

**XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SEPTIEMBRE DE 2012**

**ANÁLISIS CRÍTICO DE LA TRANSICIÓN ENTRE EL FLUJO  
TURBULENTO HIDRAULICAMENTE LISO Y FLUJO TURBULENTO  
TRANSICIONAL**

***Rafael A. Flechas***

*Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA), Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental,  
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia  
<ra.flechas30@uniandes.edu.co>*

**RESUMEN:**

De todos los parámetros de la ecuación de Darcy-Weisbach, el factor de fricción fue el más difícil de cuantificar. Este problema ocasionó la aparición de ecuaciones empíricas como la de Hazen-Williams, pero también dio origen a métodos gráficos como el Diagrama de Moody. En este, Lewis Moody delimitó la zona de transición utilizando las ecuaciones de Prandtl-Von Kármán y el Diagrama de Nikuradse, sin tener en cuenta la ecuación de Colebrook-White y los límites definidos por estos dos investigadores para esta zona. Por lo anterior, en el presente artículo se pretende mostrar un proceso deductivo de las ecuaciones que describen el límite inferior y superior de la zona de transición a partir de la ecuación de Colebrook-White, y los efectos que pueden tener estos nuevos límites en el Diagrama de Moody. Con base en este análisis, se obtuvo que el límite inferior de la zona de transición definido a partir de la ecuación de Colebrook-White difiere del demarcado por la ecuación de Prandtl-Von Kármán en dicho Diagrama. Por ello, se sugiere revisar dicho límite y establecer, realmente, si la rugosidad en el flujo turbulento hidráulicamente liso se puede despreciar para el cálculo del factor de fricción

**ABSTRACT:**

Of all the parameters in the Darcy-Weisbach equation, the friction factor was by far the hardest to quantify. This issue led to the development of the empiric Hazen-Williams equation and graphing methods, like the Moody Diagram. Lewis Moody delimits the transition zone that is based on Prandtl-Von Kármán equation and Nikuradse diagram, but he does not take into account the Colebrook-White equations or the limits that according to these researchers, define this zone. This paper shows the deductive process of equations that describe the upper and lower limits of the transition zone according to Colebrook and White. It also demonstrates the effects of these limits on the Moody Diagram. The article shows how the lower limit proposed by Colebrook's and White's transition zone differs to that shown by the Prandtl-Von Kármán equation. This way, the article suggests a revision of this lower limit. It also seeks to establish whether the roughness can be depreciated when calculating the friction factor in smooth pipes.

**PALABRAS CLAVES:** *Ecuación de Darcy-Weisbach, Tuberías lisas y Diagrama de Moody*

## INTRODUCCIÓN

En las redes de distribución de agua potable (RDAP), tanto para el diseño como para el análisis hidráulico de estos sistemas, la ecuación de Darcy-Weisbach [1] ha sido ampliamente utilizada para determinar las pérdidas por fricción que se generan en las tuberías. Sin embargo, en la primera mitad del Siglo XX, el cálculo de estas pérdidas haciendo uso de dicha ecuación era complicado debido a que el factor de fricción era un parámetro difícil de calcular, por ser una función no explícita de la rugosidad relativa ( $ks/d$ ) y del número de Reynolds ( $Re$ ).

$$hf = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad [1]$$

donde  $hf$  son las pérdidas por fricción,  $L$  es la longitud de la tubería,  $V$  la velocidad de flujo,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $f$  es el factor de fricción.

Esta complejidad se reflejó en los intentos realizados por investigadores como Paul Richard Heinrich Blasius (1883-1970), Johann Nikuradse (1894-1979), Ludwig Prandtl (1875-1953), Theodor Von Kármán (1881-1963) y C.F. Colebrook y H. White para predecir analíticamente la magnitud del factor de fricción en el flujo turbulento ( $Re > 4000$ ), ya que para el flujo laminar ( $Re < 2000$ ) Weisbach dedujo como cuantificar dicho factor con base en la ecuación de Hagen (1794-1884)-Poiseuille (1799-1869), como se ilustra en la siguiente ecuación:

$$f = \frac{64}{Re} \quad [2]$$

En 1911, Blasius, alumno de Prandtl, encontró empíricamente una Ecuación [3] para calcular el factor de fricción para el Flujo Turbulento Hidráulicamente Liso (FTHL), donde el espesor de la subcapa laminar viscosa es mayor a la rugosidad absoluta de tuberías, para un rango de número de Reynolds entre 5000 y 100.000:

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad [3]$$

Luego en 1933, Nikuradse efectuó una serie de experimentos en tuberías con rugosidades artificiales para estudiar la naturaleza del factor de fricción. Con base en estos experimentos, Prandtl y su estudiante Von Kármán plantearon ecuaciones para calcular el factor de fricción para FTHL [4] y Flujo Turbulento Hidráulicamente Rugoso (FTHR) [5], donde la rugosidad absoluta de la tubería es mayor al espesor de la subcapa laminar viscosa:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad [4]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{ks}{3.7D} \right) \quad [5]$$

Sin embargo, estas dos últimas ecuaciones no resultaron ser de gran aplicabilidad para el diseño y análisis de RDAP, ya que la gran mayoría de los flujos en tuberías se ubicaban en el Flujo Turbulento Transicional (FTT) o zona de transición, zona delimitada entre el FTHL y FTHR. Para solucionar este inconveniente, C.F. Colebrook y H. White (1939) lograron definir claramente los límites de esta zona [6] (Vennard, 1961) y la ecuación implícita [7] definitiva para calcular el factor de fricción en el FTT.

$$0.305\delta' < ks < 6.1\delta' \quad [6]$$

donde  $\delta'$  es el espesor de la subcapa laminar viscosa. La ecuación es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{ks}{3.7D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad [7]$$

A pesar de todos los esfuerzos realizados por estos investigadores, en la primera mitad del siglo XX, no fue posible aplicar las ecuaciones implícitas propuestas por Prandtl, Von Kármán, Colebrook y White en el diseño de tuberías, ya que en esta época no existían herramientas computacionales para resolver ecuaciones implícitas por medio de algún método numérico. Por ello, este problema ocasionó la aparición de ecuaciones empíricas tales como la ecuación de Hazen-Williams:

$$V = 0.849 C_{HW} R^{0.63} S^{0.54} \quad [8]$$

donde  $C_{HW}$  es el coeficiente de la ecuación de Hazen-Williams, el cual depende del material y edad de la tubería,  $R$  es el radio hidráulico y  $S$  la Pendiente de la línea de fricción. Sin embargo, este problema también dio origen al desarrollo de métodos gráficos como el Diagrama de Moody, propuesto por Lewis Moody (Moody, 1944), para facilitar el cálculo del factor de fricción con base en el número de Reynolds y la rugosidad relativa, como se puede ver en la Figura 1.

En este Diagrama, Moody delimitó cinco áreas, las cuales son: flujo laminar, zona crítica, zona lisa, zona de transición y turbulencia completa. La primera región está delimitada por números de Reynolds menores a 2000 y esta descrita por la Ecuación [2]. La segunda área, por su parte, está delimitada por números de Reynolds entre 2000 y 4000, donde el factor de fricción es difícil de cuantificar ya que no fue posible encontrar una expresión matemática para calcular dicho parámetro por la inestabilidad que se presenta en dicha zona. Para números de Reynolds superiores a 4000, en el Diagrama de Moody se pueden ver tres regiones adicionales, la zona lisa, la zona de transición y la zona de turbulencia completa. En relación a la zona de transición, Moody utilizó las Ecuaciones [4] y [5] para demarcar el límite inferior (zona lisa) y superior (turbulencia completa) de esta zona respectivamente. Adicionalmente, este investigador utilizó la ecuación de Colebrook-White [7] para dibujar las líneas dentro de la zona de transición, como se puede ver en la Figura 1.

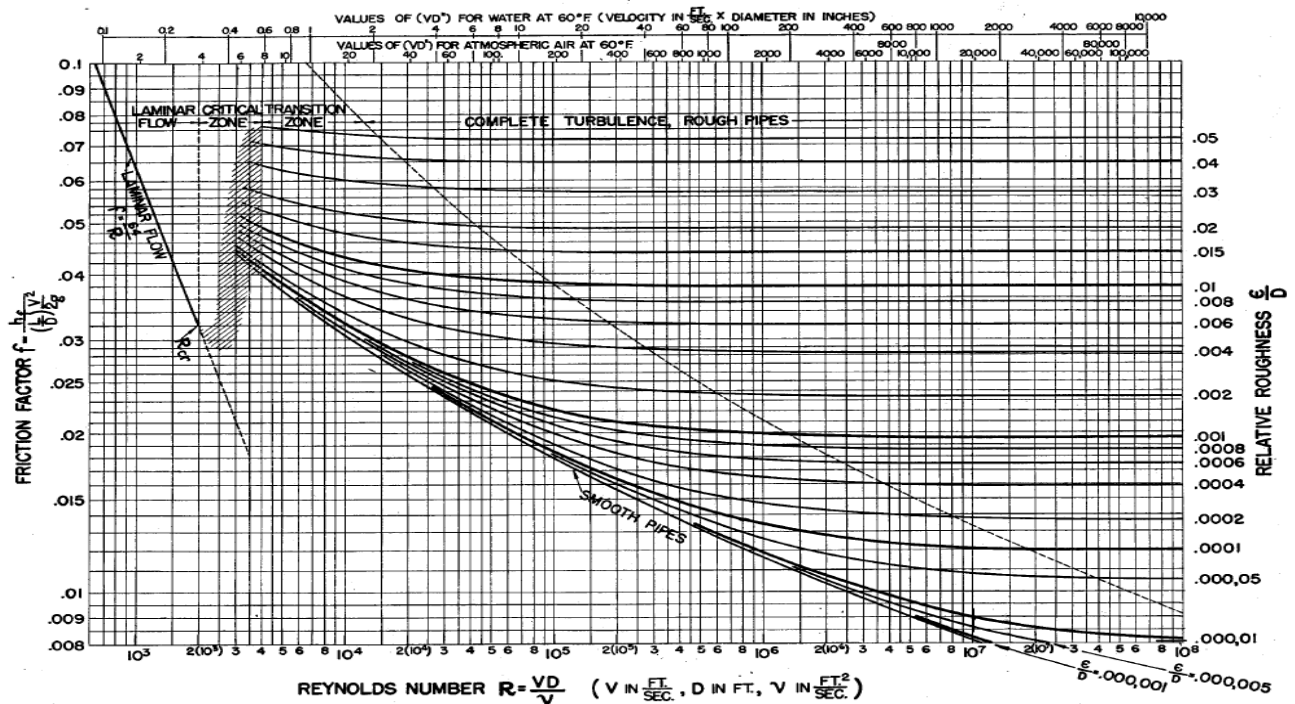


Figura 1. Diagrama de Moody

A partir de lo anterior, los límites de la zona de transición demarcados en el Diagrama Moody se basaron en las ecuaciones propuestas por Prandtl y Von Kármán para FTHL y FTTH. Sin embargo, para delimitar el FTT, Moody (1944) nunca se basó en la ecuación Colebrook-White (ver Ecuación [7]) y los límites definidos claramente por estos dos investigadores para la zona de transición en función de la rugosidad y el espesor de la subcapa laminar viscosa (Vennard, 1961).

Por esta razón y teniendo en cuenta la importancia de la zona de transición en el diseño de tuberías, en el presente artículo se presentará la delimitación de la zona de transición o FTT en el Diagrama de Moody con base en la ecuación de Colebrook-White y los efectos que puede tener esta nueva zona en dicho Diagrama. Para ello, primero se ilustrará el proceso deductivo que se efectuó para encontrar las ecuaciones que describen los límites del FTT basado en las Ecuaciones [6] y [7]. Posteriormente, se diseñarán distintas redes hipotéticas basadas en redes reales de Colombia tales como Red San Vicente, Red Bogotá-Cazucá y Red La Cumbre, para analizar el efecto que puede tener la demarcación de estos nuevos límites en el Diagrama de Moody en el análisis y diseño de RDAP. Finalmente, se mostrarán algunas conclusiones con base en dicho análisis.

## PROCESO DEDUCTIVO

El paso de flujo laminar a flujo turbulento no se hace de forma súbita sino gradual; por ello el flujo que describe dicho cambio es el flujo turbulento transicional (FTT), el cual está definido desde el límite máximo donde se puede presentar Flujo Turbulento Hidráulicamente liso (FTHL) hasta el límite mínimo donde se puede presentar Flujo Turbulento Hidráulicamente Rugoso (FTTH). Estos límites fueron definidos claramente por Colebrook y White mediante la Ecuación [6]. Con base en ello, a continuación se ilustra el proceso deductivo para el límite inferior y el límite superior del FTT a partir de dicha ecuación.

### Límite inferior zona de transición

El límite inferior de la zona de transición está definido por los flujos que se pueden clasificar máximo como FTHL. Según Colebrook y White (1939), este se presenta cuando la rugosidad de la tubería es igual al 30% del espesor de la subcapa laminar viscosa como se puede ver en la Ecuación [6]. Por ello, si el tamaño de la rugosidad de la tubería es inferior a dicho valor, el flujo es hidráulicamente liso. Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se ilustra el proceso deductivo de la ecuación que describe el límite inferior de la zona de transición basado en la ecuación de Colebrook-White [7] y la Ecuación [6].

Primero, se reemplaza en la ecuación de Colebrook-White [7] la rugosidad ( $k_s$ ) por el 30% del espesor de la subcapa laminar viscosa ( $\delta'$ ):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{0.305 \delta'}{3.7d} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad [9]$$

El espesor de la subcapa laminar viscosa se define mediante la siguiente ecuación:

$$\delta' = \frac{11.6 \nu}{v_*} \quad [10]$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $v_*$  es la velocidad de corte, la cual se calcula de la siguiente manera:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \quad [11]$$

donde  $\tau_o$  es el esfuerzo cortante y  $\rho$  es la densidad del fluido.

Teniendo en cuenta lo anterior, se procede a reemplazar en la Ecuación [9] el espesor de la subcapa laminar viscosa por las ecuaciones [10] y [11], como se muestra a continuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{0.305}{3.7d}\left(\frac{11.6\nu}{\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}}\right) + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad [12]$$

Luego, para expresar la Ecuación [12] en términos del factor de fricción (f), es necesario conocer la relación que existe entre el factor de fricción (f) y el esfuerzo cortante ( $\tau_o$ ), la cual se ilustra en la siguiente ecuación:

$$f = \frac{8\tau_o}{\rho v^2} \quad [13]$$

donde v es la velocidad media del flujo.

Con base en la Ecuación [13], se reemplaza en la Ecuación [12] el esfuerzo cortante por el factor de fricción, la densidad del fluido y la velocidad media de flujo, como se muestra a continuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{0.305}{3.7d}\left(\frac{11.6\nu}{\sqrt{\frac{f\rho v^2}{8}}}\right) + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{2.7\nu}{\sqrt{f}vd} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad [14]$$

Posteriormente en la Ecuación [14], se expresa la velocidad media de flujo en términos del número de Reynolds (Re), la viscosidad cinemática del fluido ( $\nu$ ) y el diámetro de la tubería, con base en la definición de este número adimensional, tal como se ilustra a continuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{2.7\nu}{\sqrt{f}\left(\frac{Re\nu}{d}\right)} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{2.7}{Re\sqrt{f}} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad [15]$$

Finalmente, si se suman los factores en común de la Ecuación [15], se obtiene la siguiente ecuación que define el límite inferior de la zona de transición basado en la ecuación de Colebrook-White y los límites definidos claramente por estos investigadores para la zona de transición.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{5.21}{Re\sqrt{f}}\right) \quad [16]$$

### Límite superior zona de transición

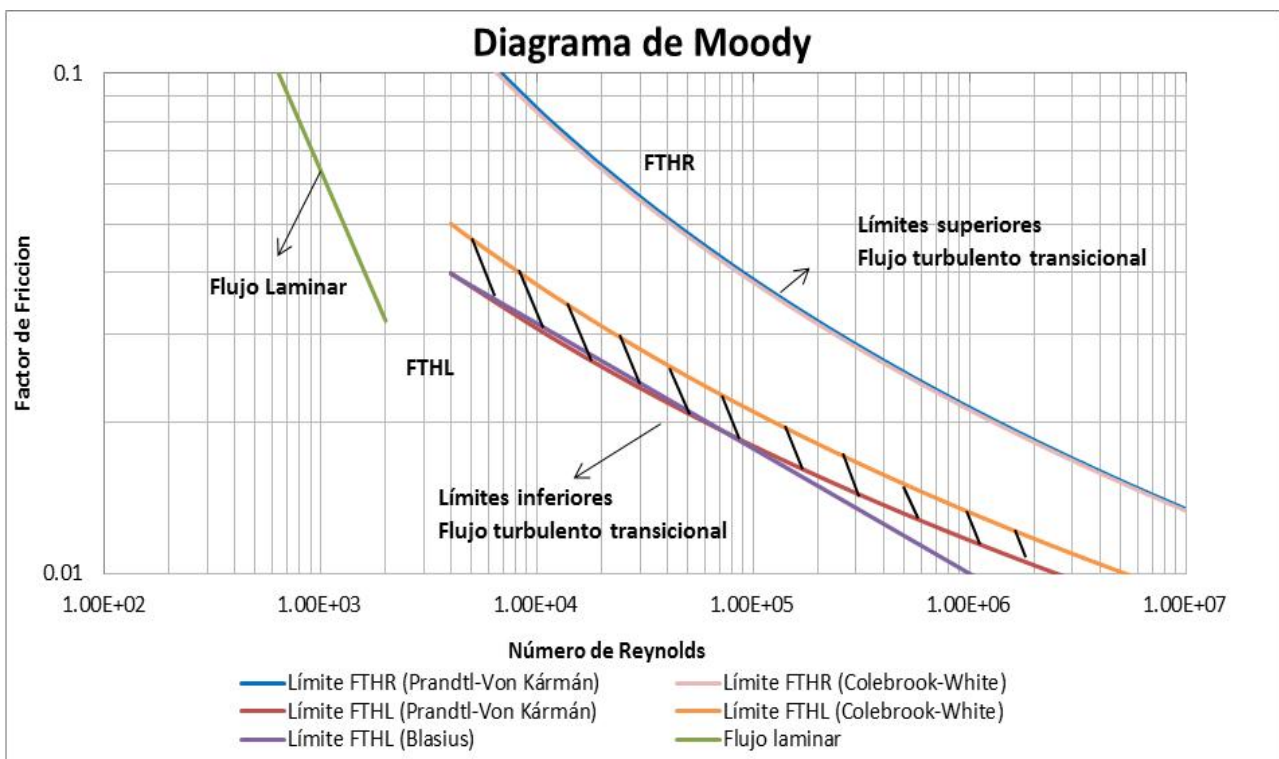
El límite superior del FTT está definido por los flujos que pueden mínimo clasificarse como FTTHR. Según Colebrook-White (1939), estos se presentan cuando la rugosidad de la tubería (ks) es igual a 6.1 veces el espesor de la subcapa laminar viscosa ( $\delta'$ ) como se puede ver en la Ecuación [6]. Por ello, si la rugosidad de la tubería es superior a dicho valor, el flujo es hidráulicamente rugoso.

Teniendo en cuenta lo anterior y llevando a cabo el mismo proceso deductivo para el límite inferior de la zona de transición, se obtuvo la siguiente ecuación que describe el límite superior de esta zona con base en la ecuación de Colebrook-White y la Ecuación [6]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{56.6}{Re \sqrt{f}} \right) \quad [17]$$

## ANÁLISIS

Para entender el efecto que puede tener estos nuevos límites de la zona de transición en el Diagrama de Moody, se dibujó el límite inferior y superior de la zona de transición en el Diagrama de Moody con base en las Ecuaciones [16] y [17] respectivamente. Luego, se demarcaron los límites de esta zona en dicho Diagrama a partir de las ecuaciones de Blasius [2] y Prandtl-Von Kármán (ver Ecuaciones [4] y [5]), para luego compararlos con los límites obtenidos a partir de la ecuación de Colebrook-White. Lo anterior se puede ver en la Figura 2.



**Figura 2.** Delimitación del flujo turbulento transicional en el Diagrama de Moody.

Si se compara el límite superior de la zona de transición obtenido a partir de la ecuación de Colebrook-White (ver Ecuación [17]) vs. la ecuación de Prandtl-Von Kármán (ver Ecuación [5]), se puede ver en la Figura 2 que estos coinciden en toda la extensión del Diagrama de Moody. Sin embargo, el límite inferior del FTT demarcado a partir de la Ecuación [4] difiere del dibujado en el Diagrama de Moody, ya que el obtenido a partir de la ecuación de Colebrook-White [2] hace más estrecha la zona que describe este tipo de flujo en dicho Diagrama, lo que implica que la ocurrencia del FTHL sería más común en el diseño de tuberías en comparación con la ecuación de Prandtl-Von Kármán para este tipo de flujo. Esto se refleja claramente en la región sombreada de la Figura 1 y se presenta debido a que el orden de magnitud del primer sumando del paréntesis de la ecuación de Colebrook-White (ver Ecuación [2]) es igual al orden de magnitud del segundo sumando con base en el proceso deductivo de la Ecuación [16]. Este resultado, modifica la concepción que se tiene que la rugosidad relativa no se debe considerar en el análisis de tuberías que presentan FTHL.

Teniendo en cuenta lo anterior, es necesario analizar el efecto que pueden tener estos nuevos límites de la zona de transición del Diagrama de Moody. Para ello, se diseñaron diversas redes hipotéticas basadas en redes de distribución de agua potable (RDAP) de Colombia tales como Red La Cumbre, Red Bogotá-Cazucá y Red San Vicente utilizando las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Hazen-Williams (ver Ecuación [8]). Para diseñar estas redes se utilizó el programa REDES, programa creado en la Universidad de los Andes Bogotá, Colombia (1988) para realizar el análisis y diseño optimizado de RDAP, por medio de la metodología de diseño Superficie Óptima del Gradiente Hidráulico (Ochoa, 2009), teniendo en cuenta los siguientes parámetros de diseño en común para estas tres redes:

- Presión mínima de diseño: 20 metros de columna de agua.
- Los materiales utilizados para el diseño de estas redes fueron el PVC, Hierro dúctil, polietileno y acero. Por ello, se adoptó la rugosidad absolutas (**ks**) y los coeficientes de Hazen-Williams (**CHW**) de dichos materiales de las normas de las Empresas Públicas de Medellín (EPM,2009):

**Tabla 1.** Rugosidades de las tuberías.

Material\Rugosidad tubería	ks (mm)	C <sub>HW</sub>
Acero	0.45	120
Hierro dúctil	0.25	140
Polietileno	0.007	150
PVC	0.0015	150

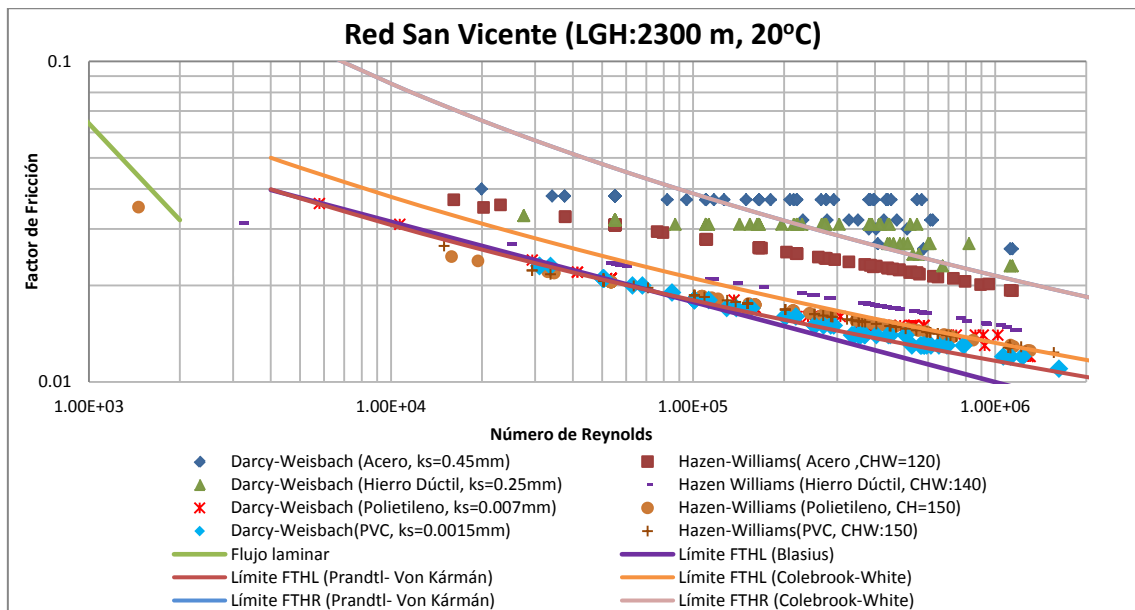
- Se adoptó el valor de viscosidad cinemática del agua para una temperatura de 20°C.
- La estimación de la demanda en cada uno de los nudos se hizo de forma uniforme en toda en la red, dividiendo la demanda total de esta por el número de nudos totales de la red de diseño, de tal forma que en ninguno de los nudos se presentara un caudal de consumo inferior a 1.48 L/s o mayor a 2.6 L/s.

A partir de lo anterior, se definió la demanda total de la red, consumo por nudo y línea de gradiente hidráulico (LGH) de la fuente de abastecimiento de cada una de las redes mencionadas anteriormente con respecto al nivel del mar (m.s.n.m), tal como se ilustra en la siguiente tabla.

**Tabla 2.** Parámetros de diseño de las Redes La Cumbre, Bogotá-Cazucá y Red Elevada.

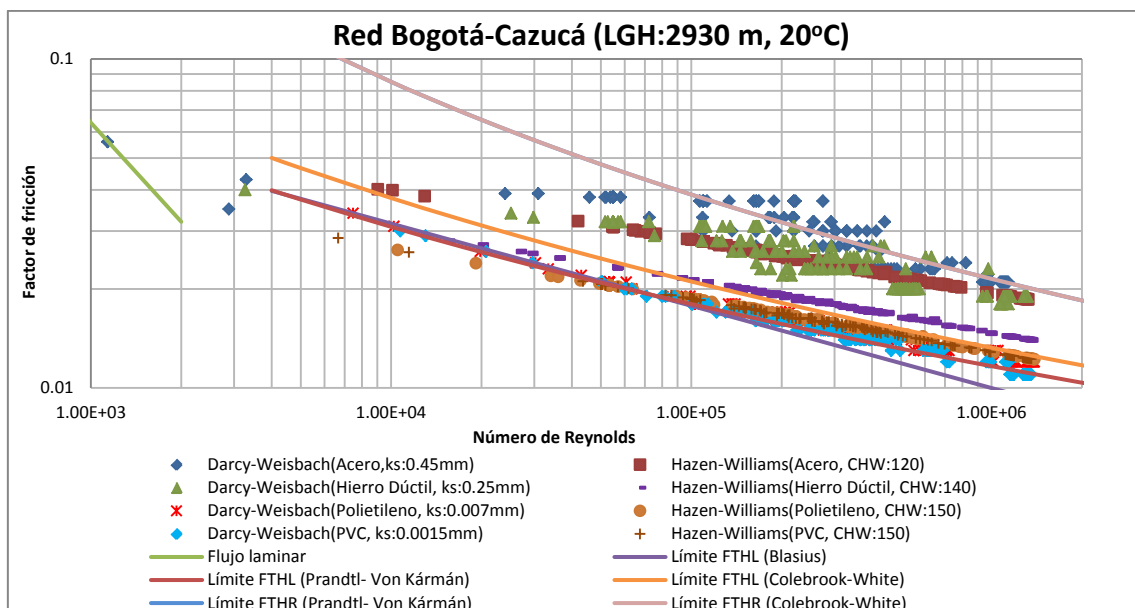
Parámetro\RDAP	Red San Vicente	Bogotá-Cazucá	La Cumbre
No Nudos	62	145	338
No Tubos	71	150	378
Demanda total (L/s)	135	315	500
Consumo por nudo (L/s)	2.18	2.17	1.48
Altura promedio (m.s.n.m)	2150	2720	950
Línea del gradiente hidráulico de la fuente de Abastecimiento (m.s.n.m)	2300	2930	1200

Posteriormente, se localizaron los factores hidráulicos obtenidos a partir de cada uno de los diseños de la Red San Vicente, Red Bogotá –Cazucá y Red La Cumbre en el Diagrama de Moody de la Figura 2, como se puede ver en las Figuras 3, 4 y 5 respectivamente.



**Figura 3.** Factores hidráulicos obtenidos para la Red San Vicente.

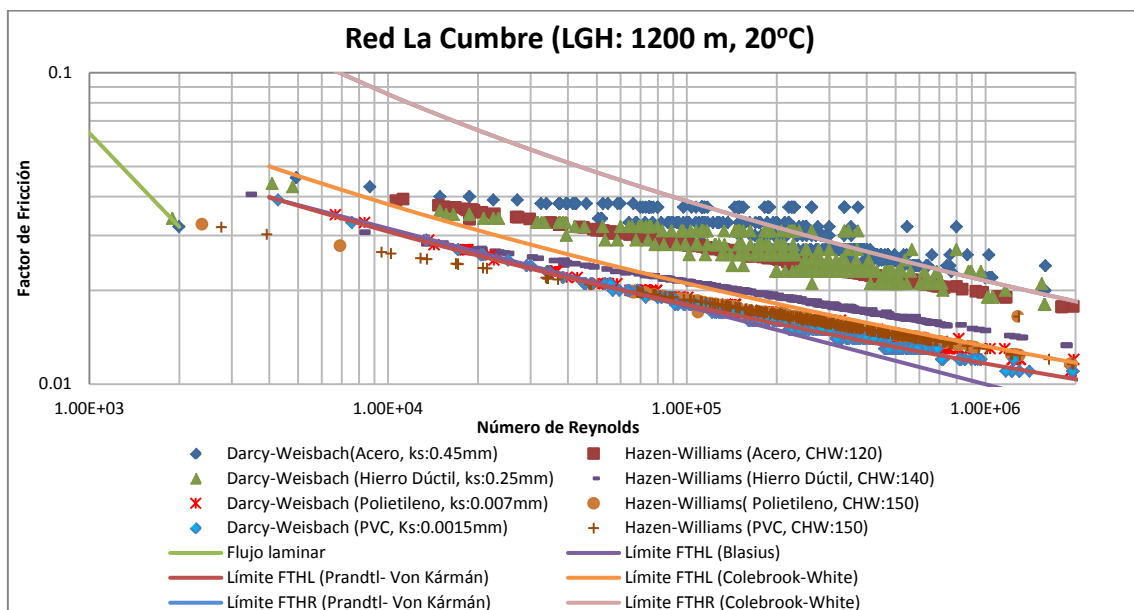
En relación con el diseño de la Red San Vicente, en la Figura 3 se puede ver que los factores hidráulicos obtenidos para el diseño de esta red con el Acero y Hierro Dúctil, se localizan en su mayoría en la zona de FTHR cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Sin embargo, se puede observar que los factores hidráulicos obtenidos por medio de la ecuación de Hazen-Williams se ubican en su mayoría en la zona de transición definida a partir de las ecuaciones de Prandtl-Von Kármán y Colebrook-White, pero se distingue claramente que para números de Reynolds inferiores a 100000 los factores hidráulicos calculados para el Hierro dúctil con esta última ecuación se localizan dentro de la zona de FTHL definida a partir de la ecuación de Colebrook-White. Igualmente, en esta figura se puede observar que la tendencia que se presenta para el Acero y Hierro Dúctil no sucede de igual forma para el PVC y el Polietileno, debido a que los factores de fricción obtenidos por medio de la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a igualarse con los calculados en la ecuación de Hazen-Williams, los cuales se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 2, y específicamente en la zona de FTHL con base en el nuevo límite inferior de la zona de transición definido a partir de la ecuación de Colebrook-White y la zona de transición demarcada con base en la ecuación de Prandtl-Von Kármán.



**Figura 4.** Factores hidráulicos obtenidos para la Red Bogotá-Cazucá.



Por su parte, en la Figura 4 se puede observar que los factores de fricción obtenidos para el diseño de la Red Bogotá-Cazucá con el Acero y Hierro Dúctil, se localizan en su mayoría en la zona de transición cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Por otro lado, se puede ver que los factores hidráulicos obtenidos por medio de la ecuación de Hazen-Williams se ubican por debajo de los calculados por esta ecuación o se alejan del límite superior de la zona de transición dibujado a partir de la ecuación de Prandtl-Von Kármán o la ecuación de Colebrook-White. Así mismo; se puede observar que la tendencia que se presenta para el Acero y Hierro Dúctil no ocurre de igual forma para el Polietileno y PVC, ya que los factores de fricción obtenidos por la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a igualarse con los calculados en la ecuación de Hazen-Williams y se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 2 o en el FTHL con base en el nuevo límite inferior del FTT. Es importante aclarar que, para números de Reynolds inferiores a 10000, los factores hidráulicos calculados para el Polietileno y PVC se ubican en la zona de FTHL definida a partir de la ecuación de Colebrook-White y la ecuación de Prandtl-Von Kármán, pero después de dicho número este comportamiento no se presenta.



**Figura 5.** Factores hidráulicos obtenidos para la Red La Cumbre.

Finalmente, con base en la Figura 5 se puede observar que, para una temperatura de 20°C y LGH=1200 m.s.n.m, los factores hidráulicos obtenidos en el diseño de la Red La Cumbre con el Acero y Hierro Dúctil, se localizan cerca al límite superior de la zona de transición cuando se utiliza en el diseño la ecuación de fricción de Darcy-Weisbach. Por otro lado, se puede ver que los factores hidráulicos obtenidos por medio de la ecuación de Hazen-Williams para estos materiales se alejan de este límite descrito por la ecuación de Prandtl-Von Kármán y la ecuación de Colebrook-White. Adicionalmente, de esta misma figura se puede apreciar que la tendencia que se presenta para el Acero y Hierro Dúctil es similar para el Polietileno y el PVC para números de Reynolds inferiores a 100000 ya que los factores de fricción obtenidos por la ecuación de Darcy-Weisbach tienden a ser mayores comparados con los calculados con la ecuación de Hazen-Williams. Sin embargo, es importante mencionar que los factores de fricción obtenidos por estas ecuaciones tienden a igualarse para estos dos materiales, los cuales se ubican en su mayoría en la región sombreada de la Figura 2, y específicamente en el FTHL con base en el nuevo límite inferior de la zona de transición definido a partir de la ecuación de Colebrook-White. Por último, en esta figura se puede ver que en comparación al diseño de la Red San Vicente y la Red Bogotá-Cazucá, para números de Reynolds inferiores a 100000, se obtienen factores hidráulicos dentro del FTHL para materiales rugosos como el Hierro Dúctil a partir del nuevo límite inferior del FTT, cuando se diseña con la ecuación de Hazen-Williams.

## CONCLUSIONES

- Para materiales que presentan rugosidades absolutas inferiores a 0.007 mm o coeficientes de Hazen-Williams superiores a 140, los factores hidráulicos obtenidos a partir del diseño de las redes analizadas en este artículo, utilizando las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Hazen-Williams, se localizaron en la región sombreada de la Figura [2]. Por lo anterior, se puede concluir que el límite inferior de la zona de transición del Diagrama de Moody debe ser revisado, para establecer si el nuevo límite definido a partir de la ecuación de Colebrook-White puede contribuir a entender mejor el comportamiento de las tuberías en el FTHL.
- Con base en el proceso deductivo de la Ecuación [16], se puede concluir que el factor de fricción en FTHL no depende únicamente del número de Reynolds sino también de la rugosidad de la tubería, ya que el orden de magnitud del primer sumando del paréntesis de la ecuación de Colebrook-White (ver Ecuación [6]) es igual al orden de magnitud del segundo sumando. Por lo anterior, se debería establecer, realmente, si la rugosidad en este tipo de flujo puede afectar el cálculo del factor de fricción.

## REFERENCIAS

- Bombardelli F. & Garcia M.** (Noviembre de 2003). "Hydraulic Design of Large-Diameter Pipes". Recuperado el Marzo de 13 de 2010, de *ascelibrary*: [http://: www.ascelibrary.com](http://www.ascelibrary.com).
- Brown, G. O.** (2004). "The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe flow resistance". Recuperado el 4 de Marzo de 2010, de *ascelibrary*: <http://www.ascelibrary.org>.
- Colebrook, C.F** (1939). "Turbulent flow in pipes, whit particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws". *Journal of Institution of Civil Engineers*, Vol 11, 133-156.
- Diskin, M.** (1960). "The limits of applicability of the Hazen-Williams formula". *Houille Blanche* , 720-723.
- EPM.** (2009). *Normas de diseño de sistemas de acueducto*. Medellin.
- Liou, C. P.** (1998). "Limitations and proper use of the Hazen-Williams equation". Recuperado el 5 de Marzo de 2010, de *ascelibrary*: <http://www.ascelibrary.com>
- Moody, L.** (1944). "Friction factors for pipe flow". *Trans. ASME*. 671-684.
- Ochoa, S.** (2009). *Diseño optimizado de redes de distribucion de agua potable con base en el concepto energético de superficie óptima de gradiente hidráulico*. Bogotá D.C.: Trabajo de grado, Universidad de los Andes.
- Saldarriaga Valderrama, J. G.** (2007). *Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riego* . Bogotá, D.C.: Alfaomega: Uniandes.
- Vennard, D.** (1961). *Elementary Fluid Mechanics*. Fourth edition, New York: Jhon Wiley & Sons.