162
6.1. RED DE DOS CIRCUITOS O "*TWO-LOOP NETWORK*" 163
6.2. RED DE HANOI 170
6.3. RED DE BALERMA 179
7. CONCLUSIONES 186
8. RECOMENDACIONES 188
BIBLIOGRAFÍA 190
ANEXO 1. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS Y PRESIONES DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED *TWO-LOOP* CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH) 196
ANEXO 2. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS Y PRESIONES DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED DE HANOI CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH) 197
ANEXO 3. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED DE BALERMA CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH) 199

INTRODUCCIÓN

El suministro de agua potable es de vital importancia para todas las comunidades humanas; sin embargo, en países en vías de desarrollo, como Colombia, hay todavía millones de personas que no tienen acceso a este servicio. Dado que los recursos para construir *redes de distribución de agua potable* (RDAP) son limitados, se hace indispensable contar con diseños óptimos, tanto desde el punto de vista económico como hidráulico, para así obtener el máximo beneficio.

El diseño de las redes consiste en determinar los diámetros de cada una de las tuberías que la conforman, dados un caudal de consumo en cada uno de los nodos y una presión mínima en las horas de máximo consumo (Saldarriaga, 2007). Aunque esta descripción suene simple, el diseño de RDAP es un problema bastante complejo: existe una enorme cantidad de configuraciones de diámetros de tuberías que satisfacen las restricciones hidráulicas (i.e. caudales de consumo y presión mínima), pero solo una de éstas es la más económica.

Para ilustrar lo que se acaba de decir, se puede pensar en una RDAP conformada por 15 tuberías, lo cual corresponde a un sistema muy pequeño; si existieran 10 diámetros comerciales disponibles, cada una de las 15 tuberías podría tener uno de estos 10 diámetros, lo que significa que existen 10^{15} combinaciones de diámetros posibles para configurar la red. Además, una RDAP se debería diseñar tantas veces como materiales (NM: número de materiales) haya disponibles: así, en el ejemplo planteado habría NM x 10^{15} diseños posibles. Si el cálculo hidráulico de cada diseño tardara 20 milisegundos (que es un tiempo reducido, pero plausible con los computadores actuales), calcular la hidráulica de cada una de las NM x 10^{15} posibles configuraciones -para determinar cuáles cumplen con las restricciones de caudal y presión mínima y cuál tiene el mínimo costo- tardaría más de 6 x 10^{6} años de cálculo continuo.

Por otro lado, en el problema del diseño de RDAP, el número de incógnitas puede incluso triplicar el número de ecuaciones disponibles para solucionarlo. Además, la relación entre las pérdidas de energía que tienen lugar en una tubería y el caudal que fluye por ésta es no lineal y las tuberías que se utilizan en el diseño solo están disponibles en los diámetros discretos en que las produzca el fabricante. En

consecuencia, el diseño de una RDAP nueva es un problema combinatorio NP-DURO (Yates et al., 1984), lo que quiere decir que no se conoce un método *determinístico* para solucionarlo en un tiempo *polinomial*. Por lo anterior, este problema no puede ser tratado de forma convencional, sino que su solución requiere de metodologías especiales que, en un tiempo computacional razonable, permitan obtener la configuración de mínimo costo que satisfaga las restricciones hidráulicas, comerciales y otras adicionales que el diseñador desee establecer.

Para solucionar el problema del diseño optimizado de RDAP se utilizaron inicialmente técnicas tradicionales de optimización, entre las que se encuentran la enumeración parcial (e.g. Gessler, 1985) y la programación lineal y no lineal (e.g. Schaake y Lai, 1969; Alperovits y Shamir, 1977; Quindry et al., 1981; Morgan y Goulter, 1985; Kessler y Shamir, 1989; Fujiwara y Khang, 1990; Bhave y Sonak, 1992; Gupta et al., 1993; Varma et al., 1997). Sin embargo, estas técnicas presentaban varios inconvenientes: eran difíciles de implementar; usualmente llevaban a diseños con diámetros continuos, los cuales debían ser redondeados, generando así cierto error en los resultados; no consideraban soluciones a través de todo el espacio de búsqueda del problema, sino que realizaban búsquedas locales que podían quedar fácilmente atrapadas en óptimos locales; la solución encontrada dependía en gran medida del punto de partida o solución inicial considerada (Reca y Martínez, 2006). Para superar estos inconvenientes, en las últimas décadas los investigadores se han enfocado en la implementación de heurísticas derivadas de la naturaleza (Zecchin et al., 2006), tales como: algoritmos genéticos (e.g. Goldberg y Kuo, 1987; Simpson et al., 1994; Dandy et al., 1996; Savic y Walters, 1997; Walters et al., 1999; Gupta et al., 1999; Vairavamoorthy y Ali, 2000; 2005; Wu y Simpson, 2001; Keedwell y Khu, 2005; Reca y Martínez, 2006; Djebedjian et al., 2006; Kadu et al., 2008), recocido simulado (e.g. Cunha y Sousa, 1999; Tospornsampan et al., 2007a; Reca et al., 2007), algoritmo del salto mezclado de las ranas (e.g. Eusuff y Lansey, 2003), colonia de hormigas (Maier et al., 2003; Zecchin et al., 2006; Afshar, 2006), búsqueda de armonía (e.g. Geem et al., 2002; Geem, 2006; Geem, 2009), búsqueda tabú (e.g. Cunha y Ribeiro, 2004; Tospornsampan et al., 2007b; Reca et al., 2007), entropía cruzada (e.g. Perelman y Ostfeld, 2007), búsqueda dispersa (Lin et al., 2007), enjambre de partículas (e.g. Montalvo et al., 2008; Geem, 2009), aproximación por autómatas celulares (Keedwell y Khu, 2006), algoritmos inmunes (e.g. Chu et al., 2008) y evolución compleja mezclada (e.g. Liong y Atiquzzaman, 2004).

Aunque estas metodologías requieren de un motor de cálculo hidráulico para verificar que los diseños cumplan con las restricciones de caudal y presión mínima, ninguna de ellas se basa en el análisis y comprensión de la hidráulica y la topología del sistema para obtener el diseño de mínimo costo. La única aproximación netamente hidráulica reportada en la literatura es la propuesta por el ingeniero I-pai Wu en 1975. El criterio desarrollado por Wu hace parte de una metodología para el diseño de sistemas de irrigación y sólo es aplicable a tuberías en serie con demandas uniformes, es decir, de igual magnitud e igualmente espaciadas. Este criterio establece que la serie de tuberías de menor costo corresponde a aquella que genere una línea piezométrica cercana a la línea recta que une las alturas de energía total al inicio y al final de la serie; según Wu, la línea piezométrica óptima debe tener una flecha igual al 15% de la altura total disponible con respecto a dicha línea recta. En 1983, el profesor Ronald Featherstone, de la Universidad de Newcastle upon Tyne (Inglaterra), sugirió extender el criterio de I-pai Wu al caso de RDAP. Más adelante, Okitsugu Fujiwara (1987 y 1991) comprobó que sí era posible aplicar el criterio de Wu al diseño de RDAP.

A partir de esta última idea, en el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA) se desarrolló en 2004 un algoritmo para el diseño optimizado de RDAP; esta nueva metodología, que se denominó Superficie Óptima de Presiones (SOP), arroja buenos resultados para redes planas, con una sola fuente de abastecimiento y con pocas ramificaciones, pero presenta problemas en redes que no reúnan estas características. Es importante anotar que tanto el criterio de I-pai Wu como la metodología de Superficie Óptima de Presiones corresponden a funciones netamente geométricas: en éstas, la línea piezométrica óptima solo es función de la distancia de los nodos de consumo a las fuentes de abastecimiento y no de otras variables hidráulicas y topológicas del sistema de distribución. Además, en las dos metodologías mencionadas se asume siempre que la flecha óptima de la línea de gradiente hidráulico es el 15% de la altura piezométrica total disponible y no se analiza su variación con otras características hidráulicas y topológicas del sistema.

En la presente investigación se llevó a cabo un análisis de los diseños óptimos de múltiples series de tuberías con características topológicas e hidráulicas diferentes. A partir de este estudio se identificaron los parámetros que determinan la forma óptima de la línea de gradiente hidráulico (LGH) de una serie de tuberías; es decir, la forma de la LGH que corresponde al diseño de mínimo costo. De manera posterior

se desarrolló un procedimiento para estimar la forma de la LGH óptima, a partir de la cual se pueden diseñar series de tuberías.

Por último, la metodología desarrollada para el diseño de series de tuberías se expandió al caso de RDAP. Esta nueva metodología tiene en cuenta la influencia de las diferentes variables hidráulicas y topológicas en la forma de la LGH óptima y, además, se implementó de tal manera que fuera aplicable a RDAP con topografía variable, con múltiples fuentes de abastecimiento y con cualquier topología. El desempeño de la metodología propuesta fue puesto a prueba en el diseño de redes de referencia utilizadas por múltiples diseñadores a nivel mundial para evaluar sus algoritmos de diseño; en general, la metodología probó ser eficaz y eficiente al encontrar diseños cercanos al óptimo en pocas iteraciones. Cabe anotar que este estudio está enmarcado dentro del campo del análisis energético de redes de distribución de agua potable, el cual fue iniciado por Ezio Todini alrededor del año 2000.

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL

Proponer una metodología que, basada en las características hidráulicas y topológicas de un sistema de distribución de agua potable, permita obtener el diseño con mínimo costo constructivo que satisfaga las restricciones hidráulicas y comerciales impuestas. Además, mediante el desarrollo de esta metodología se pretende entender la hidráulica de los diseños óptimos, lo cual constituiría una herramienta muy útil para la comprensión y optimización de la hidráulica de redes existentes.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Recopilar y analizar la información disponible sobre metodologías para el diseño optimizado de redes de distribución de agua potable: con base en esta información se evaluará el desempeño de la metodología propuesta y se tomarán algunos elementos que permitan complementarla.
- Analizar los diseños óptimos (i.e. con mínimo costo constructivo) de múltiples series de tuberías con características topológicas e hidráulicas diferentes para encontrar patrones comunes entre las líneas de gradiente hidráulico de éstos. La información obtenida de este análisis será la base de la metodología de diseño que se desarrolle.
- Plantear una función que involucre varias características hidráulicas de la serie de tuberías (e.g. distribución de demandas, altura piezométrica total disponible, longitud de las tuberías, distancia a la fuente de agua) y analizar su relación con la presión en cada nodo de la serie.
- Desarrollar una ecuación que relacione la función hidráulica planteada y la presión en cada nodo de la serie de tuberías.
- Utilizar la ecuación desarrollada para diseñar series de tuberías y evaluar su eficacia en alcanzar diseños cercanos al óptimo.
- Implementar una metodología para extender el uso de la ecuación desarrollada al diseño de redes de distribución de agua potable. La implementación de la metodología se llevará a cabo en el software de simulación hidráulica y diseño REDES (CIACUA, 2008) y deberá hacerse de manera eficiente, de tal modo que sea fácilmente aplicable a redes de distribución grandes y con características topográficas, topológicas e hidráulicas complejas.

- Evaluar el desempeño de la metodología propuesta comparando los diseños obtenidos con ésta contra los diseños obtenidos con otras metodologías; para esto se utilizarán redes de prueba estudiadas por otros autores a nivel mundial (e.g. redes de Hanoi, Alperovits, Balerma). Además de comparar los costos de los diseños obtenidos y el número de simulaciones hidráulicas requeridas para llegar a éstos, en la evaluación del desempeño de la metodología propuesta se tendrá en cuenta la base de las diferentes metodologías y la forma en la que se lleva a cabo la exploración del espacio de búsqueda del problema del diseño de RDAP.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En este trabajo, el problema del diseño óptimo de una RDAP se define de la siguiente manera: dado un trazado de la red y unas demandas en los nodos de consumo, encontrar la combinación de diámetros de tuberías que minimice el costo constructivo del sistema, satisfaciendo las restricciones de conservación de la masa en los nodos, conservación de la energía en los circuitos y presión mínima en los nodos de consumo, y considerando que los diámetros de las tuberías solo pueden tomar los valores discretos que se encuentren disponibles en el mercado.

Matemáticamente, el objetivo del problema se puede expresar de la siguiente manera:

$$Minimizar\ (C) \qquad \textbf{Ecuación 1}$$

donde C es el costo constructivo de una RDAP, el cual incluye el valor comercial de las tuberías más su costo de instalación. El costo constructivo generalmente se puede calcular mediante una función potencial del diámetro, así:

$$C = \sum_{i=1}^{NT} a \cdot L_i \cdot D_i^b \qquad \textbf{Ecuación 2}$$

donde

NT: número de tubos que conforman la RDAP.

L_i: longitud del i-ésimo tubo de la red.

D_i: diámetro del i-ésimo tubo de la red.

a y b: parámetros que se determinan mediante regresión teniendo en cuenta el valor comercial de las tuberías de un material dado y su costo de instalación en función del diámetro. En múltiples trabajos de investigación se ha determinado que el parámetro b es el que más influye en el diseño de mínimo costo que se obtenga para una red dada; este parámetro generalmente toma valores entre 1 y 3.

En los siguientes numerales se describen las restricciones, incógnitas y ecuaciones del problema del diseño de RDAP, a partir de lo cual se puede entender mejor su complejidad.

2.2. RESTRICCIONES DEL PROBLEMA

En este estudio solo se considerarán las restricciones básicas del diseño de RDAP, que son las restricciones hidráulicas y comerciales. Sin embargo, al diseñar una RDAP se pueden tener en cuenta otras restricciones, tales como aquéllas relacionadas con la calidad del agua, la confiabilidad y el impacto ambiental del sistema. Todas estas restricciones se describen a continuación.

2.2.1. Restricciones hidráulicas

En el problema de diseño de RDAP existen 3 restricciones hidráulicas (Saldarriaga, 2007), éstas son: conservación de la masa en cada nodo, conservación de la energía en cada circuito y presión igual o superior a la mínima establecida en todos los nodos y a todas las horas del día. A continuación se explica cada una de estas restricciones.

- **Conservación de la masa en cada nodo:**

El caudal total que entra en un nodo menos el caudal que sale de él debe ser igual al caudal demandado en ese nodo:

$$\sum_{j=1}^{NT_i} Q_{ij} = Q_{Di} \qquad \textbf{Ecuación 3}$$

donde:

NT_i: número de tubos que llegan al nodo *i*.

Q_{ij}: caudal que pasa por la tuberías *ij* hacia el nodo *i* desde el nodo *j*. De acuerdo con las convenciones adoptadas en la práctica de la Ingeniería Hidráulica, este caudal se considera positivo cuando va hacia el nodo *i* y negativo cuando sale de éste.

Q_{Di}: caudal demandado en el nodo *i*.

– **Conservación de la energía en cada circuito:**

La suma de las pérdidas de energía en cualquier circuito debe ser igual a cero o a la energía suministrada por una bomba si la hubiera:

$$\sum_{j=1}^{NT'_i}\left(h_{f\,ij}+h_{m\,ij}\right)=0 \qquad \text{ó} \qquad \sum_{j=1}^{NT'_i}\left(h_{f\,ij}+h_{m\,ij}\right)=H_{Bomba} \qquad \textbf{Ecuación 4}$$

donde:

NT'_i: número de tubos del circuito *i*.

$h_{f\,ij}$: pérdida de energía por fricción en el tubo *j* del circuito *i*.

$h_{m\,ij}$: pérdidas menores de energía en el tubo *j* del circuito *i*.

Existen diferentes ecuaciones para estimar las pérdidas por fricción que tienen lugar en una tubería; las dos más utilizadas en la actualidad son la de Darcy-Weisbach y la de Hazen-Williams. La primera es una ecuación físicamente basada, lo que implica que puede ser utilizada para cualquier rango de condiciones físicas e hidráulicas y para cualquier fluido incompresible. En contraste, la ecuación de Hazen-Williams es empírica y, por tanto, su aplicación está restringida a las condiciones bajo las cuales se desarrollaron las pruebas experimentales que llevaron a su planteamiento; éstas son:

* El fuido debe ser agua a temperaturas "normales".
* El diámetro de las tuberías debe ser igual o superior a 75 mm (3 pulgadas).
* La velocidad en las tuberías debe ser inferior a 3 m/s.

Dadas las limitaciones de la ecuación de Hazen-Williams, es preferible utilizar la ecuación de Darcy-Weisbach. Estas dos ecuaciones para el cálculo de las pérdidas por fricción (h_f) se presentan a continuación.

Ecuación de Darcy-Weisbach:

$$h_f = f\frac{l}{d}\frac{\mathrm{v}^2}{2\mathrm{g}}$$ **Ecuación 5**

donde l es la longitud del tramo de tubería en el cual se pierde h_f, v es la velocidad media de flujo, d es el diámetro de la tubería, g es la aceleración de la gravedad y f es el factor de fricción de Darcy, el cual se determina mediante la ecuación de Colebrook-White:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{k_s}{3{,}7d} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$ **Ecuación 6**

donde k_s es la rugosidad absoluta de la tubería, d es el diámetro (real interno) de la tubería y Re es el número de Reynolds.

Ecuación de Hazen-Williams:

$$h_f = \frac{\omega \cdot L \cdot Q^{\alpha}}{{C_{HW}}^{\alpha} \cdot d^{\beta}}$$ **Ecuación 7**

donde ω es el factor de conversión de unidades, l es la longitud del tramo de tubería en el cual se pierde h_f, Q es el caudal que fluye por la tubería, C_{HW} es el coeficiente de rugosidad de la tubería, d es el diámetro (real interno) de la tubería y α y β son constantes (normalmente toman valores de 1,852 y 4,871. respectivamente, aunque algunos diseñadores solo toman dos cifras decimales y otros utilizan valores diferentes; estas las variaciones en las constantes α y β pueden generar diferencias significativas en los resultados obtenidos). Cuando la unidad de longitud es el pie, el factor ω toma un valor cercano a 4,727; cuando la unidad de longitud es el metro, ω toma un valor cercano a 10,667. Sin embargo, al igual que en el caso de α y β, los diseñadores utilizan diferentes valores del factor ω.

Las pérdidas menores (h_m) que tienen lugar en una tubería se determinan mediante la siguiente expresión:

$$h_m = k_m \frac{\mathrm{v}^2}{2\mathrm{g}}$$ **Ecuación 8**

donde k_m es el coeficiente de pérdidas menores.

– **Presión mínima en todos los nodos de la red:**

A lo largo del día se presentan variaciones en el consumo de agua y debe asegurarse que, en todo momento, cada uno de los nodos de la red tenga una presión igual o superior a una presión mínima dada (generalmente especificada en una norma local). Matemáticamente, esta restricción se puede expresar de la siguiente forma:

$$P_i \geq P_i^{min}$$ **Ecuación 9**

donde P_i es la presión en el nodo *i* y P_i^{min} es la presión mínima requerida en el nodo *i*.

2.2.2. Restricciones comerciales

El diámetro D_i asignado a cada tubería *i* de la RDAP sólo puede tomar los valores discretos contenidos en el conjunto de diámetros comercialmente disponibles (Φ_D):

$$D_i \in \Phi_D, \forall_i$$ **Ecuación 10**

2.2.3. Otras restricciones

Además de las restricciones hidráulicas y comerciales, que son esenciales, pueden incluirse otras restricciones al momento de diseñar una RDAP; entre las más importantes y que de manera frecuente son consideradas en el diseño se encuentran: restricciones relativas a la calidad del agua, a la confiabilidad del sistema y al impacto ambiental.

- **Restricciones relativas a la calidad del agua:**

En una RDAP no basta con llevar el agua desde la fuente de abastecimiento hasta los usuarios; se debe asegurar además que el fluido llegue con una calidad apta para el consumo humano. Las condiciones que debe reunir el agua para que sea considerada potable están fijadas en el Decreto 1575 de 2007, el cual es desarrollado mediante la Resolución 2115 del 22 de junio de 2007. Con respecto a la calidad del agua tratada que se pretende emplear para consumo humano, el Numeral C.2.4. del Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico de Colombia (RAS 2000) dice lo siguiente:

> *"El agua para consumo humano no debe contener microorganismos patógenos, ni sustancias tóxicas o nocivas para la salud. Por tanto, el agua para consumo debe cumplir los requisitos de calidad microbiológicos y fisicoquímicos exigidos en el Decreto 475 de marzo 10 de 1998, expedido por el Ministerio de Salud o en su defecto, el que lo reemplace. La calidad del agua no debe deteriorarse ni caer por debajo de los límites establecidos durante el período de tiempo para el cual se diseñó el sistema de abastecimiento".*

A partir de lo anterior se puede notar que la calidad del agua es un aspecto de gran importancia en una RDAP. Para tener una mejor calidad, existen aspectos que pueden controlarse desde el diseño mismo de la red; algunos de éstos son:

- <u>Minimizar la edad del agua o tiempo de retención en los nodos de consumo</u>: en general, a medida que el tiempo de retención del agua en el sistema aumenta, su calidad se degrada, por lo cual es deseable suministrar agua "joven" (i.e. con corto tiempo de retención) en los nodos de consumo (Committee on Public Water Supply Distribution Systems - National Research Council of the National Academies, 2006). Dado que la edad del agua tiene una relación estrecha con las características topológicas del sistema, es posible orientar el diseño de una RDAP de tal manera que se minimice este variable. Para incluir el tiempo de retención como una restricción adicional del diseño, es necesario contar con un software de simulación hidráulica que para cada posible diseño calcule la edad del agua en cada punto de la RDAP, además de calcular los caudales en las tuberías y las presiones en los nodos. La edad del agua o tiempo de retención en un punto del sistema corresponde a una mezcla de "paquetes" de agua que han viajado por caminos diferentes a lo largo

de la red hasta llegar al punto de interés; por esto, la edad del agua en un punto determinado no es un valor único, sino que es una distribución de valores. Una manera común de estimar el tiempo de retención en un punto dado es promediando los tiempos de retención de todos los paquetes de agua que llegan a dicho punto.

- Controlar las concentraciones de cloro residual libre en los nodos de consumo: uno de los métodos de desinfección más utilizados en RDAP a nivel mundial es la cloración; de acuerdo con el Numeral C.8.3.1.1. del RAS 2000, la cloración puede ser empleada para desinfectar las aguas, controlar olores y sabores y prevenir el crecimiento de algas y microorganismos. Para asegurar la eficacia de este método de desinfección sin poner en peligro la salud pública, la concentración de cloro residual libre debe mantenerse dentro de unos límites: por ejemplo, el Artículo 9 de la Resolución 2115 del Ministerio de la Protección Social y del Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial de la República de Colombia establece que el valor aceptable del cloro residual libre en cualquier punto de la red de distribución del agua para consumo humano deberá estar comprendido entre 0,3 mg/l y 2,0 mg/l. Así, en el diseño de una RDAP nueva puede incluirse una restricción adicional que consista en mantener la concentración de cloro residual libre en todos los puntos del sistema dentro de unos límites determinados dada una concentración inicial en las fuentes de abastecimiento.

- Controlar el desarrollo de biopelículas en las tuberías del sistema: las biopelículas son comunidades de microorganismos de una o varias especies (e.g. hongos, algas, protozoarios) que se encuentran rodeados por una sustancia pegajosa secretada por ellos mismos. En general, las biopelículas pueden presentarse en cualquier superficie que entre en contacto con el agua u otro medio líquido y su formación empieza cuando los microorganismos logran adherirse a la superficie y empiezan a secretar sustancias limosas que se pueden pegar a diferentes tipos de materiales (The Center for Biofilm Engineering, 2008). La presencia de biopelícula en las paredes de las tuberías de una RDAP puede generar efectos negativos, dado que ésta podría albergar organismos patógenos y podría eventualmente desprenderse, afectando las propiedades organolétpicas del agua (e.g. color, turbiedad). Para controlar la formación de biopelículas en las tuberías de las RDAP, es recomendable mantener velocidades de flujo relativamente altas en el sistema; en caso tal que las biopelículas se formen, un método efectivo para causar su desprendimiento es el lavado hidráulico (éste se lleva a

cabo mediante la operación de válvulas e hidrantes, con lo cual se busca obtener velocidades de lavado que remuevan la biopelícula). Dado que la formación de biopelículas y su remoción pueden controlarse mediante las características hidráulicas y topológicas del sistema, es posible incluir en el problema del diseño de RDAP restricciones adicionales que favorezcan el control de estas colonias de microorganismos.

– **Restricciones relativas a la confiabilidad del sistema:**

La confiabilidad es un concepto que cada vez toma más importancia en el diseño y operación de RDAP; dado que el agua es una necesidad básica para los seres humanos, es necesario asegurar un suministro continuo y seguro de ésta, lo que implica contar con sistemas muy confiables. Además, si en una RDAP se presentaran con frecuencia interrupciones en el servicio, la empresa encargada de su operación podría dejar de vender volúmenes considerables de agua, lo cual representaría una pérdida económica importante.

Existen diferentes indicadores para cuantificar la confiabilidad de una RDAP; uno de los más utilizados actualmente por los investigadores a nivel mundial es el *Índice de Resiliencia* -I_r- (Todini, 2000). El creador de este índice, Ezio Todini, lo define de la siguiente manera (Todini, 2008):

> *"La resiliencia es la capacidad intrínseca que tiene una RDAP para superar fallas repentinas y se mide como la proporción entre el excedente de potencia que es entregado a los usuarios y la máxima potencia que puede ser disipada en la red cuando se cumplen exactamente los criterios y condiciones de diseño. El índice de resiliencia proporciona una medida general de la redundancia del sistema: un mayor valor del índice de resiliencia corresponde a una mayor redundancia."*

De acuerdo con lo anterior, el I_r es un indicador de la vulnerabilidad de la red frente a la posibilidad de dejar ciertos nodos del sistema sin servicio en caso de ocurrir una falla. Este índice se fundamenta en la relación existente entre la resiliencia de un sistema y la cantidad de energía que éste disipa; a menor energía disipada, mayor será la capacidad de respuesta del mismo debido a que tiene mayor cantidad de energía disponible.

Por otro lado, Tricarico et al. (2008) definieron la confiabilidad de una RDAP como la probabilidad de que simultáneamente se satisfaga la restricción de presión mínima en todos los nodos de la red (considerando diferentes condiciones de operación, consumo y otras eventualidades).

Según sea el caso, el diseñador podrá elegir o incluso definir el indicador de confiabilidad que mejor se ajuste a sus necesidades y podrá incluirlo dentro del diseño de la RDAP. En general, la manera en la que se han incluido los indicadores de confiabilidad dentro del diseño de RDAP ha sido considerándolos como un objetivo adicional al objetivo del costo mínimo. Por ejemplo, Todini (2000) desarrolló una metodología de diseño que consiste en encontrar el frente óptimo de Pareto considerando dos objetivos: la maximización del *índice de resiliencia* y la minimización de los costos.

- **Restricciones relativas al impacto ambiental:**

El consumo de agua por parte de los seres humanos tiene, por sí mismo, un impacto ambiental importante: el agua que es consumida debe ser abstraída de cuerpos de agua, lo cual puede afectar el equilibrio de los ecosistemas. Si esta abstracción se hace de manera intensiva, superando la capacidad de producción hídrica del ecosistema circundante, se puede poner en peligro la vida de los individuos que lo habitan. Considerando los siguientes tres factores, se puede ver que la situación planteada es cada vez más preocupante: 1) el acelerado crecimiento poblacional que se ha producido en las últimas décadas, lo cual hace que incremente el consumo de agua; 2) el calentamiento global; 3) la creciente contaminación de los cuerpos de agua, lo que reduce las fuentes hídricas aptas para el consumo humano.

Si al consumo de agua se sumaran las pérdidas por fugas en el sistema, el volumen total de agua abstraído de los cuerpos hídricos aumentaría. Esto podría tener impactos ambientales graves; por ejemplo, podría llevar a una reducción importante en el caudal de los ríos o a un descenso del nivel freático superior al que se tendría si no existieran fugas (Engelhardt et al., 2000). Dado que el caudal de fugas es proporcional a la presión, se ha determinado que es posible disminuir las pérdidas de agua debidas a fugas mediante la reducción y uniformización de las presiones en los nodos del sistema (Araque y Saldarriaga, 2006). Así, otro criterio o restricción que se podría incluir dentro del diseño de una RDAP es la minimización del caudal de fugas, lo cual se puede lograr reduciendo presiones y

minimizando la desviación estándar de la variación espacial de las presiones en la red (i.e. hacer más uniformes las presiones de la RDAP).

2.3. INCÓGNITAS Y ECUACIONES DEL PROBLEMA

Como se explicó anteriormente, lo que se busca en el diseño de una RDAP es determinar el diámetro de cada una de las tuberías que conforma el sistema, a partir de lo cual se puede conocer la presión en cada nodo y el caudal en cada tubería. Así pues, las incógnitas que se tienen son: diámetro y caudal de cada tubería y presión en cada nodo. Si *NT* corresponde al número de tuberías del sistema y *NU* al número de uniones o nodos, el total de incógnitas es: *NT + NT + NU*.

En cuanto a las ecuaciones disponibles, se tiene que por cada circuito se puede plantear una ecuación de conservación de energía como la Ecuación 4; si en ésta se sustituye la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 5) para el cálculo de las pérdidas por fricción y la expresión de las pérdidas menores (Ecuación 8) como función de la altura de velocidad, se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{j=1}^{NT'_i} \frac{Q_{ij}^2}{2gA_{ij}^2}\left(\sum k_{m\,ij} + f_{ij}\frac{l_{ij}}{d_{ij}}\right) = 0 \qquad \textbf{Ecuación 11}$$

donde:

NT'_i: número de tubos del circuito *i*.

Q_{ij}: caudal que fluye por el tubo *j* del circuito *i*.

A_{ij}: área transversal interna del tubo *j* del circuito *i*.

$k_{m\,ij}$: coeficiente de pérdidas menores del tubo *j* del circuito *i*.

f_{ij}: factor de fricción del tubo *j* del circuito *i*.

l_{ij}: longitud del tubo *j* del circuito *i*.

d_{ij}: diámetro del tubo *j* del circuito *i*.

La Ecuación 11 es no lineal y se conoce como ecuación de caudal; en una RDAP se tienen *NC* ecuaciones de este tipo, donde *NC* corresponde al número de circuitos cerrados que hay en el sistema.

Por otra parte, en cada nodo se puede plantear la ecuación de conservación de la masa (Ecuación 3); si para cada uno de los caudales Q_{ij} involucrados en esta ecuación se plantea la ecuación de conservación de la energía entre sus nodos inicial y final (i.e. nodos *i* y *j*), incluyendo las pérdidas por fricción (calculadas con la ecuación de Darcy-Weisbach) y las pérdidas menores, es posible despejar el caudal y obtener la siguiente expresión:

$$Q_{ij} = \sqrt{2g}A_{ij}\frac{H_j - H_i}{\left(\sum k_{m_{ij}} + f_{ij}\frac{l_{ij}}{d_{ij}}\right)^{1/2}}\left(\left|H_j - H_i\right|\right)^{-1/2}$$ **Ecuación 12**

Las ecuaciones de este tipo son también no lineales y se conocen como ecuaciones de altura piezométrica; en una RDAP se tienen (*NU – 1*) ecuaciones de éstas, siendo necesario conocer la altura piezométrica de algún nodo de la red (generalmente se conoce la altura del embalse o fuente de abastecimiento) para solucionar este conjunto de ecuaciones.

Finalmente, se tiene un total de *NC* + (*NU – 1*) ecuaciones disponibles. Además, es fácil demostrar que, para cualquier RDAP, este número de ecuaciones es igual al número de tubos (*NT*) que la conforman, es decir: *NC + (NU - 1) = NT*.

Se puede ver que el número de incógnitas (*2NT + NU*) excede en más del doble al número de ecuaciones disponibles (*NT*).

2.4. COMPLEJIDAD DEL PROBLEMA

Teniendo en cuenta que:

(a) el número de incógnitas excede en más del doble al número de ecuaciones disponibles,

(b) la relación entre las pérdidas de energía que tienen lugar en una tubería y el caudal que fluye por éstas es no lineal (Ecuaciones 11 y 12),

(c) las variables de decisión del problema (i.e. los diámetros de las tuberías) sólo pueden tomar valores discretos (Ecuación 10),

se puede concluir que el diseño de una RDAP nueva es un problema bastante complejo que ha sido definido como un problema combinatorio NP-DURO (Yates et al. 1984), lo que quiere decir que no se conoce un método *determinístico* para solucionarlo en un tiempo *polinomial*[1]. Por esto, el diseño optimizado de RDAP no puede ser tratado de forma convencional, sino que su solución requiere de metodologías especiales que, en un tiempo computacional razonable, permitan obtener la configuración de mínimo costo que satisfaga las restricciones hidráulicas, comerciales y otras adicionales que el diseñador desee establecer.

[1] Un algoritmo de tiempo polinomial es aquél cuyo tiempo de ejecución (el número de operaciones de bits elementales hechas en una cadena de entrada de longitud N) está acotado por un polinomio p(N) (Villalba, 2004).

3. APROXIMACIONES AL PROBLEMA DEL DISEÑO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

3.1. APROXIMACIÓN TRADICIONAL AL PROBLEMA DEL DISEÑO DE RDAP

Tradicionalmente y de manera especial en países en desarrollo, el problema del diseño de RDAP se ha resuelto por ensayo y error, orientado por la experiencia del diseñador y por reglas locales establecidas por los organismos encargados del manejo del agua potable. Generalmente, estas reglas locales establecen los diámetros mínimos que deben utilizarse según se trate de líneas primarias, secundarias o de distribución; el espaciamiento máximo entre los cruces de tuberías; velocidades máximas; longitudes máximas de tuberías dependiendo de si éstas terminan en un punto ciego o si se encuentran conectadas en los dos extremos; entre otros aspectos.

Lo que comúnmente hacen los diseñadores es determinar el trazado o distribución geométrica de la red, desagregar los caudales en las diferentes subáreas de la ciudad y concentrar estos caudales desagregados en los nodos del sistema. Una vez se han definido las demandas de caudal y la topología de la red (excepto los diámetros de las tuberías), el diseñador asigna a cada tubería un diámetro inicial según los criterios contenidos en las normas locales y, utilizando un motor de cálculo hidráulico (e.g. EPANET), calcula los caudales resultantes en cada tubo y las presiones en cada nodo para la configuración de diámetros inicialmente seleccionada. Posteriormente, el diseñador compara las velocidades y presiones obtenidas con las establecidas en la norma y va ajustando los diámetros de las tuberías hasta obtener una solución que satisfaga los criterios de velocidad y presión señalados en la norma. De este modo se obtienen diseños funcionales que logran llevar el agua desde la fuente de abastecimiento hasta los usuarios, pero que se alejan considerablemente del diseño de mínimo costo. Un punto de la metodología tradicional de diseño de RDAP que vale la pena resaltar corresponde a las velocidades máximas admisibles en las tuberías; en la actualidad, se cuenta con materiales muy resistentes y con métodos de análisis y herramientas computacionales que permiten conocer las sobrepresiones que un fenómeno transiente (e.g. golpe de ariete) puede generar en los diferentes puntos de la red, de tal modo que se puede determinar si las tuberías pueden o no soportar los esfuerzos a los que van a estar sometidas. Es por esto que limitar las velocidades en las tuberías no es justificable y, en cambio, sí es una de las principales causas para tener tuberías con grandes diámetros en

la red, lo cual eleva considerablemente los costos y puede generar problemas de calidad del agua debido al mayor tiempo de retención del fluido en el sistema.

A partir de los puntos expuestos, se puede concluir que la aproximación tradicional al problema del diseño de RDAP lleva a configuraciones hidráulicamente ineficientes y bastante alejadas del diseño de costo mínimo. Teniendo en cuenta que los recursos disponibles para la construcción y operación de RDAP son limitados, se hace evidente la necesidad de abandonar las metodologías de diseño tradicionales y adoptar metodologías modernas que optimicen el problema y permitan obtener diseños eficientes y de mínimo costo. Si además de encontrar diseños óptimos, las metodologías permitieran comprender la hidráulica de dichos diseños, se tendría una herramienta supremamente útil para el análisis y la optimización de redes existentes.

3.2. METODOLOGÍAS DE DISEÑO OPTIMIZADO DESARROLLADAS RECIENTEMENTE A NIVEL MUNDIAL

El problema del diseño optimizado de RDAP ha despertado el interés de muchos investigadores alrededor del mundo en las últimas décadas, llevando al desarrollo de diferentes metodologías para solucionarlo. La mayoría de estas metodologías parten de una solución inicial y utilizan técnicas determinísticas de búsqueda para pasar de una solución a otra hasta que no se logre una reducción adicional en el costo de la red. A continuación se describen algunas de las metodologías de diseño optimizado más estudiadas y aplicadas en los últimos años a nivel mundial; como se verá, éstas se basan en la simulación de fenómenos naturales o artificiales y no en las características hidráulicas del sistema para encontrar el diseño de costo mínimo.

3.2.1. Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AG) son un método de búsqueda aleatoria utilizado para resolver problemas de optimización. Aunque por ser aleatorios los AG no garantizan encontrar el mínimo global, su aplicación al problema del diseño óptimo de RDAP ha sido exitosa, logrando encontrar diseños de bajo costo después de un número razonable de generaciones.

Los AG son un tipo particular de algoritmos evolutivos, los cuales utilizan técnicas inspiradas en la evolución biológica de las especies, tales como herencia, mutación, recombinación genética y selección natural. Estos algoritmos son implementados de tal manera que la población de individuos que constituyen las posibles soluciones al problema evolucione hacia mejores soluciones. En el caso del diseño de RDAP, cualquier individuo *i* tiene especificado el diámetro de cada una de sus NT tuberías, los cuales pueden almacenarse en un vector de valores discretos NT; este vector representa el genotipo de la red bajo diseño (Saldarriaga, 2007). El fenotipo de cada individuo corresponde a la presión en cada una de las NU uniones de la red, la cual se determina utilizando un motor de cálculo hidráulico y se codifica en un vector NU. Habitualmente, la primera generación de individuos se genera de manera aleatoria y a partir de ésta se producen sucesivamente nuevas generaciones mediante las técnicas de evolución mencionadas. En cada generación se evalúa el desempeño o aptitud de cada uno de los individuos que la conforman; esto se hace mediante una función de costos similar a la Ecuación 2. Dado que lo que se busca en el diseño de RDAP es minimizar el costo del sistema, los individuos más aptos serán los de menor costo. Al evaluar el desempeño de los individuos de cada generación, se seleccionan los individuos más aptos y éstos son comparados con los mejores individuos de generaciones pasadas para elegir los "nuevos mejores individuos". Adicionalmente, con base en la aptitud o desempeño de los individuos de cada generación, algunos de ellos son seleccionados de manera estocástica y son modificados (mediante operadores como mutación y recombinación) para dar origen a una nueva generación. En general, siguiendo la teoría de la selección natural, los individuos más aptos son los que tienen mayor probabilidad de reproducirse y de pasar sus genes a generaciones siguientes; sin embargo, para evitar quedar atrapado en un mínimo local, es necesario introducir cierta variación en el genotipo de las generaciones siguientes. Este procedimiento se repite para cada generación y la solución al problema está dada por los mejores individuos de entre todas las generaciones. Usualmente, el algoritmo termina cuando se alcanza un número dado de generaciones; cuando se ha alcanzado un nivel de aptitud o costo determinado; o cuando se deja observar mejoría en generaciones siguientes.

Cabe anotar que los AG no manejan de manera independiente las restricciones hidráulicas del problema, pero éstas pueden tenerse en cuenta incluyendo un término de penalización en la función de costos (Goldberg, 1989), el cual aumente el costo de un individuo particular cuando se viole la restricción de

mínima presión en los nodos. De este modo, cuando un posible diseño no satisfaga las restricciones hidráulicas del problema, el término de penalización hará que su costo sea muy elevado, convirtiéndolo en un individuo poco apto que seguramente quedará por fuera del espacio factible de solución.

La eficiencia y eficacia de los AG depende de múltiples parámetros, entre los que se encuentra la forma de codificación utilizada. Tradicionalmente, las soluciones de los AG son representadas mediante cadenas binarias de 0s y 1s, aunque es posible utilizar otras formas de codificación. Por ejemplo, Dandy et al. (1996) y Savic y Walters (1997) encontraron que la codificación gris (*gray coding*) resulta mejor que la codificación binaria. En 2000, Vairavamoorthy y Ali propusieron utilizar una "cadena real codificada" (*real coded string*), la cual no requiere ser codificada y decodificada, logrando así una reducción en el tiempo computacional. También con el propósito de mejorar la eficiencia y eficacia de los AG, se han propuesto modificaciones a las funciones de costos y penalización y al proceso de selección (e.g. Savic y Walters, 1997); a los operadores de mutación y recombinación (e.g. Goldberg, 1989; Villalba, 2004); reducciones del espacio de búsqueda (e.g. Kadu et al., 2008), entre otras tácticas.

3.2.2. Búsqueda de armonía (Harmony search)

La búsqueda de armonía imita el proceso de improvisación de los músicos (especialmente la improvisación en el jazz) con el propósito de encontrar la mejor solución a un problema de optimización; en este caso, el propósito es encontrar el diseño de mínimo costo. En el proceso de improvisación, cada músico toca una nota buscando obtener un perfecto estado de armonía conjunta (armonía fantástica). De manera análoga, en el caso del diseño de RDAP se busca el conjunto de diámetros que permita obtener la mejor solución conjunta, es decir, que minimice una función de costos determinada.

De la misma manera en la que en el jazz el estado de "armonía fantástica" se determina mediante una apreciación estética, en el diseño de RDAP el mejor estado u óptimo global se determina mediante la evaluación de una función de costos. La apreciación estética está dada por el conjunto de tonos tocados por cada instrumento; análogamente, la evaluación de la función de costos está dada por el conjunto de valores asignados a las variables de decisión (i.e. a los diámetros de las tubería). En la improvisación musical, la calidad de la armonía se mejora ensayo tras ensayo, de la misma forma en que la calidad de la solución al problema del diseño se mejora iteración tras iteración. Para ilustrar este proceso, se puede

analizar el siguiente ejemplo (Geem, 2006): se tiene un trío de jazz compuesto por un saxofón, un bajo y una guitarra. En la memoria de cada músico existe un cierto número de tonos preferidos: saxofonista {Do, Mi, Sol}, bajista {Si, Sol, Re} y guitarrista {La, Fa, Do}. Si el saxofonista toca un Sol, el bajista un Si y el guitarrista un Do, juntos conforman una nueva armonía {Sol, Si, Do}, la cual corresponde al acorde C_7. Si esta nueva armonía es mejor que la peor armonía que tenían los músicos en su memoria, la nueva armonía es incluida en sus memorias y la peor es eliminada. Este procedimiento se repite hasta encontrar la armonía perfecta.

Los parámetros del algoritmo de búsqueda de armonía son: tamaño de la memoria, tasa de selección de la memoria, tasa de ajuste de los tonos y ancho de banda o magnitud del cambio que se debe llevar a cabo para hacer un ajuste de tono. A medida que la búsqueda avanza, es posible variar los parámetros del algoritmo para obtener mejores resultados.

En 2006, Geem utilizó el algoritmo de búsqueda de armonía para encontrar el diseño óptimo de cinco RDAP y obtuvo soluciones de igual o menor costo que las obtenidas mediante otros algoritmos metaheurísticos como los AG, el recocido simulado y la búsqueda tabú. Posteriormente, en 2009, Geem fusionó la técnica de búsqueda de armonía con otra técnica llamada enjambre de partículas; con esta combinación logró encontrar diseños de mínimo costo en muy pocas iteraciones.

3.2.3. Recocido simulado (Simulated annealing)

El recocido simulado es un algoritmo para la optimización de problemas cuyo espacio de búsqueda es muy grande. En general, este algoritmo se aplica cuando el conjunto de posibles soluciones está conformado por variables discretas, es decir, cuando se presentan problemas combinatorios, como es el caso del diseño de RDAP.

El nombre y la estructura de este algoritmo están basados en la técnica de recocido que se utiliza en metalurgia, la cual consiste en calentar y enfriar de manera controlada un material con el propósito de incrementar el tamaño de sus cristales y reducir sus defectos. Al calentar el material, sus átomos son "liberados" de su posición inicial y adquieren movilidad, lo que les permite alcanzar diferentes estados. Si el material se enfría de manera apropiada, sus átomos alcanzarán el estado de mínima energía, lo cual

corresponde a una estructura cristalina ordenada (Cunha y Sousa, 1999). Hace aproximadamente 25 años, el algoritmo del recocido simulado fue utilizado con éxito por Kirkpatrick, Gellatt y Vecchi (1983) y por Černý (1985) para la solución del típico problema de optimización combinatoria denominado "el problema del vendedor viajero" y desde entonces se ha aplicado de manera exitosa a la solución de múltiples problemas de optimización en ingeniería. Este método es la adaptación del algoritmo Metropolis-Hastings desarrollado por N. Metropolis en 1953.

De manera análoga al proceso físico del recocido, en cada paso del algoritmo la solución actual es reemplazada por una nueva solución; esta última es elegida en la vecindad de la configuración actual de manera aleatoria o con una probabilidad de escogencia que depende de los valores que conforman la actual solución y de un parámetro global T (temperatura) que es disminuido gradualmente durante el proceso. En cada iteración, la nueva configuración es evaluada para determinar si se acepta o no; si es aceptada, se convierte en el punto de partida de la siguiente iteración, de lo contrario, la configuración inicial será nuevamente el punto de partida. Cuando el parámetro T toma valores grandes, la selección de la nueva configuración es casi aleatoria; a medida que T disminuye la selección es más "dirigida". Eventualmente, el algoritmo permite incrementar el valor de T con el propósito no quedar atrapado en mínimos locales. Si durante el proceso completo el valor del parámetro T se disminuye a la tasa apropiada, el sistema tenderá a converger a la configuración **global** de mínimo costo.

En 1999, Cunha y Sousa aplicaron por primera vez la técnica de recocido simulado al diseño de RDAP; al comparar los diseños obtenidos con los encontrados por otros autores mediante diferentes metodologías de optimización, probaron la utilidad de esta técnica para la optimización del diseño de RDAP. En años recientes, otros autores (e.g. Tospornsampan et al., 2007a; Reca et al., 2007) han aplicado con éxito la técnica del recocido simulado al diseño optimizado de RDAP.

3.2.4. Búsqueda tabú (Tabu search)

La búsqueda tabú es una técnica heurística que puede utilizarse para la solución de problemas de optimización combinatoria. Ésta fue desarrollada por Fred Glover en 1997 y se basa en el proceso de memoria humana y en la exploración de la vecindad de la solución posible x que se esté analizando en un momento determinado para moverse iterativamente desde esta solución hacia una solución x' que se

encuentra en la vecindad de *x*. Al implementar el algoritmo, es necesario crear un mecanismo especial para explorar la vecindad de la solución actual; este mecanismo define los movimientos que se realizan en cada iteración. En este algoritmo, la estructura de memoria denominada "lista tabú" es utilizada para evitar visitar de manera repetida soluciones que han sido analizadas previamente. La lista tabú es una memoria de corto plazo que contiene las soluciones que han sido visitadas en el pasado reciente (hace menos de *n* iteraciones, donde *n* es el número de soluciones previas almacenadas en la memoria); así, cuando el proceso de búsqueda trata de ir hacia soluciones recientemente visitadas, el movimiento es prohibido y se denomina "movimiento tabú". De acuerdo con el valor del parámetro *n*, los movimientos tabú permanecerán por más o menos tiempo (i.e. más o menos número de iteraciones) en la lista tabú. Por otro lado, existe una variación de la lista tabú que prohíbe soluciones que contengan ciertos atributos; así, algunos atributos de las soluciones recientemente visitadas son marcados como "tabú-activos" y las posibles soluciones que contengan elementos de este tipo ganarán el estado de tabú. Cuando sólo unos atributos son marcados como tabú-activos, generalmente son varias las soluciones que resultan marcadas como tabú, lo que lleva a su exclusión de la búsqueda. Sin embargo, puede ocurrir que algunas de las soluciones marcadas como tabú (debido a los atributos tabú-activos) sean de excelente calidad; para superar este problema se utilizan los "criterios de aspiración", los cuales permiten, en casos particulares, modificar el estado de tabú de una solución admitiendo así su inclusión en el conjunto de soluciones permitidas.

En 2004, Cunha y Ribeiro aplicaron la búsqueda tabú al diseño de algunas RDAP de prueba que son utilizadas a nivel mundial y cuyos diseños optimizados son reportados en la literatura; los resultados demostraron que el algoritmo de búsqueda tabú es útil para resolver el problema del diseño optimizado de RDAP. Posteriormente, Tospornsampan et al (2007) y Reca et al. (2007) aplicaron de nuevo la búsqueda tabú al problema mencionado.

3.3. CRITERIO GEOMÉTRICO DE DISEÑO PROPUESTO POR I PAI WU

En 1975, el ingeniero I-pai Wu desarrolló un criterio para el diseño de sistemas de riego a presión, el cual ha probado ser útil para obtener el diseño de costo mínimo de tuberías en serie con distribución uniforme de las demandas.

Este criterio se basa en determinar la forma de la línea de gradiente hidráulico (LGH) óptima; es decir, la LGH correspondiente al diseño de mínimo costo. Si en una serie de tuberías se conoce de antemano la forma de la LGH óptima, es posible determinar las pérdidas de energía que se deberían producir en cada tramo para tener el diseño de mínimo costo. Conociendo el caudal (el cual se puede determinar con facilidad en una serie de tuberías) y las pérdidas ideales en cada tramo, se puede estimar el diámetro requerido utilizando una ecuación de resistencia como la de Hazen-Williams o la de Darcy-Weisbach; así, el problema del diseño de series de tuberías se convierte en un conjunto de diseños de tuberías simples.

Con el propósito de encontrar la forma de la LGH óptima, I-pai Wu analizó series de tuberías con demandas uniformes (igualmente espaciadas y de igual magnitud) y con topografía variada (que incluyen pendientes ascendentes y descendentes, tanto uniformes como no uniformes); en estas series Wu probó 15 patrones de LGH diferentes. Además, utilizó una ecuación potencial de costos como la Ecuación 2 y llevó a cabo múltiples simulaciones para valores del exponente de costos *b* entre 1 y 3.

A partir de los resultados obtenidos, Wu determinó que la serie de tuberías de menor costo (considerando solo costos de materiales y construcción) corresponde a aquella cuya LGH forma una curva cóncava hacia arriba que se encuentra un poco por debajo de la línea recta que une las alturas de energía total al inicio (Punto A de la Figura 1) y al final (Punto B de la Figura 1) de la serie de tuberías. De manera más exacta, Wu estableció que la LGH óptima tiene, en la sección media de la serie de tuberías, una flecha del 15% de ΔH con respecto a la línea recta (línea AB de la Figura 1) previamente descrita, donde ΔH corresponde a la altura total disponible ($\Delta H = LGH_{fuente}$ - $LGH_{al\ final\ de\ la\ serie}$). Esto se ilustra en la Figura 1.

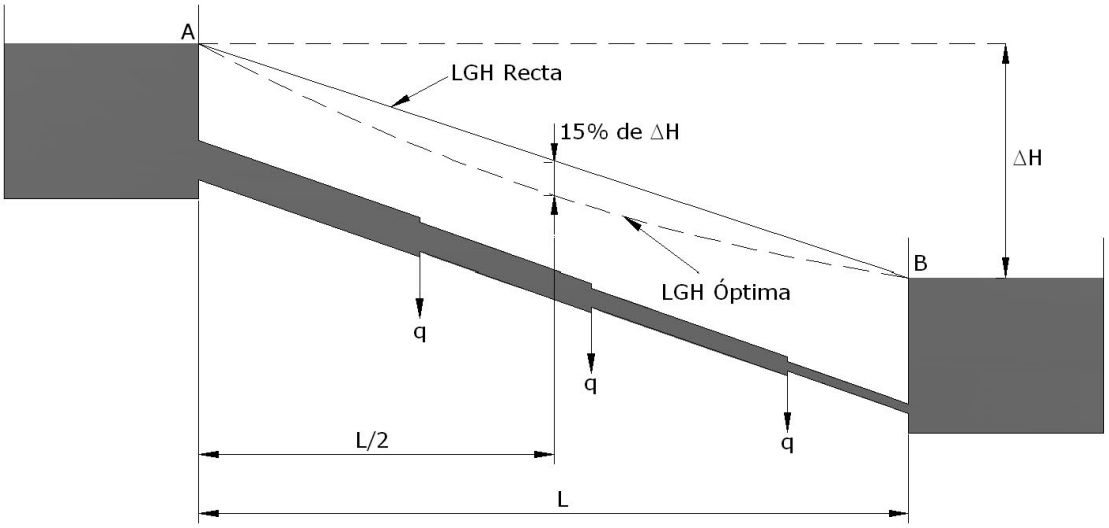


Figura 1. Criterio de I-pai Wu.

Por otra parte, I-pai Wu demostró que si se utilizara una LGH recta para diseñar (línea AB de la Figura 1), solo se produciría un incremento de 2,5% o menos en los costos con respecto al diseño óptimo. Asimismo, Wu descubrió que todas las LGH que estuvieran por encima de la LGH recta llevarían a diseños más costosos que los correspondientes a la configuración que genere una LGH recta.

Cabe anotar que los diámetros obtenidos al aplicar el criterio de I-pai Wu son diámetros continuos y es necesario aproximarlos a un diámetro comercial, con lo cual los costos iniciales de materiales y construcción podrían variar.

Se puede entonces observar que, a diferencia de las metodologías de diseño descritas en el Numeral 3.2, el criterio de I-pai Wu se basa en características geométricas e hidráulicas del sistema para encontrar el diseño óptimo. Sin embargo, este criterio tiene la limitación de <u>sólo ser aplicable al diseño de tuberías en serie con demandas aproximadamente uniformes</u>.

3.4. APLICACIÓN DEL CRITERIO DE I PAI WU AL CASO DE RDAP

3.4.1. Criterio de Featherstone (1983)[2]

En 1983, el profesor Ronald Featherstone, de la Universidad de Newcastle upon Tyne, propuso extender el criterio de I-pai Wu al caso de RDAP; con base en esta idea, estableció la metodología que se describe a continuación para alcanzar el diseño óptimo de RDAP.

El procedimiento planteado por Featherstone consiste en calcular unas alturas piezométricas ideales en cada uno de los nodos de la red. Para esto se establece un plano inclinado de presiones cuyo punto más alto corresponde al tanque de abastecimiento o estación de bombeo y su punto más bajo es la altura piezométrica del nodo más alejado del tanque (que debe tener la altura piezométrica mínima); así, al conocer la forma del plano, se procede a calcular la altura piezométrica ideal en cada nodo, de tal modo que ésta quede ubicada sobre el plano inclinado descrito previamente (Saldarriaga, 2001). Este concepto se ilustra en la Figura 2.

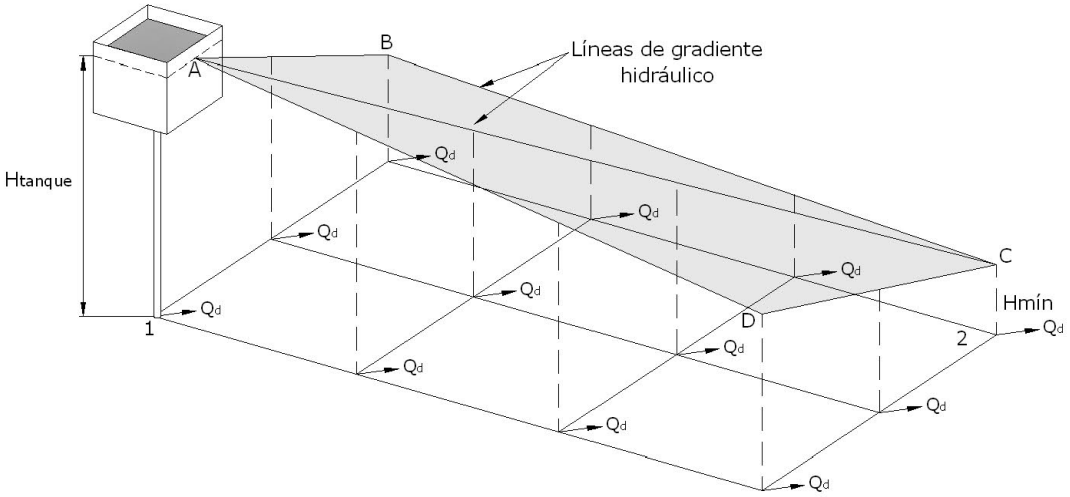


Figura 2. Criterio de diseño de Ronald Featherstone.

[2] Tomado de:
Saldarriaga, J. G., 2007. *Hidráulica de Tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos*. Editorial Alfaomega. Bogotá, Colombia.
Villalba, G., 2004. *Algoritmos de optimización combinatoria aplicados al diseño de redes de distribución de agua potable*. Tesis de magíster. Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

En la Figura 2 los planos ABC y ADC deben formar parte de un mismo plano general; las líneas punteadas corresponden a las alturas piezométricas de cada uno de los nodos de la red; el punto 2 corresponde al nodo más alejado y, por lo tanto, al de mínima presión; y el punto 1 corresponde al tanque de abastecimiento.

En general, el criterio de Featherstone funciona bien en redes planas, cuadriculadas y con un solo tanque de abastecimiento y puede presentar problemas cuando la topografía es variada, la topología compleja, cuando aumenta el número de tanques de abastecimiento o cuando existen bombeos directos a la red.

3.4.2. Superficie Óptima de Presiones (Villalba, 2004)[3]

El método de diseño por Superficie Óptima de Presiones (SOP) fue desarrollado por Germán Villalba en 2004 como su tesis de Maestría en Ingeniería de Sistemas de la Universidad de los Andes.

Esta metodología es una extensión del criterio de I-pai Wu al caso de RDAP; además, dado que es aplicable a redes de distribución con cualquier topología y topografía, constituye una mejora al método propuesto por Featherstone.

La idea central de la metodología SOP es suponer que existe una superficie ideal de presiones conformada por una serie de puntos (X, Y, h), en donde X y Y representan las coordenadas planas de cada nodo de la red y h representa la altura piezométrica en éstos; con estas alturas ideales en los nodos de la red se pretende obtener una configuración de diámetros que tenga un costo muy cercano al mínimo.

Para calcular la superficie óptima de alturas piezométricas es necesario definir cuatro elementos: 1) la LGH en cada una de las fuentes de abastecimiento de la red; 2) la presión mínima requerida en los nodos; 3) la distancia de cada nodo de consumo a las fuentes de abastecimiento; 4) una ecuación que

[3] Tomado de:
Saldarriaga, J. G., 2007. *Hidráulica de Tuberías*. Editorial Alfaomega. Bogotá, Colombia.
Villalba, G., 2004. *Algoritmos de optimización combinatoria aplicados al diseño de redes de distribución de agua potable*. Tesis de magíster. Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

modele la caída de la altura piezométrica de nodo a nodo (partiendo de la fuente de abastecimiento hasta llegar al nodo más alejado). Los dos primeros elementos se pueden conocer con facilidad: la LGH de las fuentes de abastecimiento está dada por su localización con respecto a la red y por las reglas de operación del sistema, en tanto que la presión mínima requerida en los nodos está normalmente fijada en una norma local. En contraste, existen diferentes formas de calcular la distancia de los nodos de consumo a las fuentes de abastecimiento y de modelar la caída de la altura piezométrica; éstas se describen en los siguientes numerales. Más adelante, en el Numeral 3.4.2.3, se enumeran y explican los pasos que conforman la metodología SOP.

3.4.2.1. Cálculo de las distancias a las fuentes

La distancia entre un nodo cualquiera de la red con coordenadas (X, Y, Z), donde Z corresponde a la cota física del nodo, y una de las fuentes de abastecimiento del sistema se puede calcular de tres maneras:

- **Distancia euclídea 2D:**

La distancia euclídea en dos dimensiones corresponde a la distancia entre dos puntos considerando solamente sus coordenadas planas *X* y *Y*. La ecuación utilizada para calcular la distancia euclídea 2D entre un nodo *i* con coordenadas (x_i, y_i) y la fuente con coordenadas (x_0, y_0) es la siguiente:

$$Dist.\ Euclídea\ 2D = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$$ **Ecuación 13**

- **Distancia euclídea 3D:**

La distancia euclídea en tres dimensiones corresponde a la distancia entre dos puntos teniendo en cuenta sus coordenadas *X*, *Y* y *Z*. La ecuación utilizada para calcular la distancia euclídea 3D entre un nodo *i* con coordenadas (x_i, y_i, z_i) y la fuente con coordenadas (x_0, y_0, z_0) es la siguiente:

$$Dist.\ Euclídea\ 3D = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}$$ **Ecuación 14**

– **Distancia topológica:**

La distancia topológica entre dos puntos de una RDAP corresponde a la mínima distancia o recorrido para llegar de un punto al otro a través de las tuberías del sistema; esta distancia depende entonces de la topología de la red y del sentido de flujo en las tuberías, el cual determina la ruta que sigue el agua para llegar a un punto determinado del sistema. Para calcular la distancia topológica no es suficiente una ecuación, sino que es necesario implementar un algoritmo que determine la distancia mínima entre dos vértices de un grafo; en este caso, un vértice sería la fuente y el otro el nodo *i*.

Para el cálculo de la Superficie Óptima de Presiones se debe utilizar la distancia topológica, dado que es la distancia que representa el recorrido real del agua en la red y, por lo tanto, es proporcional a las pérdidas de energía en la misma.

3.4.2.2. Ecuaciones para modelar la caída de la altura piezométrica ideal de nodo a nodo

En su tesis, Germán Villalba probó diferentes ecuaciones que permiten determinar la superficie óptima de presiones para una red con una o varias fuentes de abastecimiento. La aplicación de estas ecuaciones parte de las siguientes tres premisas:

1. Se conoce la LGH ideal máxima, la cual corresponde a la fuente de abastecimiento con mayor LGH:

$$LGHideal_{máx} = AP_0 \qquad \textbf{Ecuación 15}$$

   en donde AP_0 es la altura piezométrica de la fuente.

2. Se puede determinar la LGH ideal mínima; ésta se presenta en el punto topológicamente más alejado de la fuente y es igual a la elevación máxima de los nodos de la red ($Z_{máx} = Max(Z)$) más la presión mínima de diseño:

$$LGHideal_{mín} = Z_{máx} + P_{mín} \qquad \textbf{Ecuación 16}$$

3. La LGH en el nodo *i* debe ser un valor entre la LGH ideal mínima y la LGH ideal máxima:

$$LGHideal_{máx} = f(0)$$

$$LGHideal_i = f(distancia_i)$$

Ecuación 17

$$LGHideal_{mín} = f(distancia_{máx})$$

$$LGHideal_{mín} < LGHideal_i < LGHideal_{máx}$$

donde $f(distancia)$ es una ecuación que relaciona la LGH ideal con la distancia entre la fuente y los nodos; $distancia_i$ es la distancia entre la fuente y el nodo i; y $distancia_{máx}$ es la distancia entre la fuente y el nodo más alejado.

La ecuación que tiene como argumento la distancia puede ser cualquier tipo de ecuación que tienda a producir una superficie decreciente entre la altura piezométrica de las fuentes y la altura piezométrica mínima en el nodo más alejado de las fuentes desde el punto de vista topológico.

A continuación se presentan algunas de las ecuaciones probadas por Villalba para modelar la caída de altura piezométrica.

- **Ecuación lineal:**

Esta ecuación modela una relación lineal entre la LGH ideal y la distancia entre los nodos y las fuentes. La ecuación es:

$$LGHideal_i = \left(\frac{LGHideal_{mín} - LGHideal_{máx}}{distancia_{máx}}\right) * distancia_i + LGHideal_{máx}$$ **Ecuación 18**

La superficie objetivo de presiones obtenida con esta ecuación se muestra en la Figura 3.

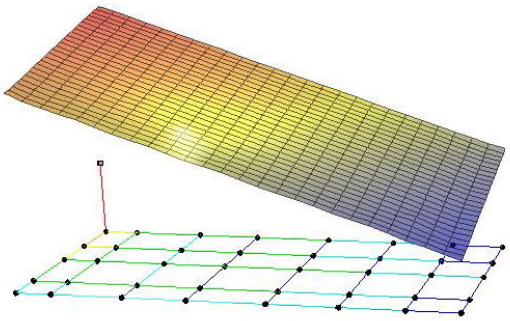


Figura 3. Superficie óptima de presiones calculada con la ecuación lineal.

Fuente: Programa REDES (CIACUA, 2004).

- **Ecuación cuadrática:**

Esta ecuación establece una relación cuadrática entre la LGH ideal y la distancia entre los nodos y las fuentes. La ecuación es:

$$LGHideal_i = A * distancia_i{}^2 + B * distancia_i + C \qquad \textbf{Ecuación 19}$$

donde:

$$A = 4 \cdot F \frac{LGHideal_{máx} - LGHideal_{mín}}{distancia_{máx}{}^2}$$

$$B = -(1 + 4 \cdot F) * A * distancia_{máx}$$

$$C = LGHideal_{máx}$$

donde *F* es la magnitud de la flecha en el centro de la red en relación con la altura piezométrica total disponible.

Se puede ver que el valor de estos coeficientes depende de las características particulares de cada serie Esta ecuación es la que más se asemeja al criterio de I-pai Wu, especialmente si se adopta una flecha del 15% de la altura piezométrica total disponible en el centro de la red con respecto a un plano inclinado trazado entre la LGH de la fuente de abastecimiento y la LGH del nodo topológicamente más alejado. La

superficie objetivo de presiones obtenida con esta ecuación, utilizando una flecha del 15% de la altura piezométrica total disponible, se muestra en la Figura 4.

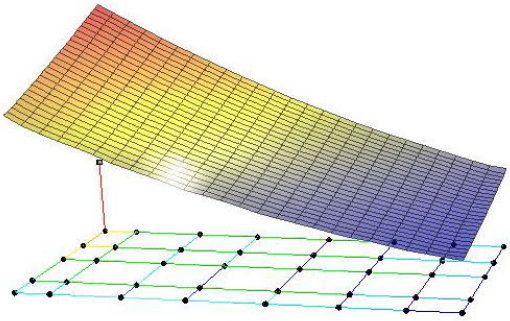


Figura 4. Superficie óptima de presiones calculada con la ecuación cuadrática.

Fuente: Programa REDES (CIACUA, 2004).

- **Ecuación catenaria:**

Esta ecuación establece la relación entre la LGH ideal y la distancia entre los nodos y las fuentes mediante una curva catenaria descrita por la siguiente ecuación:

$$LGHideal_i = LGHideal_{mín} * \cosh\left(\frac{distancia_{máx} - distancia_i}{\alpha}\right) \qquad \textbf{Ecuación 20}$$

donde:

$$\propto = \frac{distancia_{máx}}{\cosh^{-1}\left(\frac{LGHideal_{máx}}{LGHideal_{mín}}\right)}$$

La superficie objetivo de presiones obtenida con esta ecuación se muestra en la Figura 5.

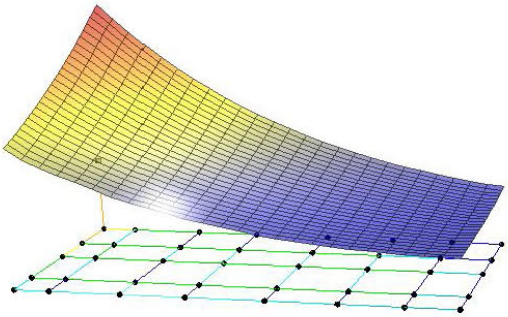


Figura 5. Superficie óptima de presiones calculada con la ecuación catenaria.

Fuente: Programa REDES (CIACUA, 2004).

- **Ecuación recíproca:**

Esta ecuación modela la relación entre la LGH ideal y la distancia entre los nodos y las fuentes como una curva recíproca descrita por la siguiente ecuación:

$$LGHideal_i = \frac{1}{\propto * distancia_i + \beta} \qquad \textbf{Ecuación 21}$$

donde:

$$\propto = \left(\frac{1}{LGHideal_{mín} - \beta}\right) * \left(\frac{1}{distancia_{máx}}\right)$$

$$\beta = \left(\frac{1}{LGHideal_{máx}}\right)$$

La superficie objetivo de presiones obtenida con esta ecuación se muestra en la Figura 6.

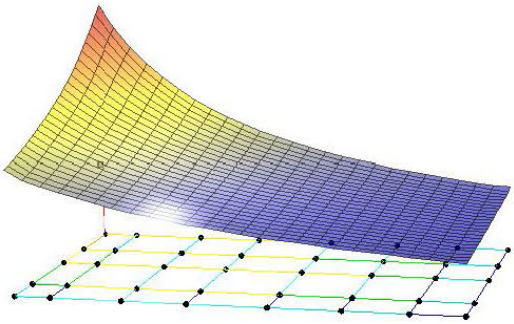


Figura 6. Superficie óptima de presiones calculada con la ecuación recíproca.

Fuente: Programa REDES (CIACUA, 2004).

En su tesis, Villalba probó también la ecuación del segmento elíptico y la de la campana de Gauss; adicional a esto, es posible plantear otras ecuaciones diferentes y utilizarlas en el diseño.

A partir de los resultados obtenidos por Villalba, se llegó a la conclusión que el diseño de mínimo costo inicial (i.e. costo de los materiales y de la instalación) corresponde a aquél que se obtiene con la ecuación cuadrática utilizando una flecha cercana al 15% de la altura piezométrica total disponible en el centro de la red. Por otra parte, se puede observar que la ecuación catenaria y la ecuación recíproca presentan flechas superiores al 15% de la altura piezométrica total disponible; al utilizar estas ecuaciones, la caída en las presiones al inicio (es decir, cerca de la fuente de abastecimiento) es muy grande, con lo cual se consigue tener presiones bajas y uniformes en el resto de la red. Por esta razón, aunque los diseños obtenidos con estas ecuaciones son más costosos que los obtenidos con la ecuación cuadrática, las bajas y uniformes presiones llevan a una reducción considerable del caudal de fugas. Así, si en el diseño se incluyera una restricción por fugas o si se considerara el costo del agua perdida por fugas, los diseños correspondientes a las curvas catenaria y recíproca podrían eventualmente ser los óptimos.

3.4.2.3. Pasos de la metodología de Superficie Óptima de Presiones (SOP)

Los pasos de la metodología de la Superficie Óptima de Presiones para el diseño de RDAP son los siguientes:

1. Fijar los parámetros del diseño, lo cual incluye establecer la topología de la red, la LGH de las fuentes de abastecimiento, las características del fluido y la presión mínima requerida en los nodos ($P_{mín}$).

2. Asignar un diámetro de 200 mm a todas las tuberías de la red y una demanda de 50 l/s a todos los nodos.

3. Calcular la hidráulica de la red y establecer los sentidos de flujo en las tuberías para la configuración de diámetros y demandas asignada en el Paso 1.

4. Determinar la distancia de cada nodo a las fuentes de abastecimiento. Como se mencionó anteriormente, existen diferentes formas de determinar esta distancia, pero la que se debe utilizar para aplicar la metodología SOP es la distancia topológica, la cual depende del sentido de flujo en las tuberías (por esta razón, los sentidos de flujo se establecen previamente en el Paso 3).

5. Fijar la LGH máxima que se utilizará como parámetro para el cálculo de la LGH ideal en los demás nodos de la red. En el Numeral 3.4.2.2 se puede ver que todas las ecuaciones utilizadas para modelar la caída piezométrica a lo largo de la red tienen como parámetro la LGH máxima del sistema, la cual corresponde a una de las fuentes de abastecimiento.

6. Detectar el nodo más alejado de las fuentes de abastecimiento y fijar la distancia de este nodo a las fuentes como $distancia_{máx}$.

7. Detectar el nodo con mayor cota o elevación; la elevación de este nodo se denominará $Z_{máx}$.

8. Calcular la LGH mínima a partir de la cota máxima ($Z_{máx}$) establecida en el Paso 6:

$$LGH_{mín} = Z_{máx} + P_{mín}$$ **Ecuación 22**

9. Aplicar una función que permita calcular la altura piezométrica ideal en cada nodo como función de las distancias estimadas en el Paso 4; esta función tiene como parámetros la LGH máxima ($LGH_{máx}$), la LGH mínima ($LGH_{mín}$) y la distancia máxima ($distancia_{máx}$). Para modelar la caída de la altura piezométrica de nodo a nodo (partiendo de la fuente de abastecimiento hasta llegar al nodo más alejado) pueden utilizarse diferentes funciones; éstas se describen en el Numeral 3.4.2.2. En su tesis, Villalba determinó que la ecuación con la que se obtienen mejores resultados es la cuadrática.

10. Detectar los sumideros que hay en la red; es decir, aquellos nodos que no alimentan otros nodos del sistema.

11. Asignar a todos los sumideros la $LGH_{mín}$ como LGH ideal.

12. Calcular la distancia de cada sumidero a las fuentes de abastecimiento y reajustar la ecuación de modelación de la caída de la LGH tomando esta distancia como distancia máxima.

13. Detectar los nodos que conforman la ruta principal de alimentación de cada sumidero y calcular su altura piezométrica ideal utilizando la ecuación ajustada para la distancia del sumidero respectivo.

14. Asignar a cada tubo una pérdida de energía objetivo igual a la diferencia de las alturas piezométricas entre sus nodos inicial y final (estimadas en los Pasos 9 y 13).

15. Reasignar los diámetros originales del diseño "semilla" (i.e. los diámetros que originalmente tenía la red antes de aplicar la metodología SOP) y las demandas reales de la red. Este paso corresponde a deshacer la asignación de diámetros iguales y demandas uniformes realizada en el Paso 2.

16. Con los diámetros actuales se hace una simulación hidráulica para calcular los caudales en cada uno de los tubos de la red y las LGH reales que se tienen en los nodos para la configuración actual.

17. Con los caudales obtenidos en el paso anterior y las pérdidas objetivo fijadas en el Paso 14, se calcula un nuevo diámetros para cada tubo; así, este paso corresponde a realizar NT (NT = número de tuberías del sistema) diseños de tuberías simples, para lo cual se puede utilizar una ecuación de resistencia como la de Darcy-Weisbach o la de Hazen-Williams.

18. Se repiten los Pasos 16 y 17 en forma iterativa hasta que las diferencias entre las alturas piezométricas reales obtenidas en el Paso 15 y las alturas piezométricas ideales (Pasos 9 y 13) sean inferiores a un error máximo admisible.

Al ejecutar los pasos anteriores, se obtiene un diseño que cumple con las restricciones de mínima presión en los nodos, pero cuyos diámetros son números reales continuos que no pertenecen al conjunto discreto de los diámetros comerciales disponibles. Por lo tanto, es necesario elegir un criterio o algoritmo que permita aproximar los diámetros continuos calculados a diámetros comerciales. Esta aproximación se puede hacer al diámetro anterior, al siguiente o al diámetro comercial más cercano. En su tesis, Villalba llevó a cabo pruebas en las que combinó la metodología SOP con algoritmos genéticos y con algoritmos de programación por restricciones y encontró que, al utilizarlos en conjunto, un algoritmo puede cooperar con otro, produciendo mejores resultados. Después de analizar diferentes combinaciones y órdenes de ejecución de los algoritmos de diseño, Villalba propuso el siguiente esquema, el cual probó ser eficaz y eficiente al encontrar diseños cercanos al óptimo en un número pequeño de simulaciones. Las etapas que conforman el esquema de solución propuesto, denominado "Diseño Rápido", son las siguientes:

1. **Superficie óptima de presiones:** se predimensiona la red utilizando el algoritmo de Superficie Óptima de Presiones (SOP) descrito previamente, con lo cual se obtiene un diseño con diámetros continuos no comerciales.

2. **Algoritmo de programación por restricciones para aumentar diámetros:** este algoritmo parte del diseño con diámetros continuos obtenido con la metodología SOP. Inicialmente, los diámetros continuos son aproximados al siguiente diámetro comercial y luego se verifica si al hacer esto se tiene una presión superior a la mínima ($P_{mín}$) en todos los nodos de la red. Si no se cumple con la restricción de mínima presión, se lleva a cabo un proceso iterativo que en cada iteración incrementa al siguiente diámetro comercial el diámetro del tubo que tenga la mayor pendiente de fricción (S_f); este proceso iterativo finaliza cuando se cumpla con la restricción de mínima presión en todos los nodos de la red.

3. **Algoritmo de programación por restricciones para disminuir diámetros:** este algoritmo parte del diseño obtenido en la Etapa 2, el cual cumple con la restricción de mínima presión en todos los nodos de la red y tiene diámetros comerciales. Este nuevo algoritmo para disminuir diámetros recorre dos veces todos los tubos de la red: la primera vez lo hace en orden ascendente de distancia a las fuentes de abastecimiento y la segunda vez en orden descendente. Al llegar a cada tubo, su diámetro se disminuye al diámetro comercial anterior y se calcula la hidráulica de la red para detectar si al hacer este cambio se cumple con la restricción de presión mínima: si se cumple esta restricción, el diámetro del tubo se cambia permanentemente al diámetro comercial anterior; si no se cumple, se restituye el diámetro que originalmente tenía el tubo y se pasa a analizar el siguiente tubo de la lista. Con este algoritmo se busca reducir el costo de la red, pero asegurando que se cumpla la restricción de mínima presión en todos los nodos.

A pesar de arrojar relativamente buenos resultados, el algoritmo de Superficie Óptima de Presiones (SOP) propuesto por Villalba tiene algunos problemas; éstos se describen a continuación.

3.4.2.4. Problemas de la metodología de Superficie Óptima de Presiones (SOP)

Los problemas que presenta esta metodología, en especial la forma en que fue implementada, son los siguientes:

- **Precondicionamiento errado del diseño debido a la asignación inicial de demandas iguales en todos los nodos:**

Como se explicó previamente, para calcular la SOP es necesario conocer la distancia topológica de cada nodo a las fuentes de abastecimiento. Esta distancia depende del sentido de flujo en las tuberías, el cual, a su vez, depende de la hidráulica de la red. Por lo tanto, para determinar la distancia topológica es necesario hacer primero una simulación hidráulica. La primera simulación hidráulica y los sentidos de flujo que de ésta se obtengan están necesariamente condicionados por la asignación inicial de diámetros y demandas; dada la gran influencia de la distancia topológica en la determinación de la SOP, se debe procurar que los sentidos de flujo iniciales sean lo más parecido posible a los que se tendrían en el diseño óptimo.

En el Paso 2 de la metodología SOP se asigna un diámetro de 200 mm a todas las tuberías de la red y una demanda de 50 l/s a todos los nodos; con esta asignación de diámetros y demandas se hace la primera simulación hidráulica y se determinan los sentidos de flujo a partir de los cuales se calcularán las distancias topológicas de los nodos a las fuentes. La asignación de un diámetro igual y relativamente pequeño a todas las tuberías es razonable, dado que fuerza el agua a salir de los embalses y da una idea lógica de los sentidos de flujo; si se asignaran inicialmente diámetros grandes que implicaran un "sobre-diseño", el agua podría eventualmente fluir hacia los embalses de poca altura, convirtiéndolos en sumideros. Sin embargo, la asignación de demandas uniformes a todos los nodos de la red podría corresponder a una situación bastante diferente de la real; esta asignación artificial de demandas uniformes podría generar sentidos de flujo muy distintos de los que se tendría el diseño óptimo, por lo que estaría precondicionando de manera errónea el diseño de la red.

- **El resultado obtenido con la metodología SOP depende del diseño inicial o "semilla" dada:**

En los pasos que conforman la metodología SOP se puede ver que la asignación de diámetros y demandas iguales (Paso 2) sólo se utiliza para calcular la LGH ideal de todos los nodos de la red, a partir de lo cual se determinan las pérdidas objetivo en cada tubo. Sin embargo, en el Paso 15, justo antes de empezar el proceso iterativo de cálculo de nuevos diámetros para las pérdidas objetivo estimadas, se restablecen las demandas reales de la red y los diámetros originales que tenían las tuberías antes de aplicar la metodología SOP (i.e. los diámetros del diseño "semilla" o inicial). Tal como se indica en los

Pasos 16 y 17, en este proceso iterativo se calcula un nuevo diámetro para cada tubería teniendo en cuenta las pérdidas objetivo fijadas en el Paso 14 y el caudal correspondiente a la asignación de diámetros actual. Dado que la asignación de diámetros que se tiene al empezar el ciclo iterativo es la del diseño "semilla" o inicial, ésta determina los caudales que fluyen por cada una de las tuberías, condicionando así los nuevos diámetros calculados y, en última instancia, condiciona el resultado o diseño final al que se llegue mediante la metodología SOP.

- **Sobredimensionamiento de redes con topografía variable:**

En la metodología SOP se utiliza una función para modelar la caída de la altura piezométrica desde la fuente de abastecimiento, donde se tiene la LGH máxima, hasta el nodo más alejado, donde se tiene la LGH mínima. Todas las ecuaciones utilizadas para modelar la caída de la altura piezométrica tienen como parámetros la LGH máxima, la LGH mínima y la distancia del nodo más alejado a la fuente de abastecimiento; por lo tanto, los valores de estos parámetros afectan el valor de la LGH ideal calculada para cada nodo de la red.

Con el fin de asegurar que en todos los nodos del sistema se cumpliera con la restricción de mínima presión, Villalba definió la LGH mínima como la suma de la cota del nodo más elevado de la red ($Z_{máx}$) más la presión mínima requerida, tal como se muestra en la Ecuación 22. Esta LGH mínima se asigna al nodo topológicamente más alejado de las fuentes de abastecimiento y con estos parámetros se procede a ajustar la ecuación para la modelación de la caída de altura piezométrica. En el caso de redes planas, todos los nodos tienen la misma elevación y esta forma de calcular la LGH mínima funciona bien. En contraste, en el caso de redes con topografía variable puede ocurrir que haya un nodo elevado que lleve a fijar una LGH mínima muy grande, lo que hace que se eleve innecesariamente la LGH de todo el sistema. Una LGH tan elevada implica diámetros más grandes que los requeridos, lo cual resulta en diseños más costosos y en presiones muy altas que pueden hacer estallar las tuberías e incrementar el caudal de fugas. Esta situación se ilustra en la Figura 7.

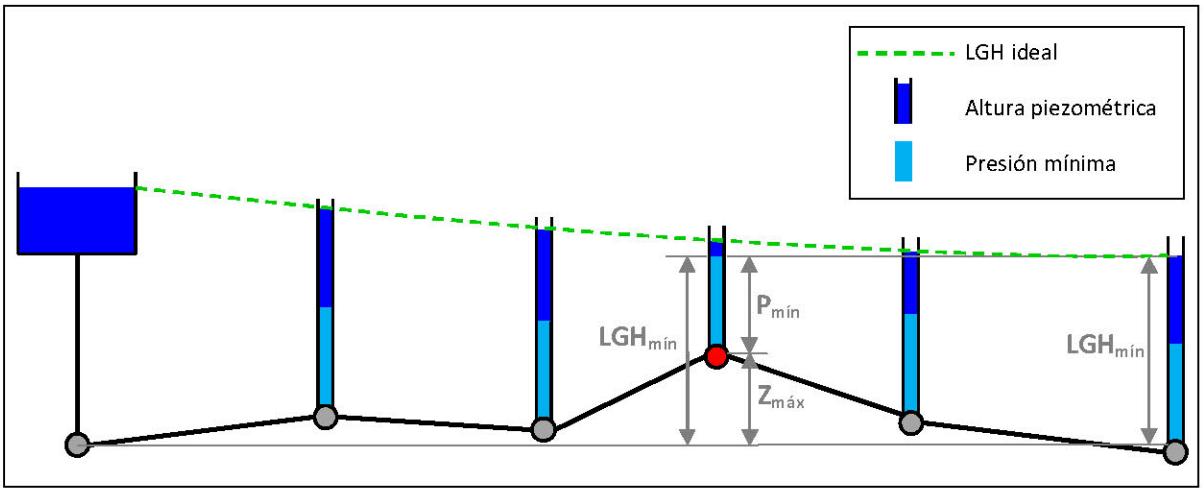


Figura 7. Ejemplo 1: Sobredimensionamiento de redes con topografía variable – Metodología SOP.

En esta figura se puede ver que la LGH mínima fijada genera una LGH muy elevada para todo el sistema, lo que lleva a tener excesos innecesarios de presión en la mayoría de nodos.

Esta situación es incluso más crítica en redes con topografía tipo valle, como la que se ilustra en la siguiente figura.

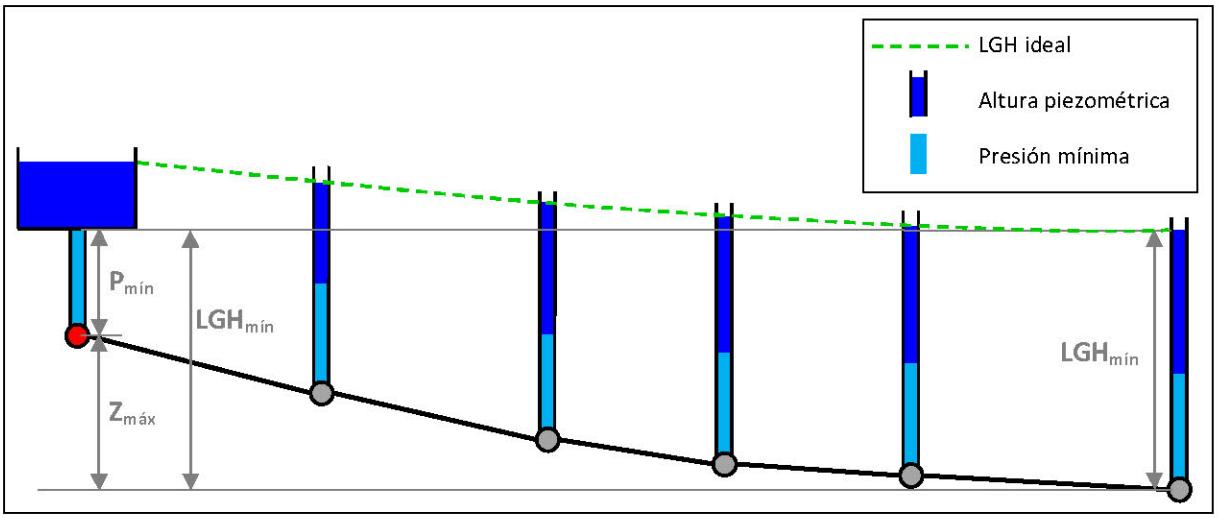


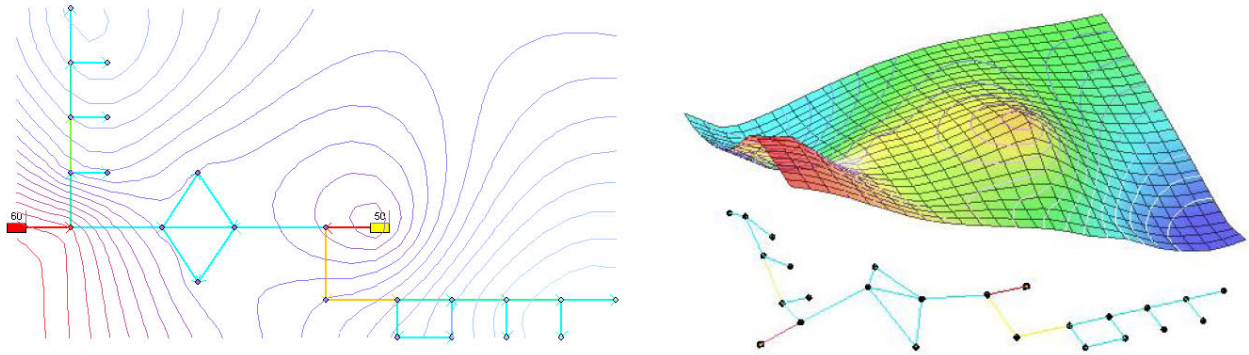
Figura 8. Ejemplo 2: Sobredimensionamiento de redes con topografía variable – Metodología SOP.

En el caso de la Figura 8, el primer nodo es el más elevado y, por lo tanto, es el que determina la LGH mínima, causando una gran e innecesaria elevación de la LGH a lo largo del sistema.

A pesar de esta limitación, el algoritmo SOP siempre debe complementarse con una metodología para el redondeo de diámetros y es posible que dicha metodología reduzca el exceso de presión que se presenta al diseñar redes con topografía variable mediante la técnica SOP. En su tesis, Villalba desarrolló dos metodologías de programación por restricciones que permiten obtener diseños con diámetros comerciales discretos a partir del diseño con diámetros continuos al que se llega con la metodología SOP; además de redondear, estas rutinas de programación por restricciones disminuyen el diámetro de tantas tuberías como sea posible, pero asegurando que se cumpla con la restricción de mínima presión en los nodos. De esta forma se logra solucionar el problema del sobredimensionamiento de redes con topografía variable que se tiene al diseñar con la superficie óptima de presiones. No obstante, el objetivo de la metodología SOP es obtener un plano de presiones que realmente se asemeje al del diseño óptimo y, con el algoritmo actual, el plano calculado en el caso de redes con topografía variable difiere radicalmente del plano óptimo y es la rutina de programación por restricciones la que hace la mayor parte del diseño al reducir los sobrantes de presión que se obtienen inicialmente con la metodología SOP.

- **Redundancia en el cálculo y errores en la asignación de la LGH ideal cuando se tienen múltiples fuentes de abastecimiento:**

Cuando en una RDAP se tiene más de un embalse o fuente de abastecimiento, no se tiene un único plano óptimo de presiones, sino un conjunto de planos. Esta situación se ilustra en la Figura 9, donde se muestra la superficie de presiones del diseño óptimo de una red con dos embalses.



(a) (b)

Figura 9. Múltiples planos óptimos de presiones en redes con múltiples fuentes de abastecimiento - Red de prueba: (a) vista en planta; (b) superficie de presiones del diseño óptimo.

En la Figura 9(b) se puede observar que no se tiene un único plano óptimo de presiones, sino un conjunto de éstos, los cuales comienzan en las fuentes de abastecimiento y terminan en los puntos más alejados de dichas fuentes en diferentes direcciones. Además, en esta figura se puede notar que algunos nodos están "gobernados" por los planos que salen del embalse del extremo izquierdo y otros nodos están "gobernados" por planos originados en el segundo embalse.

A partir de estas observaciones se puede afirmar que el algoritmo para el cálculo de la SOP debería tener en cuenta simultáneamente todas las fuentes de abastecimiento de la red y la interacción que se da entre ellas. Sin embargo, el algoritmo existente sólo tiene en cuenta una de las fuentes de abastecimiento para ajustar la función de caída de la altura piezométrica y estimar la LGH ideal en los nodos; esto puede llevar a errores significativos en el cálculo de la superficie óptima de presiones, especialmente en redes con topografía variable. De hecho, en la implementación actual del algoritmo la superficie óptima de presiones se calcula tantas veces como fuentes de abastecimiento haya, pero en cada uno de estos ciclos de cálculo la ecuación de caída de la altura piezométrica se ajusta para un solo embalse (como si sólo existiera una fuente de abastecimiento) y, además, los cálculos efectuados para uno de los embalses son luego reemplazados o sobrescritos por los resultados obtenidos con base en el siguiente embalse. El siguiente esquema permite visualizar el procedimiento que se acaba de describir.

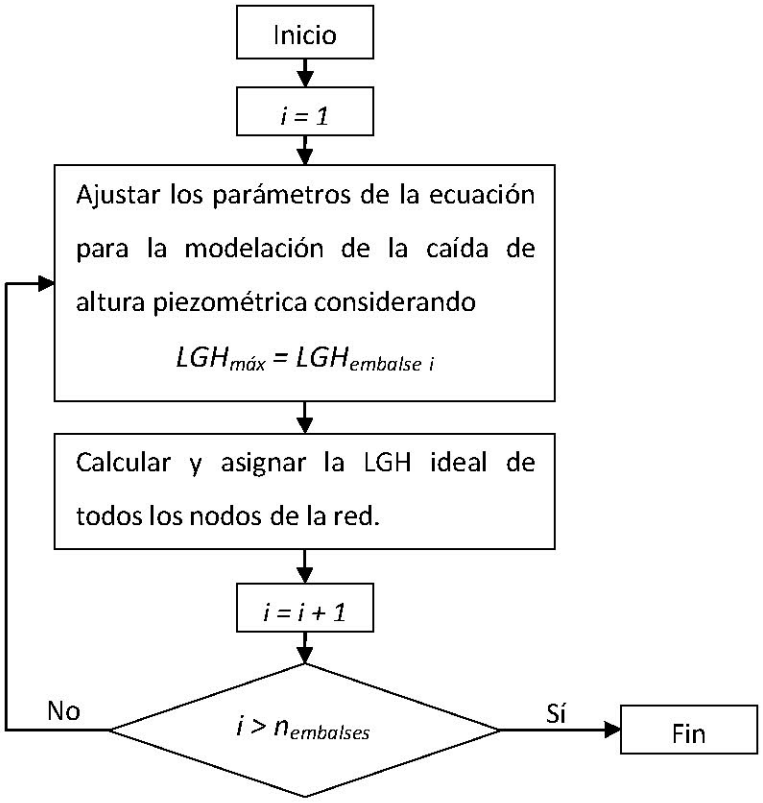


Figura 10. Redundancia en el cálculo de la LGH ideal cuando se tienen múltiples fuentes de abastecimiento ($n_{embalses}$ = número de embalses de la red).

Cabe anotar que el orden en que se recorren los embalses y se calcula la SOP para cada uno de ellos depende únicamente de su ID y no de una instrucción lógica. De esta forma, las LGH ideales asignadas a los nodos de la red son aquellas calculadas con base en el último embalse de la lista. Se puede ver entonces que en el algoritmo actual, además de considerar un solo embalse en el cálculo de la SOP, se realizan muchos cálculos redundantes que nunca se utilizan y que son sobrescritos en iteraciones posteriores.

- **Redundancia en los cálculos y errores en la asignación de la LGH ideal al hacer la corrección por sumideros:**

De acuerdo con el procedimiento descrito en el Numeral 3.4.2.3, después de haber calculado la SOP inicial con base en el nodo más alejado, se procede a hacer una corrección por sumideros, de tal modo que a éstos se asigne la LGH mínima y que se recalcule la LGH ideal de los nodos que conforman su ruta

principal de abastecimiento. Como se explicó previamente, los sumideros son aquellos nodos que no alimentan a otros nodos del sistema; es decir, son nodos netamente de consumo y, por lo tanto, constituyen el final de una o varias rutas del agua en la red.

En la implementación actual del algoritmo SOP la corrección por sumideros se hace mediante un doble ciclo: un ciclo exterior que recorre todos los embalses y un ciclo interior que recorre todos los sumideros. En el ciclo interior se ajusta la ecuación para el cálculo de la SOP tomando como LGH máxima la del embalse seleccionado en ese momento (según el ciclo exterior) y como distancia máxima la distancia topológica del sumidero en el que se encuentre el ciclo interior; una vez ajustados los parámetros de la ecuación, se calcula un trazador inverso a partir del sumidero en cuestión y se recorren todos los nodos de la red para determinar cuáles de éstos son parte importante de la ruta de abastecimiento del sumidero. Para los nodos que hagan parte de esta ruta, se recalcula su LGH ideal con la ecuación previamente ajustada. El procedimiento para la corrección por sumideros se ilustra en la Figura 11; en este esquema se puede ver que las correcciones hechas para un sumidero pueden ser sobrescritas posteriormente por las correcciones hechas para otro sumidero que se encuentre más adelante en la lista. Además, al igual que en el esquema de la Figura 10, los cálculos se hacen para cada embalse por separado, pero los resultados obtenidos para un embalse son sobrescritos por los obtenidos para el siguiente embalse de la lista. Cuando se tiene una única fuente de abastecimiento y pocos sumideros, este algoritmo funciona bien, pero cuando se tienen múltiples fuentes y, en especial, un gran número de sumideros (e.g. en redes dendríticas), el algoritmo implica realizar una enorme cantidad de cálculos redundantes que se sobrescriben repetidamente en cada iteración. Adicional a lo anterior, cuando uno o más sumideros comparten una misma ruta de alimentación, la corrección final que se hace a los nodos de dicha ruta es la correspondiente al último sumidero que se analice, la cual sobrescribe las correcciones hechas previamente con base en otros sumideros; esto puede llevar a asignaciones erradas de la LGH ideal.

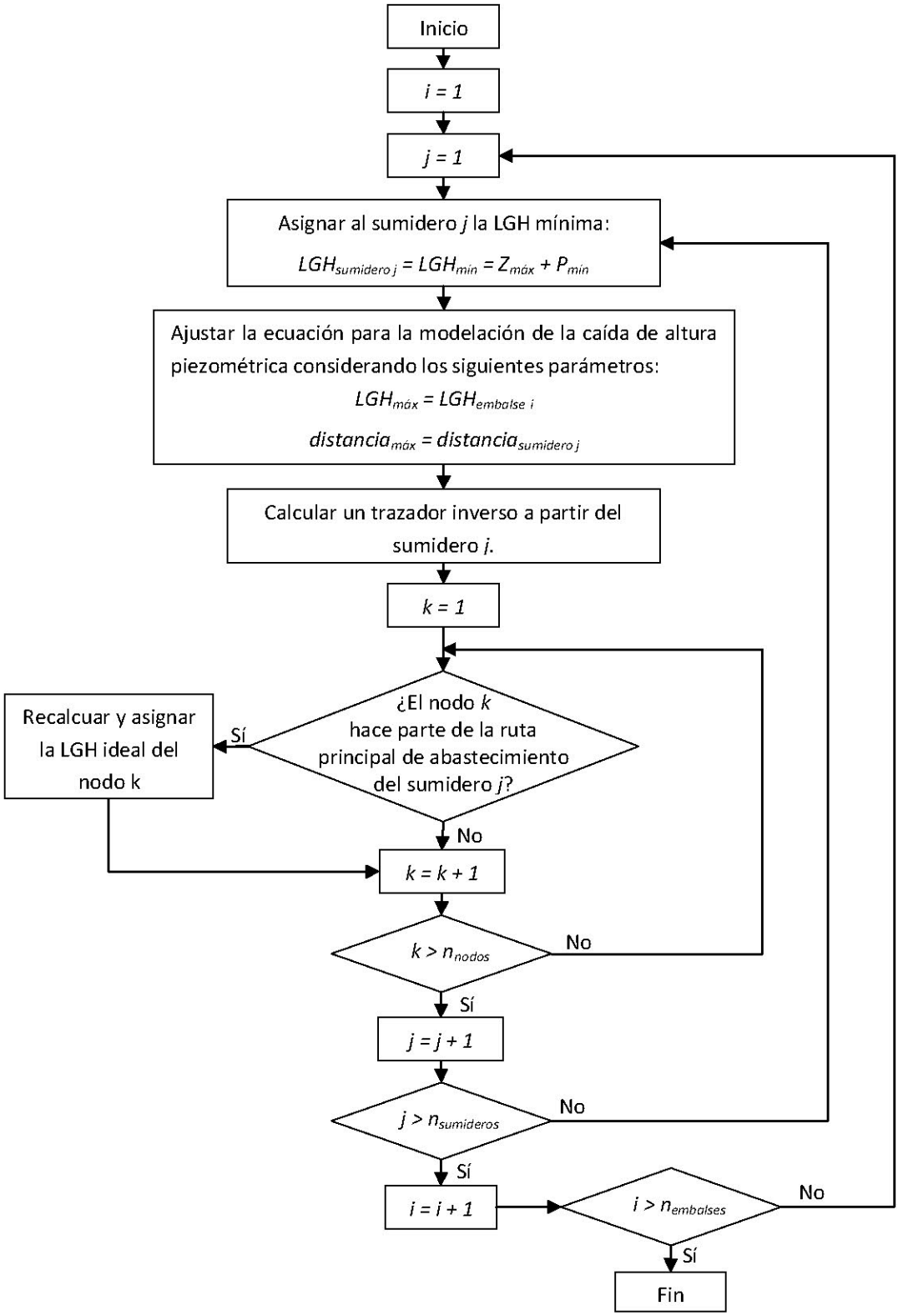


Figura 11. Algoritmo para la corrección de la SOP por sumideros.

4. ANÁLISIS DEL DISEÑO OPTIMIZADO DE TUBERÍAS EN SERIE

Como se señaló en los objetivos, el primer paso de esta investigación consiste en analizar los diseños óptimos de múltiples series de tuberías (obtenidos con técnicas de optimización como algoritmos genéticos) con el propósito de encontrar patrones comunes entre éstos y plantear una función hidráulica que permita determinar a priori el diámetro de cada tubería de tal modo que se consiga la configuración de mínimo costo constructivo.

En este proceso se generaron, tanto de manera aleatoria como controlada, series de tuberías con diferentes características hidráulicas y topológicas; para cada una de las series se encontró su diseño óptimo (mediante algoritmos genéticos) y se analizó la forma de su LGH para entender la relación entre ésta y la distribución de demandas, la altura piezométrica total disponible, la magnitud del caudal total demandado, la función de costos, entre otras variables. Con base en lo observado, se plantearon diferentes funciones que involucraran las características hidráulicas y topológicas de las series de tuberías; posteriormente, se estudió la relación entre cada una de estas funciones y la presión en cada nodo de la serie, a partir de lo cual se seleccionó la función que presentara un mejor ajuste y que lograra explicar de la mejor manera la variación en la presión a lo largo de la serie de tuberías.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en esta fase de la investigación.

4.1. METODOLOGÍA "DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA DE LA MASA" PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE SERIES DE TUBERÍAS

En 2007, como parte de un proyecto especial del programa de Maestría en Ingeniería Civil de la Universidad de los Andes, el ingeniero Leonardo Álvarez propuso una nueva metodología para el diseño optimizado de series de tuberías; esta metodología se denominó "Distribución Geométrica de la Masa" (en adelante se referirá a ésta como DGM, por sus iniciales). La metodología DGM funciona de manera similar a la metodología propuesta por I-pai Wu: ésta establece una función que permite determinar la presión óptima que debería tener cada nodo de la serie de tuberías para que la configuración de diámetros resultantes tenga un costo cercano al mínimo.

A continuación se explica de manera detallada la metodología de diseño DGM propuesta por Leonardo Álvarez, luego se describen los resultados obtenidos por Álvarez con dicha metodología y finalmente se presenta un análisis crítico y una comprobación de la misma.

4.1.1. Descripción de la metodología de diseño "Distribución Geométrica de la Masa"

La metodología de "Distribución Geométrica de la Masa" (DGM) se basa en definir un nuevo concepto de potencia hidráulica. La potencia hidráulica que se utiliza comúnmente se determina de la siguiente manera:

$$P_{hidráulica} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \qquad \textbf{Ecuación 23}$$

donde:

ρ: densidad del agua.

g: gravedad.

Q: caudal.

H: altura o columna de agua.

Si en la ecuación anterior el término H, que tiene unidades de longitud, se sustituyera por una distancia recorrida por el agua (L), se obtendría un nuevo concepto de potencia que hace referencia a la potencia disipada por el agua al fluir a través de las tuberías. Esta nueva potencia ($P_{recorrido\ agua}$) se define entonces mediante la siguiente ecuación:

$$P_{recorrido\ agua} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot L \qquad \textbf{Ecuación 24}$$

Por otro lado, la energía por unidad de tiempo consumida en un sistema físico corresponde a la potencia; así, para un sistema de distribución de agua se tiene que:

$$P_{recorrido\ agua} = \frac{Energía}{Tiempo} \qquad \textbf{Ecuación 25}$$

Se puede ver que la potencia es proporcional a la energía disipada (la constante de proporcionalidad entre estas magnitudes es Tiempo^{-1}):

$$P_{recorrido\ agua} \propto Energía$$

Ecuación 26

Al dividir ambas magnitudes por $(\rho \cdot g)$, para obtener la potencia y la energía por unidad de peso, se llega a lo siguiente:

$$\left(\frac{P_{recorrido\ agua}}{\rho \cdot g} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot L}{\rho \cdot g} = Q \cdot L\right) \propto \frac{Energía}{\rho \cdot g}$$

Ecuación 27

$$Q \cdot L \propto \frac{Energía}{\rho \cdot g}$$

Así pues, se tiene que la energía disipada por unidad de peso, la cual determina la forma de la LGH, es proporcional al producto del caudal por la longitud. Con base en esta idea, Álvarez planteó una ecuación para estimar la LGH óptima como función del producto $Q \cdot L$.

A continuación se describen los pasos que se deben seguir para obtener el diseño óptimo de una serie de tuberías de acuerdo con la metodología DGM.

4.1.1.1. Pasos de la metodología DGM

Datos iniciales del problema: para proceder a diseñar una serie de tuberías se debe contar con la siguiente información: coordenadas (X, Y, Z) de cada nodo y de la fuente de abastecimiento, a partir de lo cual se puede determinar la longitud y pendiente de cada tramo de la serie; altura piezométrica de la fuente; presión mínima requerida en los nodos; caudal demandado en cada nodo.

Una vez se tenga esta información, se deben seguir los pasos listados a continuación:

1. Cálculo del caudal total que fluye por el sistema: éste se calcula como la sumatoria de las demandas en cada nodo, así:

$$Q_{Total} = \sum_{i=1}^{NN} q_i \qquad \textbf{Ecuación 28}$$

donde *NN* corresponde al número de nodos de consumo de la serie y q_i es el caudal demandado en el *i*-ésimo nodo.

2. Evaluación de la función de caudal acumulado para estimar el caudal que fluye por cada uno de los tramos de la serie de tuberías. La función de caudal acumulado está definida de la siguiente forma (ésta es aplicable para calcular el caudal del segundo tramo de tubería en adelante):

$$Q_j = Q_{Total} - \sum_{i=1}^{j} q_i \qquad \textbf{Ecuación 29}$$

donde Q_j corresponde al caudal que fluye por el tramo cuyo nodo inicial es el nodo j, Q_{Total} es el caudal total que fluye por el sistema (calculado en el Paso 1) y q_i es el caudal demandado en el *i*-ésimo nodo. Cabe anotar que el embalse corresponde al nodo cero (0) y que en el primer tramo de la serie (i.e. en el tramo cero) el caudal corresponde al Q_{Total}.

3. Cálculo de la reacción: Álvarez hizo una analogía entre el comportamiento de una viga simplemente apoyada en la cual se aplican cargas puntuales y una serie de tuberías con demandas de agua puntuales localizadas en los nodos. A partir de esto, planteó una ecuación para estimar la reacción hidráulica, la cual es análoga a la reacción que se genera en los apoyos de una viga simplemente apoyada sobre la que se aplican cargas puntuales. La reacción hidráulica de una serie de tuberías está dada por la siguiente expresión:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{NN} q_i \cdot L_{xi}$$ **Ecuación 30**

donde Q_0 es la reacción hidráulica, *NN* corresponde al número de nodos de consumo de la serie, q_i es el caudal demandado en el *i*-ésimo nodo y L_{xi} es la proyección horizontal de la distancia del nodo *i* a la fuente de abastecimiento.

4. Evaluación de la función de caudal por distancia en cada nodo de la serie: Álvarez planteó una función a la cual denominó función de caudal por distancia; ésta es análoga a la función de momento de una viga. Para cada nodo, la función de caudal por distancia corresponde a la diferencia entre la reacción (calculada en el Paso 3) y la sumatoria del producto del caudal por la longitud de cada uno de los tramos que hay antes de dicho nodo, así:

$$M_j = Q_0 - \sum_{i=1}^{j} Q_i \cdot L_{x\,tramo\,i}$$ **Ecuación 31**

donde M_j es el valor de la función de caudal por distancia evaluada en el nodo *j*; Q_0 es la reacción hidráulica; y Q_i y $L_{x\,tramo\,i}$ corresponden, respectivamente, al caudal y a la proyección horizontal de la longitud del tramo cuyo nodo final es el nodo *i*. Al inicio de la serie de tuberías, justo en la fuente de abastecimiento, el valor de la función M_0 es igual a la reacción Q_0.

5. Cálculo de la presión en cada nodo de la serie de tuberías: Álvarez propuso una función, a la cual denominó función escalada, para estimar la presión óptima en cada nodo de la serie de tuberías; adicional a esto, realizó diseños para líneas de gradiente hidráulico rectas y también probó promediar la LGH recta con la estimada a partir de la función escalada. Los métodos utilizados por Álvarez para calcular la LGH óptima se detallan a continuación.

- **Función escalada:** como se explicó previamente, la función de caudal por distancia (Paso 4) es proporcional a la energía disipada en el sistema de tuberías. Con base en esto, Álvarez propuso una función que "escala" la presión de nodo a nodo, partiendo de la energía total

inicial que se tiene en la fuente de abastecimiento. El valor máximo de esta función escalada ($H_{máx}$) corresponde entonces a la LGH en la fuente de abastecimiento y el valor mínimo ($H_{mín}$) corresponde a la presión mínima requerida más la cota del nodo topológicamente más alejado de la fuente. La función escalada está descrita por la siguiente ecuación:

$$H_i = H_{mín} + M_i \frac{(H_{máx} - H_{mín})}{Q_0} \qquad \textbf{Ecuación 32}$$

donde H_i corresponde a la LGH en el *i*-ésimo nodo (los demás términos se han definido previamente).

- **Función lineal:** con el propósito de comparar los resultados obtenidos a partir de la función escalada, Álvarez realizó también diseños utilizando una LGH recta trazada entre la LGH del embalse y la LGH del nodo topológicamente más alejado:

$$H_i = H_{máx} - \frac{(H_{máx} - H_{mín})}{L_{x\,total}} L_{xi} \qquad \textbf{Ecuación 33}$$

donde $L_{x\,total}$ corresponde a la proyección horizontal de la longitud total de la serie de tuberías y L_{xi} es la proyección horizontal de la distancia del nodo *i* a la fuente de abastecimiento.

- **Función promedio:** ésta corresponde al promedio de la LGH calculada con la función escalada y con la función lineal:

$$H_{i\,promedio} = \frac{H_{i\,lineal} + H_{i\,escalada}}{2} \qquad \textbf{Ecuación 34}$$

6. Cálculo de los diámetros de cada tramo de la serie de tuberías: al conocer la presión ideal en cada nodo de la serie, se pueden estimar las pérdidas de energía que se deben generar cada

tramo para que la LGH se ajuste al diseño óptimo. Si se conocen las pérdidas, el caudal, la longitud y el material de cada tramo, es posible determinar el diámetro de éste mediante las ecuaciones de resistencia como la de Darcy-Weisbach o la de Hazen-Williams. Los diámetros que se obtienen en este paso corresponden a valores continuos y no a los valores discretos de los diámetros comerciales que se tengan disponibles; es necesario definir un criterio o desarrollar un algoritmo que permita redondear los diámetros continuos calculados con esta metodología a diámetros comerciales.

Para ilustrar la metodología de diseño DGM, a continuación se presenta un ejemplo de aplicación de la misma.

4.1.1.2. Ejemplo de aplicación de la metodología DGM

Se requiere diseñar una serie de tuberías alimentada por un embalse con una energía por unidad de peso disponible de 100 m. c. a. (altura piezométrica disponible). Aguas abajo del embalse hay tres consumidores potenciales: el primero, localizado a 200 m, consume 100 l/s; el segundo, localizado a 150 m del primero, consume 50 l/s; el tercero, localizado a 500 m del segundo, consume 50 l/s. La serie de tuberías es plana (i.e. todos los nodos tienen cota cero), la presión mínima exigida es de 20 m. c. a. y las tuberías serán de PVC (k_s = 0.0015 mm).

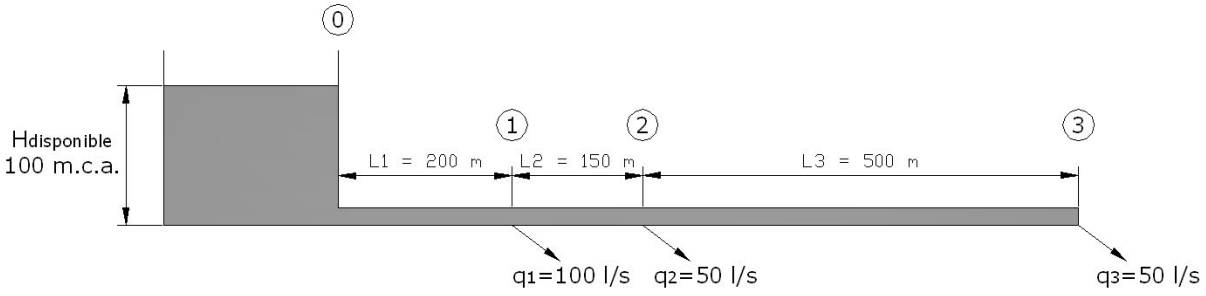


Figura 12. Ejemplo metodología "Distribución Geométrica de la Masa".

Para solucionar este problema, se seguirá cada uno de los pasos descritos.

1. Caudal total:

$$Q_{Total} = \sum_{i=1}^{3} q_i = 0{,}10\ m^3/s + 0{,}05\ m^3/s + 0{,}05\ m^3/s = 0{,}20\ m^3/s$$

2. Evaluación de la función de caudal acumulado para estimar el caudal que fluye por cada uno de los tramos de la serie de tuberías:

- $Q_{Tramo\ 1} = Q_{Total} = 0{,}20\ m^3/s$
- $Q_{Tramo\ 2} = Q_{Total} - \sum_{i=1}^{1} q_i = 0{,}20\ m^3/s - 0{,}10\ m^3/s = 0{,}10\ m^3/s$
- $Q_{Tramo\ 3} = Q_{Total} - \sum_{i=1}^{2} q_i = 0{,}20\ m^3/s - (0{,}10\ m^3/s + 0{,}05\ m^3/s) = 0{,}05\ m^3/s$

3. Cálculo de la reacción:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{3} q_i \cdot L_{xi} = 0{,}10\ m^3/s * 200\ m + 0{,}05\ m^3/s * 350\ m + 0{,}05\ m^3/s * 850\ m = 80\ m^3/s \cdot m$$

4. Evaluación de la función de caudal por distancia en cada nodo de la serie:

- $M_0 = Q_0 = 80\ m^3/s \cdot m$
- $M_1 = 80\ m^3/s \cdot m - \sum_{i=1}^{1} Q_i \cdot L_{x\ tramo\ i} = 80\ m^3/s \cdot m - 0{,}20\ m^3/s * 200\ m\ = 40\ m^3/s \cdot m$
- $M_2 = 80\ m^3/s \cdot m - (0{,}20\ m^3/s * 200\ m + 0{,}10\ m^3/s * 150\ m)\ = 25\ m^3/s\ \cdot m$
- $M_3 = 80\ m^3/s \cdot m - (0{,}20\ m^3/s * 200\ m + 0{,}10\ m^3/s * 150\ m + 0{,}05\ m^3/s * 500\ m)\ = 0\ m^3/s\ \cdot m$

La Figura 13 muestra la función de caudal acumulado y la función de caudal por distancia que se acaban de calcular.

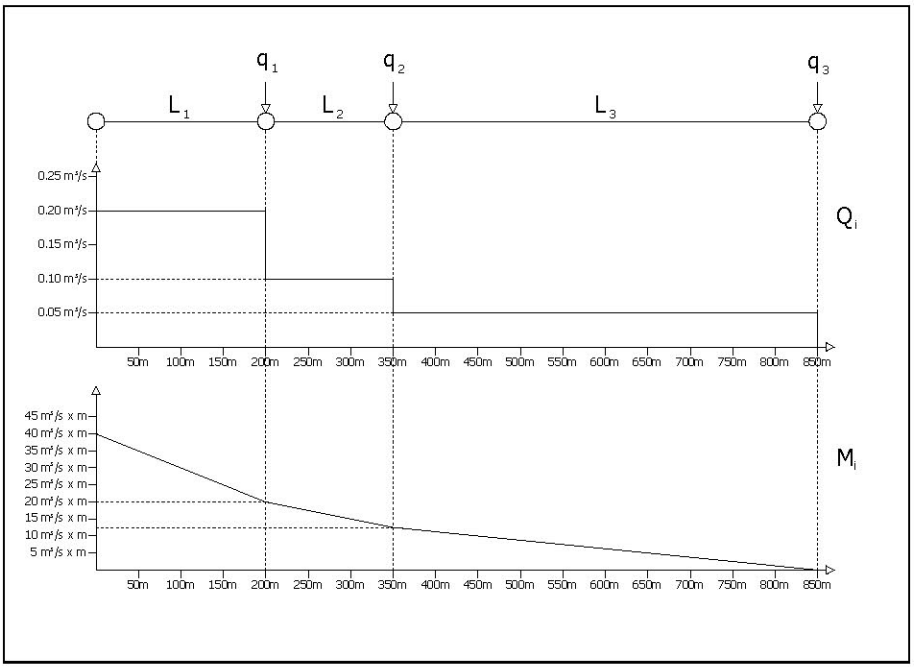


Figura 13. Ejemplo metodología DGM – funciones de caudal acumulado y de caudal por distancia.

5. Cálculo de la LGH óptima:

Función escalada:

- $H_0 = LGH_{Embalse} = 100\, m.c.a.$
- $H_1 = 20\, m.c.a. + 40\, m^3/s\ \cdot m * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (80\, m^3/s) = 60\, m.c.a.$
- $H_2 = 20\, m.c.a. + 25\, m^3/s\ \cdot m * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (80\, m^3/s) = 45\, m.c.a.$
- $H_3 = 20\, m.c.a. + 0\, m^3/s\ \cdot m * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (80\, m^3/s) = 20\, m.c.a.$

Función lineal:

- $H_0 = LGH_{Embalse} = 100\, m.c.a.$
- $H_1 = 100\, m.c.a. - 200\, m\ * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (850\, m) = 81{,}18\, m.c.a.$
- $H_2 = 100\, m.c.a. - 350\, m\ * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (850\, m) = 67{,}06\, m.c.a.$
- $H_3 = 100\, m.c.a. - 850\, m\ * (100\, m.c.a. - 20\, m.c.a.)/\ (850\, m) = 20{,}00\, m.c.a.$

Función promedio:

- $H_0 = LGH_{Embalse} = 100\, m.c.a.$
- $H_1 = (60{,}00\, m.c.a. + 81{,}18\, m.c.a.)/2 = 70{,}59\, m.c.a.$
- $H_2 = (45\, m.c.a. + 67{,}06\, m.c.a.)/2 = 56{,}03\, m.c.a.$
- $H_3 = (20\, m.c.a. + 20\, m.c.a.)/2 = 20{,}00\, m.c.a.$

Las LGH calculadas utilizando las tres funciones anteriores se muestran en la siguiente figura.

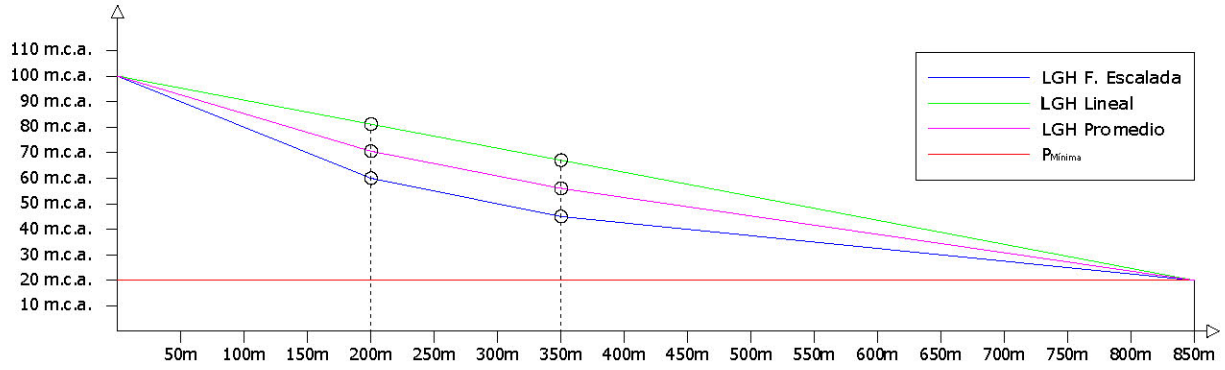


Figura 14. Líneas de gradiente hidráulico óptimas calculadas con la función escalada, lineal y promedio.

6. Cálculo del diámetro de cada tramo de la serie: para calcular el diámetro de cada tramo se utilizará la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 5) en conjunto con la de Colebrook-White (Ecuación 6).

   Dado que el diámetro de la tubería depende del factor de fricción f y éste a su vez depende del diámetro, debe llevarse a cabo un proceso iterativo para solucionar de manera conjunta la Ecuación 5 y la Ecuación 6.

   Cabe anotar que en este caso no se tendrán en cuenta pérdidas menores. Adicional a esto, en los cálculos se tomó un valor de la viscosidad cinemática $\nu_{(agua\ a\ 15°C)} = 1{,}141 * 10^{-6}\ m^2/s$ y de la gravedad $g = 9{,}81\ m/s^2$.

   En la Tabla 1 se presentan los diámetros obtenidos para cada tramo de tuberías a partir de cada una de las tres LGH óptimas calculadas.

Tabla 1. Diámetros obtenidos para el ejemplo de aplicación de la metodología DGM.

Tramo	Nodo Inicial	Nodo Final	Longitud (m)	Caudal (m^3/s)	Función Escalada		Función Lineal		Función Promedio	
					h_f (m)	Diámetro (mm)	h_f (m)	Diámetro (mm)	h_f (m)	Diámetro (mm)
1	0	1	200,00	0,20	40,00	0,1800	18,82	0,2102	29,41	0,1917
2	1	2	150,00	0,10	15,00	0,1597	14,12	0,1617	14,56	0,1606
3	2	3	500,00	0,05	25,00	0,1418	47,06	0,1244	36,03	0,1315

Dado que la LGH calculada con la función escalada tiene una pendiente grande al inicio, el diámetro de la primera tubería resulta ser inferior al diámetro obtenido a partir de la LGH calculada con la función lineal y la función promedio. Por el contrario, al final de la serie de tuberías la LGH calculada con la función escalada tiene una pendiente menor que las LGH lineal y promedio, por lo cual el diámetro del último tramo obtenido a partir de la LGH de la función escalada es considerablemente mayor. Además, se puede ver que los diámetros obtenidos con la metodología en cuestión son continuos; es decir, no pertenecen al conjunto de diámetros comerciales discretos que se tengan disponibles.

4.1.2. Resultados obtenidos por Leonardo Álvarez al aplicar la metodología "Distribución Geométrica de la Masa"

En el proyecto especial, Leonardo Álvarez probó la metodología de diseño DGM en aproximadamente 700 series de tuberías con características topológicas e hidráulicas diferentes. Algunas de estas series fueron generadas de manera aleatoria y otras de manera controlada con el propósito de comprender el efecto de algunas variables específicas en el desempeño de la metodología. Cada una de las series generadas fue diseñada utilizando la metodología DGM y el criterio de I-pai Wu; los costos de los diseños obtenidos con ambas metodologías fueron comparados para evaluar el desempeño de la metodología DGM con respecto al criterio de Wu.

Las series de tuberías generadas para este análisis están conformadas por 21 nodos y 20 tubos. Los parámetros de diseño considerados fueron los siguientes:

- **Caudal demandado en cada nodo:** de manera aleatoria se generaron demandas entre 0,001 m^3/s y 0,100 m^3/s en los nodos de consumo, para lo cual se utilizó la siguiente función:

$$q_i = C_{existencia} * [q_{mín} + (q_{máx} - q_{mín}) * Número\ Aleatorio|_0^1] \qquad \textbf{Ecuación 35}$$

  donde:

  q_i: demanda en el *i*-ésimo nodo.

  $q_{mín}$: valor mínimo que puede tomar el caudal demandado (0,001 m^3/s).

  $q_{máx}$: caudal máximo demandado (0,100 m^3/s).

  $Número\ Aleatorio|_0^1$: número aleatorio entre cero y uno (para cada serie, este valor se generó utilizando la función de generación de números aleatorios que proporciona Excel).

  $C_{existencia}$: condición aleatoria de existencia de demanda en el *i*-ésimo nodo. Es una variable que determina si en el *i*-ésimo nodo se presenta o no demanda; ésta puede tomar dos valores: cero (indica que no hay demanda en el *i*-ésimo nodo) y uno (indica que sí se presenta demanda en el i-ésimo nodo). Para determinar el valor de esta variable, se generó un número aleatorio entre cero y

uno: cuando el número generado es mayor o igual que 0,5, $C_{existencia} = 1$; en caso contrario, $C_{existencia} = 0$, lo cual quiere decir que la demanda es nula.

Al incluir una condición aleatoria de existencia de demanda en los nodos se logra generar series con distribuciones de demanda muy diferentes, lo cual permite probar la metodología para una gran variedad de condiciones. Por otro lado, es importante anotar que el primer nodo corresponde a la fuente de abastecimiento y se supuso que en éste no hay consumo; además, se fijó una condición para que la demanda en el último nodo fuera siempre mayor que cero, con lo cual se garantiza que haya flujo de agua a lo largo de toda la serie de tuberías.

- **Topografía de la serie de tuberías:** todas las series generadas tienen topografía plana; es decir, todos sus nodos se encuentran en la misma cota o elevación.

- **Distancia entre nodos:** esta distancia determina la longitud de cada tubo. De manera aleatoria se generaron distancias entre 10 m y 1000 m, para lo cual se utilizó la siguiente función:

$$L_i = L_{mín} + (L_{máx} - L_{mín}) * Número\ Aleatorio|_0^1 \qquad \textbf{Ecuación 36}$$

donde:

L_i: longitud del i-ésimo tramo de tubería.

$L_{mín}$: valor mínimo que puede tomar la longitud de una tubería o distancia entre nodos (10 m).

$L_{máx}$: valor mínimo que puede tomar la longitud de una tubería o distancia entre nodos (1000 m).

$Número\ Aleatorio|_0^1$: número aleatorio entre cero y uno.

- **Coeficiente de pérdidas menores en cada tramo de tubería:** para cada tramo de tubería se generó un coeficiente de pérdidas menores aleatorio que depende de la longitud del tramo:

$$k_{m\ i} = 0{,}1\ * L_i * Número\ Aleatorio|_0^1 \qquad \textbf{Ecuación 37}$$

donde:

$k_{m\,i}$: coeficiente de pérdidas menores del i-ésimo tramo de tubería.

L_i: longitud del i-ésimo tramo de tubería.

$Número\ Aleatorio|_0^1$: número aleatorio entre cero y uno.

- **LGH a la entrada del sistema (en la fuente de abastecimiento):** de manera aleatoria se generaron valores de la línea de gradiente hidráulico a la entrada del sistema entre 15 m. c. a. y 200 m. c. a., para lo cual se utilizó la siguiente función:

$$H_0 = H_{0\,mín} + (H_{0\,máx} - H_{0\,mín}) * Número\ Aleatorio|_0^1 \qquad \textbf{Ecuación 38}$$

donde:

H_0: LGH a la entrada del sistema.

$H_{0\,mín}$: valor mínimo que puede tomar la LGH a la entrada del sistema (15 m. c. a.).

$H_{0\,máx}$: valor máximo que puede tomar la LGH a la entrada del sistema (200 m. c. a.).

$Número\ Aleatorio|_0^1$: número aleatorio entre cero y uno.

- **Características del fluido:** para los diseños se consideró agua a 15 °C.
($\nu_{(agua\ a\ 15°C)} = 1{,}141 * 10^{-6}\ m^2/s$)

- **Rugosidad absoluta de las tuberías:** todos los diseños se hicieron en PVC, el cual tiene una rugosidad absoluta (k_s) de 0,0015 mm.

Las series de tuberías utilizadas para probar la metodología DGM fueron generadas en Excel, programa en el cual se implementó también una macro para realizar el diseño tanto con el método DGM como con el criterio de I-pai Wu. Como se explicó previamente, estas dos metodologías arrojan como resultado diámetros continuos no comerciales. En su investigación, Leonardo Álvarez no aproximó los diámetros a valores comerciales, sino que comparó directamente los diseños con diámetros continuos.

Para evaluar el costo de los diseños obtenidos se utilizó la siguiente función:

$$C_t = \sum_{i=1}^{NT} k * L_i * D_i^x \qquad \textbf{Ecuación 39}$$

donde:

C_t: costo total en dólares de la serie de tuberías.

k: coeficiente de la función de costos; se utilizó $k = 0{,}015$ (tomado de Saldarriaga, 2007).

L_i: longitud del i-ésimo tramo de tubería en metros.

D_i: diámetro del i-ésimo tubo en milímetros.

k: exponente de la función de costos; se utilizó $x = 1{,}46$ (tomado de Saldarriaga, 2007).

Para comparar el costo del diseño obtenido con la metodología DGM y el del diseño obtenido con criterio de Wu, Álvarez utilizó el siguiente indicador, al cual denominó costo diferencial:

$$Costo\ Diferencial\ \% = \frac{Costo_{I-pai\ Wu} - Costo_{DGM}}{Costo_{I-pai\ Wu}} * 100\ \% \qquad \textbf{Ecuación 40}$$

Se puede observar que el costo diferencial será positivo cuando $Costo_{I-pai\ Wu} > Costo_{DGM}$, será cero cuando $Costo_{I-pai\ Wu} = Costo_{DGM}$ y será negativo cuando $Costo_{I-pai\ Wu} < Costo_{DGM}$.

Además, Álvarez realizó diseños utilizando la LGH promedio (Ecuación 34) y utilizó el indicador anterior (i.e. costo diferencial) para comparar el costo de estos diseños con los de las configuraciones obtenidas al aplicar el criterio de Wu.

Por otra parte, Álvarez analizó la relación entre el coeficiente de asimetría de las demandas de una serie y el costo diferencial de los diseños obtenidos con la metodología DGM y con la función promedio. El coeficiente de asimetría es una medida del grado de asimetría de una distribución con respecto a su

media. Un valor positivo de este coeficiente significa que la distribución se encuentra sesgada a la izquierda; es decir, se tiene una distribución unilateral que se extiende más hacia valores positivos (orientación positiva). Un valor negativo indica que la distribución está sesgada a la derecha. La ecuación para el cálculo del coeficiente de asimetría es la siguiente:

$$CA = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{n * s^3}$$ **Ecuación 41**

donde:

n: número de datos que conforman la muestra analizada (en este caso, se tendría n = *NN*, donde *NN* corresponde al número de nodos de consumo de la serie de tuberías).

x_i: demanda en el *i*-ésimo nodo.

$\bar{x}$: media de las demandas en los nodos.

s: desviación estándar de la muestra.

Inicialmente, Álvarez analizó 200 series de tuberías generadas de manera aleatoria. En éstas observó que los diseños realizados con la **función escalada** (i.e. metodología DGM) presentan costos diferenciales negativos, lo cual indica que el método de Wu conduce a diseños más económicos. El costo diferencial promedio fue de -1,94 %, con un valor máximo de 0,73 % y un valor mínimo de –6,03 %. Por otra parte, observó que el 84,5 % de los diseños obtenidos a partir de la **función promedio** presentan costos diferenciales positivos, lo que quiere decir son diseños más económicos que los obtenidos a partir del criterio de Wu. En el caso de la función promedio, el costo diferencial promedio fue de 0,47 %, con un valor máximo de 2,15 % y un valor mínimo de -0,87 %. Los resultados obtenidos en este primer análisis se resumen en la Figura 15, en la cual se encuentra graficado el costo diferencial de los diseños obtenidos a partir de la función escalada y de la función promedio contra el coeficiente de asimetría de las demandas.

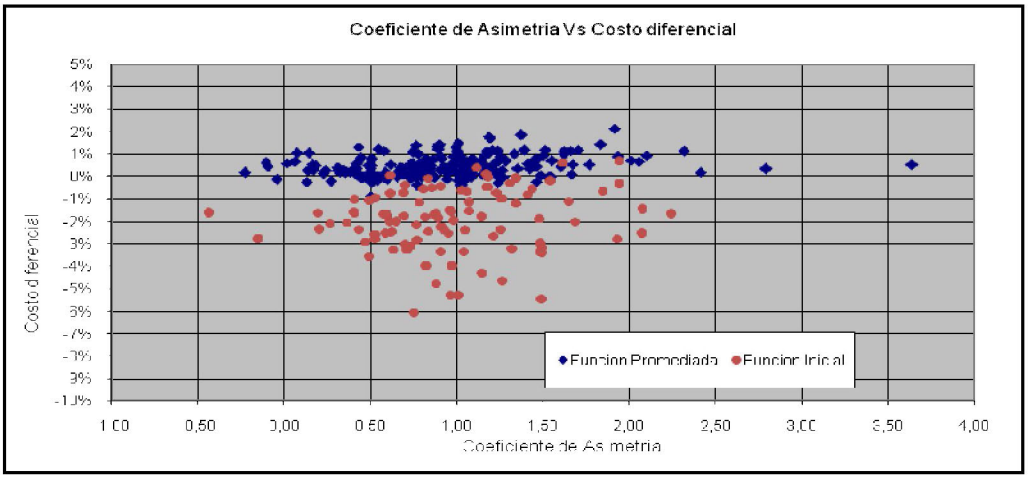


Figura 15. Análisis del desempeño de la metodología DGM – series generadas aleatoriamente.

Fuente: informe de proyecto especial de Leonardo Álvarez

En la Figura 15 se puede observar que la gran mayoría de los puntos correspondientes a los diseños obtenidos con la función promedio se encuentran por encima de cero y de los puntos correspondientes a la función escalada, lo que confirma lo que se mencionó previamente: los diseños obtenidos con la función promedio son, en general, más económicos que los obtenidos a partir del criterio de Wu y de la función escalada. Además, en la Figura 15 se puede ver que no hay correlación entre el valor del coeficiente de asimetría y el costo de los diseños.

Al analizar las primeras 200 series de tuberías, Álvarez notó que en muchos de los casos en los que la función escalada llevaba a diseños más económicos que el criterio de Wu, las demandas se encontraban concentradas en un área específica de la serie. Con el propósito de probar el efecto de la distribución de la demanda en el desempeño de la metodología DGM, Álvarez generó 500 nuevas series de tuberías en las cuales forzó algunas condiciones específicas. En la siguiente tabla se indica el número de series que se generaron para cada condición particular que se quería probar; además, se muestra el costo diferencial promedio de los diseños obtenidos para cada una de estas condiciones (en este caso sólo se realizaron diseños con la función escalada y no con la promedio).

Tabla 2. Series con condiciones específicas – análisis metodología DGM.

Condición específica de las series de tuberías	Número de series generadas	Costo diferencial promedio
Series totalmente aleatorias	100	0,28%
Series con caudal en todos los nodos	100	0,15%
Series con longitud de tuberías constante	100	0,21%
Series con demandas concentradas al inicio	100	4,72%
Series con demandas concentradas en el centro	50	2,40%
Series con demandas concentradas al final	50	3,00%

Los resultados obtenidos en este análisis se muestran en la Figura 16.

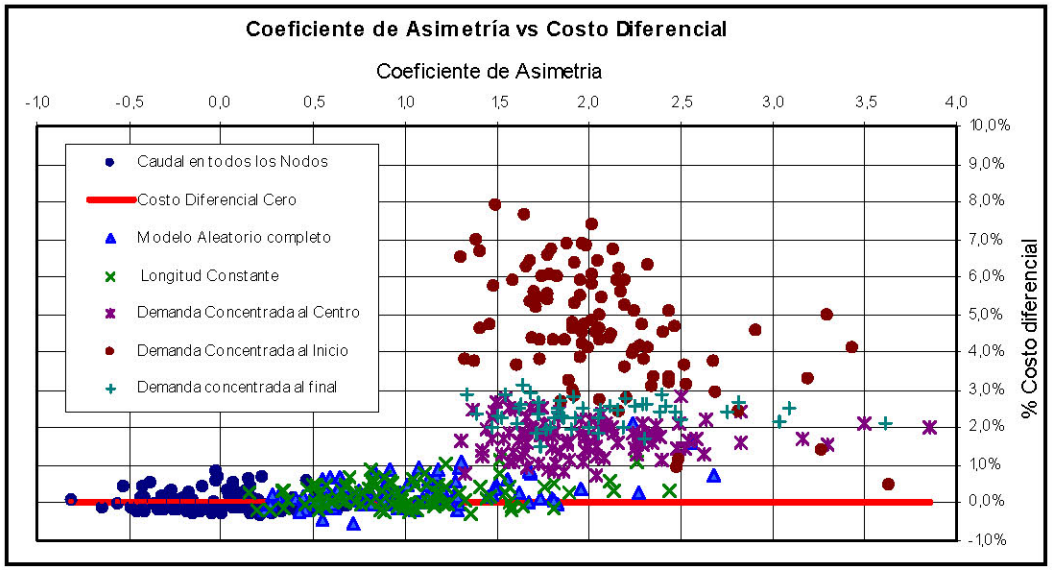


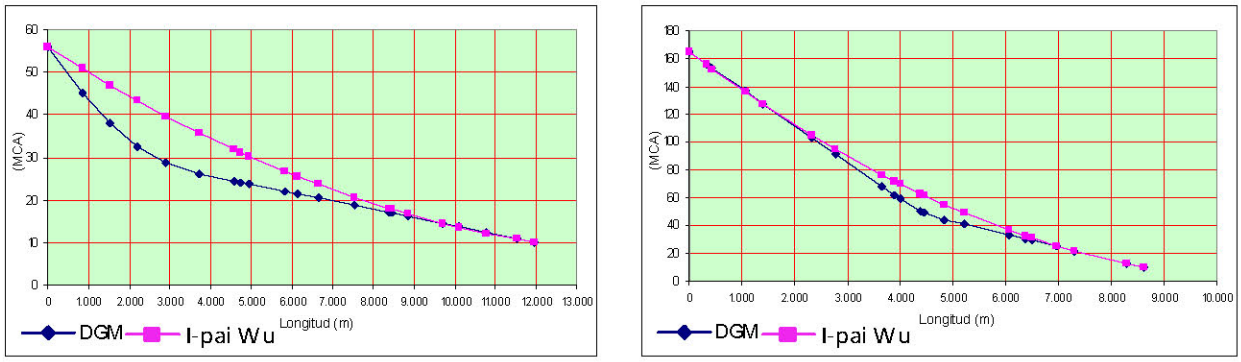
Figura 16. Análisis del desempeño de la metodología DGM – series con condiciones controladas.

Fuente: informe de proyecto especial de Leonardo Álvarez

A partir de los resultados obtenidos en el análisis con condiciones controladas se concluyó lo siguiente:

- Al comparar las series totalmente aleatorias con aquellas series de longitud de tuberías constante, se observó que los resultados obtenidos eran similares (los costos diferenciales obtenidos fueron parecidos); esto permite concluir que el costo diferencial y por lo tanto la eficiencia de la metodología DGM es independiente de la longitud de las tuberías que conforman la serie.
- En los tres casos de demanda concentrada, especialmente en el caso de demanda concentrada al inicio, los costos diferenciales fueron positivos; esto indica que la metodología DGM presenta un mejor comportamiento (i.e. lleva a diseños más económicos) que el criterio de Wu en los casos en

los que la demanda de caudal se encuentra concentrada en pequeñas áreas de las series de tuberías. Al analizar las LGH de los diseños con demandas concentradas, se observó que en las configuraciones obtenidas con la metodología DGM la LGH presenta grandes pendientes en las zonas en las que está concentrada la demanda, por lo cual se adapta mejor a las condiciones hidráulicas del sistema y da origen a diseños más económicos. Un ejemplo de esta última observación se ilustra en la Figura 17.



(a) **(b)**

Figura 17. LGH de los diseños obtenidos con la metodología DGM y con el criterio de I-pai Wu para el caso de series con demandas concentradas (a) al inicio y (b) en el centro de la serie de tuberías.

Fuente: informe de proyecto especial de Leonardo Álvarez

Finalmente, Álvarez analizó 50 series de tuberías con demandas uniformes y obtuvo un costo diferencial promedio de -0,03 %, lo que indica que los costos de los diseños obtenidos con la función escalada y con el criterio de Wu son aproximadamente iguales para esta condición de distribución de demandas.

En resumen, se puede decir que:

- En el caso de demandas concentradas en pequeños tramos de la serie de tuberías, la metodología DGM presenta un desempeño considerablemente superior al del criterio de Wu.
- En el caso de demandas no concentradas, la metodología DGM lleva a diseños ligeramente más costosos que el criterio de I-pai Wu. Para esta condición, la función promedio probó generar diseños más económicos que los obtenidos con la función escalada (i.e. metodología DGM) y con el criterio de Wu.

- En el caso de demandas uniformes, la metodología DGM y el criterio de Wu arrojan resultados aproximadamente iguales.
- La metodología DGM parece ajustarse mejor que el criterio de Wu a las condiciones hidráulicas variables de las series de tuberías.
- A partir de los resultados obtenidos, se puede afirmar que la variación de la presión en cada nodo de una serie de tuberías sí depende del producto del caudal en un punto de la serie por la distancia de dicho punto a la fuente de abastecimiento.

4.1.3. Análisis crítico y comprobación de la metodología "Distribución Geométrica de la Masa"

La investigación desarrollada por Leonardo Álvarez constituye un paso importante para la comprensión física del concepto de I-pai Wu: Álvarez logró demostrar que la LGH óptima de una serie de tuberías y, por lo tanto, el diseño óptimo de la misma dependen de una potencia hidráulica, la cual es función del caudal en un punto determinado de la serie y de la distancia de dicho punto a la fuente de abastecimiento. No obstante, al analizar esta investigación surgen los siguientes interrogantes:

1. ¿Cómo podrían redondearse los diámetros continuos obtenidos al aplicar la metodología DGM a diámetros comerciales? ¿Cuál es la magnitud del efecto de dicho redondeo en los costos de los diseños?

2. ¿Cómo se desempeña la metodología DGM en comparación con otras metodologías de optimización como los algoritmos genéticos? En su investigación, Álvarez sólo comparó los diseños obtenidos con la metodología DGM contra los diseños resultantes al aplicar el criterio de I-pai Wu; para determinar la eficacia de la metodología DGM, es necesario evaluar su desempeño mediante la comparación con otras metodologías de diseño.

3. ¿Por qué en muchos casos la LGH promedio (obtenida al promediar los valores de la LGH calculada con la función escalada y con la función lineal) genera diseños más económicos que los obtenidos al utilizar directamente las presiones calculadas con la función escalada (metodología DGM)? Este aspecto sugiere que, aunque la función propuesta por Álvarez produce diseños

económicos, ésta no logra generar la LGH óptima y, por lo tanto, no permite encontrar el diseño de mínimo costo.

Con el propósito de responder estos interrogantes, en la presente investigación se desarrolló un algoritmo para redondear los diámetros continuos obtenidos con la metodología DGM a diámetros comerciales. De manera posterior, se generaron series de tuberías con demandas uniformes y con demandas concentradas al inicio, en el centro y al final; estas series se diseñaron con la metodología DGM, después de lo cual los diámetros continuos fueron redondeados a diámetros comerciales con el algoritmo desarrollado para tal fin. Finalmente, los diseños obtenidos (con diámetros redondeados) se compararon contra los diseños óptimos encontrados con otras metodologías de diseño.

4.1.3.1. Algoritmo para el redondeo de diámetros

El algoritmo de redondeo desarrollado es bastante simple: éste consiste en aproximar el diámetro continuo calculado para cada tubo al diámetro comercial disponible más cercano, corrigiendo en cada paso (es decir, después de redondear el diámetro de un tubo) la LGH en el nodo final del tubo cuyo diámetro acaba de ser redondeado.

El primer paso que se lleva a cabo en el algoritmo desarrollado consiste en leer los datos iniciales del problema, éstos son:

- Conjunto de diámetros comerciales disponibles.
- Número de tuberías que conforman la serie.
- Longitud de cada tubería.
- Coeficiente de pérdidas menores de cada tramo de tubería.
- Caudal demandado en cada nodo, a partir de lo cual se puede calcular el caudal que fluye por cada tubería.
- LGH ideal en cada nodo de la serie.
- Rugosidad absoluta del material para el cual se va a diseñar.
- Propiedades del fluido.

Posteriormente, el algoritmo recorre, del primero al último, todos los tubos que conforman la serie y va redondeando el diámetro de cada uno de éstos. Los pasos del algoritmo de redondeo se describen a continuación.

1. Inicializar el proceso en *i* = 1, donde *i* corresponde a la posición de cada tubo dentro de la serie.

2. Leer la LGH ideal en el nodo inicial y final del tubo *i* (en adelante, estas LGH se denominarán $LGH_{inicial\ ideal_i}$ y $LGH_{final\ ideal_i}$), a partir de lo cual se estiman las pérdidas de energía que tienen lugar dicho tubo; estas pérdidas corresponden a la suma de las pérdidas por fricción (h_{f_i}) más las pérdidas menores (h_{m_i}) que ocurren en el tramo de tubería que se está analizando:

$$\Delta H_i = LGH_{inicial\ ideal_i} - LGH_{final\ ideal_i} = h_{f_i} + h_{m_i}$$

3. Se calcula el diámetro exacto ($d_{continuo}$) que al transportar el caudal que fluye por el tubo *i* produce las pérdidas de energía calculadas en el Paso 2. Para esto se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 5) en conjunto con la de Colebrook-White (Ecuación 6) y la ecuación para la estimación de las pérdidas menores.

4. Si el tubo *i* es el último tubo de la serie, el diámetro calculado en el Paso 3 se redondea al siguiente diámetro comercial (para asegurar que se cumple con la restricción de presión mínima en el nodo final) y el algoritmo de redondeo termina en este punto. De no ser así, continuar con el Paso 5.

5. Si el $d_{continuo}$ calculado en el Paso 3 es menor que el mínimo diámetro comercial disponible, al *i*-ésimo tubo se asignará este último diámetro (i.e. el menor diámetro comercial disponible) y se continúa directamente con el Paso 9. De lo contrario, se sigue al Paso 6.

6. Identificar los diámetros comerciales inmediatamente anterior y siguiente al $d_{continuo}$ calculado en el Paso 3; estos diámetros se denominarán de ahora en adelante $d_{inferior\ i}$ y $d_{superior\ i}$.

7. Se calculan las siguientes dos diferencias: $\left|d_{continuo} - d_{inferior\ i}\right|$ y $\left|d_{continuo} - d_{superior\ i}\right|$.

8. Si $\left|d_{continuo} - d_{inferior\ i}\right| \leq \left|d_{continuo} - d_{superior\ i}\right|$, el diámetro del *i*-ésimo tubo se aproxima a $d_{inferior\ i}$; en caso contrario, se aproxima a $d_{superior\ i}$.

9. Con el nuevo diámetro asignado, se calculan las pérdidas de energía que tienen lugar en el *i*-ésimo tubo (para esto se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con la de Colebrook-White y la ecuación para la estimación de las pérdidas menores):

$$Pérdidas\ de\ Energía_{Tubo\ i} = h_{f_i} + h_{m_i}$$

10. Con las pérdidas de energía corregidas calculadas en el Paso 9, se estima la nueva LGH objetivo en el nodo final del tubo *i*, la cual corresponde a la LGH objetivo del nodo inicial tubo *i + 1*. La nueva LGH se calcula de la siguiente manera:

$$LGH_{final\ ideal_i} = LGH_{inicial\ ideal_i} - Pérdidas\ de\ Energía_{Tubo\ i} = LGH_{inicial\ ideal_{i+1}}$$

11. *i* = *i* + 1 (se pasa al siguiente tubo de la serie).

12. Si *i* es menor que *NT* (*NT* = número de tubos que conforman la serie), regresar al Paso 2, de lo contrario, finalizar el algoritmo.

Este algoritmo se implementó como una función en el programa Microsoft Excel, el cual se utilizó para generar y diseñar nuevas series de tuberías con la metodología DGM.

4.1.3.2. Evaluación del desempeño de la metodología DGM en comparación con otras metodologías de diseño optimizado

Para evaluar la eficacia de la metodología DGM frente a otras metodologías de diseño, se generaron aproximadamente 50 series de tuberías con diferentes características hidráulicas y topológicas. Cada una de las series generadas fue diseñada de acuerdo con la metodología DGM y los diámetros continuos

obtenidos fueron redondeados con el algoritmo descrito en el Numeral 4.1.3.1. Si los diámetros no se redondearan, no sería posible comparar los diseños obtenidos con la metodología DGM con los diseños alcanzados con otras metodologías, dado que la mayoría de metodologías existentes (e.g. algoritmos genéticos) generan de manera directa diseños con diámetros comerciales discretos.

Posteriormente, las series de tuberías generadas fueron diseñadas con otras metodologías, hasta asegurar que se alcanzara un diseño muy cercano al óptimo global. Para esto se utilizaron los algoritmos de diseño implementados en el software de simulación hidráulica del CIACUA (REDES), entre los que se encuentran los algoritmos de Superficie Óptima de Presiones y diseño rápido desarrollados por Villalba (2004) y los algoritmos genéticos. Las series generadas fueron diseñadas con todos los algoritmos disponibles y también se probaron combinaciones de algoritmos; por ejemplo, se realizaron prediseños con la metodología SOP y éstos fueron utilizados como punto de partida de los algoritmos genéticos. El proceso de diseño de cada serie se dio por terminado sólo cuando después de hacer múltiples corridas con algoritmos genéticos, fijando un mínimo de 200 generaciones y 200 individuos por generación, se dejaran de obtener mejoras o disminuciones en los costos.

Las series utilizadas en este análisis no fueron generadas de manera aleatoria sino controlada; los parámetros considerados al generarlas fueron los siguientes:

- Número de tuberías: 20.
- LGH a la entrada (en la fuente de abastecimiento): entre 30 m. c. a. y 150 m. c. a.
- Topografía plana (todos los nodos se encuentran en la misma cota).
- Longitud de cada tramo de tubería: 50 m.
- Rugosidad absoluta de las tuberías: todos los diseños se hicieron en PVC, el cual tiene una rugosidad absoluta (k_s) de 0,0015 mm.
- Características del fluido: para los diseños se consideró agua a 15 ^{o}C.
- Función de costos: se utilizó la misma función de costos empleada por Leonardo Álvarez (ver Ecuación 39), con un coeficiente de 0,015 y un exponente de 1,46.
- Caudal demandado en los nodos de consumo: entre 0,05 m^3/s y 0,10 m^3/s. Se generaron series con cuatro patrones de demanda diferentes:
    - Demandas uniformemente distribuidas.

- Demandas concentradas al inicio de la serie (en los seis primeros nodos).
- Demandas concentradas en el centro de la serie (en los seis nodos del medio).
- Demandas concentradas al final de la serie (en los seis últimos nodos).

Para asegurar que se presentara flujo a lo largo de toda la serie de tuberías, en todos los casos se puso una demanda superior a cero en el último nodo.

En general, los resultados obtenidos para las series con un mismo patrón de demanda fueron similares. A continuación se presentan algunos de los resultados obtenidos para cada uno de los cuatro patrones de demanda estudiados.

En este análisis se adoptó el indicador de costo diferencial (Ecuación 40) para comparar el costo del diseño obtenido con la metodología DGM con el del diseño óptimo alcanzado con otras metodologías; cuando este indicador toma valores negativos, quiere decir que el diseño obtenido con la metodología DGM es más costoso que el obtenido con otras metodologías de diseño y viceversa.

Demanda uniforme (de igual magnitud en todos los nodos e igualmente espaciada):

La Tabla 3 presenta los resultados obtenidos para tres series con demanda uniforme.

Tabla 3. Resultados de la comprobación de la metodología DGM – demanda uniforme.

DEMANDA UNIFORME	PARÁMETROS DE LA SERIE	MÉTODO DE DISEÑO	COSTO DEL DISEÑO	COSTO DIFERENCIAL
SERIE 1	L = 50 m, q = 0,050 m^3/s, H_0= 135 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 71.947,25	-0,66%
		Diseño Óptimo	$ 71.476,02	
SERIE 2	L = 50 m, q = 0,010 m^3/s, H_0= 30 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 49.507,22	-5,40%
		Diseño Óptimo	$ 46.970,94	
SERIE 3	L = 50 m, q = 0,025 m^3/s, H_0= 70 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 59.560,42	-1,10%
		Diseño Óptimo	$ 58.913,85	

Los siguientes gráficos ilustran la distribución de la demanda y la forma de la LGH de los diseños óptimos alcanzados para las series indicadas en la Tabla 3.

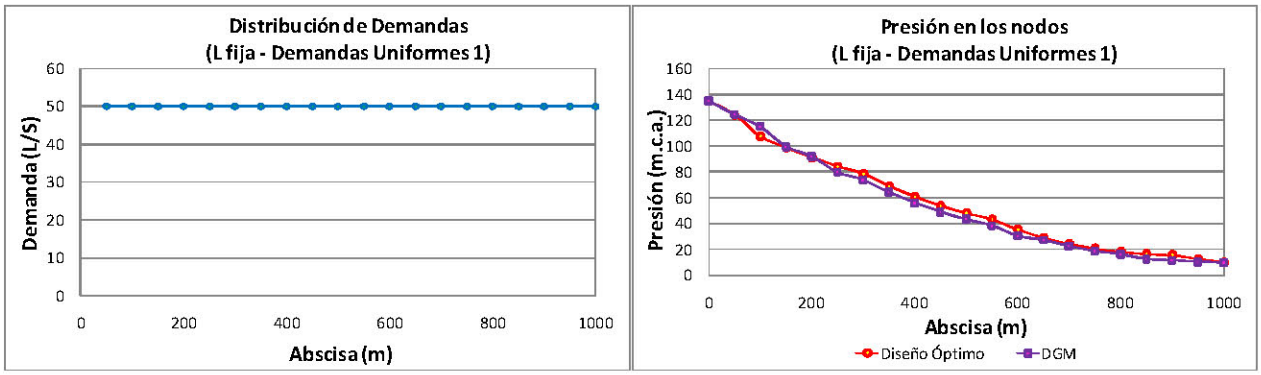


Figura 18. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la primera serie con demanda uniforme.

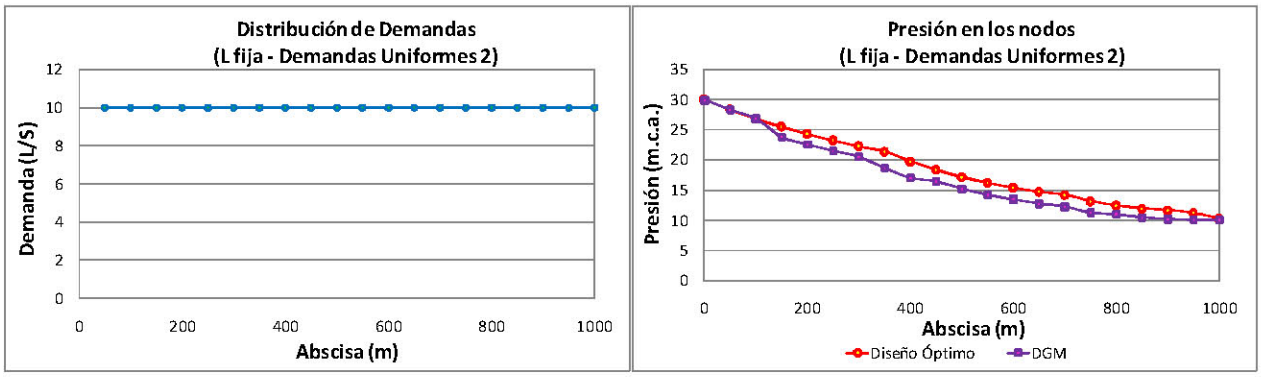


Figura 19. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la segunda serie con demanda uniforme.

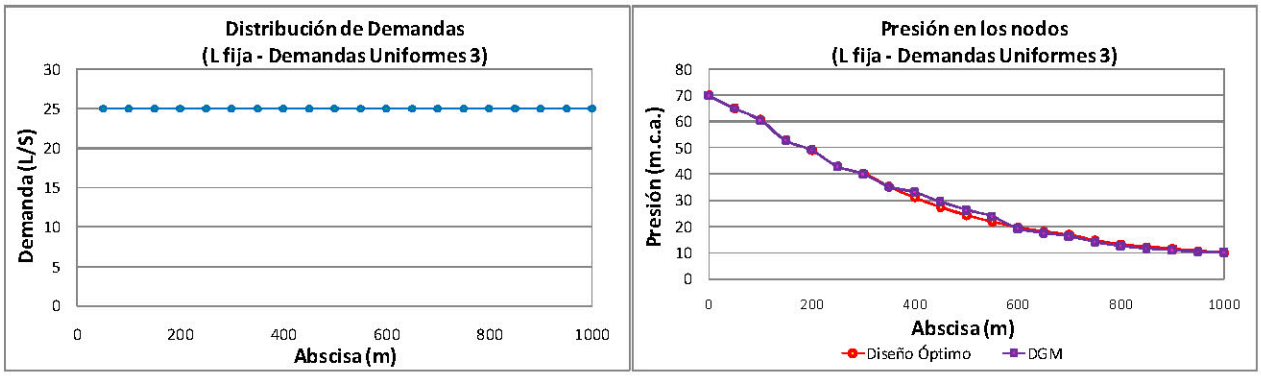


Figura 20. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la tercera serie con demanda uniforme.

Los costos diferenciales presentados en la Tabla 3 indican que para el caso de demanda uniforme, el diseño obtenido con la metodología DGM es ligeramente más costoso que el diseño óptimo, aunque la diferencia en costos no es grande. Al observar las figuras anteriores, se puede ver que la LGH del diseño obtenido con la metodología DGM tiende a estar por debajo de la LGH del diseño óptimo; esto explica el hecho de que Leonardo Álvarez haya obtenido mejores resultados al promediar la LGH resultante de la función escalada con la LGH recta.

Demanda concentrada al inicio de la serie (en los seis primeros nodos):

La Tabla 4 presenta los resultados obtenidos para tres series con demanda concentrada en el primer tercio del sistema (en los seis primeros nodos).

Tabla 4. Resultados de la comprobación de la metodología DGM – demanda concentrada al inicio.

DEMANDA AL INICIO	PARÁMETROS DE LA SERIE	MÉTODO DE DISEÑO	COSTO DEL DISEÑO	COSTO DIFERENCIAL
SERIE 1	L = 50 m, q = 0,050 m^3/s (6 primeros nodos), H_0= 70 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 22.415,49	-12,36%
		Diseño Óptimo	$ 19.949,33	
SERIE 2	L = 50 m, q = 0,100 m^3/s (6 primeros nodos), H_0= 80 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 28.665,93	-16,24%
		Diseño Óptimo	$ 24.661,76	
SERIE 3	L = 50 m, q = 0,075 m^3/s (6 primeros nodos), H_0= 70 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 26.429,62	-10,76%
		Diseño Óptimo	$ 23.861,22	

Los siguientes gráficos ilustran la distribución de la demanda y la forma de la LGH de los diseños óptimos alcanzados para las series indicadas en la Tabla 4.

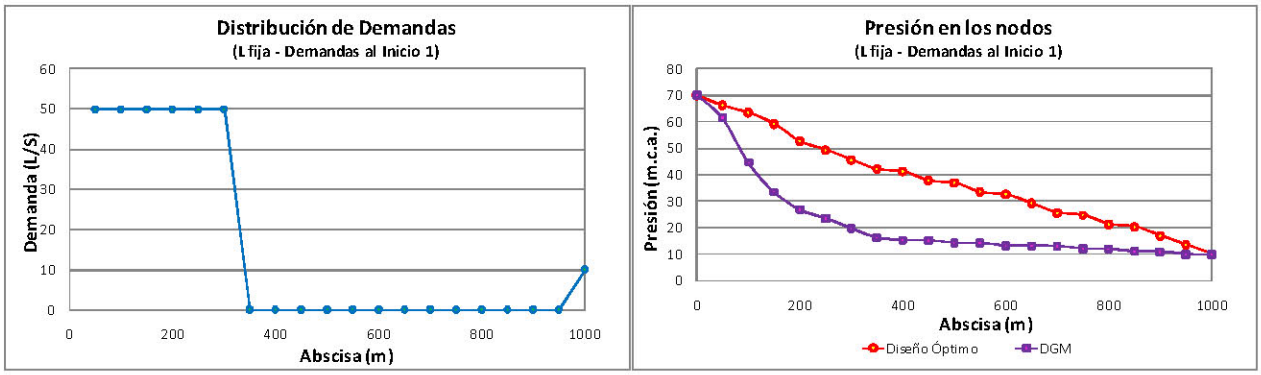


Figura 21. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la primera serie con demanda concentrada al inicio.

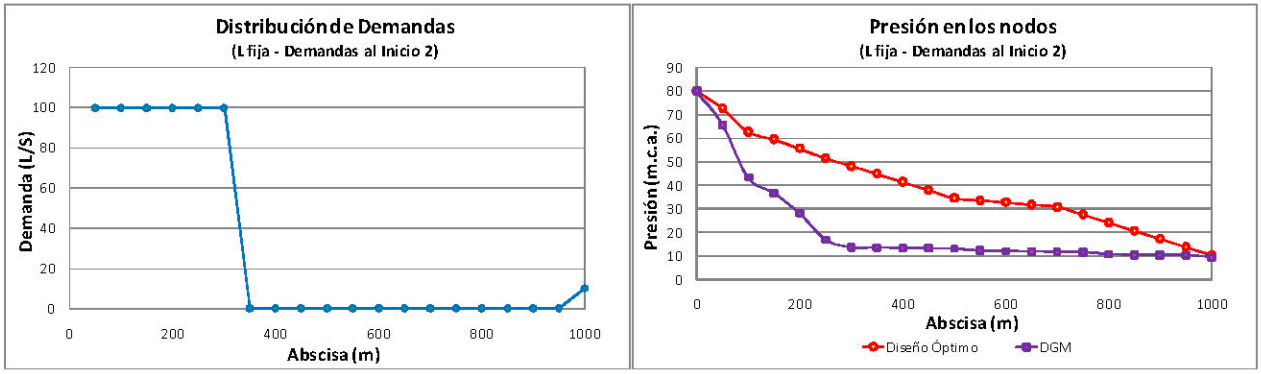


Figura 22. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la segunda serie con demanda concentrada al inicio.

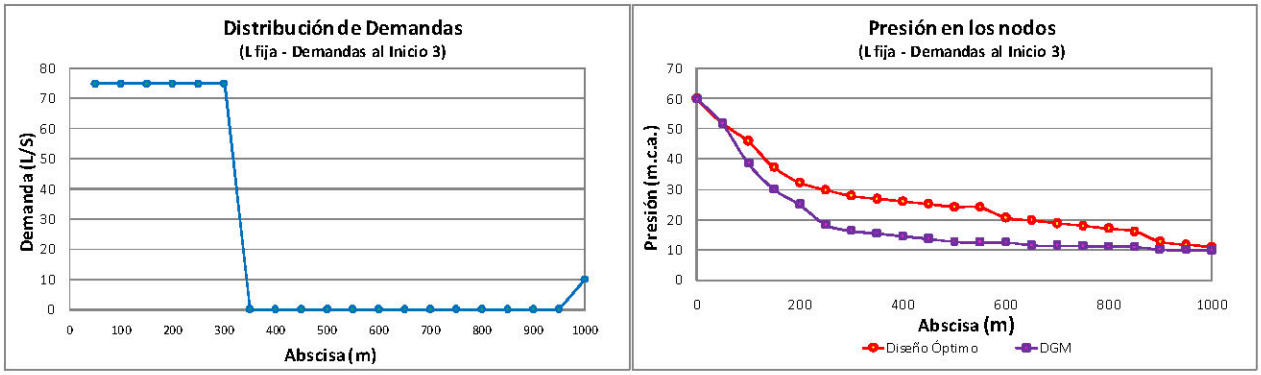


Figura 23. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la tercera serie con demanda concentrada al inicio.

El costo diferencial de las series con demandas concentradas al inicio es siempre negativo y de magnitud considerable; esto indica que, para este patrón de demanda, el diseño obtenido con la metodología DGM se aleja sensiblemente del diseño óptimo. En las Figuras 21, 22 y 23 se puede observar con claridad que la LGH de los diseños obtenidos con la metodología DGM se encuentra muy por debajo de la LGH de los diseños óptimos; esto confirma lo que se dijo previamente con respecto al mejor desempeño de la función promedio.

Demanda concentrada en el centro de la serie (en los seis nodos del medio):

La Tabla 5 presenta los resultados obtenidos para tres series con demanda concentrada en el primer tercio del sistema.

Tabla 5. Resultados de la comprobación de la metodología DGM – demanda concentrada en el centro.

DEMANDA EN EL CENTRO	PARÁMETROS DE LA SERIE	MÉTODO DE DISEÑO	COSTO DEL DISEÑO	COSTO DIFERENCIAL
SERIE 1	L = 50 m, q = 0,050 m^3/s (6 nodos del medio), H_0= 70 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 41.320,17	-3,39%
		Diseño Óptimo	$ 39.967,01	
SERIE 2	L = 50 m, q = 0,100 m^3/s (6 nodos del medio), H_0= 80 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 56.940,02	-1,45%
		Diseño Óptimo	$ 56.125,59	
SERIE 3	L = 50 m, q = 0,075 m^3/s (6 nodos del medio), H_0= 70 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 52.057,15	-0,11%
		Diseño Óptimo	$ 51.999,17	

Los siguientes gráficos ilustran la distribución de la demanda y la forma de la LGH de los diseños óptimos alcanzados para las series indicadas en la Tabla 5.

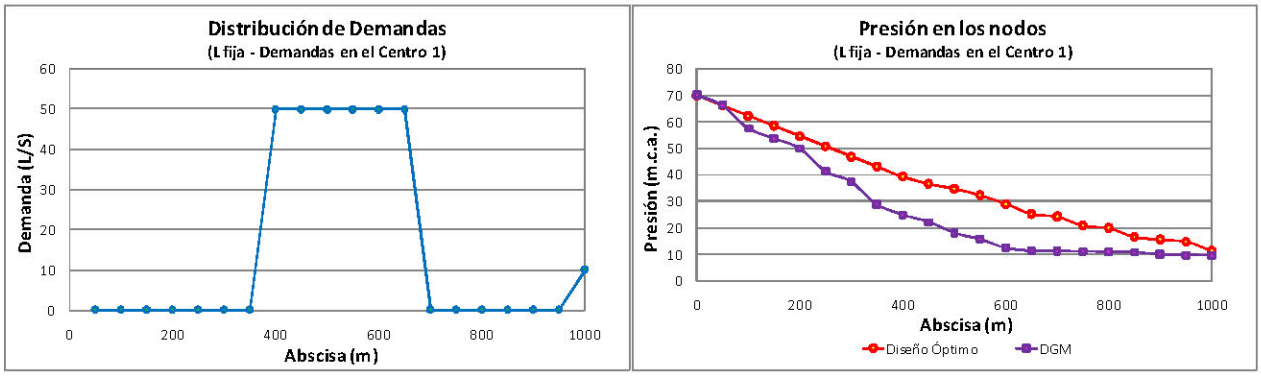


Figura 24. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la primera serie con demanda concentrada en el centro.

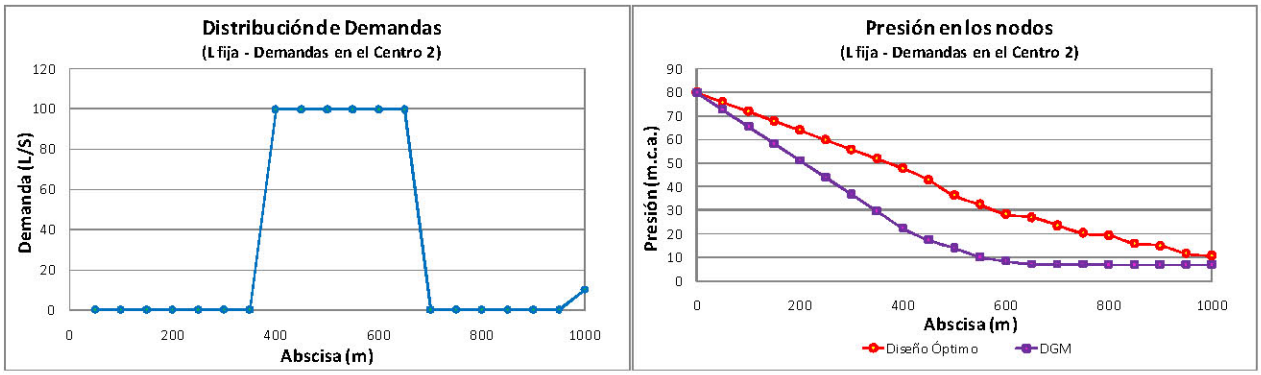


Figura 25. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la segunda serie con demanda concentrada en el centro.

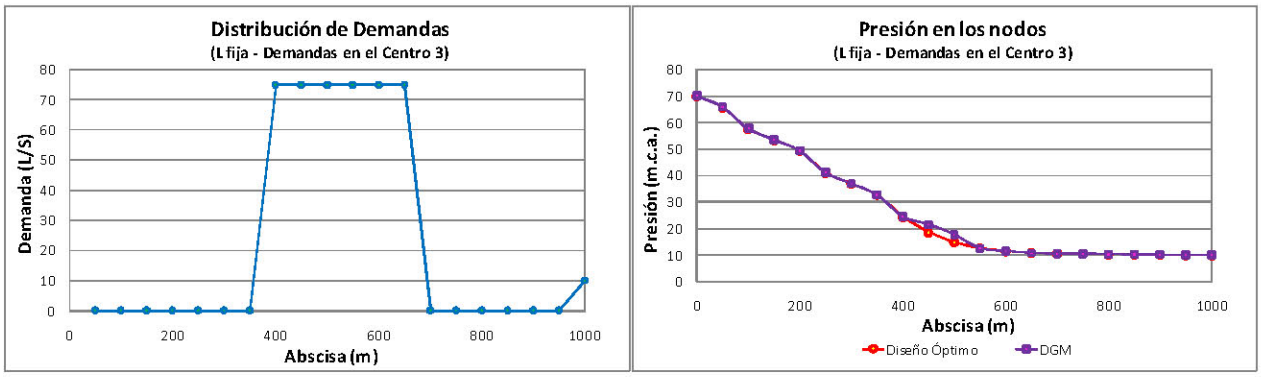


Figura 26. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la tercera serie con demanda concentrada en el centro.

El desempeño de la metodología DGM para el caso de demandas concentradas en el centro es muy similar al observado en el caso de demandas uniformes: los diseños obtenidos con la metodología DGM son ligeramente más costosos que los diseños óptimos obtenidos con otras técnicas, aunque la diferencia en costos es pequeña. Nuevamente se observa que la LGH de los diseños alcanzados con la metodología DGM tiende a estar por debajo de la LGH de los diseños óptimos.

<u>Demanda concentrada al final de la serie (en los seis últimos nodos):</u>

La Tabla 6 presenta los resultados obtenidos para dos series con demanda concentrada en el último tercio del sistema (en los últimos 6 nodos).

Tabla 6. Resultados de la comprobación de la metodología DGM – demanda concentrada al final.

DEMANDA AL FINAL	PARÁMETROS DE LA SERIE	MÉTODO DE DISEÑO	COSTO DEL DISEÑO	COSTO DIFERENCIAL
SERIE 1	L = 50 m, q = 0,050 m^3/s (6 nodos del final), H_0= 60 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 64.687,24	0,00%
		Diseño Óptimo	$ 64.687,24	
SERIE 2	L = 50 m, q = 0,100 m^3/s (6 nodos del final), H_0= 80 m.c.a., Pmín = 10 m.c.a.	DGM	$ 89.624,05	0,00%
		Diseño Óptimo	$ 89.624,05	

Los siguientes gráficos ilustran la distribución de la demanda y la forma de la LGH de los diseños óptimos alcanzados para las series indicadas en la Tabla 6.

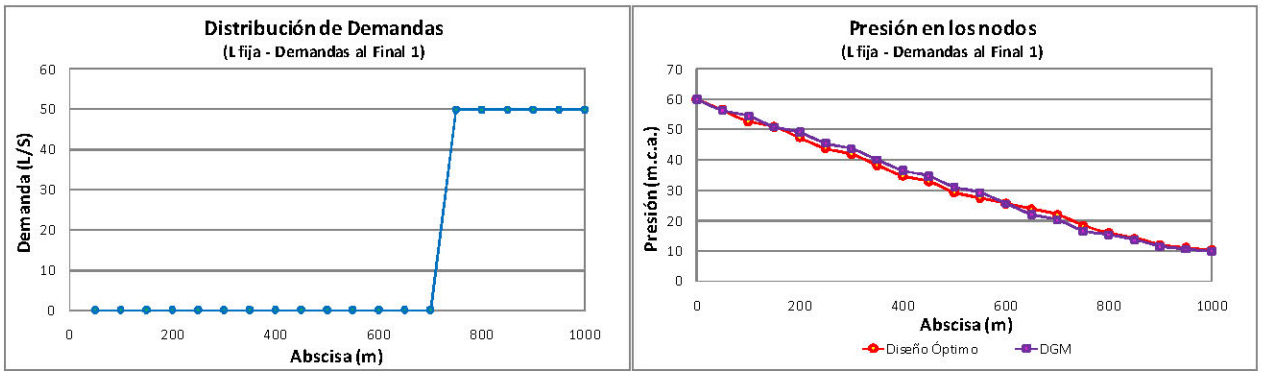


Figura 27. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la primera serie con demanda concentrada al final.

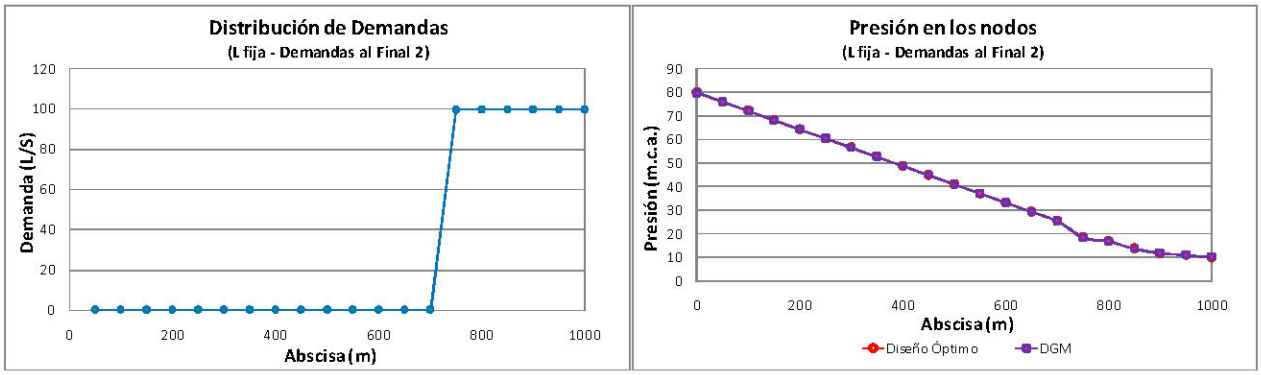


Figura 28. Comprobación metodología DGM - Distribución de demandas y LGH de la segunda serie con demanda concentrada al final.

En la Tabla 6 se puede observar que cuando las demandas se encuentran concentradas al final de la serie, los diseños obtenidos con la metodología DGM prácticamente coinciden con los diseños óptimos encontrados con otras metodologías. Se puede entonces afirmar que el desempeño de la metodología DGM es óptimo para el caso de demandas concentradas al final de la serie de tuberías.

Conclusiones:

A partir del análisis y comparación del desempeño de la metodología DGM con el de otras metodologías para el diseño optimizado de series de tuberías, se puede concluir lo siguiente:

- Cuando las demandas son uniformes o están concentradas en la parte central de la serie de tuberías, la metodología DGM genera diseños ligeramente más costosos que los diseños óptimos alcanzados con otras metodologías, pero la diferencia en costos es pequeña.
- Cuando las demandas se encuentran concentradas al inicio de la serie, la metodología DGM lleva a diseños que se alejan considerablemente del óptimo.
- Cuando las demandas están concentradas al final de la serie, la metodología DGM genera diseños que prácticamente coinciden con los óptimos encontrados con otras metodologías.
- En general, la LGH obtenida al aplicar la metodología DGM tiende a estar por debajo de la LGH de los diseños óptimos; esto explica por qué Leonardo Álvarez obtuvo mejores resultados con la LGH promedio que con la LGH de la función escalada. La LGH de la metodología probada presenta una gran pendiente al inicio y luego se hace más plana, por lo cual en la primera parte de la serie de tuberías se obtienen diámetros pequeños que producen grandes pérdidas y hacia el centro y el final se tienen diámetros mayores que los de los diseños generados con otras técnicas de optimización.
- Dado que la metodología DGM funciona bien en algunos casos, pero no en otros y que la LGH generada por ésta tiende a estar por debajo de la LGH óptima, se puede concluir que la metodología no logra explicar a cabalidad la variación de la presión en cada nodo de una serie de tuberías. No obstante, los resultados obtenidos demuestran que la LGH óptima y, por lo tanto, el diseño óptimo de una serie de tuberías sí dependen de una potencia hidráulica que es función del caudal en un punto determinado de la serie y de la distancia de dicho punto a la fuente de

abastecimiento. A partir de esta información es posible desarrollar nuevas funciones que involucren el concepto de potencia hidráulica y que logren explicar mejor la variación óptima de la LGH a lo largo de una serie de tuberías con diferentes características hidráulicas y topológicas.

- Sería recomendable estudiar otros algoritmos de redondeo que pudieran resultar más eficientes, disminuyendo ligeramente el costo de los diseños obtenidos con la metodología DGM y acercándolos a los diseños óptimos alcanzados con otras metodologías.

4.2. CREACIÓN Y ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE "*POTENCIA DISPONIBLE EN CADA NODO*"

A partir de los resultados obtenidos al probar la metodología DGM, se decidió crear una nueva función hidráulica que involucrara el producto del caudal por la distancia y analizar su relación con la forma de la LGH de diseños previamente optimizados con otras metodologías (i.e. SOP, diseño rápido, programación por restricciones y algoritmos genéticos).

La nueva función hidráulica debe cumplir con las siguientes restricciones:

- Se debe poder evaluar en cada nodo de la serie de tuberías.
- Debe ser monótonamente creciente o decreciente; es decir, al evaluar la función desde el nodo inicial (i.e. fuente o embalse) hasta el nodo final de la serie de tuberías, esta debe: **o** tomar siempre valores sucesivamente mayores (función monótonamente creciente) **o** tomar siempre valores sucesivamente menores (función monótonamente decreciente), pero no puede presentar alternativamente tramos crecientes y decrecientes.
- Para que pueda aplicarse sin problema a cualquier serie de tuberías, es preferible tener una función adimensional que no dependa de la magnitud del sistema analizado.

Después de analizar diferentes opciones, se creó una función que cumple con las restricciones anteriores; esta función se denominó "*Potencia Disponible en cada Nodo*" (PDN). La potencia involucrada en esta función corresponde a la potencia que se disipa en cada tubería de la serie cuando el agua fluye a

través de esta; por lo tanto, como se muestra en las siguientes ecuaciones, la función PDN incluye el producto del caudal que fluye por cada tubería multiplicado por la longitud de esta.

La función desarrollada corresponde a la siguiente ecuación:

$$PDN_j(\%) = \frac{P_{Total} - P_{Consumida\ hasta\ el\ nodo\ j}}{P_{Total}} * 100\ \% \qquad \textbf{Ecuación 42}$$

donde:

PDN_j: potencia disponible en el nodo j.

P_{Total}: potencia total del sistema.

$P_{Consumida\ hasta\ el\ nodo\ j}$: potencia consumida hasta el nodo j.

La potencia total del sistema corresponde a la sumatoria del producto del caudal que fluye por cada tubería por la longitud de dicha tubería:

$$P_{Total} = \sum_{i=1}^{NT} Q_i \cdot L_i \qquad \textbf{Ecuación 43}$$

donde:

NT: número de tuberías que conforman la serie.

Q_i: caudal que fluye por el i-ésimo tubo.

L_i: longitud del i-ésimo tubo.

La potencia consumida hasta un nodo determinado corresponde a la sumatoria del producto $Q \times L$ de los tubos que se encuentran aguas arriba del nodo de interés. Para facilitar la comprensión de este concepto, se utilizará el esquema mostrado en la Figura 29, en el cual se indica la forma en la que se numerarán los nodos y tubos que conforman el sistema.

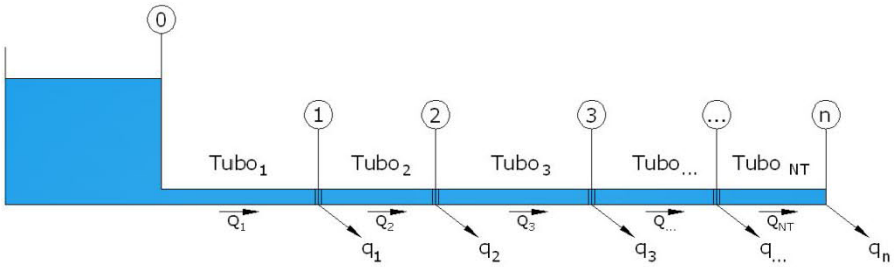


Figura 29. Esquema para la descripción del concepto de *Potencia Disponible en cada Nodo*.

De acuerdo con la explicación previa y con la Figura 29, se llega a la siguiente ecuación para el cálculo de la potencia consumida hasta el *j*-ésimo:

$$P_{Consumida\ hasta\ el\ nodo\ j} = \sum_{i=1}^{j} Q_i \cdot L_i \qquad \textbf{Ecuación 44}$$

Al sustituir la Ecuación 43 y la Ecuación 44 en la Ecuación 42, se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de la *Potencia Disponible en cada Nodo*:

$$PDN_j(\%) = \frac{\sum_{i=1}^{NT} Q_i \cdot L_i - \sum_{i=1}^{j} Q_i \cdot L_i}{\sum_{i=1}^{NT} Q_i \cdot L_i} \cdot 100\ \% \qquad \textbf{Ecuación 45}$$

Se puede ver que el valor máximo de la función PDN ocurre en la fuente de abastecimiento, punto en el cual la potencia disponible es del 100 %; por el contrario, el mínimo valor se presenta en el nodo final de la serie de tuberías, donde la potencia disponible es del 0% (la PDN es una función monótonamente decreciente).

Una vez definida la función hidráulica, se debe estudiar su relación con la LGH óptima de una serie de tuberías. Con este propósito, se generaron, tanto de manera aleatoria como controlada, múltiples series de tuberías con características hidráulicas y topológicas diferentes. Para cada una de las series creadas se encontró el diseño óptimo utilizando los algoritmos de diseño implementados en el programa REDES (i.e. SOP, diseño rápido, programación por restricciones y algoritmos genéticos) y se estudió la relación entre la LGH óptima y la PDN. Este análisis se presenta a continuación.

4.2.1. Análisis de la relación entre la *Potencia Disponible en cada Nodo* y la línea de gradiente hidráulico óptima

Inicalmente, se generaron de manera aleatoria 20 series de tuberías con las siguientes características:

- Número de tuberías: 20
- LGH a la entrada: valor aleatorio entre 50 m y 80 m.
- Longitud de cada tubería: valor aleatorio entre 10 m y 50 m.
- Demanda en cada nodo: valor aleatorio entre 0,100 m^3/s y 0,005 m^3/s.
- Cota de cada nodo: cero (inicialmente se trabajará con series planas para poder analizar el efecto de las variables hidráulicas de manera independiente de la topografía).

Posteriormente, se generaron de manera controlada 20 series de tuberías con los siguientes patrones de demanda:

- Demandas uniformes
- Demandas concentradas al inicio de la serie de tuberías.
- Demandas concentradas en el centro de la serie de tuberías.
- Demandas concentradas al final de la serie de tuberías.

Las series con patrones de demanda controlados están también conformadas por 20 tuberías, cada una con longitud igual a 50 m.

A continuación se presenta la base de diámetros comerciales utilizada en el diseño (ver Tabla 7), el valor de los parámetros físicos empleados en los cálculos hidráulicos (ver Tabla 8) y el coeficiente y exponente de la función de costos aplicada (se utilizó la Ecuación 39 con los parámetros indicados en la Tabla 9).

Tabla 7. Base de diámetros comerciales utilizada en el diseño de las series de tuberías.

Diámetro (m)
0,05
0,08
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
0,35
0,40
0,45
0,50
0,60
0,75
0,80
1,00
1,20
1,40
1,50
1,80

Tabla 8. Parámetros físicos e hidráulicos considerados en el diseño de las series de tuberías.

PARÁMETROS	
ν (m^2/s)	1,14E-06
k_s (m)	0,0000015
Pmín (m)	10,00
g (m/s^2)	9,81

Tabla 9. Parámetros de la función de costos utilizada en el diseño de las series de tuberías.

FUNCIÓN DE COSTOS	
Coeficiente	0,015
Exponente	1,46

Para cada serie de tuberías se obtuvo su diseño óptimo utilizando los algoritmos de diseño implementados en el programa REDES (i.e. diseño rápido, SOP, programación por restricciones y algoritmos genéticos).

Para el diseño óptimo de cada serie de tuberías se realizaron tres gráficos:

- Abscisa vs. Demanda en cada nodo.
- Abscisa vs. LGH en cada nodo.
- *Potencia Disponible en cada Nodo* vs. LGH: a la gráfica obtenida en este caso se ajustó una curva polinómica de grado dos (en cada gráfica se presenta la ecuación de la curva ajustada y el valor del coeficiente de determinación R^2).

Además, para las series con demandas concentradas se hizo un gráfico adicional de variación de la PDN en función de la distancia a la fuente de abastecimiento.

A manera de ejemplo se presentan a continuación los gráficos obtenidos para algunas de las series analizadas.

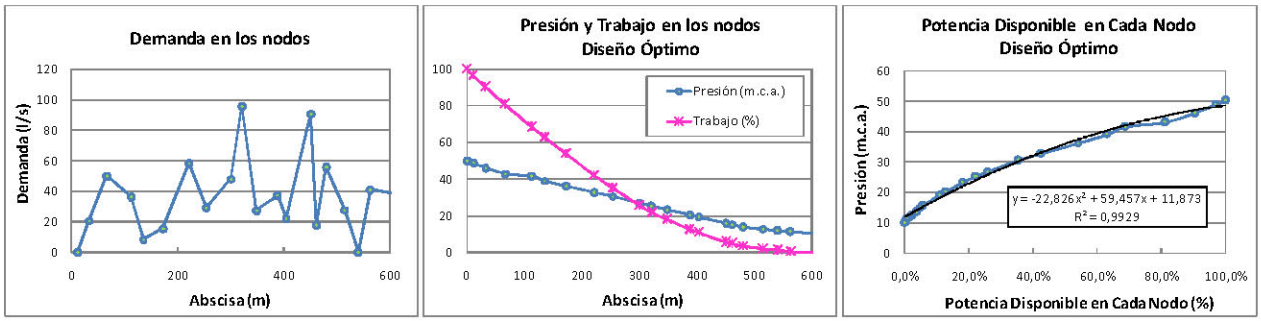


Figura 30. Análisis de la relación entre la LGH óptima y la PDN – Serie aleatoria.

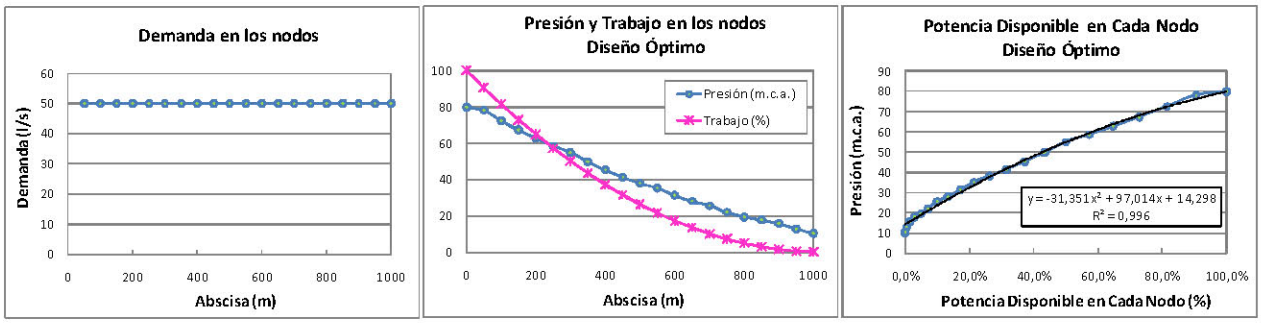


Figura 31. Análisis de la relación entre la LGH óptima y la PDN – Serie con demanda uniforme.

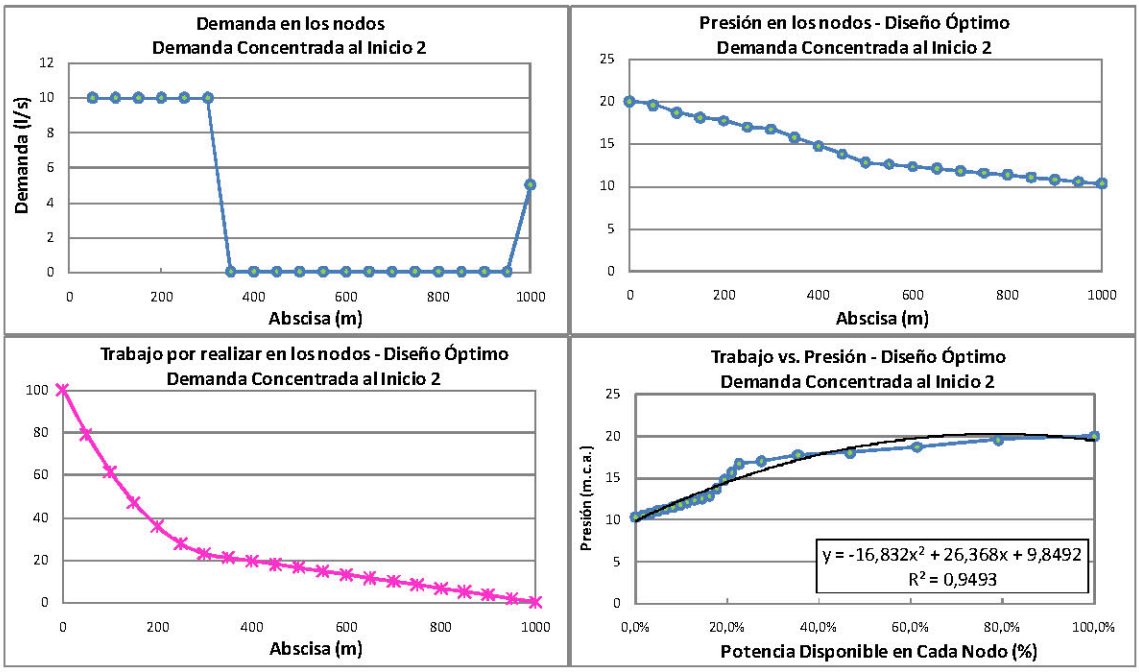


Figura 32. Análisis de la relación entre la LGH óptima y la PDN – Serie con demanda concentrada al inicio.

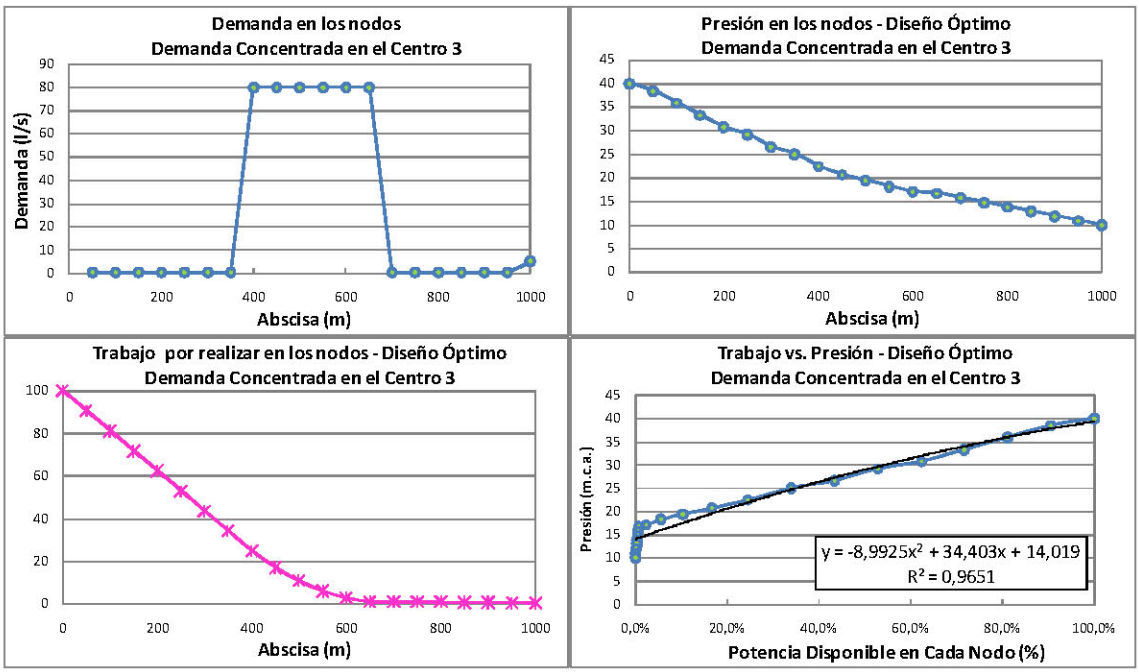


Figura 33. Análisis de la relación entre la LGH óptima y la PDN – Serie con demanda concentrada en el centro.

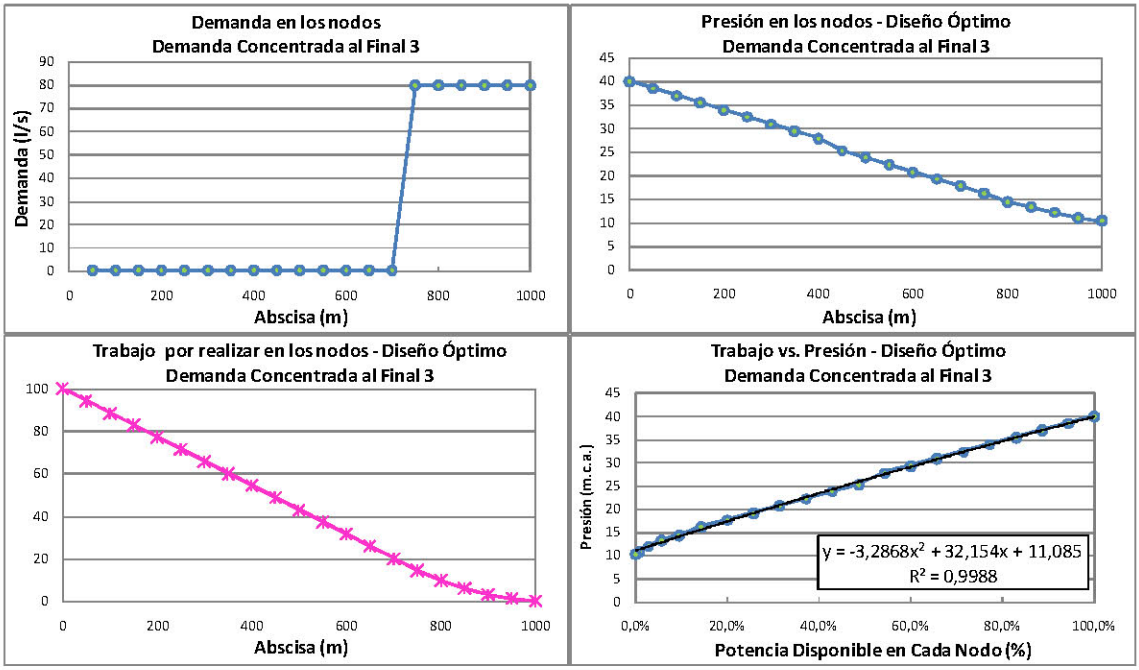


Figura 34. Análisis de la relación entre la LGH óptima y la PDN – Serie con demanda concentrada al final.

En estas figuras se puede observar que la curva obtenida al graficar la LGH contra la PDN se ajusta muy bien a una curva polinómica de grado dos: al ajustar una curva cuadrática, el coeficiente de determinación R^2 obtenido para las 20 series aleatorias fue siempre superior a 98%; para el caso de demandas uniformes el ajuste fue casi perfecto y se obtuvieron valores de R^2 siempre superiores a 99%; en todos los casos de demandas concentradas, excepto en dos, el R^2 fue superior al 90%.

A partir de estos resultados se puede afirmar que la relación entre la LGH y la PDN es una relación cuadrática, cuya forma genérica de representación es la siguiente:

$$y = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma \qquad \textbf{Ecuación 46}$$

En el caso estudiado, la variable independiente es la PDN y la variable dependiente es la LGH, por lo que la Ecuación 46 se puede reescribir de la siguiente forma:

$$LGH_j = \alpha \cdot PDN_j{}^2 + \beta \cdot PDN_j + \gamma \qquad \textbf{Ecuación 47}$$

donde LGH_j es la línea de gradiente hidráulico en el nodo j y PDN_j es la Potencia Disponible en el Nodo j.

Estos resultados no concuerdan con la suposición hecha por Leonardo Álvarez en su proyecto: para determinar la LGH óptima a partir de la función de caudal por distancia (que corresponde a una potencia hidráulica similar a la PDN), Álvarez supuso que la relación entre estas dos variables era **lineal**, lo cual es opuesto a los resultados obtenidos en esta investigación, según los cuales la relación entre la LGH óptima y la potencia hidráulica es **cuadrática**.

Si se lograra determinar el valor de los coeficientes α, β y γ de la Ecuación 47, sería posible utilizar esta ecuación para estimar la LGH ideal en cada nodo de la serie de tuberías en función de la PDN. A continuación se presenta un análisis encaminado a descifrar el valor de estos coeficientes.

4.2.2. Análisis de la ecuación cuadrática mediante la cual se relaciona la *Potencia Disponible en cada Nodo* con la línea de gradiente hidráulico óptima

En las gráficas de PDN vs. LGH óptima se puede ver que, aunque el ajuste a una curva cuadrática es evidente, la forma de la curva para cada una de las series analizadas es muy diferente; por ejemplo, para cada serie la curva presenta una mayor o menor curvatura e incluso se observan curvas con diferente concavidad. Sin embargo, existen dos condiciones de frontera que debe satisfacer la ecuación cuadrática que relaciona la LGH con la PDN para cualquier serie de tuberías que se analice:

1. En el nodo inicial (nodo cero), la LGH es aquella del embalse o fuente de abastecimiento y la PDN es igual a 100 %.
2. En el nodo final, la LGH es igual a la cota o elevación del nodo más la presión mínima requerida y la PDN es igual a 0 %.

Así pues, se conocen dos puntos de la parábola o curva cuadrática que relaciona la LGH óptima con la PDN: P1(100 %, $LGH_{entrada}$) y P2(0 %, LGH_{final}).

Para determinar la ecuación de una curva cuadrática es necesario conocer tres puntos; así, si se conocen P1 y P2, solo faltaría un punto más para obtener la ecuación que relacione la LGH óptima con la PDN. Este tercer punto puede ser el punto de máxima flecha de la parábola; es decir, el punto que más se aleje de la línea recta que une P1 y P2. En la Figura 35 se muestran los puntos conocidos P1 y P2 y el punto de máxima flecha que se desea determinar; de ahora en adelante, se referirá a este último punto como $PF_{máx}$, cuyas coordenadas son $(x_{F\,máx}, y_{F\,máx})$.

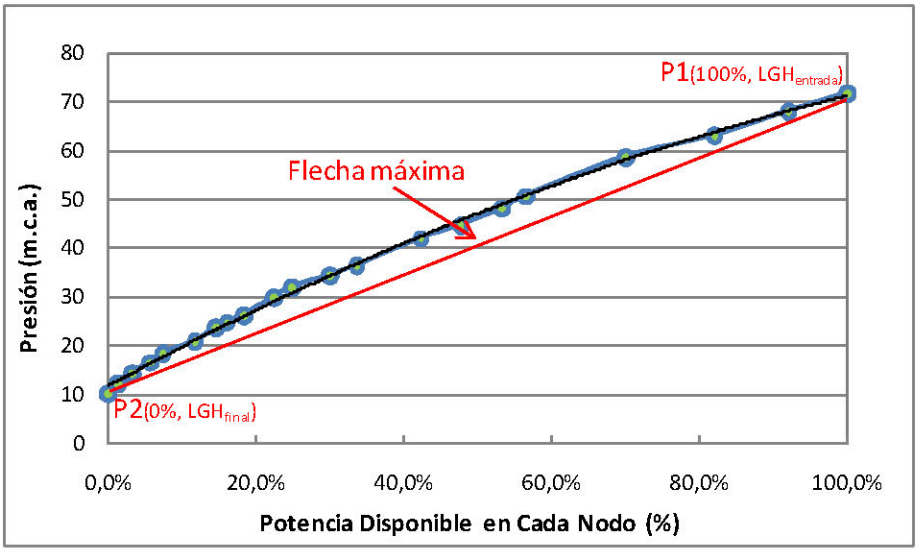


Figura 35. Puntos que determinan la parábola que relaciona la LGH óptima con la PDN.

Para determinar el punto $PF_{máx}$, es necesario conocer la abscisa en la cual se presenta la máxima curvatura de la parábola analizada (i.e. $x_{F\,máx}$) y la magnitud de la distancia máxima entre la parábola y la recta que une los puntos P1 y P2. A continuación se desarrolla un análisis geométrico para determinar la abscisa o coordenada *x* en la cual se presenta la flecha máxima; esta abscisa corresponde a $x_{F\,máx}$.

En este análisis se trabajará con la distancia vertical entre una parábola con ecuación general como la Ecuación 46 y una recta $\overleftrightarrow{P1P2}$ (donde P1 y P2 corresponden a puntos que delimitan un segmento de la parábola). La distancia vertical está dada por la siguiente ecuación:

$$d = \left| y_{parábola} - y_{recta} \right| \qquad \textbf{Ecuación 48}$$

donde $y_{parábola}$ es la ordenada de la parábola correspondiente a una abscisa x y y_{recta} es la ordenada de la recta $\overleftrightarrow{P1P2}$ para la misma abscisa x.

La ordenada $y_{parábola}$ y la abscisa x están relacionadas mediante la Ecuación 46.

Para expresar y_{recta} en función de la abscisa x es necesario encontrar la ecuación de la recta $\overleftrightarrow{P1P2}$. La ecuación de una recta tiene la siguiente forma general:

$$y = mx + b \qquad \textbf{Ecuación 49}$$

donde m es la pendiente de la recta y b es el intercepto.

El valor de la pendiente m se puede determinar conociendo dos puntos de la recta; en este caso se conocen P1 (x_1, y_1) y P2 (x_2, y_2):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \textbf{Ecuación 50}$$

Si se sustituye m en la Ecuación 49, se obtiene la siguiente ecuación para la recta $\overleftrightarrow{P1P2}$:

$$y_{recta} = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) x + b \qquad \textbf{Ecuación 51}$$

Al sustituir la Ecuación 46 y la Ecuación 51 en la Ecuación 48, se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de la distancia vertical entre la parábola y la recta que une dos puntos de la parábola:

$$d = \left| (\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma) - \left(\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) x + b \right) \right| \qquad \textbf{Ecuación 52}$$

Para encontrar la abscisa en la que la distancia d es máxima, se deriva la ecuación anterior con respecto a x y la derivada se iguala a cero:

$$\frac{dd}{dx} = 2\alpha x + \beta - \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)$$ **Ecuación 53**

$$\Rightarrow \quad 2 \cdot \alpha \cdot x_{F\,máx} + \beta - \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) = 0$$ **Ecuación 54**

$$\Rightarrow \quad x_{F\,máx} = \left[\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) - \beta\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$ **Ecuación 55**

Dado que P1 (x_1, y_1) y P2 (x_2, y_2) también son puntos de la parábola descrita por la Ecuación 46, éstos satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$y_1 = \alpha \cdot {x_1}^2 + \beta \cdot x_1 + \gamma$$ **Ecuación 56**

$$y_2 = \alpha \cdot {x_2}^2 + \beta \cdot x_2 + \gamma$$ **Ecuación 57**

Al sustituir la Ecuación 56 y la Ecuación 57 en la Ecuación 55, se obtiene lo siguiente:

$$x_{F\,máx} = \left[\left(\frac{(\alpha \cdot {x_2}^2 + \beta \cdot x_2 + \gamma) - (\alpha \cdot {x_1}^2 + \beta \cdot x_1 + \gamma)}{x_2 - x_1}\right) - \beta\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$ **Ecuación 58**

La ecuación anterior se puede simplificar como se muestra a continuación:

$$x_{F\,máx} = \left[\left(\frac{\alpha \cdot ({x_2}^2 - {x_1}^2) + \beta \cdot (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}\right) - \beta\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow \; x_{F\,máx} = \left[\left(\frac{\alpha \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 + x_1) + \beta \cdot (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}\right) - \beta\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow \; x_{F\,máx} = \left[\left(\frac{(x_2 - x_1)(\alpha \cdot (x_2 + x_1) + \beta)}{x_2 - x_1}\right) - \beta\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow\ x_{F\,máx} = [\alpha \cdot (x_2 + x_1) + \beta - \beta] \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow\ x_{F\,máx} = \alpha \cdot (x_2 + x_1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow\ x_{F\,máx} = \frac{(x_2 + x_1)}{2}$$ **Ecuación 59**

La abscisa en la cual se presenta la máxima flecha está dada por la Ecuación 59; se puede ver entonces que $x_{F\,máx}$ corresponde al punto medio entre x_1 y x_2. La misma demostración se llevó a cabo para la distancia perpendicular entre la parábola y la recta y se obtuvo el mismo resultado para $x_{F\,máx}$.

Dado que la anterior demostración se hizo para cualquier segmento de parábola delimitado por dos puntos P1 y P2, se puede afirmar que:

> ***La máxima distancia entre un segmento de parábola (descrita por una ecuación de la forma $y = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma$) delimitado por dos puntos pertenecientes a la parábola -P1 (x_1, y_1) y P2 (x_2, y_2)- y la recta que une dichos puntos se presenta siempre en el punto medio entre x_1 y x_2.***

Con la anterior demostración queda resuelto el problema de determinar la abscisa del punto de máxima flecha $PF_{máx}$, pero aún falta determinar la magnitud de la flecha máxima para cada serie de tuberías.

El análisis de las series de tuberías generadas muestra algunas tendencias o relaciones generales entre la magnitud de la flecha máxima y algunas variables hidráulicas, tales como la altura piezométrica total disponible, el caudal total que fluye por el sistema, la longitud total de la serie, el producto del caudal total por la longitud total, la distribución de las demandas, entre otras. Sin embargo, la relación de estas variables con la flecha máxima de la LGH parece ser compleja. Antes de analizar dicha relación, lo cual puede ser dispendioso, se va a determinar si la función propuesta (PDN) es o no útil para diseñar series de tuberías.

4.2.3. Análisis de la eficacia de la función de *Potencia Disponible en cada Nodo* en el diseño de series de tuberías

Para analizar la utilidad de la función PDN (*Potencia Disponible en cada Nodo*) en el diseño optimizado de tuberías en serie, se tomaron los parámetros α, β y γ de la Ecuación 47 obtenidos para el diseño óptimo de varias de las series de tuberías analizadas en los numerales anteriores. Se podría decir que se llevó a cabo un doble proceso con el fin de probar la eficacia de la función PDN: inicialmente se obtuvo, mediante algoritmos genéticos, el diseño óptimo de una serie de tuberías dada, con lo cual fue posible determinar los parámetros α, β y γ óptimos; posteriormente, se tomaron estos parámetros y se utilizó la Ecuación 47 para estimar la LGH ideal en cada nodo y diseñar la serie de tuberías en cuestión y, finalmente, el diseño obtenido se comparó con el alcanzado en un principio mediante algoritmos genéticos. Al diseñar con base en la PDN, se obtienen diámetros continuos para las tuberías de la serie; estos fueron redondeados a diámetros comerciales discretos mediante el algoritmo descrito en el Numeral 4.1.3.1. Este procedimiento se llevó a cabo para 5 de las series de tuberías generadas previamente.

En todos los casos estudiados, el diseño obtenido fue significativamente más costoso que el diseño óptimo encontrado con algoritmos genéticos. Al analizar la situación se llegó a la conclusión que, a pesar de que una función cuadrática se ajuste aparentemente bien a la curva de PDN vs. LGH, hay unos puntos en los que ambas funciones se alejan; esto es especialmente notorio al inicio y al final de la curva (ver Figura 36). Así, al forzar la función cuadrática generada a pasar exactamente por P1(100 %, $LGH_{entrada}$) y P2(0 %, LGH_{final}), se está modificando radicalmente su comportamiento en algunos puntos, lo cual es muy delicado en el diseño de tuberías en serie, dado que se está modificando la pendiente de la LGH, lo que lleva a tener diámetros muy diferentes de los que se tenían en el diseño óptimo.

Dado que la función PDN no resultó útil para diseñar series de tuberías, ésta será descartada y se procederá a analizar y a evaluar la funcionalidad para diseñar de la relación entre la LGH y la abscisa de las series de tuberías.

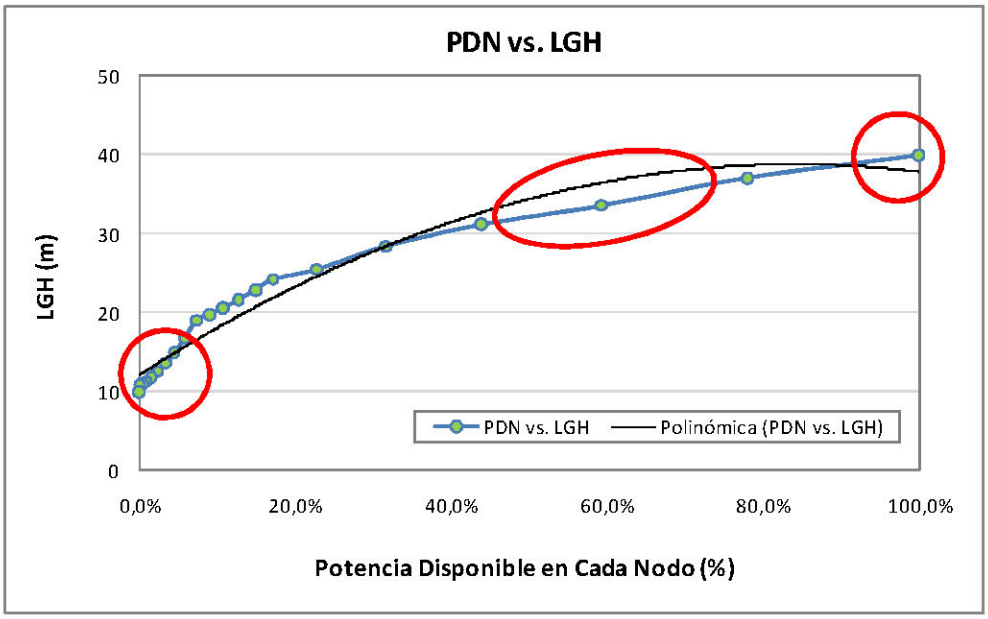


Figura 36. Diferencia entre la curva de PDN vs. LGH y la función cuadrática ajustada.

4.3. ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LA ABSCISA Y LA LGH ÓPTIMA DE TUBERÍAS EN SERIE

Para analizar la relación entre la abscisa y la LGH óptima de un sistema de tuberías en serie se generaron 120 series de tuberías. Algunas de éstas fueron creadas de manera aleatoria y otras de manera controlada para obtener patrones de demanda específicos; en la Tabla 10 se presenta un resumen de las series generadas. Las características generales de estas series de tuberías son las siguientes:

- Número de tuberías: 20
- LGH a la entrada: entre 50 m y 80 m.
- Longitud de cada tubería: entre 10 m y 50 m.
- Demanda en cada nodo: entre 0,100 m^3/s y 0,005 m^3/s.
- Pendiente de cada tramo: entre -8% y 8%.

Tabla 10. Series de tuberías generadas para el análisis de la relación entre la abscisa y la LGH.

Nombre del grupo	Descripción	Número de series generadas
Aleatorias	Series planas con longitudes de tuberías, LGH del embalse y demandas aleatorias.	65
Uniforme	Series planas con tramos de tubería de igual longitud y demandas iguales en todos los nodos.	5
Inicio	Series planas con demandas concentradas al inicio.	5
Inicio + pequeñas al final	Series planas con la mayor parte de las demandas concentradas al inicio, pero con algunas demandas pequeñas al final.	5
Centro	Series planas con demandas concentradas en el centro.	5
Final	Series planas con demandas concentradas al final.	5
m variable	Series con pendiente variable y con longitud de tuberías, LGH del embalse y demandas aleatorias.	20
Efecto m	Con el propósito de analizar el efecto de la pendiente en la curva de Abscisa vs. LGH, se tomaron 10 de las series con pendiente variable y se hicieron planas, pero se conservaron las mismas demandas, longitudes de tuberías y LGH del embalse.	10
TOTAL SERIES GENERADAS		**120**

Para cada una de las series generadas se encontró su diseño óptimo utilizando los algoritmos de diseño implementados en el programa REDES (i.e. SOP, diseño rápido, programación por restricciones y algoritmos genéticos) y se estudió la relación entre la LGH óptima y la abscisa.

Lo primero que se observó en este análisis es que la curva de LGH vs. Abscisa se ajusta de manera casi perfecta a una parábola y, a diferencia de la curva de LGH vs. PDN (*Potencia Disponible en cada Nodo*), la curva de LGH vs. Abscisa no presenta puntos significativamente alejados de la función cuadrática ajustada. A manera de ejemplo, se presentan las curvas de LGH vs. Abscisa obtenidas para algunas de las series generadas; además, se presentan las respectivas gráficas de distribución de demanda y, en los casos de series con topografía variable, se muestra el perfil topográfico correspondiente.

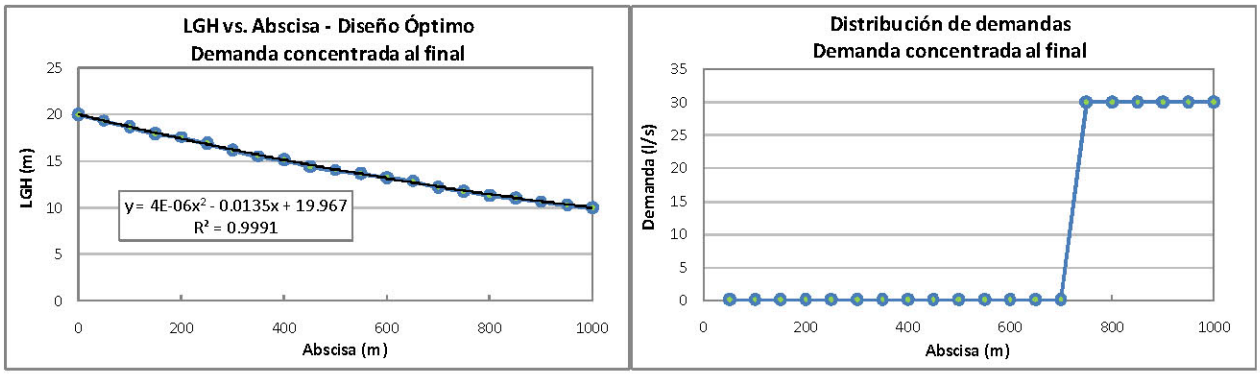


Figura 37. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie con demandas concentradas al final.

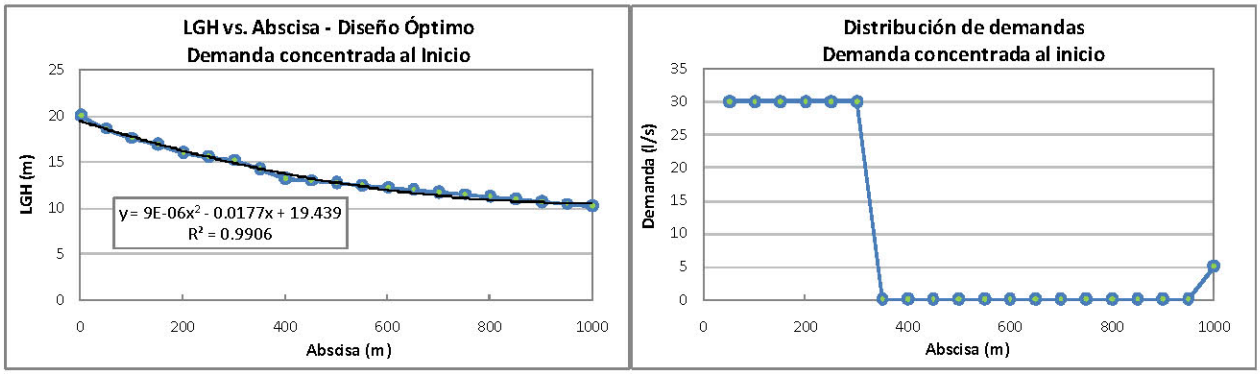


Figura 38. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie con demandas concentradas al inicio.

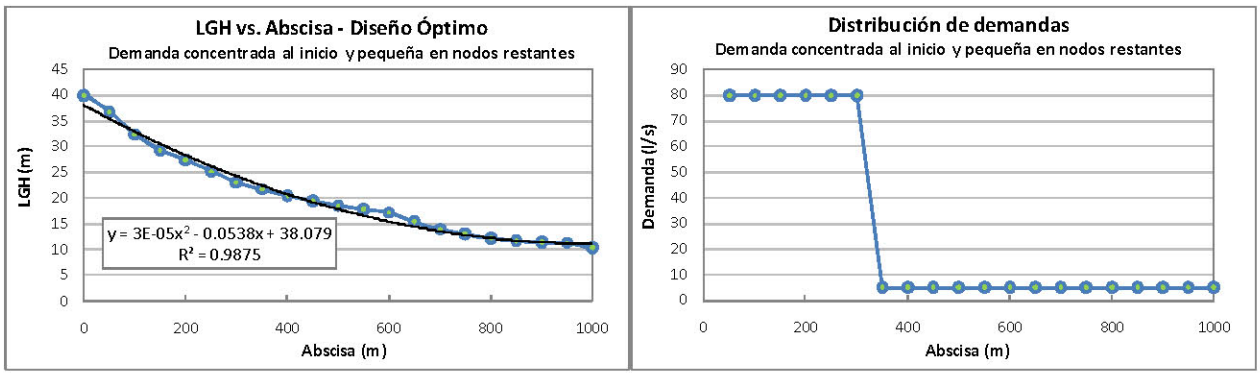


Figura 39. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie con demandas concentradas al inicio y con demandas pequeñas en los demás nodos.

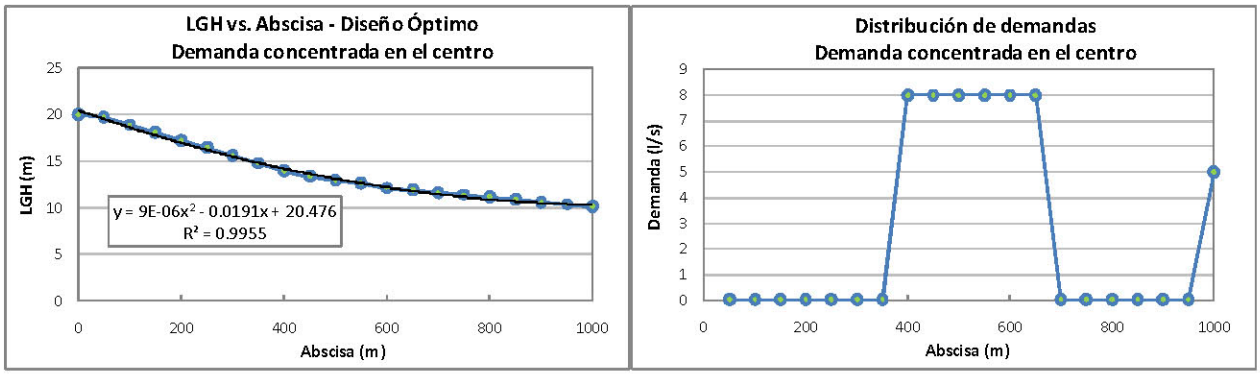


Figura 40. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie con demandas concentradas en el centro.

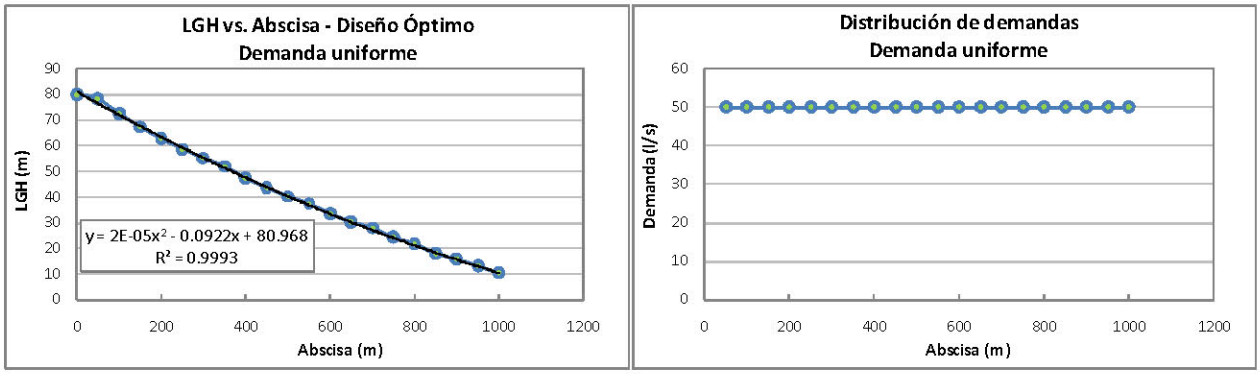


Figura 41. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie con demandas uniformes.

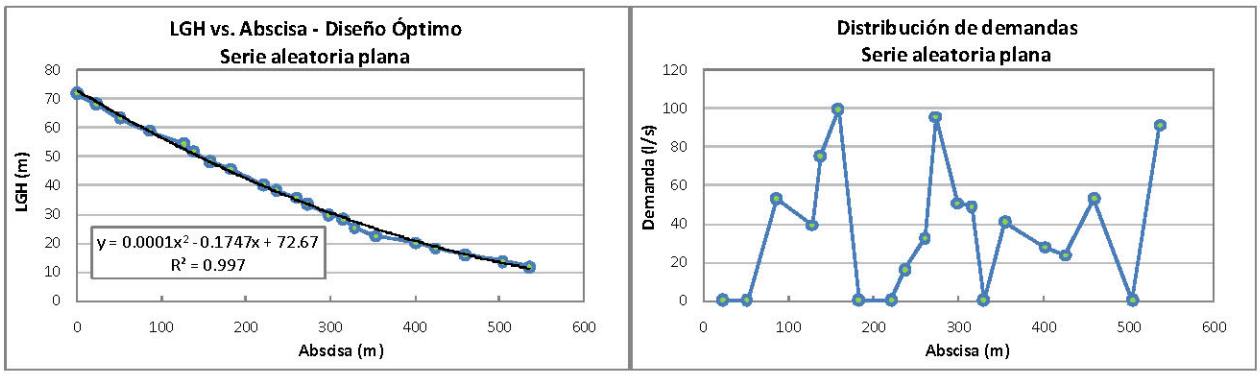


Figura 42. Curva de LGH vs. Abscisa y distribución de demandas – Serie aleatoria con topografía plana.

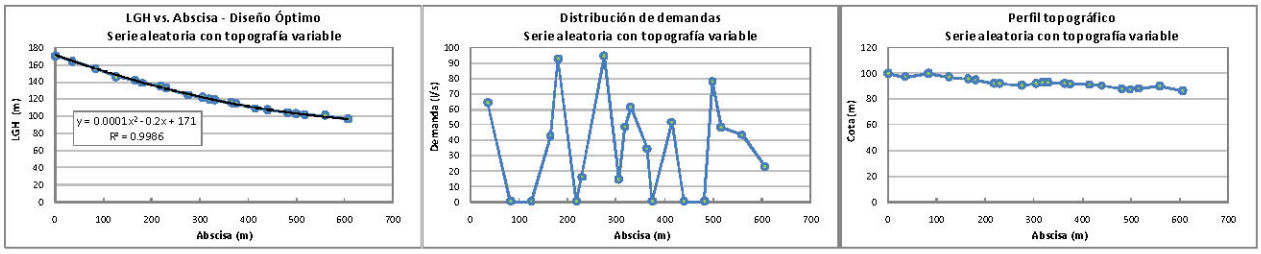


Figura 43. Curva de LGH vs. Abscisa, distribución de demandas y perfil topográfico – Serie aleatoria con topografía variable.

En los gráficos anteriores se puede observar que la curva de LGH vs. Abscisa se ajusta bastante bien a una parábola; prueba de esto es que el coeficiente de determinación R^2 obtenido en todos los ajustes es siempre superior al 98%. Además, se puede notar que en ningún caso la función cuadrática ajustada se aleja de manera significativa de la curva real de LGH vs. Abscisa; por esto se considera que esta curva puede ser apropiada para el diseño optimizado de tuberías en serie. Sin embargo, antes de continuar con este análisis hay una pregunta importante por responder: ¿sólo la LGH de los diseños óptimos tiene una forma parabólica? O ¿es posible que la LGH de un diseño <u>no óptimo</u> tenga también la forma de una curva cuadrática? Para dar respuesta a este interrogante se tomó una de las series de tuberías generadas y se asignaron diámetros de tal forma que se cumpliera con la presión mínima en todos los nodos, pero que el costo constructivo del sistema fuera considerablemente superior al costo mínimo obtenido previamente. Al realizar la asignación de diámetros se verificó que la presión en el nodo final de la serie fuera muy cercana a la presión mínima requerida; si no fuera así, el diseño no sería lógico (se tendría un exceso de energía sin sentido) y no sería razonable compararlo con el diseño óptimo. A continuación se presentan las curvas de LGH vs. Abscisa obtenidas para el diseño óptimo y para dos diseños no óptimos de una misma serie de tuberías.

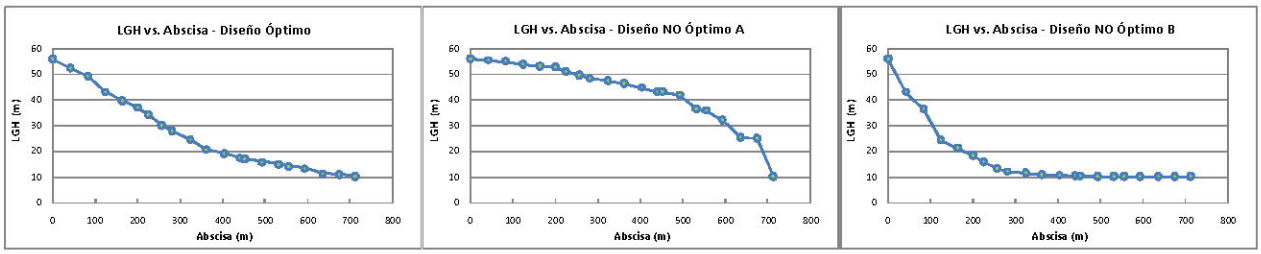


Figura 44. Comparación de la curva de LGH vs. Abscisa para diseños óptimos y no óptimos de una misma serie de tuberías.

En la Figura 44 se puede observar que las tres curvas presentadas tienen los mismos puntos inicial y final, lo que comprueba que se trata del mismo sistema de tuberías, pero que las curvas de los diseños no óptimos no se asemejan en absoluto a una parábola. Utilizando una función de costos como la Ecuación 39, con un exponente de 1,46 y un coeficiente de 0,015, se tienen los siguientes costos totales:

- Diseño óptimo: USD 29.350
- Diseño no óptimo A: USD 58.527
- Diseño no óptimo B: USD 80.290

En la Figura 44 se puede notar que la curva de LGH vs. Abscisa del diseño no óptimo A presenta una pendiente pequeña al inicio y una pendiente muy grande al final; esto se debe a que al inicio de la serie se asignaron tuberías de gran diámetro, lo que hace que las pérdidas de energía sean muy pequeñas, y hacia el final se asignaron tuberías muy pequeñas que causan grandes pérdidas. En el diseño no óptimo B se tiene el caso contrario: pendientes muy grandes al inicio y pendientes casi nulas al final. A partir de estos gráficos se puede responder la pregunta planteada: <u>las curvas de LGH vs. Abscisa de diseños no óptimos no se ajustan a una función cuadrática; sólo la LGH del diseño óptimo tiene esta forma</u>.

Una vez resuelta la duda, se puede continuar con el análisis de la curva de LGH vs. Abscisa. Para que esta curva pueda ser utilizada en el diseño de series de tuberías, es necesario conocer a priori su forma o trayectoria; por tratarse de una función cuadrática, basta con conocer tres puntos sobre la curva para poder obtener la ecuación que describe su trayectoria. En este caso, se conocen de antemano el punto inicial y final:

1. Al inicio de la serie de tuberías, en la abscisa cero, la LGH es aquella del embalse o fuente de abastecimiento, por lo que se conoce el punto $P_{inicial}(0, LGH_{entrada})$.
2. En el nodo final, cuya abscisa corresponde a la longitud total del sistema de tuberías, se tiene la mínima LGH que es igual a la cota o elevación del último nodo más la presión mínima requerida ($LGH_{mín} = Z + P_{min}$); luego, se conoce el punto $P_{final}(L_{total}, LGH_{mín})$.

Así pues, se conocen dos puntos de la parábola que relaciona la LGH óptima con la abscisa, pero es necesario conocer un tercer punto para obtener la ecuación de esta función cuadrática. Al igual que se intentó hacer con la curva de LGH vs. PDN, el tercer punto utilizado para descifrar la ecuación de la

parábola será el punto de máxima flecha o curvatura, el cual, como se demostró en el Numeral 4.2.2, tiene lugar en el punto medio de la serie de tuberías. Así, lo único que falta por conocer es la magnitud de la flecha o curvatura de la parábola, pero, como se puede ver en las Figuras 37 a 43, esta curvatura es diferente para cada serie de tuberías. Al estudiar las curvas de LGH vs. Abscisa de las series generadas, se observó una fuerte relación entre la magnitud de la flecha y la distribución de las demandas; además, la flecha también parece depender, en menor medida, de la relación entre la longitud, la energía disponible y el caudal total del sistema. Para determinar los factores que determinan la magnitud de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa se analizó cada uno de los factores mencionados; estos análisis se presentan a continuación.

4.3.1. Determinación de la magnitud de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa

Para llevar a cabo este análisis, es necesario conocer con exactitud la flecha óptima de cada una de las series de tuberías analizadas. Con este propósito se desarrolló en Microsoft Excel una macro que, dada la topología y topografía de la serie de tuberías, las demanda en cada uno de los nodos, la LGH de la fuente de abastecimiento y la presión mínima requerida, diseña el sistema (con diámetros continuos) para muchas magnitudes diferentes de la flecha y finalmente arroja como resultado el valor de la flecha para la cual se obtiene el diseño de mínimo costo y los diámetros correspondientes a este diseño óptimo. En esta macro se prueban flechas desde el 5% de ΔH hasta el 50 de ΔH%, con incrementos de 0,1% de ΔH, donde ΔH es la altura piezométrica total disponible del sistema; es decir, la diferencia entre la LGH de la fuente de abastecimiento y la LGH mínima. Cabe anotar que el costo de cada serie fue calculado utilizando una función como la planteada en la Ecuación 39, tomando un valor del exponente de 1,46 y un coeficiente de 0,015. También es importante señalar que la magnitud de la flecha siempre se mide en relación con la altura piezométrica total disponible del sistema (ΔH), lo cual permite tener un valor adimensional e independiente de la magnitud o características particulares de cada sistema de tuberías en serie.

4.3.1.1. Relación entre la magnitud de la flecha óptima de la LGH y la distribución de demandas

Al analizar la flecha óptima de las 120 series de tuberías generadas, se observó que cuando las demandas están concentradas al inicio, la flecha de la curva LGH vs. Abscisa tiende a ser mayor que cuando las demandas están concentradas al final. Con base en esto, se procedió a crear un indicador de la distribución de demandas a lo largo de la serie de tuberías. En este proceso se probaron diferentes indicadores y para cada uno de éstos se estudió su relación con la flecha óptima; de esta manera fue posible determinar si el indicador lograba explicar en buena medida la variación de la magnitud de la flecha. Después de este análisis, se seleccionó como óptimo un indicador denominado "*Centroide de Demandas*"; éste es análogo al centroide de masa de un sistema físico, pero, en lugar de considerar masa, considera las demandas en los nodos. Las demandas de una serie de tuberías corresponden al volumen del fluido que es consumido por unidad de tiempo; si este volumen se multiplica por la densidad del fluido, se obtiene una tasa de consumo de masa por unidad de tiempo. Así pues, el *Centroide de Demandas* constituye una medida de la distribución de la masa en una serie de tuberías. La ecuación para el cálculo del *Centroide de Demandas* ($\bar{x}$) es la siguiente:

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{\sum_{i=0}^{NN} q_i \cdot d_i}{Q_{total}}\right)}{L_{total}} \qquad \textbf{Ecuación 60}$$

donde *NN* corresponde al número de nodos de consumo del sistema, q_i es el caudal demandado en el nodo *i*, d_i es la distancia del nodo *i* a la fuente de abastecimiento, Q_{total} es el caudal total demandado en el sistema y L_{total} es la longitud total de la serie de tuberías.

En la Ecuación 60 se puede ver que el *Centroide de Demandas* es calculado con respecto a la fuente de abastecimiento, dado que las distancias d_i se miden con respecto este punto. El numerador de esta función tiene la misma forma de la ecuación utilizada para calcular el centroide de masa de un sistema físico, lo cual da como resultado la distancia del centroide a un punto de referencia (en este caso, la fuente de abastecimiento). Sin embargo, al crear este indicador se decidió dividir la distancia de la fuente al centroide (i.e. numerador de la Ecuación 60) por la longitud total de la serie de tuberías (L_{total}), para

así obtener una medida adimensional e independiente de la magnitud del sistema; esto permite comparar los *Centroides de Demandas* de series de tuberías con características diferentes.

Es importante anotar que en el cálculo del *Centroide de Demandas* está incluido el producto de caudal por distancia, el cual, como se explicó en el Numeral 4.1.1, corresponde a una forma de potencia hidráulica; así, se puede afirmar que el *Centroide de Demandas* constituye también una medida de la distribución de potencia a lo largo de la serie de tuberías.

En la Figura 45 se grafica el *Centroide de Demandas* contra la flecha óptima para las series analizadas.

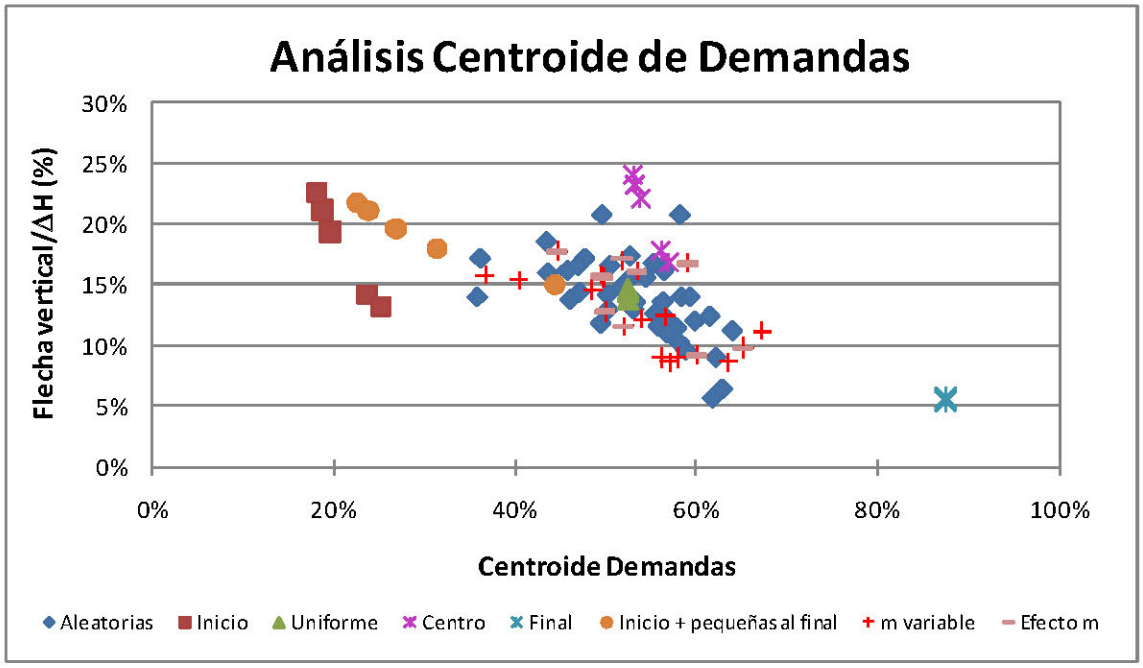


Figura 45. Centroide de Demandas vs. Flecha óptima.

En esta figura se observa que, en general, a medida que el *Centroide de Demandas* aumenta, la magnitud de la flecha disminuye. Si bien la relación entre el *Centroide de Demandas* y la flecha óptima es evidente, los datos graficados presentan una dispersión considerable, lo cual sugiere que el *Centroide de Demandas* no logra explicara a cabalidad la variación de la magnitud de la flecha.

En la Figura 45 se puede notar que, aunque el *Centroide de Demandas* de las series con demandas uniformes y de las series con demandas concentradas en el centro es igual, la flecha de las primeras es menor que la de las últimas. Esto indica que la magnitud de la flecha no sólo depende del *Centroide de Demandas*, sino que también está relacionada con la dispersión de las demandas alrededor de dicho *Centroide*: en general, para series con igual *Centroide*, la flecha es mayor cuando las demandas están apiñadas alrededor del *Centroide* que cuando las demandas están distribuidas de manera más uniforme a lo largo de la serie de tuberías; esto explica lo que se mencionó con respecto a la mayor flecha de las series con demanda concentrada en el centro en comparación con las series con demanda uniforme. Esta observación se corroboró mediante el análisis y comparación de las demás series de tuberías generadas.

A partir de esta conclusión, se procedió a crear un indicador de la uniformidad en la distribución de las demandas y de su agrupación alrededor del centroide; este indicador se denominó *Coeficiente de Uniformidad*. En este proceso se crearon y probaron 7 *Coeficientes de Uniformidad* diferentes, los cuales se presentan a continuación.

- ***Coeficiente de Uniformidad 1 (CU_1):***

$$CU_1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{NC}\sum_{i=1}^{NC}(d_i - \bar{x}\cdot L_{total})^2}}{L_{total}} \qquad \textbf{Ecuación 61}$$

donde *NC* es el número de nodos de consumo (con demanda diferente de cero) de la serie. Los demás términos son los mismos utilizados en la Ecuación 60.

- ***Coeficiente de Uniformidad 2 (CU_2):***

$$CU_2 = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{NC}\left(\frac{d_i}{L_{total}} - \bar{x}\right)^2} \qquad \textbf{Ecuación 62}$$

donde *NC* es el número de nodos de consumo (i. e. con demanda diferente de cero) de la serie.

- ***Coeficiente de Uniformidad (CU_3):***

$$CU_3 = \frac{\sum_{i=1}^{NN} |d_i - \bar{x} \cdot L_{total}| \cdot q_i}{NN \cdot L_{total} \cdot Q_{total}}$$ **Ecuación 63**

donde *NN* es el número total de nodos de la serie (incluyendo nodos sin consumo).

- ***Coeficiente de Uniformidad (CU_4):***

$$CU_4 = \frac{\sqrt{\frac{1}{NN} \sum_{i=1}^{NN} \left((d_i - \bar{x} \cdot L_{total}) \cdot q_i \right)^2}}{L_{total} \cdot Q_{total}}$$ **Ecuación 64**

donde *NN* es el número total de nodos de la serie (incluyendo nodos sin consumo).

- ***Coeficiente de Uniformidad (CU_5):***

$$CU_5 = \frac{\sqrt{\frac{1}{NN} \sum_{i=1}^{NN} (d_i - \bar{x} \cdot L_{total})^2}}{L_{total}}$$ **Ecuación 65**

donde *NN* es el número total de nodos de la serie (incluyendo nodos sin consumo).

- ***Coeficiente de Uniformidad 6 (CU_6):*** es un indicador del porcentaje de las demandas (con respecto a la demanda total) que está concentrado alrededor del *Centroide de Demandas*. Se consideran cercanas las demandas que se encuentran dentro de una distancia igual a $L_{total}/6$ del centroide de demandas, tal como se ilustra a continuación.

Figura 46. Coeficiente de Uniformidad 6.

$$CU_6 = \frac{\sum Demandas\ localizadas\ a\ máximo\ L/6\ del\ centroide\ de\ demandas}{Q_{total}}$$ **Ecuación 66**

- ***Coeficiente de Uniformidad 7 (CU_7):*** es un indicador de la localización de las demandas, considerando tanto su ubicación espacial como su magnitud, con respecto al *Centroide de Demandas*. Para estimar el CU_7 se calcula de manera independiente el centroide de demandas de cada uno de los dos tramos en que el centroide general de demandas ($\bar{x}$) divide la serie de tuberías; cabe anotar que estos dos centroides se calculan con respecto al centroide general. Una vez se calcula cada centroide, se procede a hacer un promedio ponderado de ambos con base en la longitud de cada uno de los dos tramos, así:

$$CU_7 = \bar{x}_1 * \left(\frac{L_{Tramo\ 1}}{L_{Total}}\right) + \bar{x}_2 * \left(\frac{L_{Tramo\ 2}}{L_{Total}}\right)$$ **Ecuación 67**

donde $\bar{x}_1$ es el centroide de demandas del tramo 1, $\bar{x}_2$ es el centroide de demandas del tramo 2, $L_{Tramo\ 1}$ es la longitud del primer tramo y $L_{Tramo\ 2}$ la del segundo tramo.

El centroide de cada tramo se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{x}_t = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{NNt} q_i \cdot (distancia\ del\ nodo_i\ \ al\ centroide\ general)}{\sum_{i=1}^{NNt} q_i}}{L_{Total}}$$ **Ecuación 68**

donde NNt corresponde al número de nodos del tramo t.

Para aclarar el concepto del CU_7, en la siguiente figura se ilustran los términos que se emplean en su cálculo.

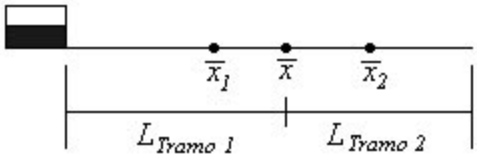


Figura 47. Coeficiente de Uniformidad 7.

Se puede notar que, al igual que el *Centroide de Demandas*, todos los coeficientes de uniformidad creados son indicadores adimensionales e independientes de la magnitud de cada sistema.

Para cada coeficiente de uniformidad se analizó su relación con la magnitud de la flecha; esto se hizo mediante gráficos y mediante ajustes estadísticos, utilizando el programa DataFit®. Finalmente, se encontró que el coeficiente que mejor explica la variación de la magnitud de la flecha es el *Coeficiente de Uniformidad 7* (CU_7).

Antes de realizar el ajuste estadístico definitivo para relacionar la flecha óptima con el CU_7 y el *Centroide de Demandas*, se generaron 50 series de tuberías con igual longitud total (1000 m), igual LGH en la fuente de abastecimiento (50 m) e igual demanda total (1 m^3/s), pero con diferentes patrones de demanda; así, manteniendo todas las demás variables fijas, excepto la distribución de demandas, es posible analizar de manera aislada el efecto de esta última en la magnitud de la flecha óptima.

Con el *Centroide de Demanda*, el CU_7 y la magnitud de la flecha óptima de las 50 series de tuberías generadas se llevó a cabo un ajuste estadístico en el programa DataFit®; en este ajuste la variable dependiente es la flecha y las variables independientes son el *Centroide de Demandas* y el CU_7. Este programa estadístico prueba más de 1000 tipos de funciones, incluyendo funciones polinómicas, logarítmicas, potenciales, exponenciales, entre otras, y finalmente indica cuáles de éstas presentan el mejor ajuste para los datos dados. Después de analizar diferentes funciones, teniendo en cuenta que fueran físicamente lógicas, se seleccionó como óptima la siguiente función:

$$Flecha = a + b \cdot \bar{x} + c \cdot CU_7 + d \cdot (CU_7)^2 \qquad \textbf{Ecuación 69}$$

Los valores de los coeficientes de la Ecuación 69 y los datos del ajuste estadístico realizado se presentan a continuación; estos resultados fueron tomados directamente del programa DataFit®.

Tabla 11. Valores de los coeficientes de la Ecuación 69 obtenidos mediante regresión.

Regression Variable Results				
Variable	Value	Standard Error	t-ratio	Prob(t)
a	0,435521465	3,64E-02	11,96423962	0
b	-0,176612805	2,08E-02	-8,49833046	0
c	-0,977366227	0,252627675	-3,86880111	0,00034
d	0,906254447	0,459064981	1,974131079	0,05439

Tabla 12. Resultados del ajuste estadístico llevado a cabo para estimar la flecha óptima en función de la distribución de demanda.

Solver type: Nonlinear
Nonlinear iteration limit = 250
Diverging nonlinear iteration limit =10
Number of nonlinear iterations performed = 2
Residual tolerance = 0.0000000001
Sum of Residuals = 4.44089209850063E-16
Average Residual = 8.88178419700125E-18
Residual Sum of Squares (Absolute) = 5.19495060826363E-03
Residual Sum of Squares (Relative) = 5.19495060826363E-03
Standard Error of the Estimate = 1.06270272830786E-02
Coefficient of Multiple Determination (R^2) = 0.884137786
Proportion of Variance Explained = 88.4137786%
Adjusted coefficient of multiple determination (Ra^2) = 0.8765815547
Durbin-Watson statistic = 2.09893236982316

Se puede ver que la función hallada es una función cuadrática relativamente simple y que el coeficiente de determinación múltiple del ajuste es del 88,4%, lo que quiere decir que el *Centroide de Demandas* y el *Coeficiente de Uniformidad 7* logran explicar en un 88,4% la variación de la flecha óptima; teniendo en cuenta la complejidad de la relación entre las variables hidráulicas de un sistema de tuberías y las pérdidas de energía que tienen lugar en el mismo, este nivel de ajuste se considera bastante bueno.

Hasta este punto se tiene una buena aproximación al valor de la flecha óptima de la curva de LGH vs. Abscisa en función de la distribución de demandas; sin embargo, es importante estudiar el efecto

de otras variables en la magnitud de la flecha óptima. A continuación se presenta un análisis del efecto de la longitud total, la magnitud de las demandas, la altura piezométrica total disponible (ΔH) y el exponente de la función de costos sobre la magnitud de la flecha óptima.

4.3.1.2. Análisis del efecto de magnitud de la demanda total de una serie de tuberías sobre la magnitud de la flecha óptima de la LGH

Para analizar el efecto de la magnitud de la demanda en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa de una serie de tuberías, se analizaron 5 patrones de demanda diferentes, para cada uno de los cuales se generaron 12 series con igual longitud de tuberías (1000 m), igual LGH en la fuente de abastecimiento (50 m), igual distribución de demandas, pero diferente magnitud de las mismas (en cada una de las series generadas, las demandas se multiplicaron por un factor diferente, con lo cual el patrón de demandas, el *Centroide de Demandas* y el *Coeficiente de Uniformidad* se mantienen iguales, a pesar de la diferencia en la magnitud de las demandas). A continuación se presenta el gráfico de la distribución de demandas de cada uno de los cinco patrones analizados.

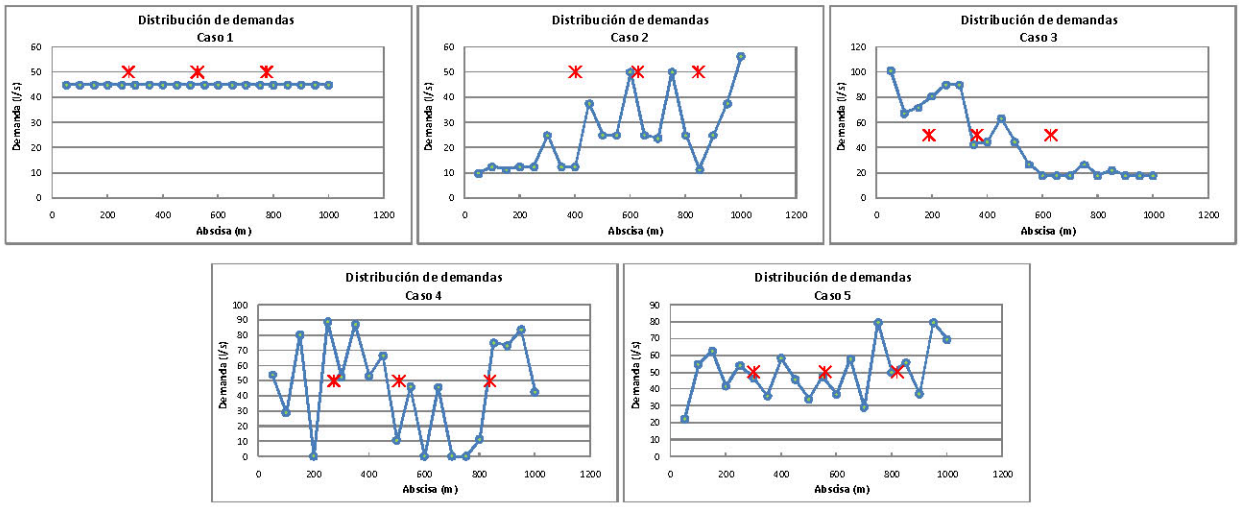


Figura 48. Gráficos de los cinco patrones de distribución de demanda empleados para analizar el efecto de la magnitud de la demanda en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

En los 5 casos analizados, la relación entre el Q_{total} (para una longitud fija de 1000 m) y la flecha óptima se ajusta casi perfectamente a una función logarítmica. En la Figura 49 se presentan simultáneamente las

curvas de Q_{total}/L_{total} vs. Flecha óptima obtenidas para los cinco patrones de demandas estudiados. Es importante recordar que el único parámetro que se varía en la relación Q_{total}/L_{total} es la magnitud de la demanda; la longitud se mantiene fija e igual a 1000 m.

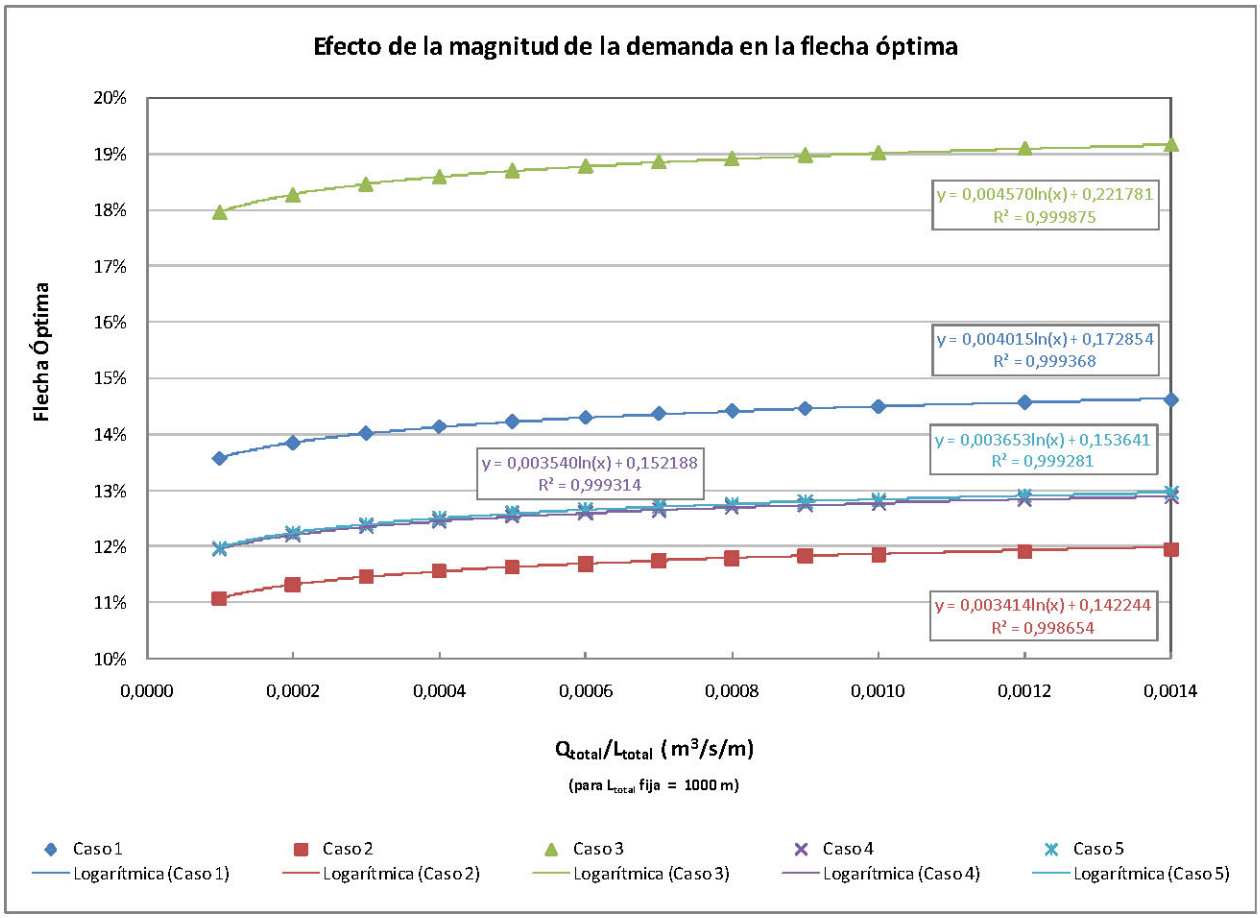


Figura 49. Análisis del efecto de la magnitud de la demanda en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

En la gráfica anterior se puede notar que, a medida que la demanda total aumenta, la flecha óptima también lo hace. Por otra parte, se puede ver que las curvas logarítmicas obtenidas son aproximadamente paralelas. Además, a pesar de corresponder a patrones de demanda radicalmente diferentes, las curvas de los casos 4 y 5 coinciden de manera casi perfecta. A partir de esto se puede sospechar que existe una relación entre la flecha óptima para un Q_{total} y L_{total} fijos y los coeficientes e interceptos de las ecuaciones logarítmicas ajustadas a los datos. Para determinar si existe tal relación se elaboraron las siguientes dos gráficas.

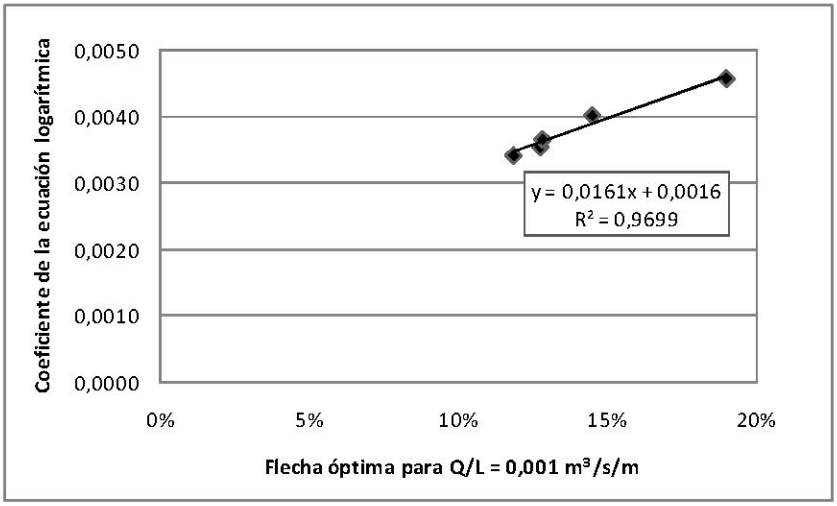


Figura 50. Coeficientes de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 49 vs. Flecha óptima para una relación Q/L = 0,001 $m^3/s/m$.

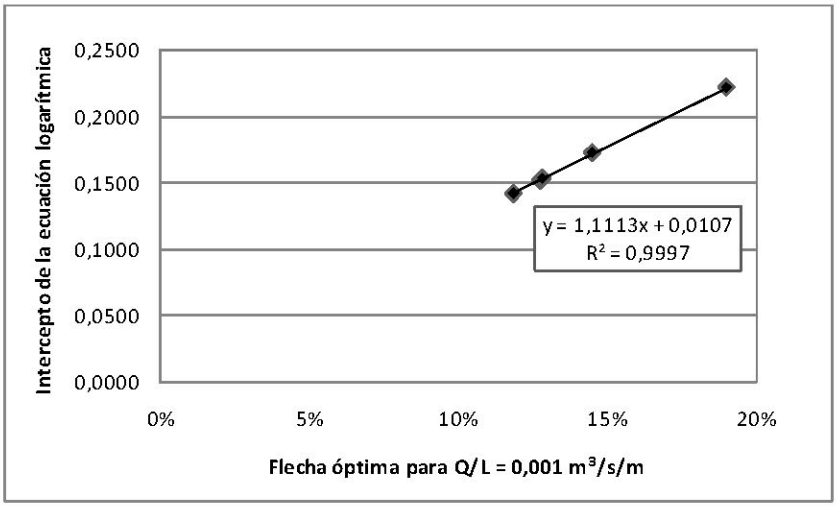


Figura 51. Interceptos de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 49 vs. Flecha óptima para una relación Q/L = 0,001 $m^3/s/m$.

Se puede observar que entre la flecha óptima para un valor fijo de Q y L (Q_{total} = 0,1 m^3/s y L_{total} = 1000 m) y los parámetros de las ecuaciones logarítmicas ajustadas existe una relación lineal.

Más adelante se explicará cómo la relación lineal observada en la Figura 50 y en la Figura 51 y la relación logarítmica observada en la Figura 49 pueden ser empleadas para determinar la flecha óptima para diferentes magnitudes de la demanda total.

4.3.1.3. Análisis del efecto de magnitud de la longitud total de una serie de tuberías sobre la magnitud de la flecha óptima de la LGH

Para analizar el efecto de la magnitud de la longitud en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa de una serie de tuberías, se analizaron 5 patrones de demanda diferentes. Para cada uno de estos patrones se generaron 12 series con igual LGH en la fuente de abastecimiento (50 m), igual distribución y magnitud total de demandas (caudal total de 1 m^3/s), pero con diferente magnitud de la longitud de cada tramo de tubería y, por lo tanto, con diferente longitud total. Para generar estas series se partió de una serie original con longitud total de 1 km y a partir de ésta se generaron 11 series más en las cuales la longitud de cada tramo de tuberías se multiplicó por un factor fijo determinado; de esta forma la distribución de demandas se mantiene igual y lo único que varía es la magnitud de la longitud de la serie. Los patrones de demanda analizados son los mismos que se utilizaron en el análisis del efecto de la magnitud de la demanda sobre la flecha óptima de la LGH (ver Figura 48).

En los 5 casos analizados, la relación entre la longitud total (para un caudal total fijo de 1 m^3/s) y la flecha óptima se ajusta casi perfectamente a una función logarítmica. En la Figura 52 se presentan simultáneamente las curvas obtenidas para los cinco casos analizados.

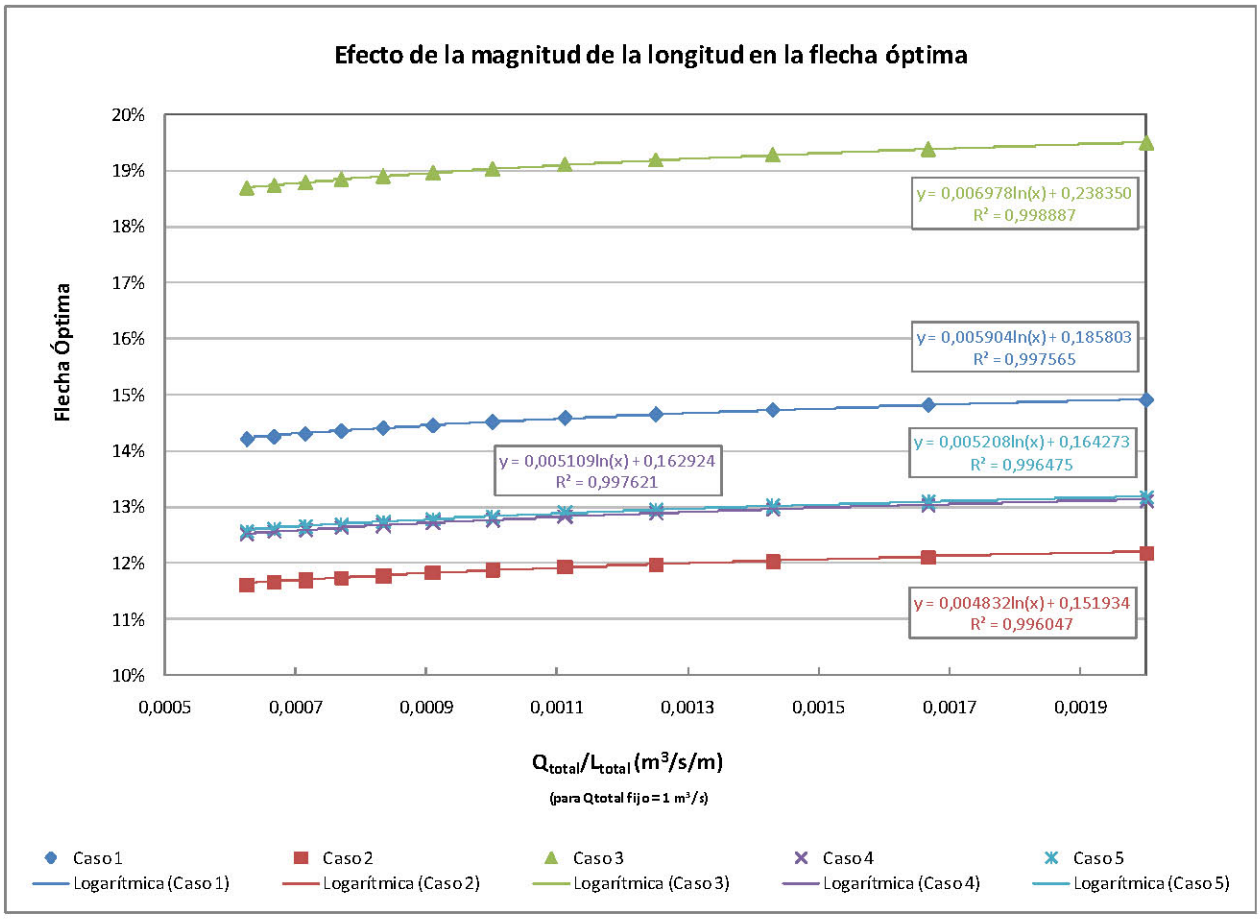


Figura 52. Análisis del efecto de la magnitud de la longitud en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

En la gráfica anterior se puede observar que, a medida que la relación Q/L crece (i.e. a medida que L disminuye), la flecha óptima también aumenta. Además, en esta figura se puede ver que las curvas logarítmicas obtenidas son aproximadamente paralelas. A partir de esto se puede sospechar que existe una relación entre la flecha óptima para un Q_{total} y L_{total} fijos y los coeficientes e interceptos de las ecuaciones logarítmicas ajustadas a los datos. Para determinar si existe tal relación se elaboraron las siguientes dos gráficas.

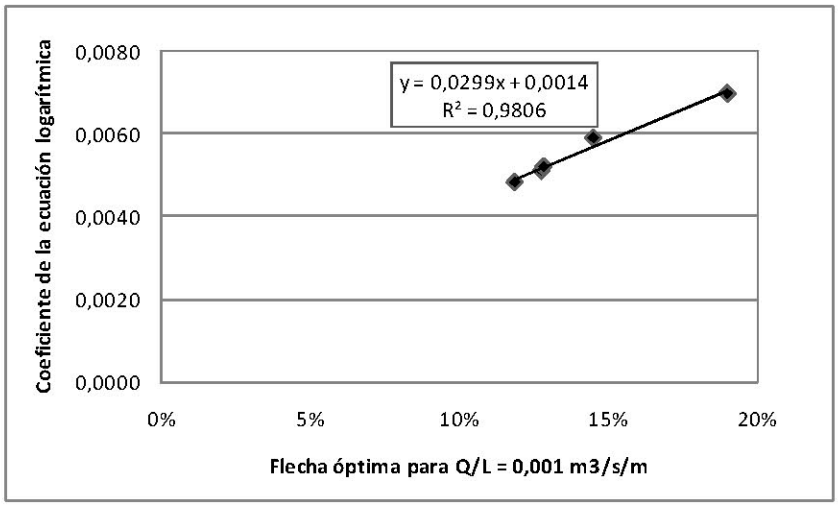


Figura 53. Coeficientes de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 52 vs. Flecha óptima para una relación Q/L = 0,001 $m^3/s/m$.

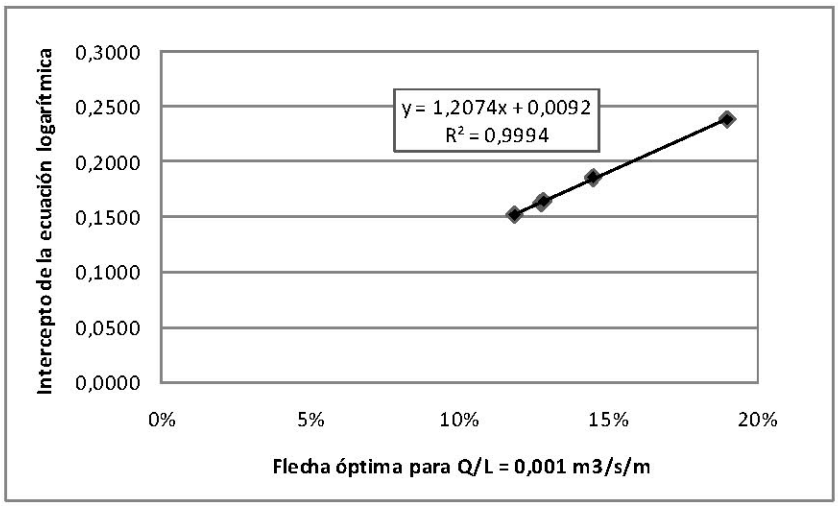


Figura 54. Interceptos de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 52 vs. Flecha óptima para una relación Q/L = 0,001 $m^3/s/m$.

Se puede observar que entre la flecha óptima para un valor fijo de Q y L (Q_{total} = 0,1 m^3/s y L_{total} = 1000 m) y los parámetros de las ecuaciones logarítmicas ajustadas existe una relación lineal.

Hasta este punto se ha analizado por separado el efecto de la demanda total y de la longitud total en la flecha óptima de la LGH. Sin embargo, para definir una relación entre la demanda total y la flecha

óptima, dicha demanda debe darse con relación a la longitud total o a otra característica propia de la serie de tuberías, de tal modo que se obtenga un indicador que sea independiente de la magnitud del sistema y que sea comparable de una serie de tuberías a otra. De la misma forma, la longitud debe estar ligada a otra propiedad del sistema, por ejemplo, al caudal. Con el propósito de definir una función que sea independiente de la magnitud del sistema y que involucre tanto el caudal como la longitud del mismo, a continuación se presenta un análisis del efecto conjunto de la longitud y la demanda total en la flecha óptima de la LGH.

4.3.1.4. Análisis del efecto conjunto de la longitud y la demanda total de una serie de tuberías sobre la magnitud de la flecha óptima de la LGH

A partir de los análisis anteriores se puede concluir que existe una relación logarítmica entre: (1) la flecha óptima de la LGH de una serie de tuberías y la demanda total para una longitud fija y (2) la flecha óptima de la LGH de una serie de tuberías y la longitud total para una demanda total fija. En la Figura 49 se puede observar que a medida que aumenta la demanda total para una longitud fija, la flecha óptima de la LGH tiende a aumentar, mientras que en el caso de la longitud total ocurre lo contrario (ver Figura 52): a medida que aumenta la longitud para un Q_{total} fijo, la flecha óptima disminuye. Adicionalmente, se puede ver que el impacto de la magnitud de la demanda sobre la flecha óptima es diferente de aquél causado por la variación en la magnitud de la longitud. Esto sugiere que la flecha óptima depende de una función de la demanda y la longitud total de una serie de tuberías. Esta función puede tener la siguiente forma general:

$$f\ (Q, L) = \frac{Q^x}{L^y} \qquad \textbf{Ecuación 70}$$

Para determinar los valores de los exponentes *x* y *y*, se hizo un ajuste estadístico de las 24 series de demandas uniformes (Caso 1), en las cuales se varió tanto la longitud como la magnitud total de la demanda, pero se mantuvo constante el patrón de demandas y la LGH del embalse. Los resultados obtenidos sugieren los siguientes valores para estos exponentes: $x = 2$, $y = 3$.

Para cada uno de los 5 casos de patrones de demanda analizados se cuenta con un total de 24 series, para cada una de las cuales se calculó el valor de la función planteada (Ecuación 70). Los resultados obtenidos se graficaron contra el valor de la flecha óptima en cada caso. A continuación se presentan los resultados obtenidos.

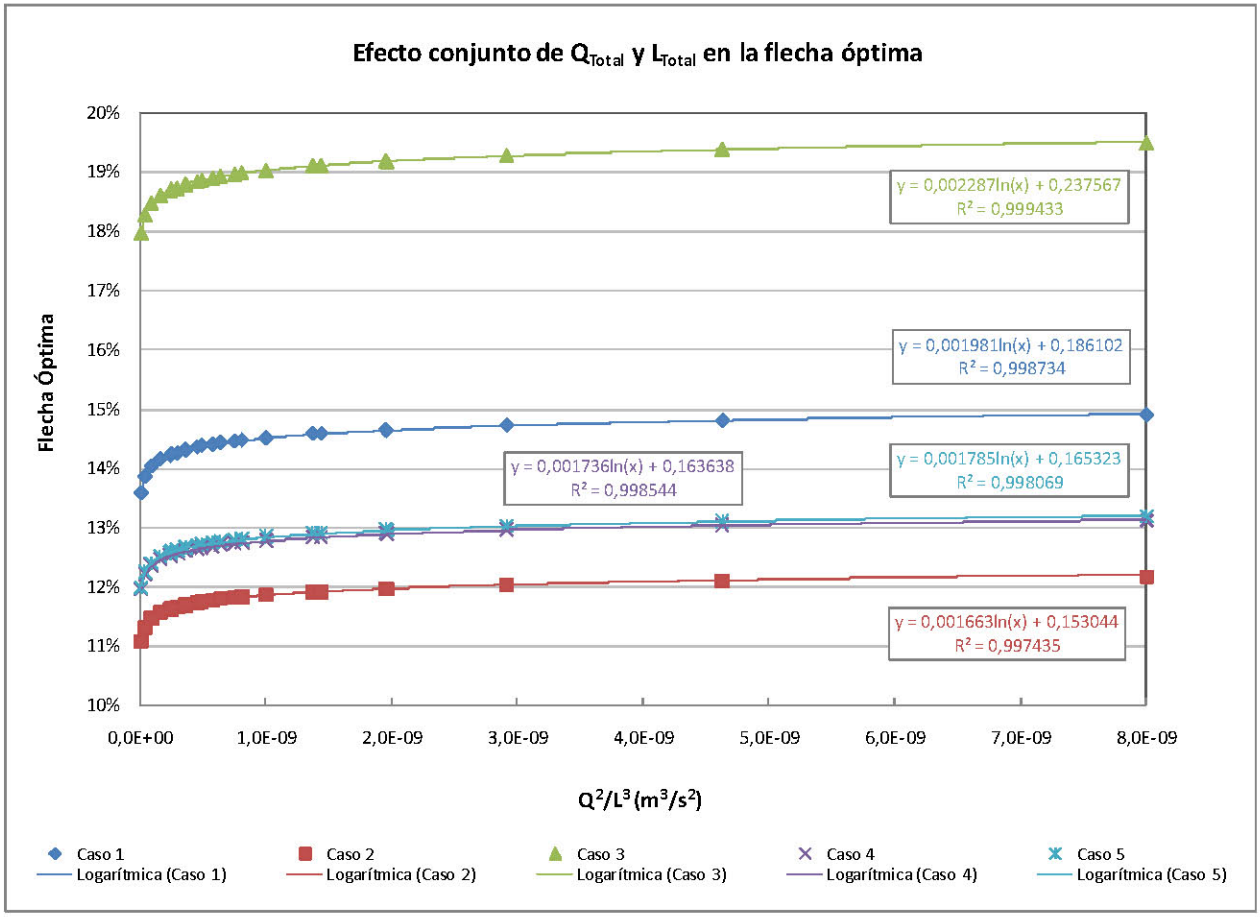


Figura 55. Análisis del efecto conjunto de la longitud y demanda total en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

En la Figura 55 se puede ver que la función *f(Q, L)* planteada presenta una relación logarítmica con respecto a la flecha óptima de la LGH de las series de tuberías analizadas. Los coeficientes de determinación múltiple obtenidos en todos los casos son superiores a 99%, lo que significa que la función definida *f(Q, L)* explica en un 99% la variación de la flecha óptima (siempre y cuando la distribución de demandas y LGH del embalse permanezcan constantes).

Al igual que en el análisis independiente del efecto de la longitud y la demanda total (Figura 49 y Figura 52), en la Figura 55 se puede ver que las curvas logarítmicas obtenidas son aproximadamente paralelas, lo que sugiere que existe una relación entre la flecha óptima para un valor fijo de la función *f(Q, L)* y los coeficientes e interceptos de las ecuaciones logarítmicas ajustadas a los datos. Para determinar si existe tal relación se elaboraron las siguientes dos gráficas.

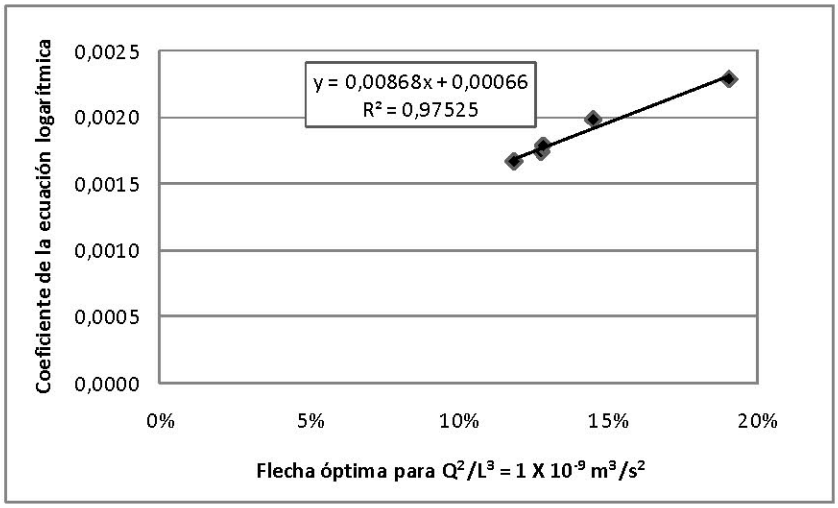


Figura 56. Coeficientes de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 55 vs. Flecha óptima para una relación $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}\ m^3/s^2$.

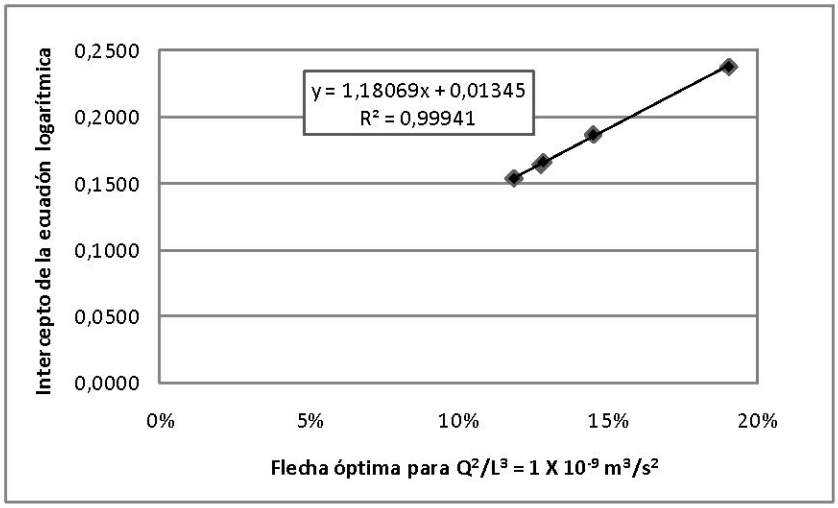


Figura 57. Coeficientes de las ecuaciones logarítmicas de la Figura 55 vs. Flecha óptima para una relación $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}\ m^3/s^2$.

Se puede observar que entre la flecha óptima para un valor fijo de $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}$ m^3/s^2 y los parámetros de las ecuaciones logarítmicas ajustadas existe una relación lineal. La razón para que estas gráficas se hayan elaborado para un valor de la función *f(Q, L)* = 1×10^{-9} m^3/s^2, es que, como se explicó en el Numeral 4.3.1.1, las series con las que se hizo el ajuste estadístico que relaciona la flecha óptima con el *Centroide de Demandas* y el *Coeficiente de Uniformidad* tienen todas una longitud total de 1000 m y una demanda total de 1 m^3/s; al evaluar la función *f* para estos valores se obtiene lo siguiente:

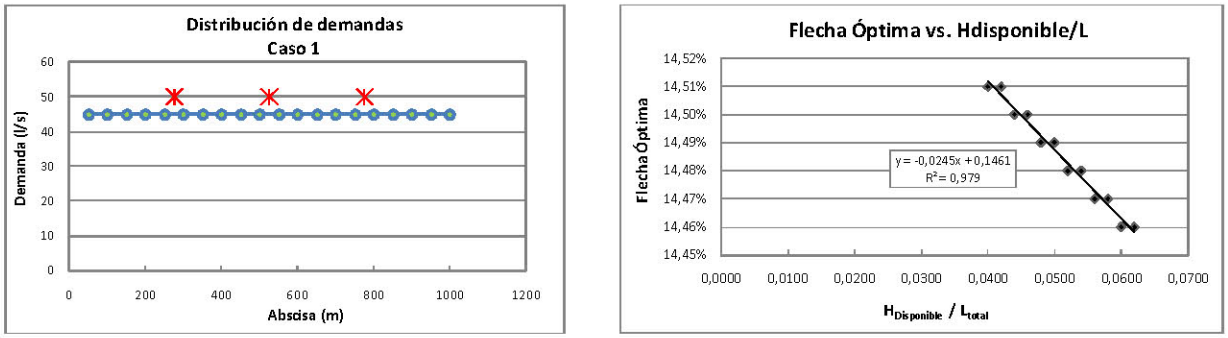
$$\boldsymbol{f\ (Q, L) = \frac{Q^2}{L^3} = \frac{(1\ m^3/s)^2}{(1000\ m)^3} = 1 \cdot 10^{-9}\ m^3/s^2}$$

La idea es que, conociendo el *Centroide de Demandas* y el *Coeficiente de Uniformidad* para una serie de tuberías determinada, se emplee la Ecuación 69 (obtenida mediante ajuste estadístico) para obtener la flecha óptima para un valor de la función *f(Q, L)* = 1×10^{-9} m^3/s^2, que es la condición para la cual se desarrolló la ecuación. Luego, conociendo el valor de la flecha óptima para *f(Q, L)* = 1×10^{-9} m^3/s^2, se puede ingresar en la Figura 56 y en la Figura 57 para determinar el valor del coeficiente e intercepto de la función logarítmica que describe la variación de la flecha óptima en función de la relación Q^2/L^3; una vez se tenga esta ecuación, es posible utilizarla para calcular la flecha óptima para la verdadera relación Q^2/L^3 de la serie de tuberías que se esté analizando. Este procedimiento se explica con mayor detalle en el Numeral 4.3.1.7.

4.3.1.5. Análisis del efecto de la altura piezométrica disponible (ΔH) sobre la magnitud de la flecha óptima de la LGH

Para analizar el efecto de la LGH disponible en la flecha óptima de la LGH de las series de tuberías, se generaron series con igual longitud de tuberías e iguales demandas, pero con diferente LGH del embalse (lo cual resulta en una altura piezométrica disponible diferente). Se analizaron 2 patrones de demanda diferentes, para cada uno de los cuales se generaron 12 series con diferente LGH del embalse. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

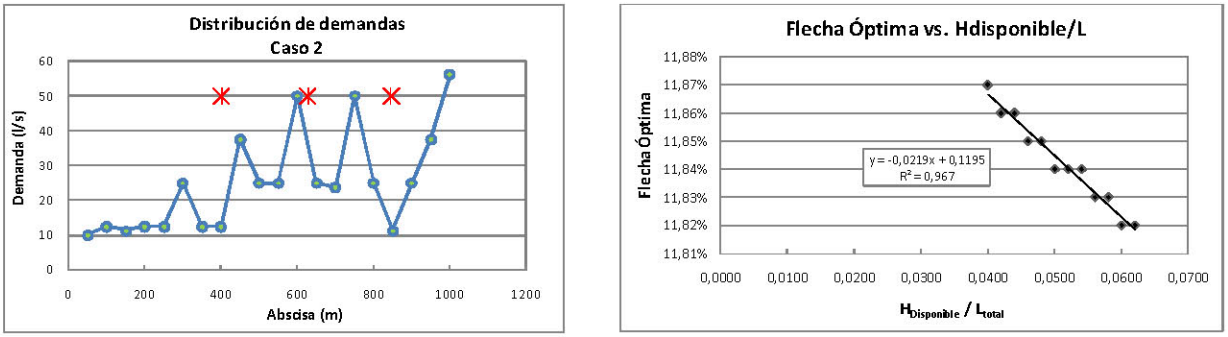
- **CASO 1: Demanda uniforme**



(a) **(b)**

Figura 58. Análisis del efecto de la altura piezométrica disponible en la flecha óptima de la LGH – Caso 1. (a) Distribución de demandas; (b) Flecha óptima vs. $H_{Disponible}/L_{Total}$.

- **CASO 2: Demandas concentradas al final**



(a) **(b)**

Figura 59. Análisis del efecto de la altura piezométrica disponible en la flecha óptima de la LGH – Caso 2. (a) Distribución de demandas; (b) Flecha óptima vs. $H_{Disponible}/L_{Total}$.

En estas gráficas se puede ver que a relación entre la flecha óptima de una serie de tuberías y el cociente $H_{Disponible}$ / L_{Total} es aproximadamente lineal. En general, a mayor valor del cociente $H_{Disponible}$ / L_{Total}, menor será la flecha óptima. Sin embargo, la variación de la flecha con el valor de este cociente es diminuta; se podría decir que el efecto de la variación de la altura piezométrica disponible ($H_{Disponible}$) en la flecha óptima es despreciable y, por lo tanto, no se tendrá en cuenta en los análisis posteriores.

4.3.1.6. Análisis del efecto del exponente de la función de costos en la flecha óptima de la LGH

Los costos de las series de tuberías generadas para los análisis previos se han calculado con una función de costos como la Ecuación 39, tomando un exponente de costos de 1,46 y un coeficiente de 0,015. No obstante, el diseño óptimo y, en consecuencia, la flecha óptima de una serie de tuberías pueden variar cuando el exponente de la función de costos cambia.

Para analizar el efecto del exponente de la función de costos en la flecha óptima de la LGH se tomaron 9 series de tuberías; para cada una de éstas se determinó la flecha óptima (i. e. flecha de la LGH que genera el diseño de mínimo costo) para valores del exponente de la función de costos variando entre 1 y 3. En la siguiente gráfica se pueden observar los resultados obtenidos.

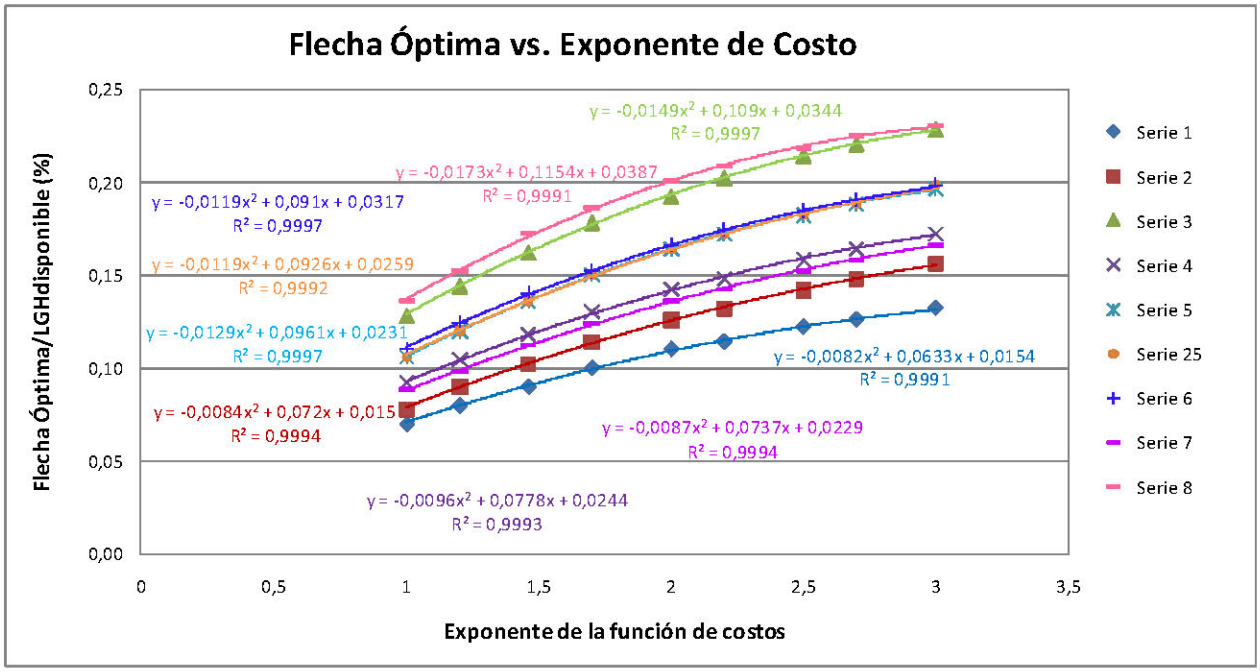


Figura 60. Análisis del efecto del exponente de la función de costos en la flecha óptima de la LGH.

Se puede ver que, en todos los casos, la relación entre la flecha óptima y el exponente de la función de costos se ajusta perfectamente a una parábola. Además, se puede notar que todas las curvas son aproximadamente paralelas y que los valores de los coeficientes de las parábolas tienden a ser mayores

mientras más grande sea el valor de la flecha para un exponente de costos dado. Para verificar esto último, se graficó la flecha óptima para un exponente de costos dado contra los coeficientes α (alfa), β (beta) y γ (gamma) de las ecuaciones cuadráticas ajustadas a los datos anteriores. A continuación se muestra la gráfica obtenida para un valor del exponente de la función de costos de 1,46, que es el que se ha utilizado en este trabajo para estimar el costo de las tuberías.

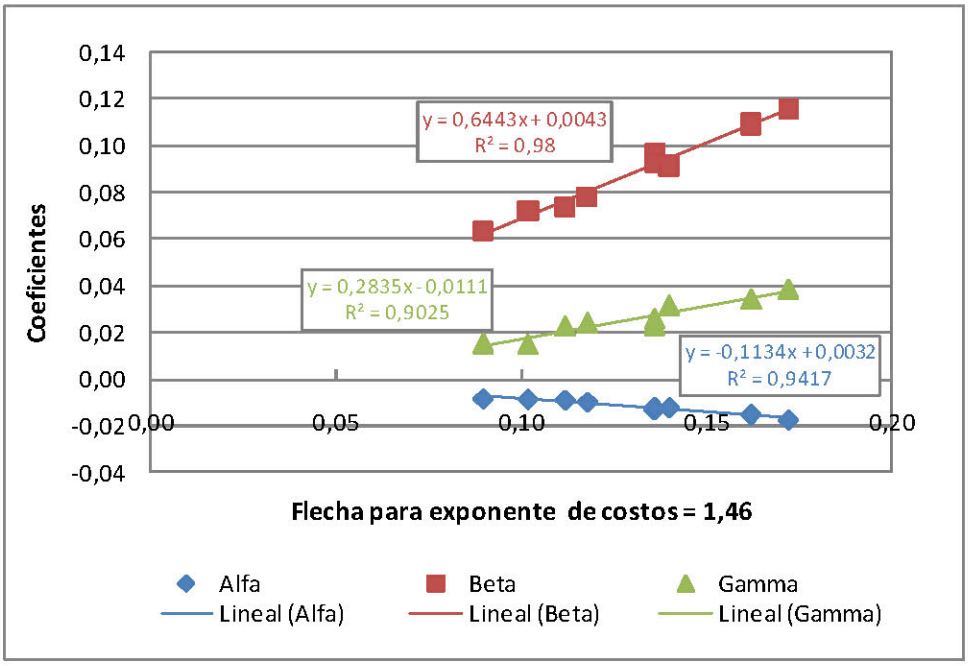


Figura 61. Coeficientes de las ecuaciones cuadráticas de la Figura 60 vs. Flecha óptima para un exponente de costos = 1,46.

Se puede ver que la relación entre la flecha óptima (para un exponente de costos fijo) y el valor de los coeficientes de las ecuaciones cuadráticas ajustadas en la Figura 60 es lineal. Así, si se conoce la flecha óptima para un exponente de costos de 1,46, es posible utilizar las ecuaciones obtenidas a partir de la Figura 60 y de la Figura 61 para determinar la flecha óptima para cualquier otro valor del exponente de la función de costos.

A partir del análisis de los factores que determinan la flecha óptima de la LGH, se ha definido un procedimiento que permite estimar dicha flecha para un sistema de tuberías en serie con cualquier

conjunto de características topológicas, hidráulicas y comerciales; este procedimiento se describe a continuación.

4.3.1.7. Procedimiento para la estimación de la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa

Los pasos que se deben seguir para estimar la magnitud de la flecha óptima son los siguientes:

1. Calcular el *Centroide de Demandas* ($\bar{x}$) mediante la Ecuación 60.

2. Calcular el *Coeficiente de Uniformidad 7 (CU_7)* mediante la Ecuación 67.

3. Utilizar la Ecuación 69 (con los valores de los coeficientes dados en la Tabla 11) para estimar la magnitud de la flecha óptima en función del *Centroide de Demandas* y del *Coeficiente de Uniformidad 7*. La flecha calculada con esta ecuación corresponde a una relación $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}$ y a un exponente de la función de costos de 1,46, dado que estos fueron los parámetros considerados en la derivación de dicha ecuación.

4. A partir de la flecha obtenida en el Paso 3, estimar la flecha óptima para el exponente de la función de costos (n) que se tenga, utilizando la siguiente expresión:

$$Flecha\ óptima\ (n) = \alpha \cdot n^2 + \beta \cdot n + \gamma \qquad \textbf{Ecuación 71}$$

   donde:

   n: exponente de la función de costos

   $\alpha = -0{,}1134 \cdot F_{1{,}46} + 0{,}0032$

   $\beta = 0{,}6443 \cdot F_{1{,}46} - 0{,}0043$

   $\gamma = 0{,}2835 \cdot F_{1{,}46} - 0{,}0111$

   $F_{1{,}46}$: flecha óptima para un exponente de 1,46 (obtenida en el Paso 3).

   (Las ecuaciones para estimar los coeficientes α, β y γ se obtuvieron a partir de la Figura 61.)

5. A partir de la flecha obtenida en el Paso 4, que corresponde a una relación $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}$, calcular la flecha para la relación real de Q^2/L^3. Para esto se utiliza la siguiente expresión:

$$Flecha\ óptima = a\ \ln\left(\frac{Q^2}{L^3}\right) + b$$ **Ecuación 72**

donde:

$a = 0{,}00868\ F_{1\ \mathrm{x}\ 10-9} + 0{,}00066$

$b = 1{,}18069\ F_{1\ \mathrm{x}\ 10-9} + 0{,}01345$

$F_{1\ \mathrm{x}\ 10-9}$: flecha óptima para una relación $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9}$ (obtenida en el Paso 4).

(La Ecuación 72 se obtuvo a partir de la Figura 55 y las ecuaciones para el cálculo del coeficiente *a* y del intercepto *b* se obtuvieron de la Figura 56 y la Figura 57, respectivamente.)

Mediante estos 5 pasos es posible estimar, con bastante precisión, la flecha óptima de la LGH de una serie de tuberías con cualquier patrón de distribución de demandas, con cualquier valor de la relación Q^2/L^3 y cuyos costos sean calculados con una función potencial (ver Ecuación 39) con un valor cualquiera del exponente *n*.

4.3.2. Determinación de la ecuación de la curva de LGH óptima vs. Abscisa

Para determinar la ecuación que describe una función cuadrática, como la curva de LGH óptima vs. Abscisa, es necesario conocer tres puntos de dicha función. Para la curva analizada se conocen de antemano el punto inicial y final: $P_{inicial}(0, LGH_{entrada})$ y $P_{final}(L_{total}, LGH_{mín})$, donde $LGH_{mín}$ corresponde a la cota o elevación del último nodo de la serie de tuberías más la presión mínima requerida ($LGH_{mín} = Z_{nodo\ final} + P_{min}$). A partir del análisis presentado en el Numeral 4.3.1 es posible determinar la magnitud de la flecha máxima del diseño óptimo; así, conociendo la magnitud de la flecha máxima y sabiendo que ésta se presenta en el punto medio de la serie de tuberías (en $L_{total}/2$), se tiene la abscisa y la ordenada de un tercer punto sobre la curva de LGH óptima vs. Abscisa, con lo cual es posible determinar la ecuación que describe dicha curva. Es importante aclarar que la magnitud de la flecha máxima se mide a partir de la línea recta que une las LGH inicial y final de la serie de tuberías y que, además, dicha magnitud está dada como un porcentaje de la altura piezométrica total disponible ΔH, tal como se ilustra en la Figura 62.

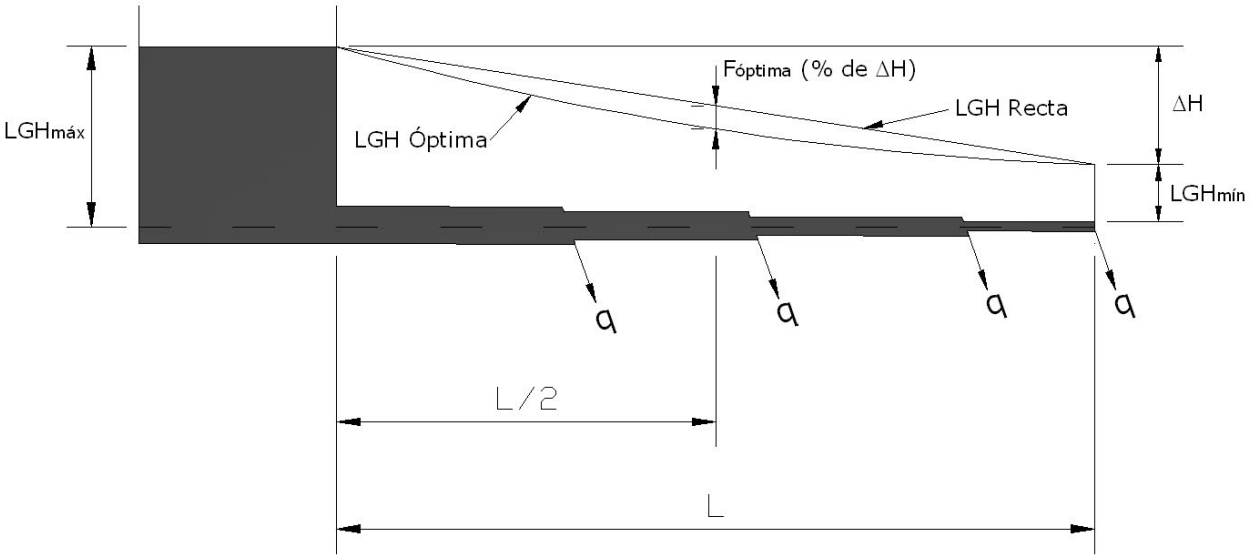


Figura 62. Curva LGH óptima vs. Abscisa

Con base en la Figura 62 se puede establecer que la LGH óptima en el punto de máxima curvatura corresponde al valor de la LGH recta (línea AB) en el punto medio de las abscisas menos la magnitud de la flecha máxima. La trayectoria de la LGH recta está dada por la Ecuación 73; a partir de esta ecuación y de la Figura 62, es posible establecer una expresión para determinar el valor de la LGH óptima en el punto de máxima flecha, tal como se indica a continuación.

- Ecuación de la LGH recta:

$$LGH_{recta}(x) = LGH_{máx} - \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{L_{total}} \cdot x \qquad \textbf{Ecuación 73}$$

- Estimación de la LGH óptima en el punto de máxima flecha (i.e. en el punto medio de las abscisas):

$$LGH_{flecha\ máxima} = LGH_{recta}(L_{total}/2) - F \cdot \Delta H \qquad \textbf{Ecuación 74}$$

donde *F* es la magnitud de la flecha máxima con relación a la altura piezométrica disponible ΔH.

El valor de la LGH recta en el punto medio de las abscisas se puede obtener evaluando la Ecuación 73 en $x = L_{total}/2$:

$$LGH_{recta}(L_{total}/2) = LGH_{máx} - \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{L_{total}} \cdot \frac{L_{total}}{2}$$

Ecuación 75

$$LGH_{recta}(L_{total}/2) = \frac{LGH_{máx} + LGH_{mín}}{2}$$

Además, la altura piezométrica total disponible (ΔH) corresponde a la diferencia entre la LGH máxima y la LGH mínima del sistema:

$$\Delta H = LGH_{máx} - LGH_{mín}$$

Ecuación 76

Al sustituir la Ecuación 75 y la Ecuación 76 en la Ecuación 74 se obtiene lo siguiente:

$$LGH_{flecha\ máxima} = \frac{LGH_{máx} + LGH_{mín}}{2} - F \cdot (LGH_{máx} - LGH_{mín})$$

Ecuación 77

Así, se conoce un tercer punto de la curva LGH óptima vs. Abscisa:

$$P_{flecha\ máx}(L_{total}/2,\ LGH_{flecha\ máxima})$$

La forma genérica de una función cuadrática es la siguiente:

$$y = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma$$

Ecuación 78

donde y es la variable dependiente, x la variable independiente y α, β y γ son los coeficientes que se deben determinar a partir de los tres puntos conocidos.

En el caso estudiado, la variable dependiente es la LGH óptima y la variable independiente es la abscisa (que se denotará con la letra x), por lo que la Ecuación 78 se puede reescribir de la siguiente forma:

$$LGH(x) = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma$$ **Ecuación 79**

donde *LGH(x)* corresponde a la LGH ideal en el punto de abscisa *x*.

Utilizando los tres puntos conocidos sobre la curva de LGH óptima vs. Abscisa es posible establecer tres ecuaciones que permitan obtener los valores de los coeficientes α, β y γ. Mediante un procedimiento algebraico simple se obtienen las siguientes expresiones para el cálculo de dichos coeficientes:

$$\alpha = 4 \cdot F \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{{L_{total}}^2}$$ **Ecuación 80**

$$\beta = -(1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{L_{total}}$$ **Ecuación 81**

$$\gamma = LGH_{máx}$$ **Ecuación 82**

Se puede ver que el valor de estos coeficientes depende de las características particulares de cada serie de tuberías.

Al sustituir las expresiones para el cálculo los coeficientes α, β y γ en la Ecuación 79, se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de la LGH óptima o ideal en cualquier punto de la serie de tuberías:

$$LGH(x) = 4 \cdot F \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{{L_{total}}^2} \cdot x^2 - (1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{L_{total}} \cdot x + LGH_{máx}$$ **Ecuación 83**

4.3.3. Metodología para el diseño optimizado de tuberías en serie con base en la curva LGH vs. Abscisa

Los pasos que se deben seguir para diseñar una serie de tuberías con base en la curva LGH vs. Abscisa son los siguientes:

1. Fijar los parámetros de diseño y características topológicas e hidráulicas de la serie de tuberías (i.e. presión mínima requerida, longitud de cada tramo de tubería, rugosidad de las tuberías, LGH en la fuente de abastecimiento, demandas, función de costos).

2. Estimar la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa mediante el procedimiento establecido en el Numeral 4.3.1.7.

3. Calcular la LGH ideal en cada nodo de la serie de tuberías utilizando la Ecuación 83. En este punto pueden presentarse casos de series de tuberías con topografía variable en los que uno o varios nodos tienen una elevación tal que la LGH ideal calculada con la Ecuación 83 no satisface la restricción de mínima presión; esta condición se ilustra en la siguiente figura.

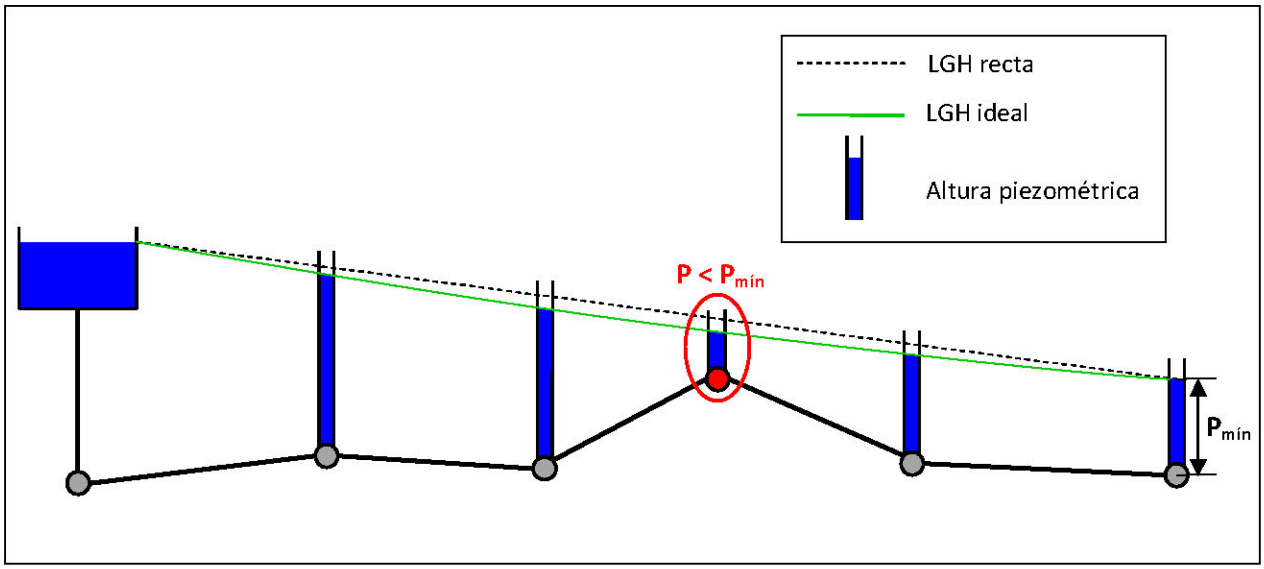


Figura 63. Problemas de déficit de presión en nodos elevados.

Cuando se presente la situación ilustrada en la Figura 63, se deben calcular dos LGH diferentes: una para el tramo que va desde la fuente de abastecimiento hasta el nodo crítico (en el que se presenta déficit de presión) y otra desde el nodo crítico hasta el último nodo. Para el primer tramo, el nodo final será el nodo crítico, la LGH mínima corresponderá a la cota del nodo crítico más la presión mínima y la longitud total será la distancia desde la fuente de abastecimiento hasta este nodo. Para

el segundo tramo, la LGH inicial o máxima será la LGH mínima del tramo anterior y la longitud total será la distancia entre el nodo crítico y el nodo más alejado. Esto se ilustra a continuación.

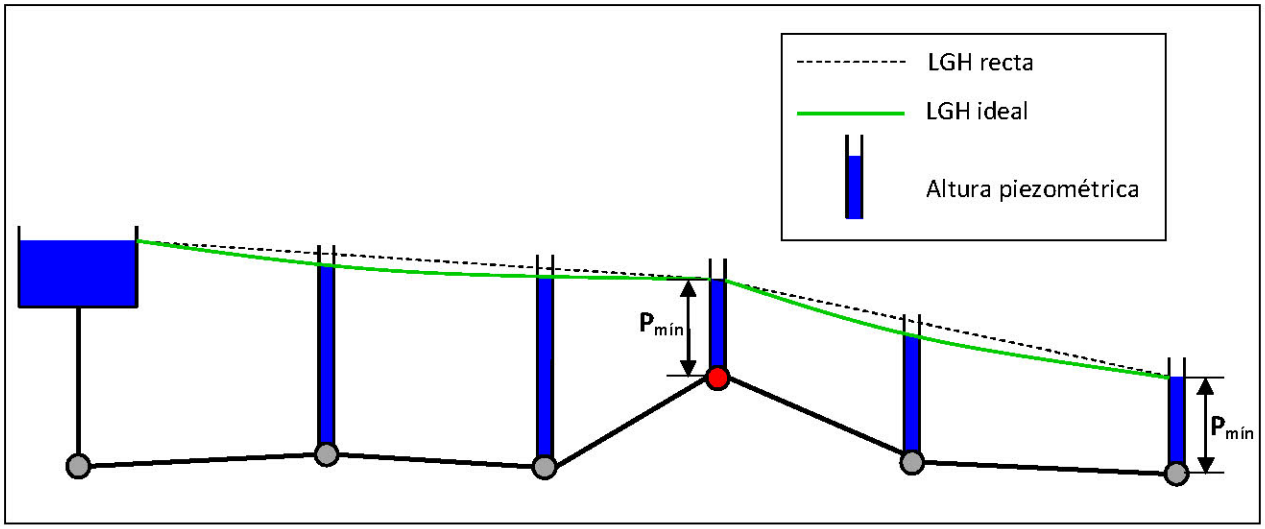


Figura 64. LGH ideal de series de tuberías con topografía variable.

Si se tienen dos o más nodos elevados con déficit de presión, la primera fragmentación de la LGH óptima se debe hacer en el nodo más crítico (i.e. aquel nodo de la serie de tuberías que, para la LGH óptima calculada, tenga la presión más pequeña). Si después de llevar a cabo esta división y calcular una LGH óptima para cada tramo no se consigue cumplir con la presión mínima en todos los nodos, es necesario fraccionar la LGH nuevamente (en el nodo más crítico) y hacer esta corrección hasta que se consiga cumplir con la presión mínima en todos los nodos.

4. A cada tramo de tubería se le asigna una pérdida objetivo igual a la diferencia de las LGH ideales de sus nodos inicial y final (estimadas en el Paso 3):

$$Pérdida\ Objetivo_{ij} = LGH_{ideal_i} - LGH_{ideal_j}$$

donde i es el nodo inicial del tramo y j es el nodo final.

5. Con las pérdidas objetivo y el caudal de cada tramo de tubería, se calcula el diámetro óptimo para dicho tramo utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 5) en conjunto con la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 6).

5. METODOLOGÍAS PROPUESTAS PARA EL DISEÑO OPTIMIZADO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE

5.1. METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH)

Esta metodología corresponde a la expansión a RDAP de la metodología desarrollada para el diseño de series de tuberías (Numeral 4.3.3), la cual se basa determinar la forma de la LGH óptima de un sistema de distribución y a partir de ésta calcular los diámetros de las tuberías que generan tal LGH y que conforman un diseño cercano al de mínimo costo. La nueva metodología es similar a la metodología SOP (Numeral 3.4.2), pero tiene dos rasgos nuevos y diferentes:

(1) Para cada sistema de distribución se estima la flecha máxima óptima de la curva LGH vs. Abscisa, la cual es función de la distribución de demandas, el caudal total, la longitud total de tuberías y la función de costos. En contraste, en la metodología SOP se supone que la flecha óptima para todas las RDAP es el 15% de la altura piezométrica disponible (ΔH) y no se tiene en cuenta la variación de dicha flecha con las características hidráulicas, topológicas y comerciales del sistema.

(2) Al implementar el algoritmo para el cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico se corrigieron los errores de la metodología SOP descritos en el Numeral 3.4.2.4, de tal modo que la nueva metodología es aplicable a redes con cualquier topología, topografía variable y múltiples fuentes de abastecimiento. Además, el resultado que se obtiene con la metodología SOGH no está condicionado por el diseño inicial o "semilla" de la red.

Esta nueva metodología fue implementada en el software de simulación hidráulica y diseño REDES (CIACUA, 2008), el cual ofrece una interfaz cómoda para trabajar y, además, cuenta con múltiples funciones y procedimientos que hicieron más fácil y ágil la implementación de la metodología propuesta.

Las etapas que conforman la metodología de la Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH) se enuncian a continuación. Es importante anotar que antes de aplicar esta metodología se deben fijar los parámetros de diseño tales como: presión mínima requerida (P_{min}), función de costos, base de diámetros comerciales disponibles, ecuación de pérdidas de energía por fricción (Darcy-Weisbach o Hazen-Williams), número máximo de iteraciones y error admisible en el cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico, entre otros.

Etapas que conforman la metodología SOGH:

Cada una de las etapas que se enuncia a continuación corresponde a un proceso complejo compuesto por múltiples actividades; es por eso que a éstas se les denomina "etapas" y a las actividades que las conforman se les denomina "pasos".

1. Asignación inicial de diámetros proporcionales a la distancia topológica.

2. Estimación de la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

3. Con la asignación de diámetros actual, realizar una simulación hidráulica para determinar caudales, sentidos de flujo en las tuberías y calcular las distancias topológicas de los nodos a las fuentes de abastecimiento.

4. Cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico; es decir, estimación de la LGH ideal de cada nodo de la red. Este cálculo se hace con base en las distancias topológicas calculadas previamente.

5. Asignación de las pérdidas de energía objetivo a cada tramo de tubería, las cuales corresponden a la diferencia de las alturas piezométricas o LGH ideales de sus nodos inicial y final (estimadas en la Etapa 4).

6. Cálculo del diámetro ideal de cada tubería para las pérdidas objetivo fijadas en la Etapa 5 y para los caudales obtenidos en la simulación hidráulica del Paso 3. Para calcular los diámetros se debe utilizar una ecuación de resistencia como la de Darcy-Weisbach o la de Hazen-Williams.

7. Realizar una simulación hidráulica para estimar las pérdidas reales de energía que tienen lugar en cada tubería para los nuevos diámetros calculados en la Etapa 6.

8. Cálculo del error entre las pérdidas de energía objetivo (Etapa 5) y las reales (Etapa 7).

9. Si el error entre las pérdidas de energía reales y objetivo calculado en la Etapa 8 es menor que el error admisible o si el número de iteraciones realizadas es superior al número máximo de iteraciones fijado al comienzo del proceso de diseño, se continúa con la Etapa 10; de lo contrario, se debe regresar a la Etapa 3.

10. Realizar una simulación hidráulica para la configuración de diámetros que se tiene al final de la Etapa 9; con esta simulación se determinan los caudales en las tuberías y las presiones en todos los nodos de la red.

11. Si en al menos un nodo de la red la presión es inferior a la presión mínima, se debe realizar la corrección de las prominencias o nodos muy elevados, de lo contrario se continúa con la Etapa 12.

12. Aproximación de todos los diámetros al siguiente diámetro comercial (los diámetros obtenidos al final de la Etapa 11 son continuos y deben redondearse a diámetros comerciales)

13. Aplicación de programación por restricciones para aumentar diámetros hasta que se satisfaga el requisito de mínima presión en todos los nodos.

14. Aplicación de programación por restricciones para disminuir los diámetros de algunas tuberías sin violar el requisito de mínima presión en todos los nodos.

El orden y relación de las etapas que conforman la metodología SOGH se ilustra en la Figura 65. Posteriormente, las etapas más complejas de esta metodología son explicadas en detalle.

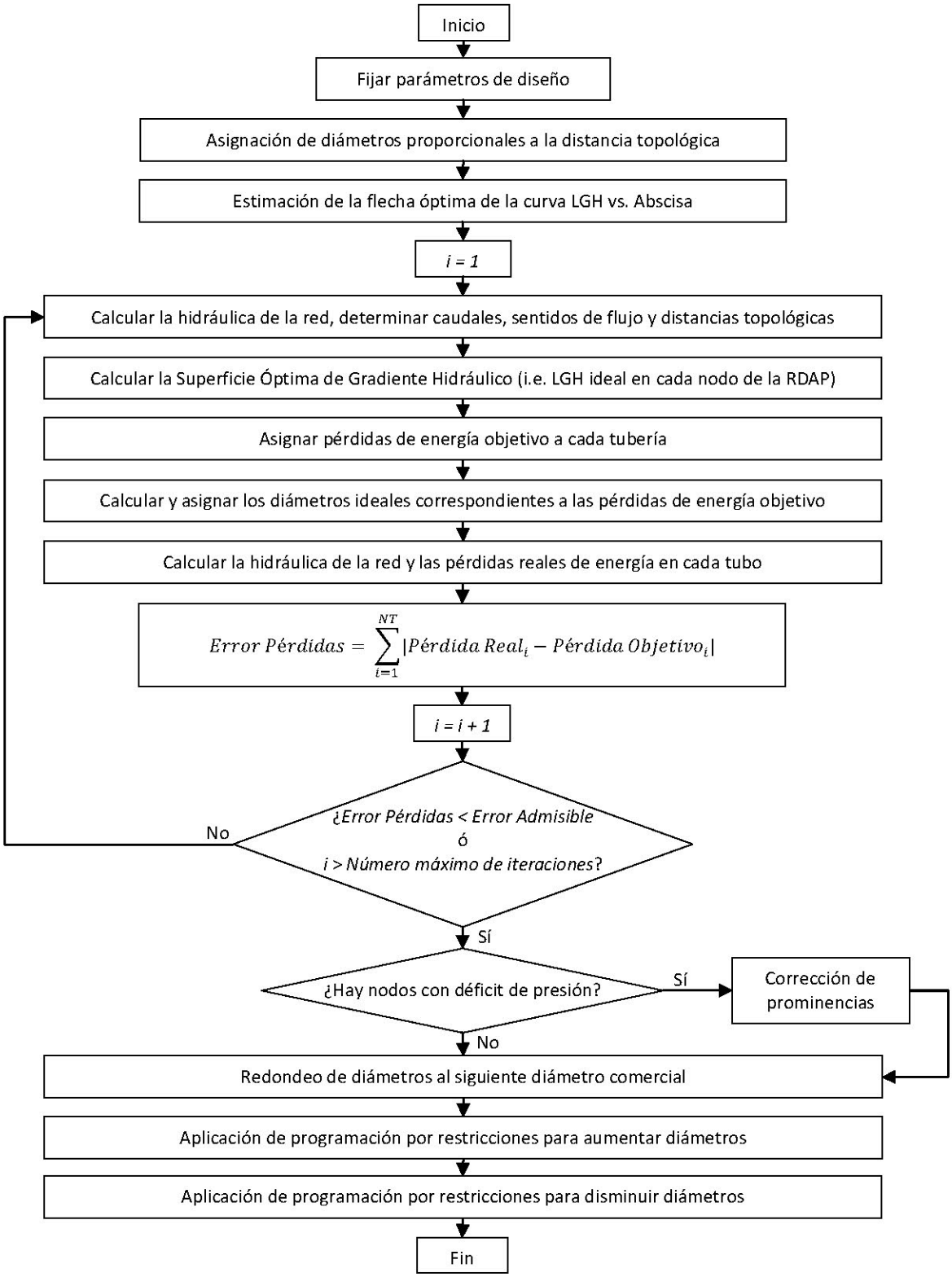


Figura 65. Etapas de la metodología de Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH).

5.1.1. Asignación inicial de diámetros proporcionales a la distancia topológica (Etapa 1)

Para calcular la superficie óptima de gradiente hidráulico es necesario conocer la distancia topológica de cada nodo a la fuente de abastecimiento. La distancia topológica de un nodo corresponde a la ruta más corta que puede recorrer el agua para llegar al nodo en cuestión desde cualquiera de las fuentes de abastecimiento (cuando hay varias fuentes de abastecimiento, la distancia topológica corresponderá a la mínima de las distancias calculadas para las diferentes fuentes). A partir de esta definición se puede notar que la distancia topológica depende del sentido de flujo en las tuberías, el cual, a su vez, depende de la hidráulica de la red. Por lo tanto, para determinar la distancia topológica es necesario hacer primero una simulación hidráulica. La primera simulación hidráulica y los sentidos de flujo que de ésta se obtengan están necesariamente condicionados por la asignación inicial de diámetros que se realice; dada la gran influencia de la distancia topológica en la determinación de la SOGH, se debe procurar que los sentidos de flujo iniciales sean lógicos y sean lo más parecido posible a los que se tendrían en el diseño óptimo.

Con este propósito, en el algoritmo desarrollado se hace inicialmente una asignación de diámetros proporcionales a la distancia topológica: a los tubos con menor distancia o más cercanos a las fuentes de abastecimiento se les asigna un diámetro grande y a los de mayor distancia o más alejados de las fuentes se les asigna un diámetro pequeño. Cabe anotar que la distancia topológica de los tubos a las fuentes se calcula como el promedio de las distancias topológicas de sus nodos inicial y final y que la asignación de diámetros se hace de tal forma que el tubo con mínima distancia topológica tenga el máximo diámetro comercial disponible y el tubo con máxima distancia tenga el mínimo diámetro. Esta asignación inicial de diámetros no es igual a la del diseño óptimo, pero es bastante lógica, puesto que en una RDAP siempre se tienen diámetros grandes cerca de las fuentes de abastecimiento y, a medida que aumenta la distancia a las fuentes, los diámetros de las tuberías disminuyen.

No obstante, para hacer la asignación de diámetros proporcional a la distancia topológica es necesario calcular dicha distancia, lo cual requiere una simulación hidráulica previa. Para esta simulación previa y el posterior cálculo de las distancias topológicas, se asigna a todas las tuberías de la red el diámetro comercial mínimo. Al asignar un diámetro igual y pequeño a todas las tuberías, se obtiene una distribución de caudales lo más independiente posible del diseño y, además, se fuerza al agua a salir de

los embalses y se impide que ésta fluya hacia ellos. Si se asignaran inicialmente diámetros grandes que implicaran un "sobre-diseño", el agua podría eventualmente fluir hacia los embalses de poca altura, convirtiéndolos en sumideros. Así, al asignar el diámetro mínimo a todas las tuberías se obtienen sentidos de flujo lógicos que permiten calcular las distancias topológicas y finalmente realizar la asignación de diámetros proporcionales a estas distancias.

Para aclarar lo que se acaba de explicar, en el siguiente esquema se presentan los pasos que se deben seguir para realizar la asignación de diámetros proporcionales a la distancia topológica (Etapa 1 de la metodología SOGH).

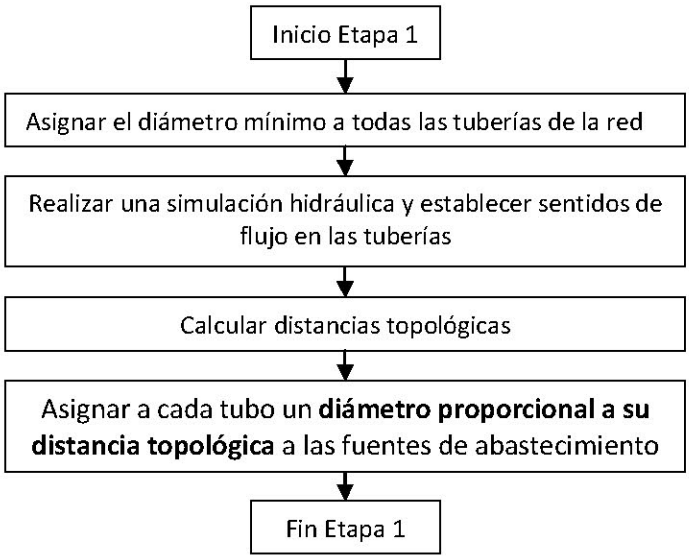


Figura 66. Etapa 1 de la metodología SOGH: asignación inicial de diámetros proporcionales a la distancia.

5.1.2. Estimación de la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa (Etapa 2)

La flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa se debe determinar de la manera estipulada en el Numeral 4.3.1.7; sin embargo, dado que ahora se tiene una red de distribución y no una serie de tuberías, deben hacerse adaptaciones a la forma en que se calcula el *Centroide de Demandas*, el *Coeficiente de Uniformidad 7* y la longitud total del sistema.

- **Cálculo del *Centroide de Demandas* ($\bar{x}$) de una red de distribución:**

La expresión para el cálculo del *Centroide de Demandas* de una red de distribución es la siguiente:

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{\sum_{i=0}^{NN} q_i \cdot d_{topológica\ i}}{Q_{total}}\right)}{d_{topológica\ máxima}} \qquad \textbf{Ecuación 84}$$

donde *NN* corresponde al número de nodos de la red de distribución, q_i es el caudal demandado en el nodo *i*, $d_{topológica\ i}$ es la distancia topológica del nodo *i* con respecto a las fuentes de abastecimiento, Q_{total} corresponde al caudal total demandado en la red y $d_{topológica\ máxima}$ es la distancia topológica máxima (i.e. la distancia topológica del nodo más alejado de las fuentes de abastecimiento).

Se puede ver que esta expresión es similar a la utilizada para el caso de series de tuberías (Ecuación 60), excepto por las distancias consideradas en el cálculo.

- **Cálculo del *Coeficiente de Uniformidad* 7 (CU_7) de una red de distribución:**

Como se explicó en el Numeral 4.3.1.1, el *Coeficiente de Uniformidad 7* (CU_7) es un indicador de la localización de las demandas, considerando tanto su ubicación espacial como su magnitud, con respecto al *Centroide de Demandas*. Para estimar el CU_7 se supone que el *Centroide de Demandas* ($\bar{x}$) divide la red en dos subconjuntos: el primero corresponde a los nodos cuya distancia topológica es inferior a la distancia a la que se encuentra localizado $\bar{x}$ con respecto a las fuentes de abastecimiento; el segundo está conformado por los nodos con mayor distancia topológica. Para cada uno de los dos subconjuntos se debe calcular su *Centroide de Demandas* con respecto al centroide general ($\bar{x}$) y luego se hace un promedio ponderado de estos dos centroides, así:

$$CU_7 = \bar{x}_1 * \left(\frac{L_1}{d_{topológica\ máxima}}\right) + \bar{x}_2 * \left(\frac{L_2}{d_{topológica\ máxima}}\right) \qquad \textbf{Ecuación 85}$$

donde $\bar{x}_1$ es el centroide de demandas del subconjunto 1, $\bar{x}_2$ es el centroide de demandas del subconjunto 2, L_1 es la longitud del primer subconjunto y L_2 la del segundo. L_1 es igual a la distancia

a la que se encuentra localizado $\bar{x}$ con respecto a las fuentes de abastecimiento y L_2 corresponde a la diferencia entre la distancia topológica máxima y L_1:

$$L_1 = \bar{x} \cdot d_{topológica\ máxima}$$
$$L_2 = d_{topológica\ máxima} - L_1$$

Los centroides $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ se calculan con respecto al centroide general $\bar{x}$ y la expresión para su estimación es la siguiente:

$$\bar{x}_s = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{NNs} q_i \cdot \left| d_{topológica\ i} - \bar{x} \cdot d_{topológica\ máxima} \right|}{\sum_{i=1}^{NNs} q_i}}{d_{topológica\ máxima}}$$ **Ecuación 86**

donde *NN*s corresponde al número de nodos del subconjunto *s*.

- **"Longitud total" de una red de distribución:**

En el Numeral 4.3.1.4 se explicó que la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa depende de la relación Q^2/L^3, donde *Q* corresponde al caudal total demandado en el sistema y *L* a la longitud total del mismo. En una serie de tuberías, la longitud total se puede estimar fácilmente y tiene un sentido físico claro; sin embargo, en una red de distribución, que se extiende en diferentes direcciones y que tiene múltiples ramificaciones, este concepto es más complejo. Para el cálculo de la relación Q^2/L^3 la longitud debe corresponder al recorrido total del agua en el sistema; por lo tanto, en el caso de redes de distribución esta longitud total se calcula como la sumatoria de las longitudes de los tubos, así:

$$L_{total} = \sum_{i=1}^{NT} L_i$$ **Ecuación 87**

donde *NT* es el número total de tubos de la red y L_i es la longitud del tubo *i*.

Una vez se hayan calculado estos indicadores y parámetros, se debe aplicar el procedimiento descrito en el Numeral 4.3.1.7 para estimar la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

Es importante anotar que la implementación de la metodología de diseño SOGH se hizo de tal manera que el usuario pudiera ingresar la flecha de la curva LGH vs. Abscisa que él/ella desee. Sin embargo, antes de indicar la flecha que se utilizará en el diseño, el usuario puede consultar la flecha óptima sugerida (para lo cual se diseñó un botón especial que se muestra en la Figura 67), la cual es estimada mediante el procedimiento que se acaba de explicar. De esta manera el usuario puede evaluar los resultados obtenidos para diferentes valores de la flecha y puede analizar la sensibilidad de la metodología a este parámetro.

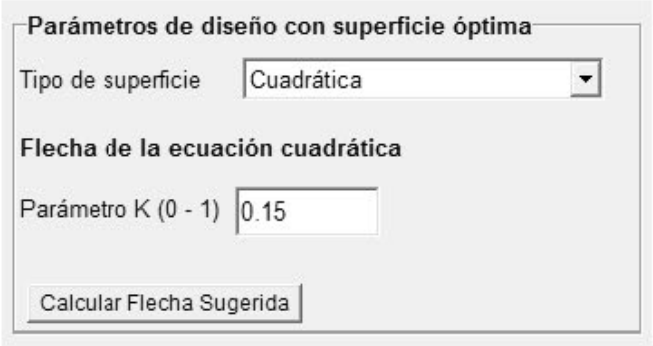


Figura 67. Botón para el cálculo de la flecha sugerida.

5.1.3. Cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico (Etapa 4)

Esta etapa consiste en estimar la LGH ideal de cada nodo de la red, a partir de lo cual se tiene un conjunto de puntos con coordenadas (X, Y, LGH_{ideal}) que conforma la superficie óptima de gradiente hidráulico.

Los pasos que se deben seguir para calcular la superficie óptima de gradiente hidráulico son los siguientes:

1. Inicializar la LGH ideal de todos los nodos de la red en cero.

2. Determinar y asignar la fuente principal de abastecimiento de cada nodo de la red. Esto se hace inyectando un trazador en cada fuente de alimentación y calculando su trayectoria a través de la red;

de esta manera es posible determinar los nodos que son alimentados por cada fuente. Si un nodo recibe agua de más de una fuente, se le asignará como fuente principal aquella con mayor LGH.

La importancia y necesidad de determinar la fuente que "gobierna" a cada nodo es que en redes de distribución con más de un embalse o fuente de abastecimiento, no se tiene un único plano óptimo de gradiente hidráulico, sino un conjunto de planos. Cada uno de estos planos tiene su origen en una de las fuentes de abastecimiento; por lo tanto, de acuerdo con la fuente de abastecimiento correspondiente a cada nodo, éste puede hacer parte de uno u otro plano y es necesario conocer dicha fuente para así poder determinar la SOGH. Este concepto se explicó de manera más detallada en el Numeral 3.4.2.4.

A continuación se presenta, a modo de ejemplo, el análisis de trazadores y la fuente finalmente asignada a cada nodo de una red con dos fuentes de abastecimiento. En la Figura 68 se observa la trayectoria del trazador aplicado en el embalse de la izquierda y en la Figura 69 se observa la de trazador inyectado en el embalse de la derecha. En ambos casos, la concentración inicial del trazador en el embalse fue 1. El embalse de la derecha tiene una LGH de 60 m y el de la izquierda 50 m. Con esta información es posible asignar a cada nodo su embalse principal; esta asignación se muestra en la Figura 70.

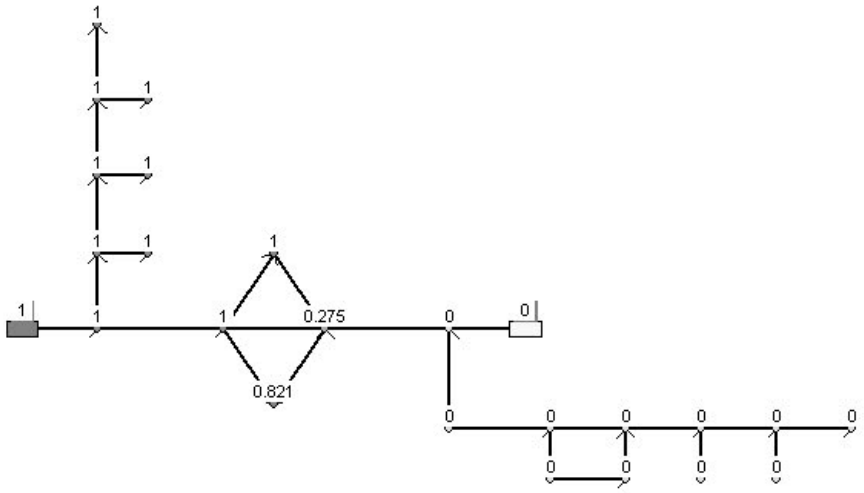


Figura 68. Ejemplo asignación de la fuente principal que alimenta a cada nodo – Trazador inyectado en el embalse de la izquierda.

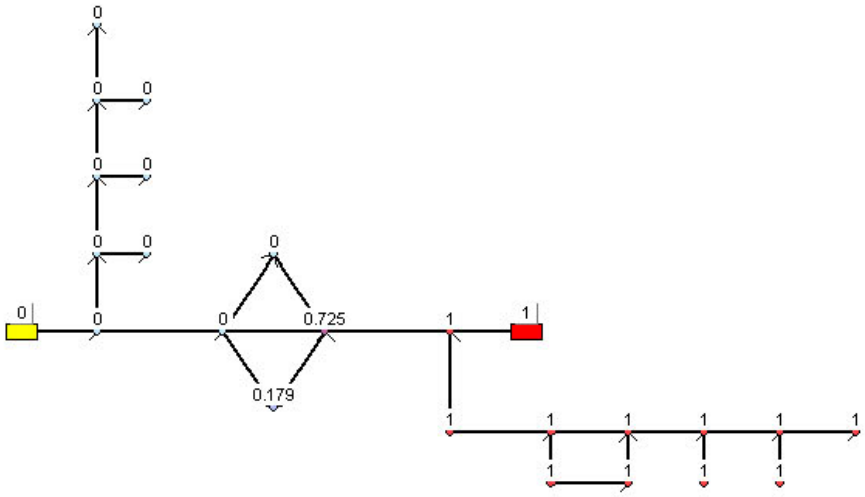


Figura 69. Ejemplo asignación de la fuente principal que alimenta a cada nodo – Trazador inyectado en el embalse de la derecha.

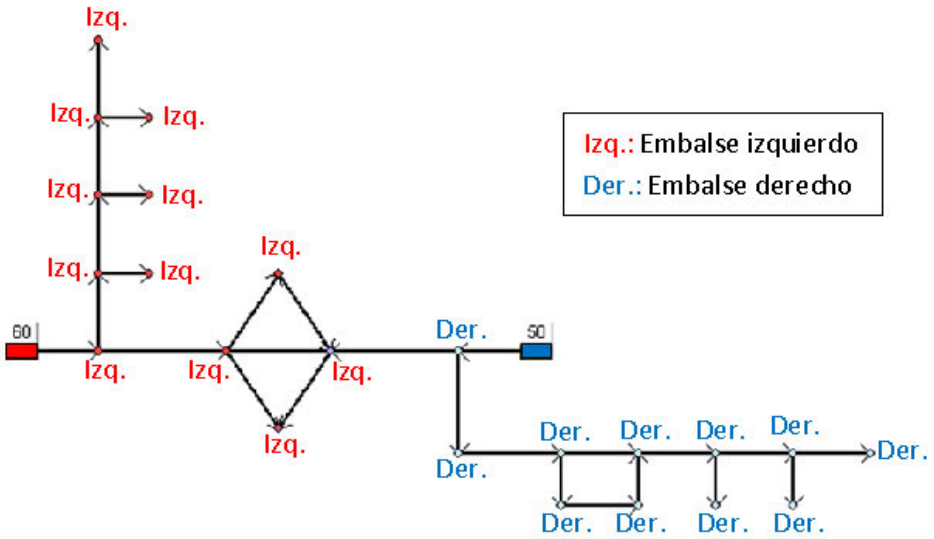


Figura 70. Ejemplo asignación de la fuente principal que alimenta a cada nodo con base en trazadores aplicados en dichas fuentes.

Cabe anotar que la asignación del embalse principal de cada nodo se intentó realizar mediante trazadores inversos calculados desde cada nodo y mediante porcentajes de procedencia, pero, en el

caso redes de distribución relativamente grandes (de más de 400 nodos), estos procedimientos resultan complicados y muy demandantes en términos de memoria virtual y tiempo.

3. Detectar los sumideros de la red; es decir, aquellos nodos que no alimentan a otros nodos del sistema y que, por lo tanto, constituyen el final de una o varias rutas del agua en la red.

4. Ordenar los sumideros de manera descendente según su distancia topológica (i.e. de mayor a menor distancia topológica).

5. Recorrer los sumideros en el orden establecido en el Paso 4 y para cada uno realizar los procedimientos descritos en los Pasos 7 a 10. Para recorrer los sumideros se utilizará el contador *i*.

6. Iniciar contador del ciclo de cálculo de sumideros: *i = 1*.

7. Asignar al sumidero *i* una LGH ideal igual a su cota o elevación ($Z_{sumidero\ i}$) más la presión mínima de diseño:

$$LGHideal_{sumidero\ i} = Z_{sumidero\ i} + P_{mín}$$ **Ecuación 88**

Dado que los sumideros se encuentran al final de una o varias rutas del agua en la red y no alimentan a ningún otro nodo, éstos deben tener la presión mínima requerida; cualquier exceso de presión por encima de la presión mínima en los sumideros constituiría un desperdicio de energía y significaría que la red está sobre-diseñada.

8. Leer el embalse principal asignado al sumidero *i* en el Paso 2.

9. Ajustar los coeficientes de la ecuación cuadrática que se utilizará para calcular la LGH óptima. Esta ecuación se determinó en el Numeral 4.3.2 para el caso de tuberías en serie; para el caso de redes de distribución la ecuación se puede reescribir de la siguiente forma:

$$LGH(d) = \alpha \cdot d^2 + \beta \cdot d + \gamma$$ **Ecuación 89**

donde *LGH(d)* corresponde a la LGH ideal en el punto de distancia topológica *d* y los coeficientes α, β y γ están dados por las siguientes expresiones.

$$\alpha = 4 \cdot F \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{{d_{máx}}^2}$$ **Ecuación 90**

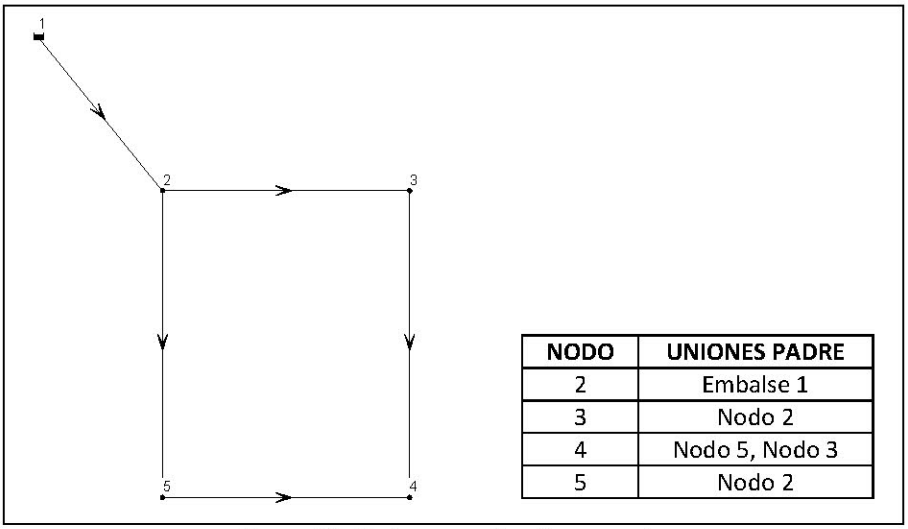
$$\beta = -(1 + 4 \cdot F) \cdot \frac{(LGH_{máx} - LGH_{mín})}{d_{máx}}$$ **Ecuación 91**

$$\gamma = LGH_{máx}$$ **Ecuación 92**

En las tres ecuaciones anteriores se puede ver que los parámetros requeridos para ajustar los coeficientes de la Ecuación 89 son:

- $LGH_{máx}$: corresponde a la LGH del embalse principal del sumidero *i* (Paso 8).
- $LGH_{mín}$: corresponde a la LGH ideal asignada al sumidero *i* en el Paso 7.
- $d_{máx}$: corresponde a la distancia al nodo más alejado para el que se va a calcular la LGH. En este caso, el nodo más alejado es el sumidero, el cual constituye el final de una de las rutas del agua en la RDAP. $d_{máx}$ corresponde entonces a la distancia topológica del sumidero *i*.
- *F*: corresponde a la magnitud de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa (estimada en la Etapa 2 de la metodología SOGH).

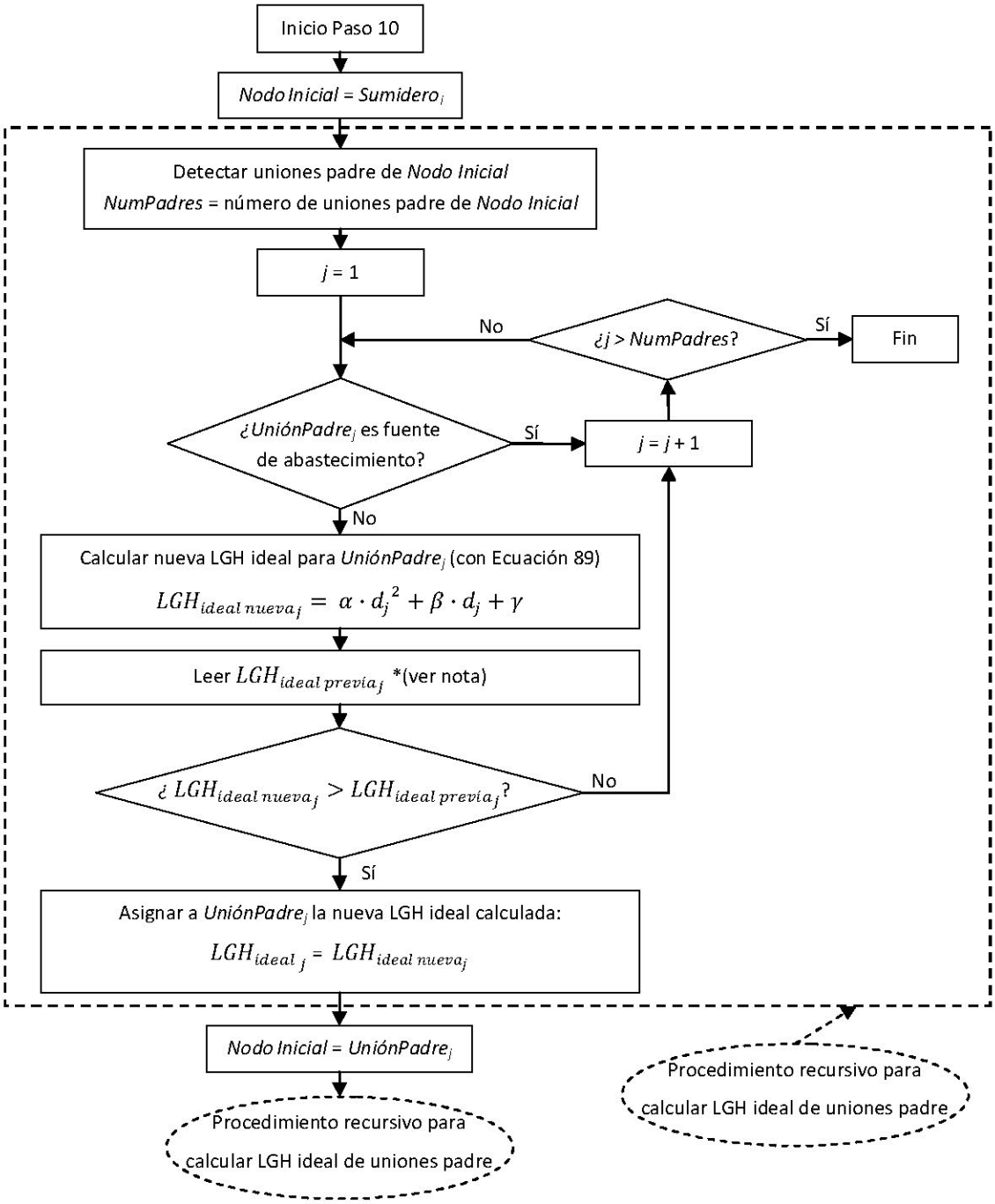
10. Calcular la LGH ideal para todos los nodos que conforman las rutas de alimentación del sumidero *i*. Esto se hace mediante un procedimiento recursivo iterativo que detecta las uniones padre del sumidero y calcula su LGH ideal; posteriormente, este procedimiento se llama a sí mismo para detectar las uniones padre de los padres y calcular su LGH ideal y esta acción se repite de manera iterativa hasta llegar a los embalses o fuentes de abastecimiento del sumidero *i*. Las uniones padre de un nodo determinado son las que lo alimentan de manera directa; estas uniones padre pueden ser fuentes de abastecimiento u otros nodos del sistema. El concepto de uniones padre se ilustra en la Figura 71.



NODO	UNIONES PADRE
2	Embalse 1
3	Nodo 2
4	Nodo 5, Nodo 3
5	Nodo 2

Figura 71. Uniones padre de un nodo.

El procedimiento recursivo iterativo para el cálculo de la LGH ideal de los nodos que alimentan al sumidero *i* se ilustra en la Figura 72.



*Nota: es posible que un mismo nodo sea parte de la ruta de alimentación de dos o más sumideros diferentes, por lo que puede suceder que su LGH ideal haya sido calculada previamente. Si este no es el caso, la $LGH_{ideal\ previa_j}$ es cero, dado que en el Paso 1 se inicializaron todas las LGH ideales en cero.

Figura 72. Procedimiento recursivo iterativo para el cálculo de las LGH ideales de los nodos que hacen parte de la ruta de alimentación de un sumidero determinado.

En el esquema anterior se puede ver que la nueva LGH ideal calculada para un nodo *j* que alimenta al *sumidero i* solamente es asignada si es mayor que la LGH ideal que tiene previamente asignada dicho nodo. Con esta restricción se asegura que un nodo determinado siempre tenga la energía suficiente para alimentar a todos los nodos aguas abajo que dependen de él. En la Figura 73 se muestra el caso de nodos que hacen parte de las rutas de alimentación de varios sumideros y se señala la LGH ideal que dichos nodos deben tener para poder abastecer a todos los sumideros que dependen de ellos.

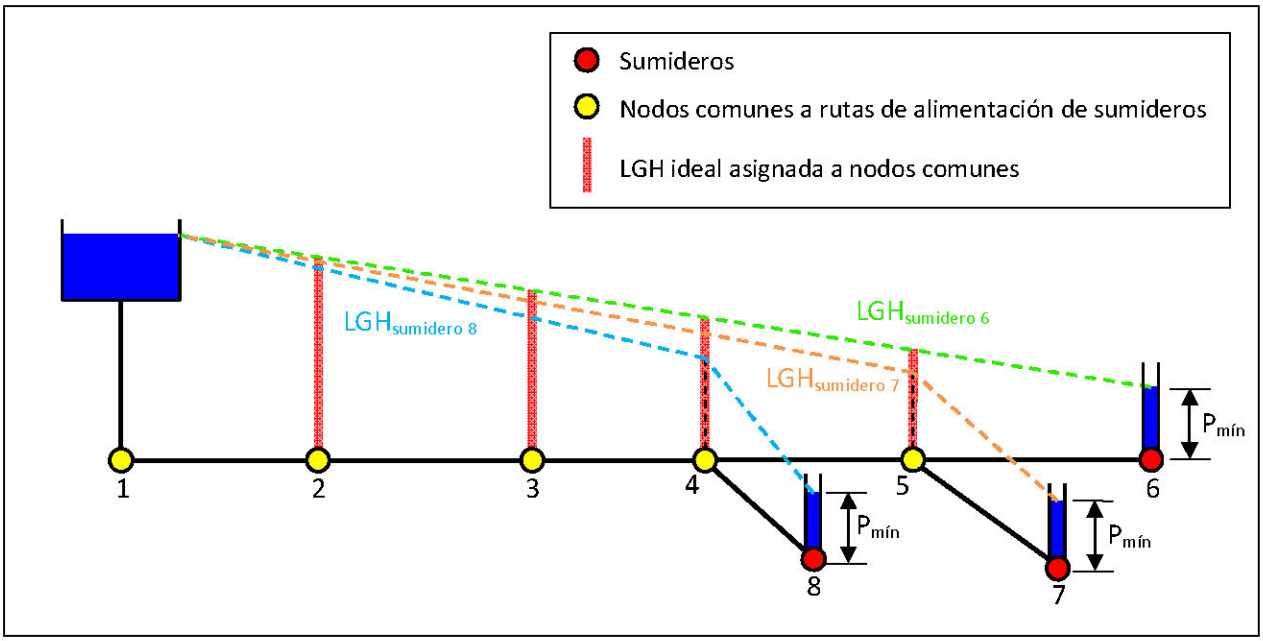


Figura 73. LGH ideal asignada a nodos comunes a rutas de alimentación de múltiples sumideros.

En esta figura se puede ver que, para tener la presión mínima, el sumidero 6 requiere más energía en los nodos comunes (nodos 1, 2, 3, 4 y 5) que los sumideros 7 y 8; por lo tanto, la LGH ideal que se debe asignar a los nodos comunes es la determinada por el sumidero 6.

11. i = i + 1.

12. Si *i > número de sumideros de la red*, se ha terminado el proceso de cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico. De lo contrario, se debe regresar al Paso 7 (hasta haber realizado los cálculos indicados para todos los sumideros del sistema).

5.1.4. Corrección de las prominencias o nodos muy elevados (Etapa 11)

Al calcular la SOGH no se tiene en cuenta la topografía de toda la red de distribución: en este procedimiento se asigna una LGH mínima diferente a cada sumidero dependiendo de su cota o elevación y de esta forma se considera parcialmente la topografía del sistema, pero no se tiene en cuenta la elevación de los demás nodos de la red con respecto a los sumideros. Por lo tanto, es posible que después de calcular la SOGH, algunos nodos muy elevados tengan déficit de presión; es decir, que la LGH ideal asignada no sea suficiente para asegurar la presión mínima.

Para corregir la LGH ideal asignada a estos nodos se probaron diferentes procedimientos, varios de los cuales se basan en el cálculo de trazadores inversos para determinar la ruta principal de abastecimiento de los nodos elevados. Sin embargo, en redes relativamente grandes y con topografía muy irregular, estos procedimientos resultaban muy complejos y demandantes en términos de memoria virtual y tiempo computacional[4], por lo que fue necesario abandonar esta aproximación y buscar una forma más simple de corregir las prominencias topográficas.

La metodología desarrollada para corregir el déficit de presión en los nodos elevados es supremamente simple y tiene requerimientos computacionales mínimos. Los pasos que conforman esta metodología son los siguientes:

1. Detectar las prominencias o nodos con déficit de presión.

2. Determinar el nodo con déficit de presión que tenga la máxima elevación o cota; esta cota se denominará $Z_{máx}$.

3. Fijar $LGH_{mín} = Z_{máx} + P_{mín}$, donde $P_{mín}$ es la presión mínima de diseño.

[4] En pruebas realizadas para la red de Balerma (ver Numeral 6.3) en un computador con procesador del tipo X86-64 de doble núcleo y 2.3 GHz y con 2 GB de memoria RAM, el procedimiento se detuvo antes de finalizar la corrección de los nodos elevados debido a la insuficiencia de recursos del sistema.

4. Determinar el nodo con déficit de presión que tenga la máxima distancia topológica; es decir, aquel que esté más alejado de las fuentes de abastecimiento. La distancia topológica de este nodo se denominará $d_{máxima}$ y a este nodo se asignará una LGH ideal igual a la $LGH_{mín}$ calculada en el Paso 3.

5. Para calcular una nueva LGH ideal para cada una de las prominencias o nodos con déficit de presión se debe hacer lo siguiente:

(a) Leer la fuente de abastecimiento dominante asignada a este nodo (la fuente de abastecimiento principal de cada nodo fue asignada en el Paso 2 de la Etapa 4 - Numeral 5.1.3 - y es almacenada como una propiedad permanente de cada nodo).

(b) Ajustar los coeficientes de la ecuación cuadrática (Ecuación 89) para el cálculo de la LGH óptima considerando los siguientes parámetros:

- $LGH_{máx}$: corresponde a la LGH de la fuente de abastecimiento principal del nodo con déficit de presión analizado (i.e. fuente de abastecimiento detectada en el Punto (a)).
- $LGH_{mín}$: corresponde a la $LGH_{mín}$ fijada en el Paso 3.
- $d_{máx}$: corresponde a la distancia topológica del nodo con déficit de presión más alejado de las fuentes de abastecimiento. Esta distancia fue fijada en el Paso 4.
- F: corresponde a la magnitud de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa (estimada en la Etapa 2 de la metodología SOGH).

(c) Determinar la distancia topológica del nodo analizado.

(d) Estimar la LGH ideal del nodo analizado mediante la ecuación ajustada en el Punto (b) y la distancia topológica fijada en el Punto (c).

6. Asignar a cada tramo de tubería una pérdida de energía objetivo igual a la diferencia entre las LGH ideales de sus nodos inicial y final. Para las prominencias, la LGH ideal es la calculada en el paso anterior (Paso 5) y para los demás nodos de la red se deben tomar las LGH ideales estimadas en la Etapa 4 de la metodología SOGH (Numeral 5.1.3).

7. Calcular el diámetro ideal de cada tubería para las pérdidas de energía objetivo fijadas en el paso anterior (Paso 6) y los caudales obtenidos en la Etapa 10 de la metodología SOGH (en la simulación hidráulica realizada antes de corregir las prominencias topográficas). Los diámetros deben calcularse utilizando una ecuación de resistencia como la de Darcy-Weisbach o la de Hazen-Williams.

Después de aplicar estos 7 pasos se obtiene un diseño con diámetros continuos en el que todos los nodos cumplen con el requisito de mínima presión.

5.1.5. Redondeo de los diámetros continuos al siguiente diámetro comercial (Etapa 12)

Dado que al final de la Etapa 11 se obtiene un diseño con diámetros continuos, lo cual no es aceptable, es necesario redondear dichos diámetros a valores discretos contenidos en la base de diámetros comerciales disponibles. Inicialmente, todos los diámetros son aproximados al siguiente diámetro comercial. Sin embargo, puede ocurrir que el diámetro continuo calculado para algunas tuberías (para satisfacer las pérdidas de energía objetivo fijadas por la superficie óptima de gradiente hidráulico) sea mayor que el máximo diámetro comercial disponible; en este caso se debe asignar el máximo diámetro disponible, lo cual puede llevar a tener presiones inferiores a la mínima requerida en algunos nodos de la red. Para solucionar este problema y obtener un diseño con diámetros comerciales en el que se cumpla con la restricción de mínima presión en todos los nodos, en la siguiente etapa de la metodología SOGH se aplica un procedimiento de programación por restricciones.

5.1.6. Aplicación de programación por restricciones para aumentar diámetros y asegurar presión superior a la mínima en todos los nodos (Etapa 13)

La *programación por restricciones* (*PR*) es un paradigma de la programación que se utiliza con frecuencia para describir y solucionar problemas combinatorios complejos (Barták, 2006). En la *PR*, las relaciones entre las variables son expresadas mediante un conjunto de restricciones. Sin embargo, para definir por completo un *problema de satisfacción de restricciones* (*Constraint Satisfaction Problem*, CSP) es necesario especificar, además de las restricciones, el conjunto de variables que intervienen en problema y el conjunto de posibles valores para cada variable (i.e. dominio de las variables).

Las soluciones de un CSP corresponden a las combinaciones de valores que satisfacen el conjunto de restricciones definido. Por lo tanto, para solucionar un CSP se debe implementar un algoritmo de búsqueda de "estados" o combinaciones de valores que satisfagan las restricciones del problema. En el proceso de búsqueda se debe verificar constantemente la satisfacción de las restricciones; de este modo se determina la validez de una posible solución, se remueven valores del dominio de las variables y se detectan inconsistencias. Comúnmente, la solución de problemas CSP se lleva a cabo mediante algoritmos de búsqueda en árbol (*tree search algorithms*) (Villalba, 2004). Estos algoritmos se utilizan para explorar estructuras de datos o grafos; su principio básico consiste en tomar y analizar, uno a uno, los elementos de una estructura de datos de acuerdo con un orden establecido. Esta exploración o búsqueda puede hacerse en profundidad o en anchura. Para determinar la existencia de la solución de un CSP la técnica más apropiada es la de búsqueda en profundidad: en ésta se visitan, de manera sistemática, todos los elementos de una estructura de datos y se va marcando cada elemento visitado. La búsqueda siempre avanza hacia un elemento no marcado y así se va internado "profundamente" en la estructura de datos sin repetir ningún elemento (Universidad de Antioquia, 2009). Los dos componentes básicos de un algoritmo de búsqueda en profundidad son (Villalba, 2004):

1. La definición de las decisiones que se deben tomar en un punto de la búsqueda, con base en lo cual se determina cómo ir hacia delante.
2. Cómo retroceder al detectar contradicciones o inconsistencias.

En el caso estudiado, lo que se pretende mediante la aplicación de un algoritmo de programación por restricciones es incrementar los diámetros de algunas tuberías de la red de tal modo que, de la manera más eficiente posible, se satisfaga la restricción de mínima presión en todos los nodos de la RDAP. Las variables de decisión de este problema son los diámetros de las tuberías y el domino de estas variables corresponde al conjunto de diámetros comerciales disponibles. La restricción que debe satisfacer la solución del problema es que la presión en todos los nodos sea superior a la mínima especificada ($P_{mín}$).

Para solucionar el problema planteado se implementó un algoritmo que en cada iteración incrementa al siguiente diámetro comercial el diámetro del tubo que tenga la mayor pendiente de fricción (S_f); este

proceso iterativo finaliza cuando se cumpla con la restricción de mínima presión en todos los nodos de la red. Si al intentar incrementar el diámetro de una tubería se encuentra que ésta ya tiene asignado el máximo diámetro disponible, se procede a incrementar el diámetro de la siguiente tubería con mayor S_f; si se llega a un punto en que todas las tuberías tienen asignado el diámetro comercial máximo e incluso así no se cumple con la restricción de mínima presión, se puede concluir que, dada la base de diámetros comerciales disponibles, el problema de restricciones planteado no tiene solución.

Además de la pendiente de fricción (S_f), se probaron otros dos criterios para seleccionar el tubo cuyo diámetro debe ser incrementado en cada iteración; éstos fueron: las pérdidas totales de energía que tienen lugar en cada tubería (H_{total}) y el producto de caudal por pérdidas totales de cada tubería ($Q \cdot H_{total}$). Sin embargo, el criterio de la pendiente de energía (S_f) probó ser el más eficiente.

5.1.7. Aplicación de programación por restricciones para disminuir los diámetros de algunas tuberías sin violar la restricción de mínima presión en todos los nodos (Etapa 14)

Al final de la etapa anterior (Etapa 13) se tiene un diseño con diámetros comerciales que satisface la restricción de mínima presión en todos los nodos de la red. Lo que se pretende hacer ahora mediante la aplicación de otro algoritmo de programación por restricciones es disminuir el diámetro algunas tuberías de la red, para así lograr una disminución en el costo constructivo, pero sin llegar a violar la restricción de presión mínima. El algoritmo utilizado para este fin es el que desarrolló Villalba en 2004 para complementar la metodología de diseño SOP.

Para disminuir los diámetros de algunas tuberías, el algoritmo implementado recorre dos veces todos los tubos de la red: la primera vez lo hace en orden ascendente de distancia topológica y la segunda vez en orden descendente. Al llegar a cada tubo, su diámetro se disminuye al diámetro comercial anterior y se calcula la hidráulica de la red para detectar si al hacer este cambio se cumple con la restricción de presión mínima: si se cumple esta restricción, el diámetro del tubo se cambia permanentemente al diámetro comercial anterior y se procede a analizar el siguiente tubo de la lista; si no se cumple, se restituye el diámetro que originalmente tenía el tubo y se pasa a analizar el siguiente tubo de la lista.

El recorrido inicial de los tubos en orden ascendente de distancia topológica es bastante lógico, puesto que los tubos con menor distancia topológica (que son los primeros en ser analizados en el algoritmo) son los que tienen un mayor diámetro y, por lo tanto, si se lograra disminuir su tamaño, se tendría una rebaja significativa en el costo constructivo del sistema. En este algoritmo se probó la siguiente modificación: en lugar de ordenar y recorrer los tubos según su distancia topológica, se ordenaron de acuerdo con la disminución de costo que se generaría si su diámetro se redujera al diámetro comercial anterior. Sin embargo, el criterio original de distancia topológica mostró un mejor desempeño y logró generar diseños de menor costo.

5.2. BÚSQUEDA DE ARMONÍA (HARMONY SEARCH)

La búsqueda de armonía (BA) es una técnica de optimización que se basa en imitar el proceso de improvisación de los músicos para encontrar la mejor solución a un problema de optimización. En este trabajo se implementó el algoritmo de BA con el propósito de complementar la metodología SOGH, de tal forma que el diseño encontrado con esta última, que es cercano al óptimo, sea la "semilla" o punto de partida del algoritmo de BA. Al partir de un diseño cercano al óptimo, se espera que mediante el algoritmo de BA se pueda llegar rápidamente al diseño óptimo.

Las bases teóricas de esta técnica de optimización fueron explicadas en el Numeral 3.2.2. A continuación se explica en detalle el algoritmo de BA y la manera en que este fue implementado en el software de simulación y diseño hidráulico REDES (CIACUA, 2008).

El algoritmo de BA se desarrolla en 3 etapas: (1) preparación de la Memoria Armónica, (2) improvisación o generación de nuevas armonías y (3) actualización de la Memoria Armónica. Estas etapas se describen a continuación.

5.2.1. Preparación de la *Memoria Armónica*

La *Memoria Armónica* (*MA*) es una matriz que almacena las mejores armonías o vectores solución de todos los tiempos. Esta matriz tiene un tamaño *TMA* x *NT*, donde *TMA* es el tamaño de la Memoria Armónica (i.e. número de vectores solución almacenados en la *MA*) y *NT* el número de tuberías que

conforman la red de distribución. Cada fila de esta matriz corresponde a una armonía o vector solución diferente; así, en la *MA* se almacenan las mejores *TMA* armonías generadas durante la ejecución del algoritmo.

Antes de empezar el proceso iterativo del algoritmo de BA, es necesario preparar o inicializar la *Memoria Armónica* (*MA*); esto es, generar de manera aleatoria múltiples armonías o vectores solución y almacenarlos en la *MA*. Cada armonía generada contiene un diámetro discreto para cada tubería de la red; además, el costo de cada armonía se puede calcular mediante una función objetivo y es almacenado en un *Vector de Costos* (*VC*) de tamaño *TMA* x 1. La forma en que los vectores solución y sus respectivos costos son almacenados en el *Memoria Armónica* y el *Vector de Costos* se muestra a continuación:

$$\text{MA} = \begin{bmatrix} D_1^1 & D_2^1 & \dots & D_{NT}^1 \\ D_1^2 & D_2^2 & \dots & D_{NT}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ D_1^{TMA} & D_2^{TMA} & \dots & D_{NT}^{TMA} \end{bmatrix} \qquad \text{VC} = \begin{bmatrix} f(\boldsymbol{D}^1) \\ f(\boldsymbol{D}^2) \\ \vdots \\ f(\boldsymbol{D}^{TMA}) \end{bmatrix}$$

donde D_i^j es el diámetro del tubo *i* en el vector solución *j*; $f(\boldsymbol{D}^j)$ es el valor de la función objetivo para el vector solución *j*; *NT* es el número de tuberías que conforman la red; *TMA* es el tamaño de la memoria armónica, es decir, el número de vectores solución contenidos en ella.

Para el problema analizado en este trabajo, la función objetivo $f(D^j)$ corresponde al costo constructivo del posible diseño o vector solución más una penalidad por déficit de presión (esta última sólo se aplica cuando hay déficit de presión en algún nodo; de lo contrario, la penalidad es cero). La función de objetivo que se empleará es la propuesta por Geem (2006):

$$f(D^j) = Costo\ Constructivo + Penalidad\ por\ déficit\ de\ presión$$

$$f(D^j) = \sum_{i=1}^{NT} C_i \cdot L_i + \sum_{k=1}^{NNdef} [a \cdot (P_{mín} - P_k)^2 + b] \qquad \textbf{Ecuación 93}$$

donde:

C_i: costo por unidad de longitud de la tubería *i* (comúnmente estimado mediante una función potencial similar a la Ecuación 39)

L_i: longitud de la tubería *i*.

NT: número de tuberías que conforman la red.

$P_{mín}$: presión mínima de diseño.

P_k: presión en el nodo *k*.

NN_{def}: número de nodos de la red que tienen un déficit de presión; es decir, que tienen una presión inferior a la $P_{mín}$.

a, *b*: parámetros de la función de penalidad. En su programa HSNet, Geem les asigna valores de 1.000 y 100.000, respectivamente. En la implementación de este algoritmo, se permite que el usuario ingrese los valores de *a* y *b* que desee (ver Figura 74).

Los investigadores que han aplicado la técnica de BA al diseño optimizado de RDAP inicializan la *Memoria Armónica* mediante la generación totalmente aleatoria de vectores solución; sin embargo, en este trabajo se pretende que la "semilla" o punto de partida del algoritmo de BA sea el diseño obtenido mediante la metodología SOGH (que es un diseño cercano al óptimo). Por este motivo, se desarrollaron dos procedimientos diferentes para inicializar la *MA*: uno totalmente aleatorio y otro basado en una configuración o diseño determinado. Estos procedimientos se describen a continuación.

- **Inicialización totalmente aleatoria de la *Memoria Armónica*:** en este procedimiento, un nuevo vector solución es generado asignando a cada tubo de la red un diámetro seleccionado de manera aleatoria del conjunto completo de diámetros comerciales disponibles.

- **Inicialización de la *Memoria Armónica* basada en una configuración dada:** en este procedimiento, el primer vector solución almacenado en la *MA* corresponde al diseño inicial o "semilla" dado. Los nuevos vectores solución son generados asignando a cada tubería un diámetro seleccionado aleatoriamente de un "conjunto de diámetros candidatos", el cual es un subconjunto de la base de diámetros comerciales disponibles. Para un tubo cuyo diámetro en el diseño semilla es $D_{inicial}$, el conjunto de diámetros candidatos está conformado por los "x" diámetros comerciales

inmediatamente inferiores a $D_{inicial}$, por $D_{inicial}$ y por los "x" diámetros comerciales inmediatamente superiores a $D_{inicial}$, donde x es un número entero que depende del número de diámetros comerciales disponibles:

$$x = Int\left(\frac{Número\ de\ Diámetros\ Comerciales\ Disponibles}{5}\right) + 1$$

Por ejemplo, si el diámetro de un tubo en el diseño "semilla" es de 150 mm y la base de diámetros comerciales disponibles (Φ_D) es la siguiente:

$$\Phi_D(en\ mm) = \{50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600\}$$

se tiene un total de 12 diámetros comerciales disponibles, por lo que $x = Int\left(\frac{12}{5}\right) + 1 = 3$. De esta forma, el conjunto de diámetros candidatos estaría conformado por el diámetro de 150 mm y los tres diámetros comerciales inferiores y superiores a éste, así:

$$Conjunto\ de\ Diámetros\ Candidatos\ (D_{inicial} = 150\ mm) = \{50, 75, 100, 150, 200, 250, 300\}$$

En la interfaz creada, el usuario puede elegir la forma de inicializar la *MA* (bien sea de manera totalmente aleatoria o basada en un diseño específico); esto se ilustra en la Figura 74.

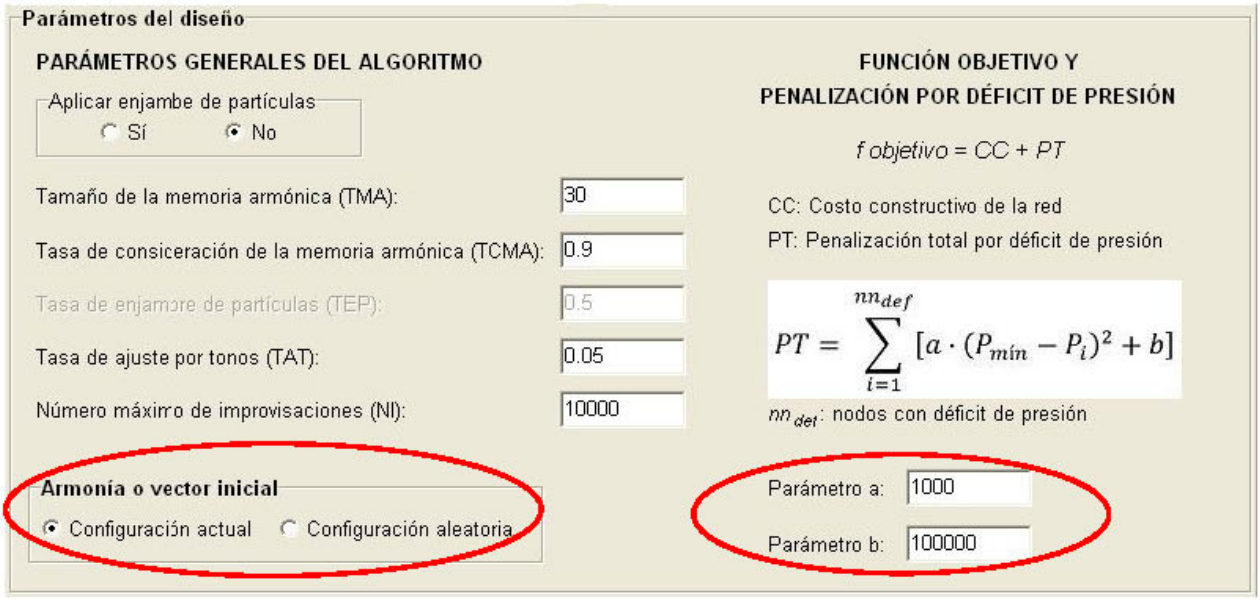


Figura 74. Interfaz para ingresara parámetros de la función objetivo y seleccionar la forma de inicializar la *Memoria Armónica*.

5.2.2. Improvisación de nuevas armonías

Utilizando los vectores solución almacenados en la *MA*, una nueva armonía o vector solución es improvisada o generada. Para generar un nuevo vector (D_1^{nuevo}, D_2^{nuevo}, ..., D_{NT}^{nuevo}) se pueden ejecutan tres operaciones: selección aleatoria, consideración de la memoria y ajuste por tonos.

- **Selección aleatoria**: en esta operación, el nuevo diámetro asignado a un tubo *i* se selecciona aleatoriamente del conjunto completo de diámetros comerciales disponibles (Φ_D).

$$D_i^{nuevo} \leftarrow D_{selección\ aleatoria}, \qquad D_{selección\ aleatoria} \in \Phi_D \qquad \textbf{Ecuación 94}$$

- **Consideración de la memoria**: en esta operación, el nuevo diámetro asignado a un tubo *i* se selecciona aleatoriamente de entre los diámetros asignados a dicho tubo en los vectores solución almacenados en la *Memoria Armónica* (*MA*).

$$D_i^{nuevo} \leftarrow D_{cons.\ memoria}, \quad D_{cons.\ memoria} \in \{D_i^1, D_i^2, \dots, D_i^{TMA}\} \qquad \textbf{Ecuación 95}$$

donde D_i^j corresponde al diámetro del tubo *i* en el vector solución *j* de la *Memoria Armónica*.

La probabilidad de escogencia de un diámetro a partir de la *MA* se denomina tasa de consideración de la memoria armónica (*TCMA*). Es importante advertir que las operaciones de selección aleatoria y consideración de la memoria son mutuamente excluyentes: o se ejecuta una o se ejecuta la otra. Por lo tanto, la probabilidad de que un nuevo diámetro sea escogido mediante selección aleatoria es el complemento de la probabilidad de consideración de la memoria, es decir: *1 – TCMA.*

- **Ajuste por tonos:** en esta operación, el diámetro seleccionado por consideración de la memoria (Ecuación 95) es cambiado por los valores de los diámetros almacenados en vectores vecinos de la *MA*; la probabilidad de realización de este cambio es la tasa de ajuste por tono (TAT). Por ejemplo, si el diámetro asignado al tubo *i* mediante la operación de consideración de la memoria fue aquél almacenado en el vector *j* de la *MA* (D_i^j), al realizar el ajuste por tonos este diámetro se puede cambiar por el D_i^{j+1} o el D_i^{j-1}; es decir, por el diámetro asignado al tubo *i* en los vectores solución vecinos al vector *j*.

En 2009, Geem propuso incluir la técnica de enjambre de partículas en la metodología de búsqueda de armonía. La técnica de enjambre de partículas se basa en una característica de las bandadas de pájaros y cardúmenes de peces, en los cuales un grupo de individuos sigue al mejor individuo que es el líder del grupo. De manera análoga, en un problema de optimización los individuos generados deberían seguir al mejor individuo que se tenga en un momento dado. La técnica de enjambre de partículas se puede incluir en el algoritmo de búsqueda de armonía sustituyendo la operación de consideración de la memoria (Ecuación 95) por la siguiente operación, la cual tiene una probabilidad de ocurrencia TEP (tasa de enjambre de partículas):

$$D_i^{nuevo} \leftarrow D_i^{mejor} \qquad \textbf{Ecuación 96}$$

donde D_i^{mejor} es el diámetro del tubo *i* del mejor vector solución contenido en la *MA*.

Al implementar el algoritmo de búsqueda de armonía, se habilitó la opción de incluir o no la técnica de enjambre de partículas. Además, mediante la interfaz desarrollada (ver Figura 74) el usuario puede definir todas las probabilidades de aplicación de cada una de las operaciones mencionadas (i.e. tasa de consideración de la memoria armónica, tasa de ajuste por tono y tasa de enjambre de partículas).

Los pasos que se deben seguir para crear una nueva armonía mediante las operaciones descritas (sin incluir enjambre de partículas) son los siguientes:

1. Inicializar el contador de tubos, $i = 1$.

2. Generar un número aleatorio entre cero y uno, el cual se denominará $Aleatorio_1$.

3. Si $Aleatorio_1 < TCMA$, se debe asignar un nuevo diámetro para el tubo i mediante la operación de **consideración de memoria** y se debe continuar al Paso 4 para determinar si se hace o no el **ajuste por tono**. En caso contrario (si $Aleatorio_1 >= TCMA$), el nuevo diámetro para el tubo i se debe generar mediante **selección aleatoria** y se debe seguir directamente al Paso 7.

4. Generar un número aleatorio entre cero y uno; este número se denominará $Aleatorio_2$.

5. Si $Aleatorio_2 < TAT$, se debe realizar el **ajuste por tono** de la forma indicada en el Paso 6; de lo contrario, no se realiza ajuste por tono y se debe continuar con el Paso 7.

6. Considerando que el diámetro asignado al tubo i del nuevo vector (Paso 3) fue D_i^j (i.e. diámetro que tiene el tubo i del vector j de la *Memoria Armónica*), se debe hacer lo siguiente: si $Aleatorio_2 < 0{,}5$, se debe asignar al tubo i del nuevo vector el D_i^{j-1}; en caso contrario, se debe asignar el D_i^{j+1}.

7. Incrementar el contador de tubos: $i = i + 1$.

8. Si $i > NT$, se ha terminado el proceso generación del nuevo vector (ya se generó un nuevo diámetro para todas las tuberías de la red); de lo contrario, se debe regresar al Paso 2.

5.2.3. Actualización de la *Memoria Armónica*

Si, de acuerdo con la función objetivo, la nueva armonía o vector generado es mejor que el peor vector almacenado en la *MA*, el primero es incluido en la *MA* y el último es eliminado de ésta. Para prevenir *MA* prematuras, se puede limitar el número de duplicados o vectores solución idénticos almacenados en la *MA*. En la implementación que se hizo del algoritmo de búsqueda de armonía, el número de duplicados se limitó a un quinto del tamaño de la memoria armónica (i.e. TMA/5).

El algoritmo de búsqueda de armonía finaliza cuando el número de nuevos vectores generado alcanza el valor límite establecido por el usuario.

6. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS METODOLOGÍAS DE DISEÑO OPTIMIZADO DE RDAP

Las metodologías de diseño propuestas fueron implementadas en el programa REDES (CIACUA, 2008) y su desempeño fue puesto a prueba en el diseño de tres redes de referencia utilizadas por múltiples diseñadores a nivel mundial para evaluar sus algoritmos de diseño; éstas son: la red de dos circuitos o *Two-loop* (Alperovits y Shamir, 1977), la red de Hanoi (Fujiwara y Khang, 1990) y la red de Balerma (Reca y Martínez, 2006).

Inicialmente, a cada una de estas redes se aplicaron de manera independiente la metodología SOGH y la técnica de búsqueda de armonía. Más adelante, ambas metodologías se combinaron, de tal modo que el diseño obtenido con la metodología SOGH fuera el punto de partida del algoritmo de búsqueda de armonía; así fue posible analizar la cooperación entre las dos metodologías de diseño implementadas.

Para que los resultados obtenidos con las metodologías de diseño propuestas fueran comparables con los resultados reportados en la literatura, los parámetros de diseño y datos de entrada utilizados para cada una de las tres redes de prueba fueron los mismos adoptados por la mayoría de investigadores a nivel mundial. Para las redes de Hanoi y *Two-loop*, las pérdidas de energía por fricción deben ser calculadas con la ecuación de Hazen-Williams (Ecuación 7), adoptando los siguientes valores para los parámetros de dicha ecuación: coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams, C_{HW} = 130; α = 1,852; β = 4,871; factor de conversión de unidades, ω = 10.6668 (para diámetro en metros y caudal en metros cúbicos por segundo). Para la red de Balerma, las pérdidas por fricción son calculadas con la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación 5) en conjunto con la ecuación de Colebrook-White (Ecuación 6), utilizando una densidad relativa y viscosidad relativa iguales a 1.

A continuación se describe en detalle cada una de estas redes y se presentan los resultados obtenidos al aplicar las metodologías propuestas al diseño de cada una de ellas.

6.1. RED DE DOS CIRCUITOS O "*TWO-LOOP NETWORK*"

La red de dos circuitos o *Two-loop* (Figura 75) fue introducida por Alperovits y Shamir en 1977. Esta red está conformada por ocho tubos, dos circuitos, seis nodos de demandas y un embalse con LGH fija de 210 m que alimenta la red por gravedad. Todas las tuberías tienen una longitud de 1000 m y un coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams (C_{HW}) de 130 y la presión mínima requerida en todos los nodos es de 30 m. c. a. Para el diseño de esta red se cuenta con 14 diámetros comerciales, por lo que el espacio de búsqueda del problema (i.e. el número de posibles diseños) es $14^8 = 1{,}14 \times 10^9$.

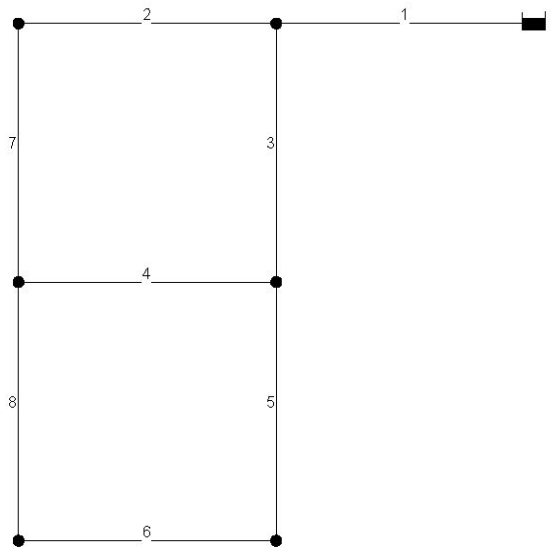


Figura 75. Vista en planta de la red de dos circuitos o *Two-loop* (los números corresponden al ID de cada tubería).

El costo por unidad de longitud de cada uno de los diámetros disponibles para el diseño de la red *Two-loop* se presenta en la Tabla 13. Estos costos unitarios no se ajustan a una función potencial del diámetro (que es lo normal en RDAP), sino que muestran una tendencia exponencial (ver Figura 76); sin embargo, no se ajustan de manera perfecta a ninguna curva.

Tabla 13. Costo por unidad de longitud de los diámetros disponibles para el diseño de la red *Two-loop*.

DIÁMETRO pulgadas	COSTO UNITARIO unidades monetarias / m	DIÁMETRO mm
1	2	25,4
2	5	50,8
3	8	76,2
4	11	101,6
6	16	152,4
8	23	203,2
10	32	254,0
12	50	304,8
14	60	355,6
16	90	406,4
18	130	457,2
20	170	508,0
22	300	558,8
24	550	609,6

1 pulgada = 2,54 cm

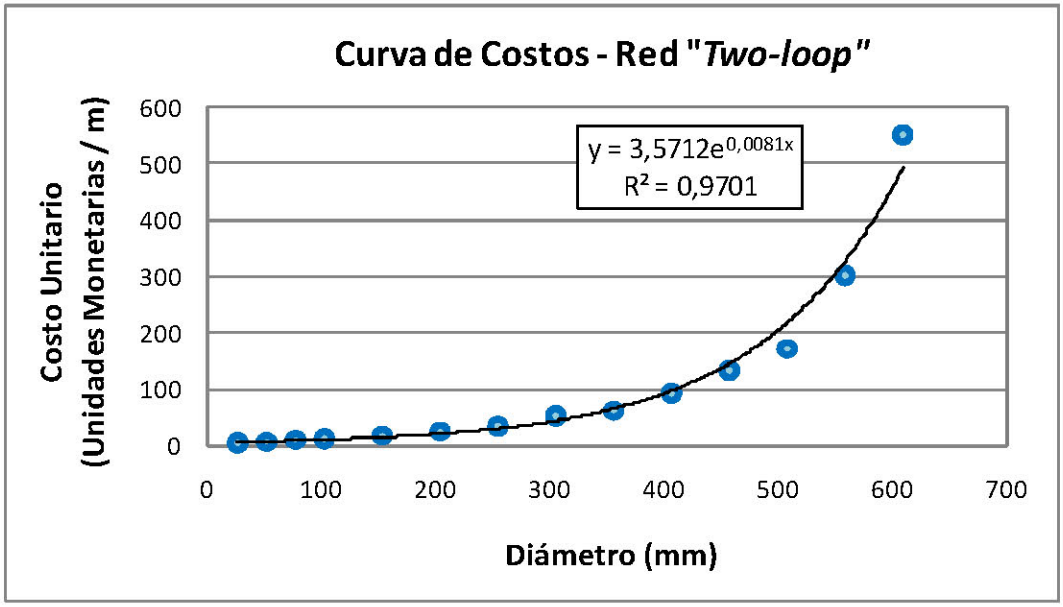


Figura 76. Costo unitario vs. Diámetro – Red "*Two-loop*".

Para aplicar las metodologías propuestas al diseño de la red *Two-loop*, fue necesario crear un modelo de esta red en el software de simulación hidráulica y diseño REDES (CIACUA, 2008), dado que es en este programa en el que se implementó la metodología SOGH y el algoritmo de búsqueda de armonía. En la

Figura 77 se muestra el modelo de la red *Two-loop* en el programa REDES; en este modelo se indica la longitud de cada tubería (en m), la demanda en cada nodo (en l/s) y la LGH del embalse (en m).

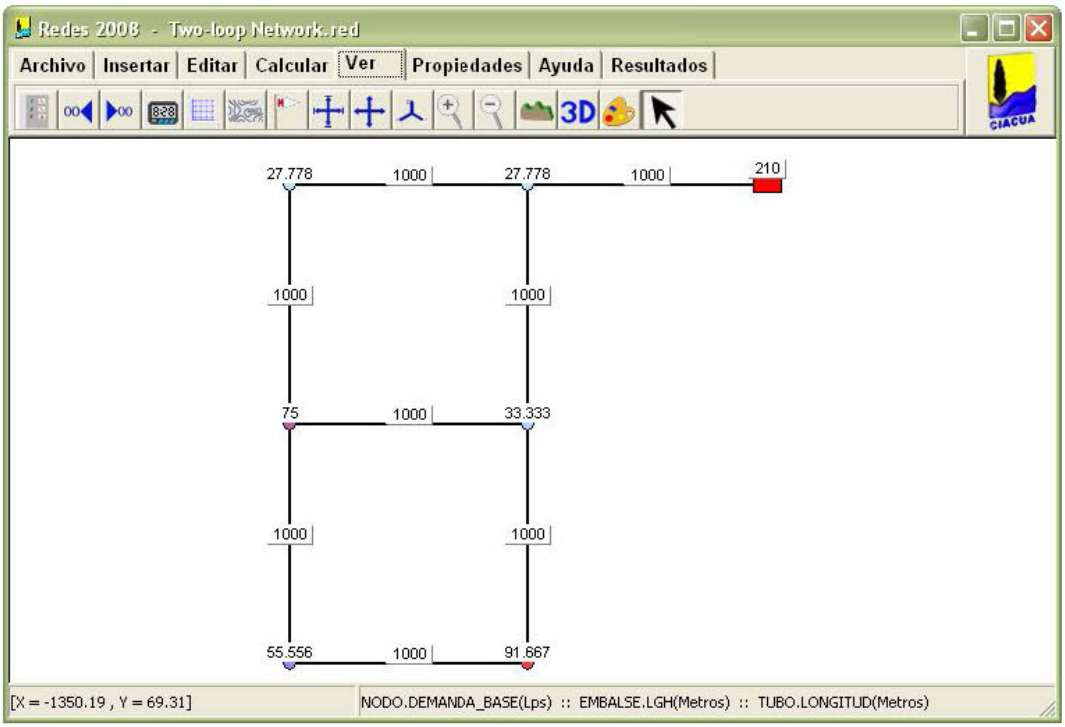


Figura 77. Modelo de la red *Two-loop* en el programa REDES.

- **Resultados obtenidos con la metodología SOGH:**

Antes de realizar el diseño con la metodología SOGH, es necesario definir la flecha de la curva LGH vs. Abscisa que se utilizará para modelar la caída de altura piezométrica a lo largo de la red. Para la red *Two-loop*, el *Centroide de Demandas* es 0,7009 y el *Coeficiente de Uniformidad 7* es 0,2289; sin embargo, dado que los costos unitarios de esta red no se ajustan a una función potencial (lo cual es atípico), la metodología desarrollada para estimar la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa no puede ser directamente aplicada a esta red.

Para analizar el desempeño general de la metodología SOGH, la red *Two-loop* fue diseñada para múltiples valores de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa (se tomaron valores de la flecha desde 0% hasta 50%). En la Figura 78 se presentan los costos de los diseños obtenidos y el número de simulaciones hidráulicas requeridas al utilizar diferentes valores de la flecha. El cambio en el número de simulaciones

hidráulicas requeridas al variar la flecha de la curva LGH vs. Abscisa se debe a que cada valor de la flecha genera una superficie óptima diferente, la cual puede requerir de más o menos iteraciones del algoritmo de programación por restricciones para llegar a satisfacer la restricción de mínima presión en todos los nodos de la red.

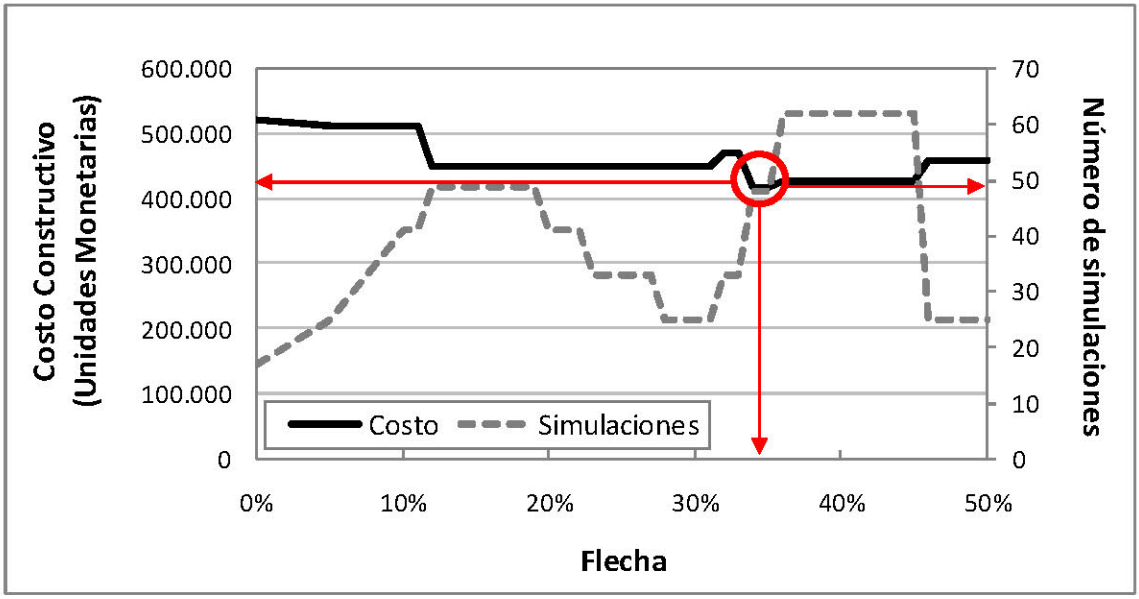


Figura 78. Red *Two-loop*: Costo de los diseños obtenidos y número de simulaciones hidráulicas requeridas para diferentes valores de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa.

En la Figura 78 se puede ver que el mejor diseño encontrado (señalado con el círculo rojo) corresponde a una flecha cercana al 35%, tiene un costo de $ 419.000 unidades monetarias y se alcanzó en 48 simulaciones hidráulicas. Este diseño es el mismo encontrado por múltiples investigadores mediante diferentes algoritmos de optimización (ver Tabla 14); por lo tanto, se puede afirmar con un alto grado de certeza que se trata del diseño óptimo global para la red *Two-loop*.

El costo promedio de los diseños obtenidos para la red de *Two-loop* mediante la metodología SOGH utilizando diferentes valores de la flecha fue de $ 452.163 y el costo máximo (i.e. el peor diseño obtenido) fue de $ 522.000. El número promedio de simulaciones hidráulicas requeridas para diseñar la red *Two-loop* mediante la metodología SOGH fue de 42.

En la Figura 79 se presenta la superficie de gradiente hidráulico del mejor diseño obtenido para la red *Two-loop* con la metodología SOGH.

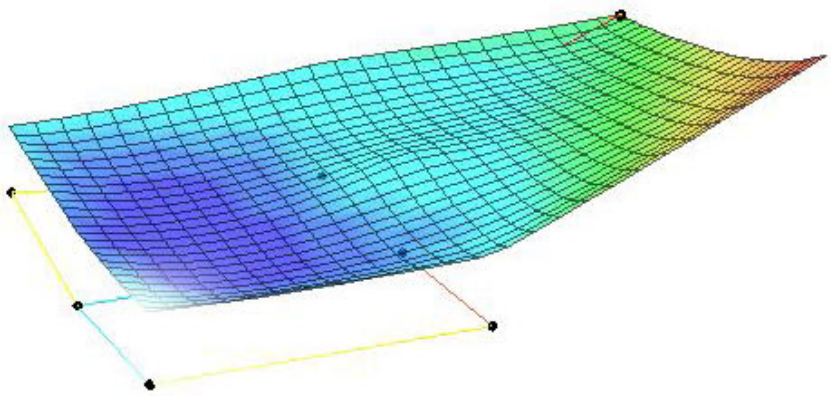


Figura 79. Superficie de gradiente hidráulico del diseño óptimo de la red *Two-loop* obtenido con la metodología SOGH.

En esta figura se puede observar que la caída en la LGH a lo largo de la red se ajusta a una función cuadrática; esto constituye el principio fundamental de la metodología SOGH.

- **Resultados obtenidos con el algoritmo de búsqueda de armonía:**

Para probar el desempeño independiente del algoritmo de búsqueda de armonía implementado, se realizaron 45 corridas para la red *Two-loop* partiendo de un diseño aleatorio. En las corridas realizadas se utilizaron los siguientes parámetros:

- Tamaño de la memoria armónica (*TMA*): {30, 50, 100}
- Tasa de consideración de la memoria armónica (*TCMA*): {0,80, 0,85, 0,90, 0,95}
- Tasa de ajuste por tono (*TAT*): {0,05, 0,1, 0,3}
- Tasa de enjambre de partículas (*TEP*): {0,25, 0,50, 0,75, 1,00}
- Parámetro de penalización *a*: {1000}
- Parámetro de penalización *b*: {100.000, 1'000.000}

En dos de las 45 corridas se llegó al diseño óptimo global ($ 419.000). El costo promedio de los diseños obtenidos fue de $ 436.622. En la siguiente figura se muestra el proceso de convergencia de una de las corridas en las que se llegó al diseño óptimo.

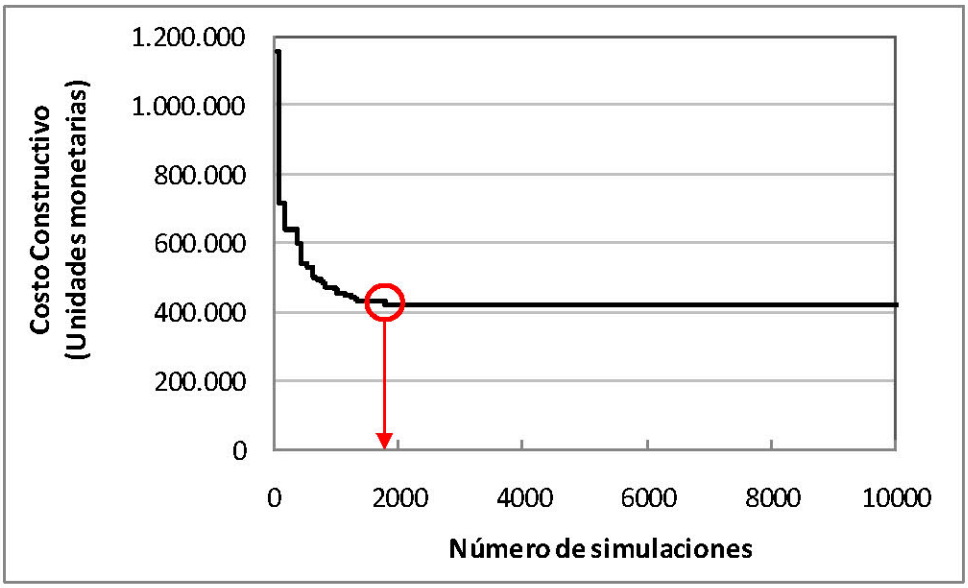


Figura 80. Proceso de convergencia al diseño óptimo de la red *Two-loop* mediante el algoritmo de búsqueda de armonía.

En la Figura 80 se puede ver que el diseño de mínimo costo se obtuvo un poco antes de las 2.000 simulaciones hidráulicas (a este diseño se llegó exactamente después de 1.796 simulaciones).

Es importante anotar que, dado que el objetivo principal de este trabajo no consistía en implementar una nueva heurística para diseñar RDAP, sino en desarrollar una metodología basada en la hidráulica (i.e. metodología SOGH), no se hizo un análisis exhaustivo del desempeño del algoritmo de búsqueda de armonía (45 corridas son pocas para probar una metodología aleatoria). Sin embargo, los resultados obtenidos en las pocas corridas realizadas indican que el algoritmo funciona bien y logra converger al diseño óptimo.

Por otra parte, se quiso comparar el desempeño del algoritmo de búsqueda de armonía implementado en este trabajo con los algoritmos genéticos del programa REDES (CIACUA, 2008). Con este propósito, se

realizaron 15 corridas con algoritmos genéticos para la red *Two-loop*. Sólo en dos de estas corridas se llegó a un diseño muy cercano al óptimo ($ 420.000), pero en ninguna se alcanzó el diseño óptimo global ($ 419.000). Para llegar al diseño de $ 420.000 fueron necesarias 100 generaciones, cada una con 500 individuos, lo que equivale a un total de 50.000 simulaciones hidráulicas, en contraste con las 1.796 simulaciones requeridas para llegar al diseño óptimo global mediante el algoritmo de búsqueda de armonía.

- **Resultados obtenidos al combinar la metodología SOGH con el algoritmo de búsqueda de armonía:**

Dado que con la metodología SOGH se alcanzó el diseño óptimo global de la red *Two-loop*, no fue necesario complementar esta metodología con el algoritmo de búsqueda de armonía (es imposible encontrar un diseño mejor que el de $ 419.000 obtenido con el algoritmo SOGH).

- **Análisis y comparación de resultados:**

Para evaluar el desempeño de las metodologías implementadas, los resultados obtenidos con éstas se deben comparar con los obtenidos con otros algoritmos de optimización; esta comparación se presenta en la siguiente tabla.

Tabla 14. Resultados del diseño de la red *Two-loop*.

Algoritmo	Factor de conversión de unidades ω (Hazen-Williams)	Costo mínimo (Unidades Monetarias)	Número mínimo de simulaciones hidráulicas
Algoritmos genéticos (Savic y Walters, 1997)	10,5088	419.000	65.000
Recocido simulado (Cunha y Sousa, 1999)	10,5088	419.000	25.000
Algoritmos genéticos rápidos desordenados (Wu et al., 2001)	10,5088	419.000	7.467
Salto mezclado de las ranas (Eusuff y Lansey, 2003)	10,6668	419.000	11.155
Evolución compleja mezclada (Liong y Atiquzzaman, 2004)	10,6668	419.000	1.091
Algoritmos genéticos (Reca y Martínez, 2006)	10,6668	419.000	10.000
Búsqueda de armonía (Geem, 2006)	10,6668	419.000	1.121
Entropía cruzada (Perelman y Ostfeld, 2007)	10,6668	419.000	35.000
Búsqueda dispersa (Lin et al., 2007)	10,6668	419.000	3.215
Búsqueda de armonía con enjambre de partículas (Geem, 2009)	10,6668	419.000	204
Superficie óptima de gradiente hidráulico (Este estudio)	10,6668	419.000	48
Búsqueda de armonía (Este estudio)	10,6668	419.000	1.976

Se puede ver que mediante la metodología SOGH se llegó al mismo diseño óptimo obtenido con otros algoritmos, pero en un número considerablemente menor de simulaciones hidráulicas. Además de ser

muy eficaz y eficiente, la metodología propuesta tiene otras ventajas con respecto a las metodologías enunciadas en la Tabla 14: no se basa en procesos aleatorios, sino en las características hidráulicas y topológicas del sistema; los resultados obtenidos con esta no dependen de la configuración inicial de diámetros de la red y, adicionalmente, permite comprender la hidráulica de los diseños óptimos. Es importante mencionar que para probar los algoritmos metaheurísticos de optimización enunciados en la tabla anterior, se realizan cientos de corridas, en cada una de las cuales se pueden obtener resultados diferentes (puesto que los algoritmos tienen un componente aleatorio importante); finalmente, los autores sólo reportan los mejores resultados obtenidos en estas corridas.

Con respecto al algoritmo de búsqueda de armonía, se puede decir que su desempeño es bueno y eficiente en comparación con el de los demás algoritmos (pero no con respecto a la metodología SOGH, que es considerablemente más eficiente). Dado que este algoritmo tiene un componente aleatorio (al igual que las demás metodologías nombradas en la Tabla 14), es probable que, si se realizaran más corridas, se consiguiera llegar al diseño óptimo en menos simulaciones hidráulicas (como se mencionó, los investigadores que desarrollan los algoritmos metaheurísticos de diseño llevan a cabo cientos de corridas para cada red y finalmente presentan sólo el mejor resultado obtenido).

6.2. RED DE HANOI

La red de Hanoi (Figura 81) fue introducida por Fujiwara y Khang en 1990. Esta red está conformada por 24 tubos, tres circuitos, 31 nodos de consumo y un embalse, el cual tiene una altura piezométrica fija de 100 m y alimenta el sistema por gravedad. El coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams de todas las tuberías es 130, todos los nodos tienen cota cero (i.e. es una red plana) y la presión mínima requerida en todos los nodos de consumo es de 30 m. c. a. Para el diseño de la red de Hanoi se tienen 6 diámetros comerciales disponibles, cuyo costo por unidad de longitud está dado por la siguiente ecuación:

$$C_i = 1{,}1 \cdot D_i^{1{,}5}$$ **Ecuación 97**

donde C_i es el costo en dólares por metro de la tubería de diámetro D_i (para el diámetro en pulgadas). Si en la Ecuación 97 se quisiera utilizar el diámetro en milímetros, el coeficiente de costos no sería 1.1, sino 0,08592947.

Dado que se tienen seis diámetros comerciales disponibles, el espacio de búsqueda del problema es de $6^{34} = 2{,}87 \times 10^{26}$.

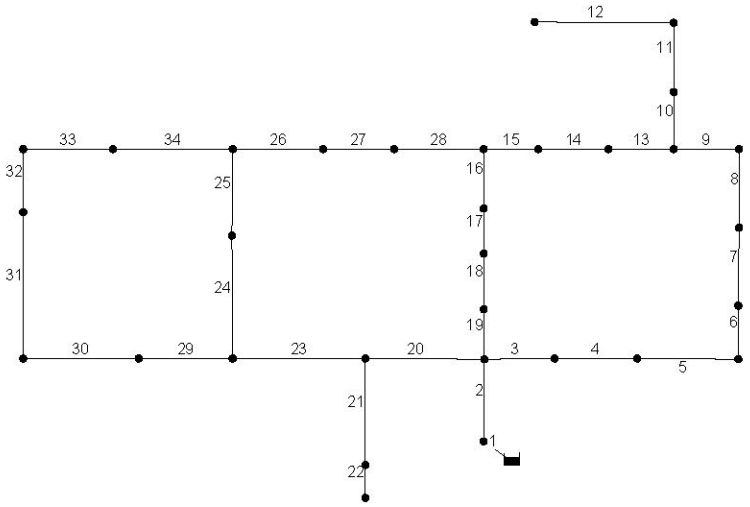


Figura 81. Vista en planta de la red de Hanoi (los números corresponden al ID de cada tubería).

En Figura 82 se muestra el modelo de la red de Hanoi en el programa REDES; en este modelo se indica la demanda en cada nodo (en l/s) y la LGH del embalse (en m).

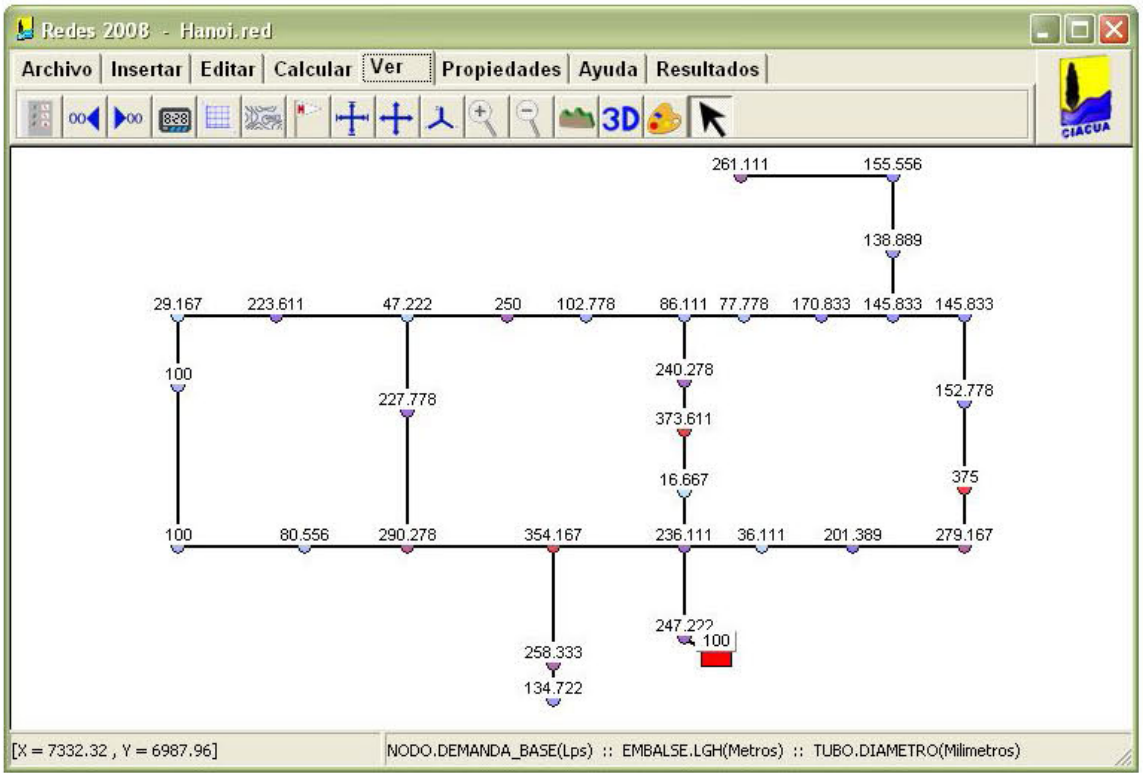


Figura 82. Modelo de la red de Hanoi en el programa REDES.

- **Resultados obtenidos con la metodología SOGH:**

Para la red de Hanoi se tienen los siguientes parámetros: *Centroide de Demandas* = 0,4553; *Coeficiente de Uniformidad 7* = 0,1853; exponente de la función de costos = 1,5. Con estos valores y con la relación entre el caudal total y la longitud total de tuberías de esta red, es posible calcular la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa mediante el procedimiento descrito en los Numerales 4.3.1.7 y 5.1.2. Al aplicar este procedimiento, para la red de Hanoi se obtuvo una flecha óptima de 18,3748%.

Al implementar la metodología SOGH en el programa REDES (CIACUA, 2008), se creó un botón para calcular la flecha óptima de la red que se va a diseñar. Al presionar este botón, se despliega la ventana que se muestra en la Figura 83, la cual indica el valor del *Centroide de Demandas* ($\bar{x}$), el *Coeficiente de Uniformidad* (*CU*) y la flecha estimada para la red. La Flecha 1 corresponde a aquella calculada únicamente en función del $\bar{x}$ y el *CU* (Paso 3 del procedimiento para la estimación de la flecha óptima descrito en el Numeral 4.3.1.7), la Flecha 2 se obtiene al aplicar la corrección por exponente de costos a la Flecha 1 (Paso 4 del procedimiento descrito en el Numeral 4.3.1.7) y la Flecha 3 es la flecha óptima

definitiva, la cual se alcanza después de aplicar la corrección por la relación Q^2/L^3 a la Flecha 2 (Paso 5 del procedimiento descrito en el Numeral 4.3.1.7).

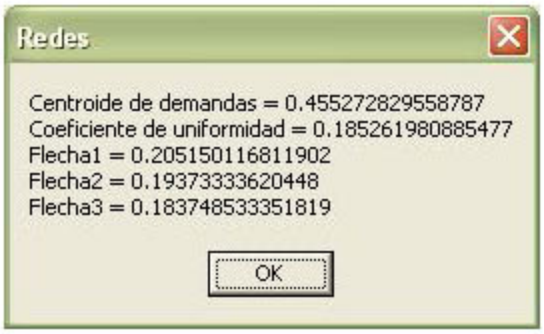


Figura 83. Ventana que indica la flecha óptima calculada para la red de Hanoi.

Para verificar si la flecha óptima calculada es realmente "óptima" y para evaluar el desempeño general de la metodología SOGH, la red de Hanoi fue diseñada utilizando diferentes valores de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa (se utilizaron valores de la flecha desde 0% hasta 50%). En la Figura 84 se presentan los costos de los diseños obtenidos y el número de simulaciones hidráulicas requeridas al utilizar diferentes valores de la flecha.

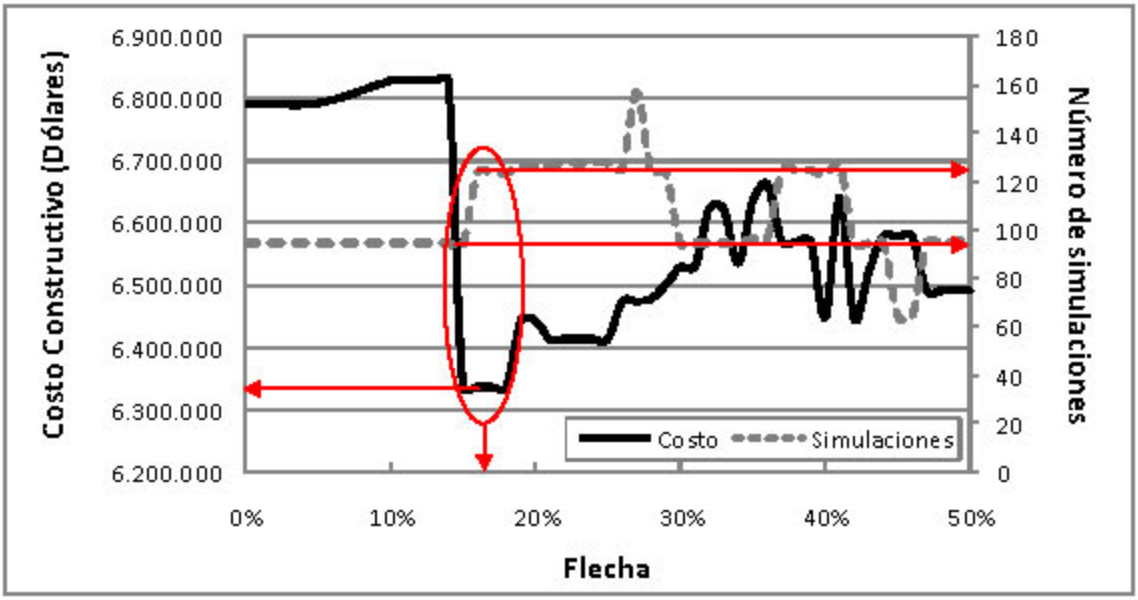


Figura 84. Red de Hanoi: Costo de los diseños obtenidos y número de simulaciones hidráulicas requeridas para diferentes valores de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa.

En esta figura se puede ver que el mejor diseño encontrado (señalado con el círculo rojo) corresponde a una flecha entre el 15,0% y el 18,5%, tiene un costo de 6.336.829 dólares y se alcanzó con un mínimo de 94 simulaciones hidráulicas. Se puede notar que la flecha óptima estimada inicialmente (18,3748%) se encuentra dentro del rango de valores para los que se obtiene el mejor diseño con la metodología SOGH; esto indica que el procedimiento establecido para la estimación de la flecha óptima es válido.

El costo promedio de los diseños obtenidos para la red de Hanoi mediante la metodología SOGH utilizando diferentes valores de la flecha fue de 6.548.930 dólares y el costo máximo (i.e. el peor diseño obtenido) fue de 6.830.842 dólares. El número promedio de simulaciones hidráulicas requeridas para diseñar la red de Hanoi mediante la metodología SOGH fue de 108.

En la Figura 85 se presenta la superficie de gradiente hidráulico del mejor diseño obtenido para la red de Hanoi con la metodología SOGH (este diseño tiene un costo de 6.336.829 dólares).

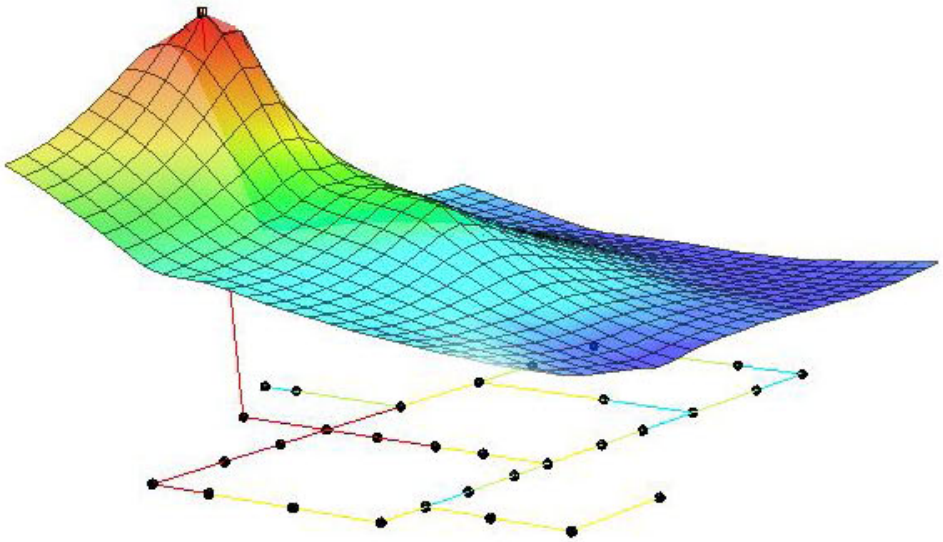


Figura 85. Superficie de gradiente hidráulico del mejor diseño de la red de Hanoi obtenido con la metodología SOGH.

En esta figura se observa claramente que el conjunto de puntos (*X, Y, LGH*) de la red conforma una superficie suave de forma aproximadamente cuadrática (la caída de la LGH en cada una de las direcciones en que se extiende la red tiene una forma parabólica).

- **Resultados obtenidos con el algoritmo de búsqueda de armonía**

Los parámetros del algoritmo de búsqueda de armonía que se utilizaron para el diseño de la red de Hanoi fueron los mismos utilizados para el diseño de la red *Two-loop*.

El desempeño del algoritmo de búsqueda de armonía en el diseño de la red de Hanoi fue evaluado mediante 50 corridas basadas en diseños iniciales totalmente aleatorios. El mejor diseño obtenido en estas pruebas tiene un costo de 6.129.451 dólares y el costo promedio de los diseños obtenidos en las 60 corridas es 6.322.100 dólares. En la siguiente figura se muestra el proceso de convergencia de la corrida en la que se obtuvo el mejor diseño.

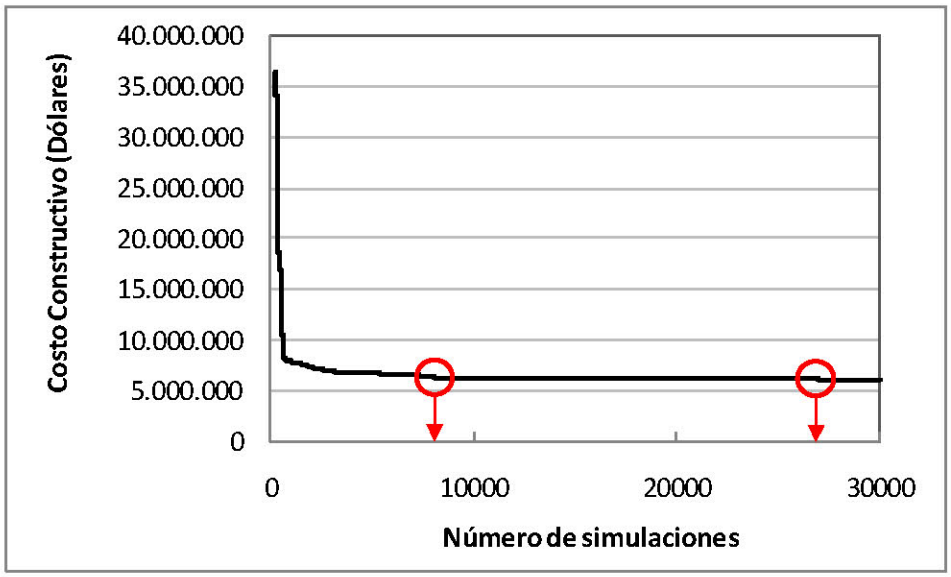


Figura 86. Proceso de convergencia en el diseño de la red de Hanoi mediante el algoritmo de búsqueda de armonía.

En la Figura 86 se puede ver que el diseño de mínimo costo se obtuvo después de aproximadamente 27.000 simulaciones hidráulicas (a este diseño se llegó exactamente después de 27.823 simulaciones).

Sin embargo, se puede observar que el proceso de convergencia es muy rápido al inicio y que alrededor de la simulación 9.000 ya se ha llegado a un diseño cercano al mejor obtenido.

Al igual que para la red *Two-loop*, para la red de Hanoi se realizaron "pocas" corridas en comparación con el número de corridas que usualmente se hacen para probar algoritmos de diseño que tengan un componente aleatorio; por lo tanto, se puede decir que la evaluación del algoritmo no fue exhaustiva.

Para comparar el desempeño del algoritmo de búsqueda de armonía con el de los algoritmos genéticos del programa REDES (CIACUA, 2008), se realizaron 15 corridas con algoritmos genéticos para la red de Hanoi. El mejor diseño obtenido con estos algoritmos tiene un costo de 6.805.997 dólares y para llegar a él se crearon 200 generaciones, cada una con 250 individuos, lo que equivale a un total de 50.000 simulaciones hidráulicas. A partir de estos resultados se puede concluir que el desempeño del algoritmo de búsqueda de armonía es bastante superior al de los algoritmos genéticos del programa REDES, puesto que el primero (i.e. búsqueda de armonía) logró encontrar un diseño considerablemente más económico en aproximadamente la mitad de las simulaciones hidráulicas.

- **Resultados obtenidos al combinar la metodología SOGH con el algoritmo de búsqueda de armonía**

Para determinar si el algoritmo de búsqueda de armonía (BA) puede complementar la metodología SOGH, se realizaron 50 corridas del algoritmo BA tomando como "semilla" o punto de partida el mejor diseño obtenido con la metodología SOGH (6.336.829 dólares). El mejor diseño obtenido en estas corridas tiene un costo de 6.223.785 dólares y el costo promedio de los diseños obtenidos es de 6.295.251 dólares. Se puede notar que el algoritmo de búsqueda de armonía no logró disminuir significativamente el costo del diseño obtenido mediante la metodología SOGH e incluso en algunas de las corridas realizadas el diseño obtenido fue exactamente el mismo que se dio como semilla (el obtenido con la metodología SOGH). A continuación se muestra el proceso de convergencia del mejor diseño encontrado.

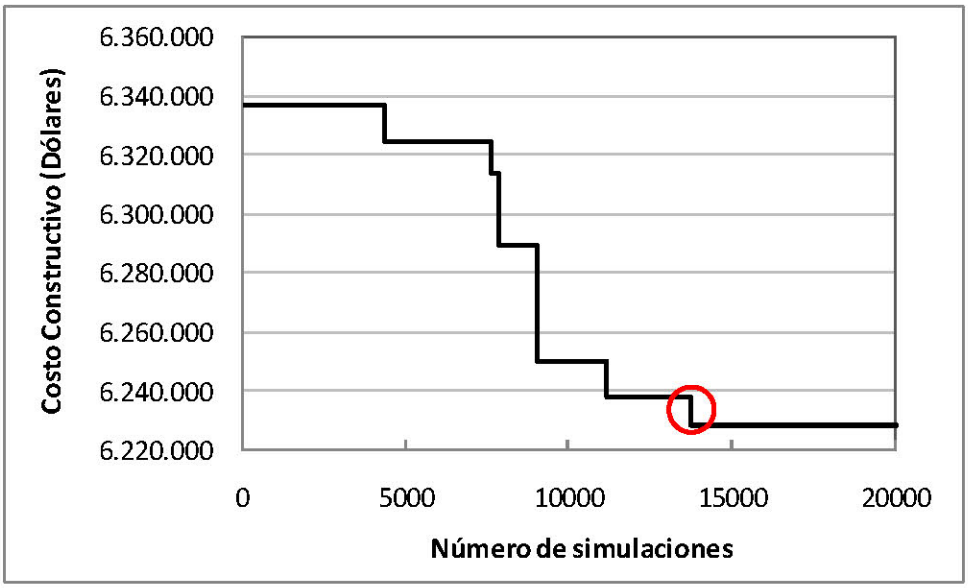


Figura 87. Proceso de convergencia en el diseño de la red de Hanoi – combinación de metodología SOGH y algoritmo de búsqueda de armonía.

Se puede observar que el diseño de menor costo se alcanzó alrededor de la simulación 14.000 (exactamente en la simulación 13.717).

- **Análisis y comparación de resultados:**

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos para la red de Hanoi con las metodologías propuestas y con otros algoritmos reportados en la literatura.

Tabla 15. Resultados del diseño de la red de Hanoi.

Algoritmo	Factor de conversión de unidades ω (Hazen-Williams)	Costo mínimo (Millones USD)	Número mínimo de simulaciones hidráulicas
Evolución compleja mezclada (Liong y Atiquzzaman, 2004)	10,6668	6,220	25.402
Colonia de hormigas (Zecchin et al., 2006)	10,6668	6,134	35.433
Algoritmos genéticos (Reca y Martínez, 2006)	10,6668	6,081	50.000
Algoritmos genéticos (Reca et al., 2007)	10,6668	6,173	26.457
Recocido simulado (Reca et al., 2007)	10,6668	6,333	26.457
Recocido simulado con búsqueda tabú (Reca et al., 2007)	10,6668	6,353	26.457
Búsqueda local con recocido simulado (Reca et al., 2007)	10,6668	6,308	26.457
Búsqueda de armonía (Geem, 2006)	10,6668	6,081	27.721
Entropía cruzada (Perelman y Ostfeld, 2007)	10,6668	6,081	97.000
Búsqueda dispersa (Lin et al., 2007)	10,6668	6,081	43.149
Búsqueda de armonía con enjambre de partículas (Geem, 2009)	10,6668	6,081	17.980
Superficie óptima de gradiente hidráulico (Este estudio)	10,6668	6,337	94
Búsqueda de armonía (Este estudio)	10,6668	6,129	27.823
Búsqueda de armonía con SOGH (Este estudio)	10,6668	6,224	13.717

Se puede ver que el diseño obtenido mediante la metodología SOGH no es el óptimo global (i.e. 6,081 millones de dólares), pero tiene un costo bajo y es cercano a los reportados en la literatura. Sin embargo, lo que realmente diferencia a la metodología SOGH de las demás es el número de simulaciones hidráulicas requeridas, el cual llega a ser incluso la milésima parte de las simulaciones requeridas en otros algoritmos. A partir de esto se puede concluir que la metodología SOGH es sumamente eficiente y, además, tiene la gran ventaja de no ser aleatoria y siempre arrojar diseños cercanos al óptimo: incluso el peor diseño obtenido mediante la metodología SOGH (correspondiente a una flecha del 10% y con un costo de 6.830.842 dólares), es cercano al óptimo.

En general, el algoritmo de búsqueda de armonía presenta un desempeño similar al de otros algoritmos, tanto en número de simulaciones requeridas como en costo del diseño obtenido. Por último, se puede ver que al correr el algoritmo de búsqueda de armonía tomando como "semilla" el diseño obtenido con SOGH, se llega a un diseño de bajo costo en menos iteraciones que las requeridas por los demás algoritmos; esto sugiere que, si se lograra optimizar el algoritmo de búsqueda de armonía de tal modo que la exploración del espacio de búsqueda fuera guiada por reglas lógicas y que se evitara quedar atrapado en óptimos locales, se podría llegar a un excelente complemento de la metodología SOGH.

6.3. RED DE BALERMA

La red de Balerma (Figura 88) fue introducida por Reca y Martínez en 2006. Se trata de una red de riego a escala real que está conformada por 454 tubos, ocho circuitos, 443 nodos de consumo y cuatro embalses. Para su diseño se cuenta con 10 diámetros comerciales disponibles; por lo tanto, el espacio de búsqueda del problema es de $1{,}00 \times 10^{454}$. Los tubos que se pueden emplear en el diseño son de PVC y tienen un coeficiente de rugosidad absoluta (k_s) de 0,0025 mm. La presión mínima requerida en todos los nodos de consumo es de 20 m. c. a.

Figura 88. Vista en planta de la red de Balerma.

Los costos por unidad de longitud de cada uno de los diámetros disponibles para el diseño de la red de Balerma se presentan en la Tabla 16. Estos costos unitarios se ajustan casi perfectamente a una curva potencial con exponente 2,06, tal como se muestra en la Figura 89.

Tabla 16. Costo por unidad de longitud de los diámetros disponibles para el diseño de la red de Balerma.

DIÁMETRO mm	COSTO UNITARIO €/m
113,00	7,22
126,60	9,10
144,60	11,92
162,80	14,84
180,80	18,38
226,20	28,60
285,00	45,39
361,80	76,32
452,20	124,64
581,80	215,85

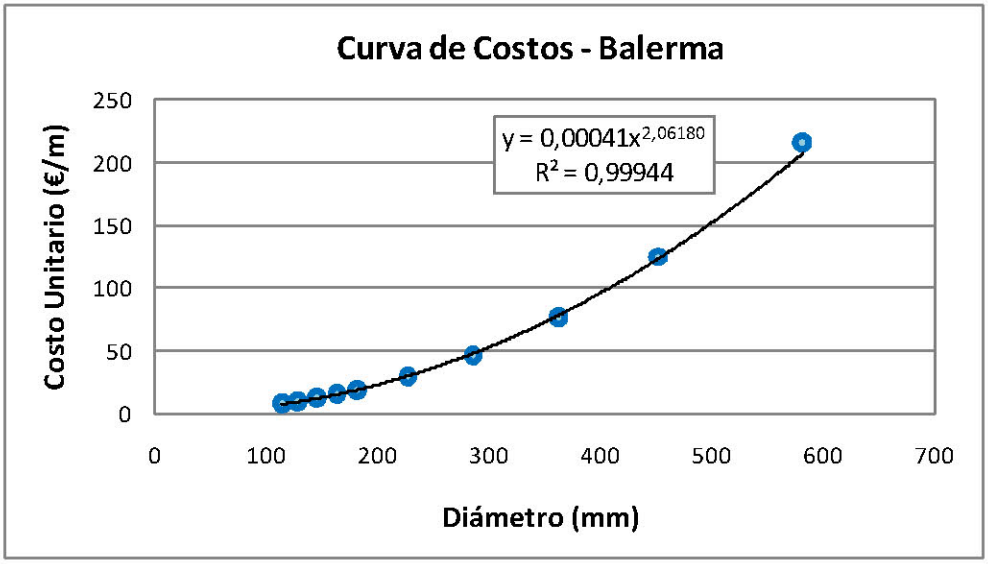


Figura 89. Costo unitario vs. Diámetro – Red de Balerma

En Figura 90 se muestra el modelo de la red de Balerma generado en el programa REDES; en este modelo se indica la LGH de cada embalse (en m).

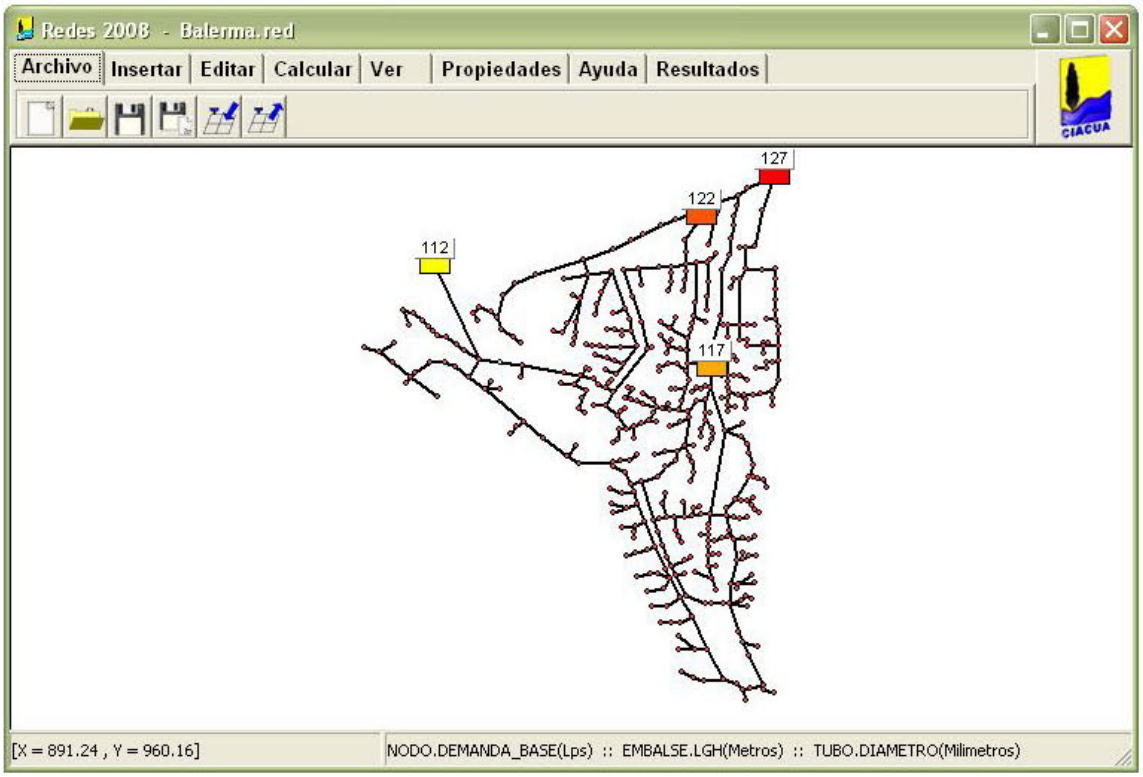


Figura 90. Modelo de la red de Balerma en el programa REDES.

- **Resultados obtenidos con la metodología SOGH**

En la Figura 91 se muestra el *Centroide de Demandas*, el *Coeficiente de Uniformidad* y la flecha óptima estimada para la red de Balerma (utilizando un exponente de costos de 2,06, el cual se puede leer en la Figura 89). De acuerdo con los resultados presentados en esta figura, se tiene que la flecha óptima para esta red es de 20,32%.

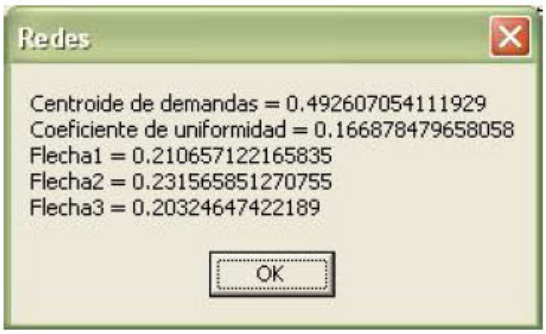


Figura 91. Flecha óptima calculada para la red de Balerma.

Para verificar la eficacia de la flecha óptima calculada y evaluar el desempeño general de la metodología SOGH, la red de Balerma fue diseñada utilizando diferentes valores de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa (se utilizaron valores de la flecha desde 0% hasta 50%). En la Figura 92 se presentan los costos de los diseños obtenidos y el número de simulaciones hidráulicas requeridas al utilizar diferentes valores de la flecha.

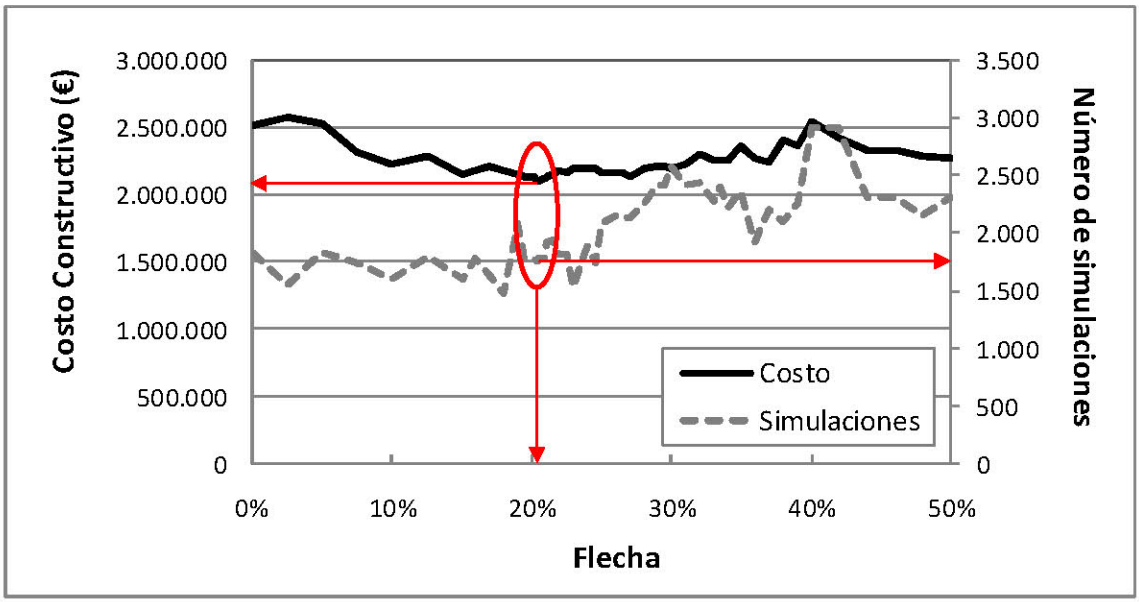


Figura 92. Red de Balerma: Costo de los diseños obtenidos y número de simulaciones hidráulicas requeridas para diferentes valores de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa.

El mejor diseño encontrado (señalado con el círculo rojo) corresponde a una flecha entre el 20,3% y el 20,6%, tiene un costo de 2.099.921 euros y se alcanzó con un mínimo de 1.779 simulaciones hidráulicas. Se puede notar que la flecha óptima estimada inicialmente (20,33%) se encuentra dentro del rango de valores para los que se obtiene el mejor diseño con la metodología SOGH; esto corrobora la eficacia del procedimiento establecido para la estimación de la flecha óptima. En la Figura 92 se puede observar que variaciones mínimas en la flecha causan cambios en el costo del diseño obtenido; sin embargo, el costo de los diseños encontrados para los diferentes valores de la flecha no se aleja mucho del costo mínimo obtenido.

El costo promedio de los diseños obtenidos para la red de Balerma mediante la metodología SOGH utilizando diferentes valores de la flecha fue de 2.231.871 euros y el costo máximo (i.e. el peor diseño obtenido) fue de 2.575.941 euros. El número promedio de simulaciones hidráulicas requeridas para diseñar la red de Balerma mediante la metodología SOGH fue de 2.025.

En la Figura 93 se presenta la superficie de gradiente hidráulico del mejor diseño obtenido para la red de Balerma con la metodología SOGH (este diseño tiene un costo de 2.099.921 euros).

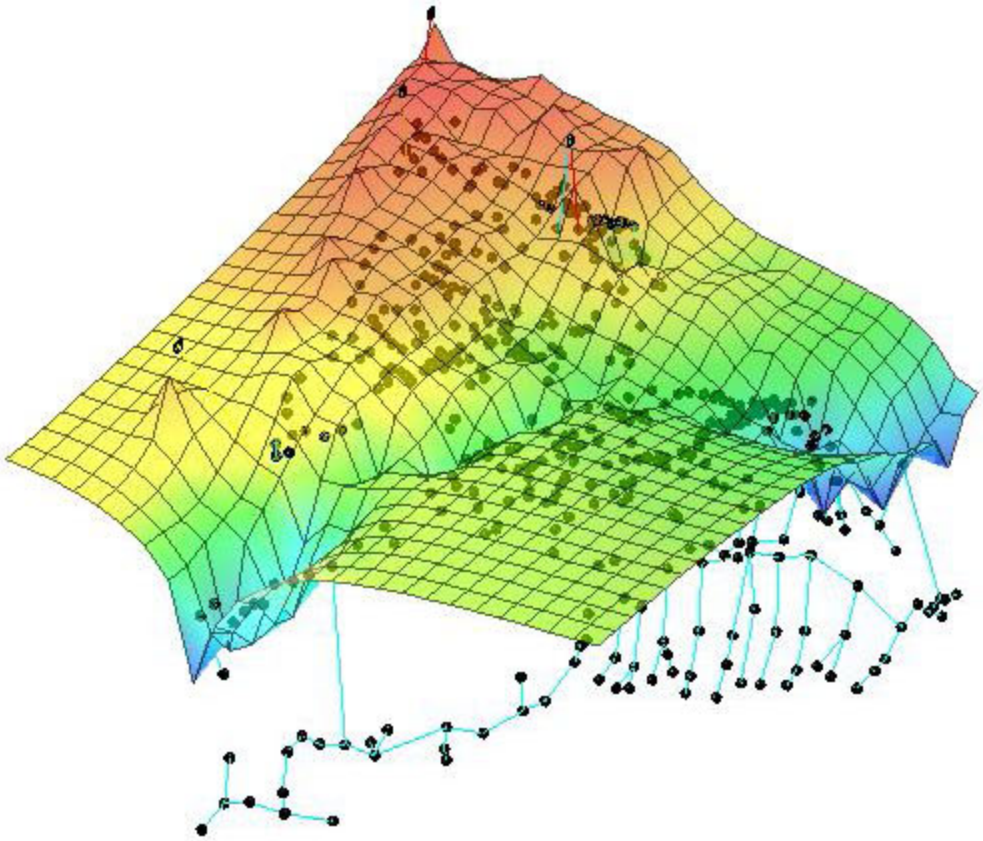


Figura 93. Superficie de gradiente hidráulico del mejor diseño de la red de Balerma obtenido con la metodología SOGH.

En esta figura puede ver que la superficie de gradiente hidráulico está conformada por una serie de curvas parabólicas que van desde los embalses hasta las prominencias topográficas y de éstas a los sumideros de la red.

- **Resultados obtenidos con el algoritmo de búsqueda de armonía**

Al intentar diseñar la red de Balerma mediante el algoritmo de búsqueda de armonía, se presentaron problemas por falta de memoria y sólo fue posible realizar corridas con máximo 30.000 improvisaciones o vectores solución generados; para estas corridas se obtuvieron diseños con costos alrededor de 4 millones de euros, lo cual se aleja considerablemente del diseño óptimo. Este problema puede deberse a ineficiencias en los procedimientos de cálculo y almacenamiento de datos del programa REDES.

- **Resultados obtenidos al combinar la metodología SOGH con el algoritmo de búsqueda de armonía**

Para realizar estas corridas se tuvieron los mismos problemas de memoria mencionados. Al realizar un número reducido de improvisaciones, el algoritmo de búsqueda de armonía quedó atrapado en el diseño cercano al óptimo que se le asignó como punto de partida. También se probó correr algoritmos genéticos tomando como "semilla" el diseño obtenido con la metodología SOGH y, aunque con estos algoritmos se pudieron realizar más iteraciones, no fue posible reducir el costo del diseño.

- **Análisis y comparación de resultados:**

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos para la red de Balerma con la metodología SOGH y con otros algoritmos reportados en la literatura.

Tabla 17. Resultados del diseño de la red de Balerma.

Algoritmo	Rugosidad absoluta (mm)	Costo mínimo (Millones €)	Número mínimo de simulaciones hidráulicas
Algoritmos genéticos (Reca y Martínez, 2006)	0,0025	2,302	10.000.000
Algoritmos genéticos (Reca et al., 2007)	0,0025	3,738	45.400
Recocido simulado (Reca et al., 2007)	0,0025	3,476	45.400
Recocido simulado con búsqueda tabú (Reca et al., 2007)	0,0025	3,298	45.400
Búsqueda local con recocido simulado (Reca et al., 2007)	0,0025	4,310	45.400
Búsqueda de armonía (Geem, 2006)	0,0025	2,601	45.400
Búsqueda de armonía (Geem, 2006)	0,0025	2,018	10.000.000
Búsqueda de armonía con enjambre de partículas (Geem, 2009)	0,0025	2,633	45.400
Superficie óptima de gradiente hidráulico (Este estudio)	0,0025	2,100	1.779

En esta tabla se puede observar que el diseño obtenido con la metodología SOGH es el segundo mejor diseño que se tiene para la red de Balerma, después del obtenido por Geem (2006). Sin embargo, el número de simulaciones hidráulicas requeridas para llegar a este diseño con la metodología SOGH es

5.600 veces inferior al número de simulaciones requeridas en el algoritmo de búsqueda de armonía propuesto por Geem (2006). Todos los demás resultados reportados en la literatura corresponden a diseños más costosos que el encontrado con la metodología SOGH y, a pesar de esto, para llegar a dichos diseños se requiere de una enorme cantidad de simulaciones hidráulicas en comparación por las requeridas en la metodología propuesta. Incluso el peor diseño obtenido con la metodología SOGH (correspondiente a una flecha del 0% y con un costo de 2,575 millones de euros) es mejor que la mayoría de los diseños reportados en la literatura y se requiere de un número reducido de simulaciones para llegar a él.

Esto corrobora los resultados obtenidos para las redes de Two-loop y Hanoi y permite afirmar que la metodología SOGH es supremamente eficiente y eficaz al encontrar diseños de RDAP cercanos al óptimo. Además, se puede observar que la ventaja de esta metodología es más notoria en redes grandes, como Balerma, en las cuales los algoritmos metaheurísticos, que tienen un componente aleatorio importante, requieren de millones de simulaciones para explorar el espacio de búsqueda y llegar a diseños cercanos al óptimo. En contraste, la metodología SOGH se basa netamente en la comprensión hidráulica del sistema y no tiene ningún componente aleatorio.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se desarrolló, implementó y probó con éxito una metodología para el diseño optimizado de redes de distribución de agua potable (RDAP) que se basa netamente en la comprensión de la hidráulica y la topología del sistema; esto la diferencia de la mayoría de metodologías de diseño existentes, las cuales se fundamentan en la imitación de fenómenos físicos y naturales (e.g. algoritmos genéticos, búsqueda de armonía, enjambre de partículas, colonia de hormigas) para explorar el espacio solución del problema del diseño de RDAP.

Mediante este trabajo se comprobó que es posible llegar al diseño de mínimo costo de una RDAP si se conoce previamente la forma de la superficie óptima de gradiente hidráulico del sistema, la cual está conformada por un conjunto de puntos (X, Y, LGH_{ideal}), donde X y Y corresponden a las coordenadas planas de cada nodo de la red y LGH_{ideal} es la altura piezométrica que debería tener cada nodo para lograr una configuración de mínimo costo. La forma de esta superficie se ajusta a una función cuadrática cuya curvatura depende de las siguientes características hidráulicas, topológicas y comerciales del sistema: distribución espacial de las demandas, relación entre el caudal total demandado y la longitud total de tuberías, exponente de la función potencial de costos. En esta investigación se estudió en detalle la variación de la línea de gradiente hidráulico en función de estas características y finalmente se estableció un procedimiento para estimar la forma de la superficie óptima de gradiente hidráulico (SOGH) de cada red de distribución. Con base en la SOGH se obtiene una pre-configuración de la red que cumple con las restricciones hidráulicas del problema del diseño de RDAP, pero no con las restricciones comerciales, dado que los diámetros de las tuberías de esta pre-configuración son continuos. Para redondear dichos diámetros a valores discretos contenidos dentro del conjunto de diámetros comerciales disponibles, se implementaron procedimientos de programación por restricciones que son de baja complejidad y requieren un número pequeño de simulaciones hidráulicas, lo cual constituye una gran ventaja para el diseño de RDAP grandes.

La metodología desarrollada fue aplicada a tres redes de prueba ampliamente reportadas en la literatura: *Two-loop*, Hanoi y Balerma. Para estas redes se encontraron diseños óptimos o muy cercanos al óptimo en un número muy pequeño de simulaciones hidráulicas en comparación con el número de

simulaciones requeridas por los algoritmos metaheurísticos reportados en la literatura (el número de simulaciones requeridas en la metodología SOGH llega a ser incluso la milésima parte del número de simulaciones requeridas por los algoritmos reportados). Con base en estos resultados se puede afirmar que la metodología propuesta es eficaz y eficiente para encontrar diseños óptimos de RDAP. La baja complejidad y la eficiencia de la metodología SOGH constituyen una gran ventaja especialmente en el caso de RDAP grandes, en las cuales los algoritmos metaheurísticos, que tienen un componente aleatorio importante, requieren de millones de simulaciones para explorar el espacio de búsqueda y llegar a diseños cercanos al óptimo. Además, dado su componente aleatorio, los resultados obtenidos al correr estos algoritmos son siempre diferentes, por lo que se deben realizar cientos de corridas (en cada una de las cuales se realizan miles de simulaciones hidráulicas) hasta obtener un buen resultado, que es el que finalmente reportan los autores en las publicaciones. Contrario a estos algoritmos, la metodología SOGH no tiene ningún componente aleatorio ni depende de la configuración inicial de diámetros que se tenga: al aplicarla siempre se obtiene el mismo resultado, el cual, como se demostró en las pruebas realizadas con las redes de Hanoi, *Two-loop* y Balerma, se acerca siempre al diseño de mínimo costo. Adicional a lo anterior, la metodología SOGH permite comprender la hidráulica de los diseños óptimos, lo cual podría convertirse en una herramienta útil para la optimización de redes existentes.

Con el propósito de complementar la metodología SOGH, en este trabajo se implementó también un algoritmo de búsqueda de armonía. Lo que se pretendía era que, partiendo del diseño cercano al óptimo obtenido con la metodología SOGH, el algoritmo de búsqueda de armonía lograra reducir aún más el costo del diseño en pocas iteraciones. Al probar este algoritmo, se logró una pequeña reducción en los costos de los diseños, pero, en general, éste tendió a quedar atrapado en óptimos locales. No obstante, el desempeño de este algoritmo también fue evaluado independientemente (es decir, sin combinarlo con la metodología SOGH): al aplicarlo al diseño de las redes de Hanoi, *Two-loop* y Balerma se obtuvieron diseños cercanos al óptimo en un número de simulaciones similares o inferiores a las requeridas por los demás algoritmos reportados en la literatura. Además, el algoritmo de búsqueda de armonía implementado probó ser significativamente más eficaz y eficiente que los algoritmos genéticos que están actualmente implementados en el programa REDES (CIACUA, 2008).

8. RECOMENDACIONES

A partir de la investigación desarrollada y de los resultados obtenidos en esta, se sugiere realizar las siguientes actividades para complementar y mejorar la metodología de diseño de RDAP propuesta:

- Probar la metodología de *Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico* (SOGH) en redes reales complejas: las pruebas realizadas y presentadas en este trabajo corresponden a redes hipotéticas (e.g. redes de Hanoi y *Two-loop*) o con características topológicas e hidráulicas anómalas (e.g. red de Balerma, que corresponde a un distrito de riego y no a una red de distribución normal); por lo tanto, sería interesante analizar el desempeño de la metodología propuesta en redes reales con diferentes características topográficas, topológicas e hidráulicas.

- Utilizar la metodología SOGH para re-diseñar redes complejas existentes y evaluar los diseños obtenidos no sólo en términos de costos constructivos, sino también en términos de confiabilidad, costos operativos, eficiencia energética, caudal de fugas, entre otros aspectos. Mediante este análisis se podría determinar si tener una superficie óptima de gradiente hidráulico en redes existentes llevaría a un funcionamiento más eficiente del sistema; de ser así, la metodología SOGH podría ser la base de una futura metodología de rehabilitación de redes de distribución.

- Estudiar la forma de la superficie óptima de gradiente hidráulico (SOGH) de sistemas en los que se tengan en cuenta las pérdidas de agua. Para realizar este análisis es necesario modelar las fugas de agua en el sistema y asignar un costo a las mismas. Dado que las fugas de agua son función de la presión en los nodos de la red, es posible que la superficie de gradiente hidráulico que minimice el costo total del sistema (incluyendo costo constructivo y de fugas) tenga una forma diferente de una parábola (posiblemente sea una catenaria), que lleve a disminuir las presiones a lo largo de la red, con lo cual se disminuiría el caudal de fuga.

- Revisar y mejorar los procedimientos de programación por restricciones implementados: a pesar de haber mostrado un buen desempeño al incrementar o reducir los diámetros de algunas tuberías de la red de tal modo que se cumpliera con la restricción comercial del problema, con el requerimiento

de mínima presión en los nodos y que se rebajaran, hasta donde fuera posible, los costos constructivos, es recomendable revisar en detalle los procedimientos de restricciones implementados y, de ser posible, optimizarlos.

- Modificar y optimizar el algoritmo de búsqueda de armonía implementado para evitar que se quede atrapado en óptimos locales cuando se le da como "semilla" o punto de partida el diseño obtenido mediante la metodología SOGH. Para optimizar este algoritmo se podrían implementar normas lógicas que guiaran y limitaran la exploración del espacio de búsqueda. Por ejemplo, en las RDAP los diámetros de las tuberías que salen de las fuentes de abastecimiento deben ser grandes y no permiten variaciones significativas, dado que cualquier cambio en su tamaño afecta enormemente el comportamiento de toda la red; en contraste, las variaciones en los diámetros de las tuberías más alejadas de las fuentes de abastecimiento sólo tienen efectos locales y se pueden tener muchas combinaciones diferentes de diámetros en estas tuberías que satisfagan las restricciones hidráulicas del problema. Con base en este análisis, en el algoritmo de búsqueda de armonía se podría limitar la variación en el diámetro de las tuberías cercanas a las fuentes de abastecimiento y aumentar la probabilidad de variación en el diámetro de los tubos más alejados.

- Estudiar la implementación de algoritmos genéticos con reducción en el espacio de búsqueda que tomen como "semilla" el diseño obtenido con la metodología SOGH. Esta modificación a los algoritmos genéticos fue implementada con éxito por Kadu et al. (2008); estos investigadores desarrollaron una metodología de diseño que podría combinarse eficazmente con la metodología SOGH.

- Estudiar la posibilidad de implementar un algoritmo de optimización multi-objetivo que tome como "semilla" el diseño obtenido inicialmente con la metodología de superficie óptima de gradiente hidráulico (SOGH). Los algoritmos de optimización multi-objetivo son, por lo general, algoritmos genéticos con modificaciones que permiten optimizar más de una variable objetivo a la vez; en este tipo de algoritmos es fácil fijar una configuración de diámetros determinada (en este caso, el diseño obtenido con la metodología SOGH) como el "Adán" de la especie.

BIBLIOGRAFÍA

Afshar, M.H., 2006. Application of a max–min ant system to joint layout and size optimization of pipe networks. *Engineering Optimization*, 38(3), 299 - 317.

Alperovits, E. y Shamir, U., 1977. Design of Optimal Water Distribution Systems. *Water Resources Research*, 13 (6), 885 - 900.

Álvarez, H.L., 2007. *Método de Distribución Geométrica de Caudales para el diseño de tuberías en serie*. Proyecto especial (Magíster). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

Araque, D. and Saldarriaga, J.G., 2006. Water distribution network operational optimization by maximizing the pressure uniformity at service nodes. *Proceedings of the 8th Annual International Symposium on Water Distribution Systems Analysis*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Cincinnati, USA.

Barták, R., 2006. *Online Guide to Constraint Programming* [en línea]. Charles University, Czech Republic. Disponible en: http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak/constraints/index.html. [Consultado el 20 de julio de 2009].

Bhave, P.R. y Sonak, V.V., 1992. A critical study of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research*, 28(6), 1577 - 1584.

CIACUA, 2008. *Programa REDES*. Universidad de Los Andes. Bogotá D.C., Colombia.

Committee on Public Water Supply Distribution Systems, 2006. *Drinking Water Distribution Systems: Assessing and Reducing Risks* [en línea]. National Research Council of the National Academies, Washington D.C., USA. Disponible en: http://www.nap.edu/catalog.php?record_id=11728. [Consultado el 21 de noviembre de 2008].

Cunha, M. y Sousa, J., 1999. Water distribution network design optimization: Simulated annealing approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125 (4), 215 - 221.

Cunha, M. y Ribeiro, L., 2004. Tabu search algorithms for water network optimization. *European Journal of Operational Research*, 157 (3), 746 - 758.

Chu, C.-W., Lin, M.-D., Liu, G.-F. y Sung, Y.-H., 2008. Application of immune algorithms on solving minimum-cost problem of water distribution network. *Mathematical and Computer Modeling*, 48 (11-12), 1888 - 1900.

Dandy, G.C., Simpson, A.R. y Murphy, L.J., 1996. An improved genetic algorithm for pipe network optimization. *Water Resources Research*, 32 (2), 449 - 458.

Decreto 475 (Normas Técnicas de Calidad del Agua Potable 1998) de marzo 10 de 1998, expedido por el Ministerio de Salud Pública de la República de Colombia.

Djebedjian, B., Yaseen, A., Rayan, M.A., 2006. Optimization of large-scale water distribution system design using genetic algorithms. *Proceedings of the Tenth International Water Technology Conference*, IWTC10 2006, Alexandria, Egypt, 447 – 477.

Docencia - Universidad de Antioquia, 2009. *Teoría de Redes – Árboles* [en línea]. Universidad de Antioquia, Colombia. Disponible en: http://docencia.udea.edu.co/regionalizacion/teoriaderedes/profundidad.html. [Consultado el 20 de julio de 2009].

Engelhardt, M.O., Skipworth, P.J., Savic, D.A., Saul, A.J., and Walters, G.A., 2000. Rehabilitation strategies for water distribution networks: a literature review with a UK perspective. *Urban Water*, 2 (2), 153 - 170.

Eusuff, M.M. y Lansey, K.E., 2003. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129 (3), 210 – 225.

Fujiwara, O. y Khang, D.B., 1990. A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks. *Water Resources Research*, 26(4), 539 - 549.

Geem, Z.W., 2006. Optimal cost design of water distribution networks using harmony search. *Engineering Optimization*, 38 (3), 259 - 277.

Geem, Z.W., 2009. Particle-swarm harmony search for water network design. *Engineering Optimization*, 41(4), 297 - 311.

Geem, Z.W., Kim, J.H. y Loganathan, G.V., 2002. Harmony search optimization: application to pipe network design. *International Journal of Modelling and Simulation*, 22 (2), 125 - 133.

Gessler, J., 1985. Pipe network optimization by enumeration. *Proceedings of Special Conference on Computer Applications in Water Resources.* ASCE, New York, 572 - 581.

Goldberg, D.E. y Kuo, C.H., 1987. Genetic algorithm in pipeline optimization. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1 (2), 128–141.

Gupta, I., Bassin, J.K., Gupta, A., Khanna, P., 1993. Optimization of water distribution system. *Environmental Modelling and Software*, 8, 101 - 113.

Gupta, I., Gupta, A., Khanna, P., 1999. Genetic algorithm for optimization of water distribution systems. *Environmental Modelling and Software*, 14, 437 - 446.

Kadu, S.M., Gupta, R. y Bhave, P.R., 2008. Optimal design of water networks using a modified genetic algorithm with reduction in search space. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134 (2), 147 - 160.

Keedwell, E. y Khu, S.-T., 2005. A hybrid genetic algorithm for the design of water distribution networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 18 (2005), 461 - 472.

Keedwell, E. y Khu, S.-T., 2006. Novel cellular automata approach to optimal water distribution network design. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 20(1), 49 - 56.

Kessler, A. y Shamir, U., 1989. Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research*, 25(7), 1469 - 1480.

Lin, M.-D., Liu, Y.-H., Liu, G.-F. y Chu, C.-W., 2007. Scatter search heuristic for least-cost design of water distribution networks. *Engineering Optimization*, 39(7), 857 - 876.

Liong, S.Y. y Atiquzzaman, M., 2004. Optimal design of water distribution network using shuffled complex evolution. *Journal of the Institution of Engineers (Singapore)*, 44 (1), 93 - 107.

López, C.S., 2003. *Diseño de redes de distribución de agua potable de mínimo costo con algoritmos genéticos*. Proyecto de grado (Ingeniería Civil). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

Maier, H.A., Simpson, A.R., Zecchin, A.C., Foong, W.K., Phang, K.Y., Seah, H.Y. y Tan, C.L., 2003. Ant colony optimization for design of water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129 (3), 200 - 209.

Montalvo, I., Izquierdo, J., Pérez, R., Tung, M.M., 2008. Particle swarm optimization applied to the design of water supply systems. *Computers & Mathematics with Applications*, 56, 769 - 776.

Morgan, G.R. y Goulter, I.C., 1985. Optimal urban water distribution design. *Water Resources Research*, 21(5), 642 - 652.

Perelman, L., Ostfeld, A., 2007. An adaptive heuristic cross-entropy algorithm for optimal design of water distribution systems. *Engineering Optimization*, 39(4), 413 - 428.

Reca, J. y Martinez, J., 2006. Genetic algorithms for the design of looped irrigation water distribution networks. *Water Resources Research*, 44, W05416.

Reca, J., Martinez, J., Gil, C. y Baños, R., 2007. Application of several meta-heuristic techniques to the optimization of real looped water distribution networks. *Water Resources Management*, 22, 1367 - 1379.

Quindry, G.E., Brill, E.D. y Liebman, J.C., 1981. Optimization of looped water distribution systems. *Journal of the Environmental Engineering Division.* 107 (4), 665 – 679.

Saldarriaga, Juan G, 2007. *Hidráulica de Tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos*. Editorial Alfaomega. Bogotá, Colombia.

Savic, D.A. y Walters, G.A., 1997. Genetic algorithms for least cost design of water distribution networks. Journal of Water Resources Planning and Management, 123 (2), 67 – 77.

Schaake, J. y Lai, D., 1969. Linear programming and dynamic programming applications to water distribution network design. *Report 116* - Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

Simpson, A.R., Dandy, G.C., y Murphy, L.J., 1994. Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120 (4), 423 - 443.

The Center for Biofilm Engineering, 2008. *A Friendly Guide to Biofilm Basics & the CBE* [en línea]. Montana State University, USA. Disponible en: http://www.erc.montana.edu/CBEssentials-SW/bf-basics-99/default.htm [Consultado el 21 de noviembre de 2008].

Todini, E., 2000. Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach. *Urban Water*, 2 (3), 115 - 122.

Todini, E., 2008. Design, expansion and rehabilitation of water distribution networks aimed at reducing water losses. Wher are we?. *Proceedings of the 10th International Water Distribution System Analysis Conference.* Kruger National Park, South Africa.

Tospornsampan, J., Kita, I., Ishii, M. y Kitamura, Y., 2007a. Split-pipe design of water distribution network using simulated annealing. *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering*, 1 (3), 153 - 163.

Tospornsampan, J., Kita, I., Ishii, M. y Kitamura, Y., 2007b. Split-pipe design of water distribution network using a combination of tabu search and genetic algorithm. *Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering*, 1(3), 164 - 174.

Tricarico, C., Gargano, R., Kapelan, Z., Savic, D.A., and de Marinis, G. et al., 2006. Economic level of reliability for the rehabilitation of hydraulic networks. *Journal of Civil Engineering and Environmental Systems*, 23 (3), 191 - 207.

Vairavamoorthy, K. y Ali, M., 2000. Optimal Design of water distribution systems using genetic algorithms. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 15 (5), 374 - 382.

Vairavamoorthy, K. y Ali, M., 2005. Pipe index vector: A method to improve genetic-algorithm-based pipe optimization. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (12), 1117 - 1125.

Varma, K.V.K., Narasimhan, S. y Bhallamudi, S.M., 1997. Optimal design of water distribution systems using an NLP method. *Journal of Environmental Engineering*, 123(4), 381 - 388.

Villalba, G., 2004. *Algoritmos de optimización combinatoria aplicados al diseño de redes de distribución de agua potable*. Tesis (Magíster). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

Walters, G.A., Halhal, D., Savic, D. y Ouazar, D., 1999. Improved design of 'Anytown' distribution network using structured messy genetic algorithms. *Urban Water*, 1(1), 23 - 38.

Wu, I.-p., 1975. Design of drip irrigation main lines. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 101 (4), 265 - 278.

Wu, Z.Y. y Simpson, A.R., 2001. Competent genetic-evolutionary optimization of water distribution systems. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 15 (2), 89 – 101.

Yates, D. F., Templeman, A. B. y Boffey, T. B., 1984. The computational complexity of the problem of determining least capital cost designs for water supply networks. *Engineering Optimization*, 7 (2), 142 - 155.

Zecchin, A.C., Simpson, A.R., Maier, H.R., Leonard, M., Roberts, A.J. y Berrisford, M.J., 2006. Application of two ant colony optimisation algorithms to water distribution system optimisation. *Mathematical and Computer Modelling*, 44, 451–468.

ANEXO 1. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS Y PRESIONES DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED *TWO-LOOP* CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH)

En las siguientes tablas se presentan los diámetros de las tuberías y las presiones en los nodos correspondientes al diseño de mínimo costo obtenido para la red *Two-loop* con la metodología SOGH. Este diseño tiene un costo de $ 419.000.

Tabla 18. Diámetros del diseño óptimo de la red *Two-loop*.

ID TUBO	DIÁMETRO Pulgadas
1	18
2	10
3	16
4	4
5	16
6	10
7	10
8	1

Tabla 19. Presiones en los nodos del diseño óptimo de la red *Two-loop*.

ID NODO	PRESIÓN M.C.A.
2	53.247
3	30.463
4	43.449
5	33.804
6	30.445
7	30.552

ANEXO 2. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS Y PRESIONES DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED DE HANOI CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH)

En las siguientes tablas se presentan los diámetros de las tuberías y las presiones en los nodos correspondientes al diseño de mínimo costo obtenido para la red de Hanoi con la metodología SOGH. Este diseño tiene un costo de $ 6.336.790.

Tabla 20. Diámetros del diseño óptimo de la red de Hanoi.

ID TUBO	DIÁMETRO Pulgadas
1	40
2	40
3	40
4	40
5	40
6	40
7	30
8	30
9	30
10	30
11	24

ID TUBO	DIÁMETRO Pulgadas
12	24
13	12
14	20
15	20
16	30
17	30
18	40
19	40
20	40
21	20
22	12

ID TUBO	DIÁMETRO Pulgadas
23	30
24	24
25	16
26	12
27	20
28	24
29	20
30	20
31	20
32	12
33	12
34	20

Tabla 21. Presiones en los nodos del diseño óptimo de la red de Hanoi.

ID NODO	PRESION M.C.A.	ID NODO	PRESION M.C.A.	ID NODO	PRESION M.C.A.
2	97.1408	12	34.2570	22	39.7398
3	61.6712	13	30.0489	23	41.3558
4	58.1568	14	39.2461	24	37.9937
5	53.8236	15	39.9210	25	32.3922
6	49.4079	16	41.4022	26	37.4034
7	48.4350	17	49.9687	27	38.9078
8	44.3005	18	58.9569	28	35.6182
9	41.2603	19	60.7532	29	31.3120
10	39.2447	20	54.2537	30	30.1798
11	37.6853	21	44.9047	31	30.1284
				32	30.1733

ANEXO 3. CONFIGURACIÓN DE DIÁMETROS DEL DISEÑO DE MÍNIMO COSTO OBTENIDO PARA LA RED DE BALERMA CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH)

En la siguiente tabla se presentan los diámetros de las tuberías correspondientes al diseño de mínimo costo obtenido para la red de Balerma con la metodología SOGH. Este diseño tiene un costo de 2.099.921 euros.

Tabla 22. Diámetros del diseño óptimo de la red de Balerma.

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
1	113	40	113	78	113	115	162.8	149	180.8
2	113	41	113	81	113	116	126.6	150	285
3	113	42	113	82	113	118	113	151	113
4	285	43	285	83	113	119	113	152	113
5	113	44	113	84	144.6	120	113	153	113
8	162.8	46	113	86	113	121	113	154	113
10	162.8	47	113	87	113	122	113	155	285
11	162.8	49	180.8	88	113	123	113	157	113
12	113	50	113	89	126.6	124	113	159	113
13	162.8	51	285	90	285	125	113	160	113
15	113	52	113	91	113	126	113	161	162.8
16	113	53	113	92	113	127	113	164	113
17	126.6	56	113	94	113	128	113	165	361.8
18	144.6	57	113	95	113	131	113	166	162.8
19	113	58	113	96	113	132	113	167	226.2
20	113	59	113	97	113	133	113	168	113
21	126.6	61	126.6	98	113	134	113	169	226.2
22	113	62	162.8	99	113	136	113	170	285
23	113	63	113	101	113	137	113	171	113
24	361.8	64	113	102	113	138	126.6	172	113
26	113	65	113	103	113	139	144.6	173	361.8
27	113	67	113	104	113	140	113	174	113
28	113	68	113	105	113	141	113	175	113
30	285	69	113	106	162.8	142	113	176	113
32	113	70	113	107	113	143	113	177	113
33	113	71	113	108	126.6	144	113	179	113
34	285	73	113	110	113	145	113	181	113
35	113	74	113	112	113	146	113	182	113
38	180.8	75	144.6	113	113	147	113	183	113
39	180.8	77	113	114	162.8	148	113	184	113

Continuación - Tabla 22. Diámetros del diseño óptimo de la red de Balerma.

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros	ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
185	126.6	223	361.8	260	113	298	113	337	113
186	113	224	113	261	113	299	180.8	338	452.2
187	113	226	113	262	113	300	113	342	113
188	361.8	227	113	263	113	301	180.8	343	113
190	113	228	113	265	226.2	302	180.8	344	285
191	113	229	113	266	144.6	304	180.8	345	285
192	113	230	113	267	285	306	113	346	113
193	113	231	113	268	226.2	307	113	348	113
194	452.2	232	180.8	269	285	308	361.8	349	361.8
196	226.2	234	226.2	271	113	311	361.8	350	113
197	144.6	235	226.2	272	113	312	180.8	351	113
198	113	236	180.8	273	113	313	226.2	352	113
199	162.8	237	180.8	274	113	315	226.2	353	113
200	162.8	238	113	275	113	316	180.8	354	113
201	162.8	239	144.6	276	113	317	361.8	355	113
202	162.8	240	144.6	277	113	318	113	356	113
204	285	243	285	278	285	321	113	357	113
206	113	244	113	279	113	322	285	358	113
207	285	245	113	280	113	323	113	359	113
208	113	246	113	282	113	324	113	361	113
209	180.8	247	113	284	162.8	325	113	362	113
212	113	248	226.2	288	113	328	361.8	363	144.6
213	285	249	113	289	113	329	113	364	180.8
214	226.2	251	361.8	290	113	330	144.6	365	162.8
216	144.6	254	144.6	291	113	331	113	366	180.8
218	226.2	255	113	292	226.2	332	113	367	113
219	113	256	113	294	113	333	113	368	113
220	113	257	113	295	113	334	113	369	113
221	126.6	258	113	296	144.6	335	113	370	285
222	113	259	113	297	144.6	336	113	373	113

Continuación - Tabla 22. Diámetros del diseño óptimo de la red de Balerma.

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
374	113
375	113
376	113
379	113
380	113
381	113
382	113
383	113
385	113
386	113
390	113
392	361.8
393	361.8
394	226.2
397	113
398	113
399	113
400	113
401	113
402	113
404	113
405	113
406	113
407	113
408	113
409	113
414	113
415	113
416	113
417	126.6

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
418	144.6
419	361.8
421	361.8
422	452.2
423	113
424	113
428	113
429	113
430	113
433	361.8
434	113
435	113
438	113
439	113
441	113
442	113
443	113
446	113
450	113
457	226.2
458	113
459	113
460	226.2
464	162.8
465	126.6
467	126.6
468	113
469	113
471	113
472	113
473	113

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
474	113
476	113
477	113
479	226.2
480	180.8
481	285
482	285
485	113
486	285
487	226.2
489	285
490	226.2
492	226.2
496	113
497	113
498	113
499	113
500	113
501	113
503	113
506	452.2
508	361.8
509	361.8
510	285
511	285
512	285
513	162.8
514	285
515	113
517	113
519	113

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
520	113
521	113
522	226.2
523	113
524	113
525	113
526	113
530	113
532	162.8
535	113
536	113
537	113
538	113
539	113
540	180.8
542	180.8
543	113
544	113
545	113
546	113
547	113
548	113
549	113
550	113
552	113
554	113
555	113
557	113
558	113
563	113
564	113

ID TUBO	DIÁMETRO Milímetros
565	113
567	113
568	113
571	113
575	113
576	113
578	113
579	113
580	113
581	113
588	113
589	113
590	113
593	452.2
600	113
601	113
605	144.6
606	113
607	113
608	113
609	113
610	113
611	113
612	113
613	113
614	113
615	113
616	113
617	113
618	113
620	113