

# XIX SEMINARIO NACIONAL DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

## Diseño optimizado de redes de distribución de agua potable mediante la superficie óptima de gradiente hidráulico

*S.Ochoa<sup>2</sup>, J.G. Saldarriaga<sup>1</sup>, C. Galvis<sup>2</sup> y P.Ñañez<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental - Director, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados –CIACUA–, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia; email: jsaldarr@uniandes.edu.co.*

*<sup>2</sup>Investigadores, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados –CIACUA–, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia; email: susana8ar@hotmail.com, cp.galvis89@uniandes.edu.co, pa.nanez49@uniandes.edu.co.*

### RESUMEN:

El problema del diseño optimizado de redes de distribución de agua potable consiste en encontrar la combinación de diámetros de tuberías que minimice el costo constructivo del sistema, satisfaciendo restricciones hidráulicas y comerciales. Por su complejidad, éste ha sido clasificado como un problema combinatorio NP-duro. Para solucionarlo se han desarrollado algoritmos de optimización que se basan en la imitación de fenómenos físicos y naturales para explorar el espacio de búsqueda; en contraste, en este estudio se desarrolló una metodología de diseño únicamente basada en las características hidráulicas y topológicas del sistema, la cual supone que existe una superficie ideal de presiones donde se puede obtener una configuración de diámetros cercana a la de mínimo costo. La metodología propuesta es utilizada para diseñar tres redes de prueba ampliamente reportadas en la literatura (Two-loop, Hanoi y Balerna) y probó ser eficaz y eficiente en encontrar diseños óptimos en pocas iteraciones.

### ABSTRACT:

The optimal design problem of a water distribution networks has as its objective is to find the combination of pipe diameters that minimized construction costs. This optimization problem is formulated as the search of the minimum cost networks design while satisfying both hydraulic and commercial restrictions. Due to its complexity, it has been classified as an NP-hard combinatorial problem. This problem has been tackled by optimization algorithms that mimic natural or physical phenomena in order to explore the solution space; in contrast, a design methodology which is only based on the hydraulic and topological characteristics of the system is introduced in this study. This methodology is founded on the assumption that an ideal hydraulic gradient surface exists; from this surface, a combination of pipe sizes which is close to the optimum one can be obtained. The proposed methodology was applied to the design of three benchmark networks (Two-loop, Hanoi and Balerna) and it proved to effective and efficient in finding near optimal designs in a small number of simulations.

### PALABRAS CLAVES:

Redes de distribución, diseño optimizado, superficie de presiones.

## INTRODUCCIÓN

El diseño óptimo de redes de distribución de agua potable (RDAP) consiste en determinar los diámetros de la red con valores discretos dados por el fabricante, para satisfacer los caudales de diseño en cada uno de los nudos y una presión mínima para el suministro de agua. Existen múltiples configuraciones de diámetros de tuberías que satisfacen las restricciones hidráulicas, pero sólo una es la más económica, esta es la razón de que el diseño de RDAP es un proceso susceptible de ser optimizado. *Yates et al. 1984* probó que no hay un método no lineal que resuelva la relación entre las pérdidas de energía de una tubería y el caudal, en un tiempo finito; por lo tanto el diseño de una RDAP nueva se puede considerar un problema combinatorio NP-DURO, lo que quiere decir que no se conoce un método determinístico para solucionarlo en un tiempo polinomial. Por lo anterior, este problema no puede ser tratado de forma convencional, sino que su solución requiere de metodologías especiales que, en un tiempo computacional razonable, permitan obtener al menos un mínimo local que satisfaga las restricciones del problema.

En la literatura este problema es solucionado mediante técnicas tradicionales en el diseño óptimo de RDAP. Sin embargo, estas técnicas presentaban varios inconvenientes de optimización: son difíciles de implementar y usualmente llevaban a diseños con diámetros continuos. Para superar estos inconvenientes en las últimas décadas se han enfocado en la implementación de heurísticas derivadas de la naturaleza tales como: algoritmos genéticos, recocido simulado, algoritmos inmunes, entre otros.

Aunque estas metodologías requieren de un modelo matemático para verificar que los diseños cumplan con las restricciones de caudal y presión mínima, ninguna de ellas se basa en el análisis y comprensión de la hidráulica del sistema para obtener el diseño de mínimo costo. La primera aproximación netamente hidráulica reportada en la literatura es la propuesta por Wu en 1975, aplicadas a diseño de sistemas de irrigación y en 1983, Featherstone et al., en la Universidad de Newcastle upon Tyne (Inglaterra), sugirió extender el criterio de Wu al caso de RDAP. Más adelante, Fujiwara (1987 y 1991) comprobó que tal expansión del criterio de Wu es posible.

En lo descrito hasta ahora, se puede entender la gran ventaja competitiva de contar con diseños óptimos, ya que permiten un gran ahorro económico en el sector público y privado en la construcción de RDAP por tanto, el Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de los Andes (CIACUA) ha presentado proyectos para mejorar las metodologías existentes en la literatura. Una de ellos desarrolla un algoritmo para el diseño optimizado de RDAP; esta nueva metodología, se denomina Superficie Óptima de Presiones (SOP). En la investigación presentada se complementa y mejora la metodología de diseño SOP, realizando un análisis de los diseños óptimos de múltiples series de tuberías con características topológicas e hidráulicas diferentes. A partir de este estudio se identifican los parámetros que determinan la forma óptima de la línea de gradiente hidráulico (LGH) de una serie de tuberías; es decir, la forma de la LGH que corresponde al diseño de mínimo costo. Con base en esto se desarrolla un procedimiento para estimar la forma de la LGH óptima, a partir de la cual se pueden diseñar series de tuberías.

Por último, la metodología desarrollada para el diseño de series de tuberías se expande al caso de RDAP. Esta nueva metodología se denomina Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH). El desempeño de la metodología propuesta fue puesto a prueba en el diseño de tres redes de referencia ampliamente reportadas en la literatura: Two-loop, Hanoi y Balerna; estos diseños se aproximan al mínimo costo con un menor número de iteraciones.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Métodos clásicos de optimización utilizados para solucionar el problema que presenta el diseño de RDAP (Bonabeau et al., 1999; Kennedy et al., 2001) plantean al problema de optimización como la búsqueda de la combinación de diámetros de tuberías que minimice el costo constructivo del sistema, satisfaciendo las restricciones de demandas en los nudos y presión mínima en los nudos de consumo. Adicionalmente se debe considerar que los diámetros de las tuberías solo pueden tomar los valores discretos que se encuentren disponibles en el mercado. El costo constructivo generalmente se puede calcular mediante una función potencial del diámetro, así:

$$C = \sum_{i=1}^{NT} aL_i D_i^b, \quad (1)$$

donde  $NT$  es el número de tubos que conforman la RDAP,  $L_i$  es la longitud del  $i$ -ésimo tubo de la red,  $D_i$  es el diámetro del  $i$ -ésimo tubo de la red,  $a$  y  $b$  son parámetros que se determinan mediante regresión teniendo en cuenta el valor comercial de las tuberías de un material dado y su costo de instalación en función del diámetro. Es esta función de costo la función objetivo a minimizar del problema de optimización.

Con respecto a las restricciones del problema, satisfacción de demandas y presión mínima en los nudos de consumo, estas son evaluadas teniendo en cuenta un modelo que representa la hidráulica de la RDAP en estado estacionario. Dada la topología de la red (nudos y tuberías), los diámetros de las tuberías a evaluar (diseño), los niveles en los tanques de almacenamiento y las demandas en los nudos de consumo, el modelo entrega las presiones en todos los nudos (para estado estacionario). Una vez obtenidos los valores de los estados del sistema (caudales y presiones) se evalúa si el diseño (conjunto de diámetros) cumple con las restricciones hidráulicas de diseño. La principal restricción es la satisfacción de la presión mínima:

$$H_j \geq H_j^{min}$$

donde,  $H_j$  es la presión del nudo  $j$  y  $H_j^{min}$  es la presión mínima requerida en el nudo  $j$ .

Utilizando el planteamiento propuesto por Todini et al., 1982, el modelo utilizado está conformado por dos grupos de ecuaciones algebraicas no lineales. El primer grupo de ecuaciones representa el balance de masa en los nudos, en donde, el flujo que entra es igual al flujo que sale de cada nudo.

$$\sum_{j=1}^{NT_j} Q_{ij} = q_j,$$

donde,  $NT_j$  es el número de tuberías conectadas al nudo  $j$ ,  $Q_{ij}$  es el caudal que fluye por el tubo  $i$  que se conecta al nudo  $j$  ( $Q_{ij}$  se considera positivo cuando el caudal fluye hacia el nudo  $j$  y negativo si fluye en el sentido contrario) y  $q_j$  es la demanda en el nudo  $j$ . El segundo grupo de ecuaciones representa el balance de energía alrededor de un circuito cerrado, en donde, las pérdidas de energía alrededor de un circuito cerrado son cero.

$$\sum_{j=1}^{NT'_k} (h_{f_{ik}} + h_{m_{ik}}) + \sum_{l=1}^{n_{bombas_k}} E_{b_l} = 0,$$

donde,  $NT'_k$  es el número de tuberías que conforman el circuito  $k$ ,  $h_{f_{ik}}$  es la pérdida de energía por fricción a lo largo del tubo  $i$  del circuito  $k$ ,  $h_{m_{ik}}$  son las pérdidas menores de energía a lo largo del tubo  $i$  del circuito  $k$ ,  $n_{bombas_k}$  es el número de bombas en el circuito  $k$  y  $E_{b_l}$  es la presión adicionada por la bomba  $l$ . Los dos conjuntos de ecuaciones deben ser solucionados conjuntamente, teniendo como variables las presiones en los nudos y los caudales en las tuberías ( $n + NT$  variables) utilizando  $n + NT'_k$  ecuaciones, donde  $n$  es el número de nudos y  $NT$  es el número de tuberías.

## ANÁLISIS DE LA LÍNEA DE GRADIENTE HIDRÁULICO ÓPTIMA DE TUBERÍAS EN SERIE

Los métodos clásicos de optimización basados en gradiente y técnicas que hacen uso de algoritmos evolutivos: Algoritmos genéticos (GA) (Savic y Walters 1997; Wu y Simpson, 2001; Marías, 2003; Wu y Walsky, 2005); Ant Colony Optimization (ACO) (Maier et al., 2003; Zecchin et al., 2006); Simulated Annealing (Cunha y Sousa, 1999); Shuffled Complex Evolution (Liong y Atiquzzama, 2004); y búsqueda de armonía (Geem, 2006), dentro de otros en diseño de RDAP no analizan directamente la hidráulica del problema, simplemente hacen búsquedas de posibles soluciones utilizando modelos físicamente basados para evaluar la factibilidad de la solución. Es por esta razón que la metodología propuesta en este artículo hace uso de un análisis de la forma de la superficie de presiones óptima para ciertas configuraciones de redes para luego generalizar este concepto para diferentes tipos de redes. A continuación se hace un análisis de la línea de gradiente hidráulico (LGH) correspondiente a los diseños de mínimo costo de múltiples series de tuberías; los resultados obtenidos en este análisis constituyen el punto de partida de la metodología para el diseño de RDAP que se describe más adelante.

El primero en sugerir que la LGH de los diseños de mínimo costo de tuberías en serie tiene una forma particular fue Wu., 1975. Wu demuestra que el diseño tuberías de menor costo (considerando solo costos de materiales y construcción) tiene una LGH curva convexa que se encuentra un poco por debajo de la línea recta que une las presiones al inicio (punto A de la Figura 1) y al final (punto B de la Figura 1) de la serie de tuberías. Es decir, Wu estableció que la LGH óptima tiene, en la sección media, una flecha del 15% de  $\Delta H$  con respecto a la línea recta (línea AB de la Figura 1), donde  $\Delta H$  corresponde a la presión total disponible. Como se muestra en la Figura 1.

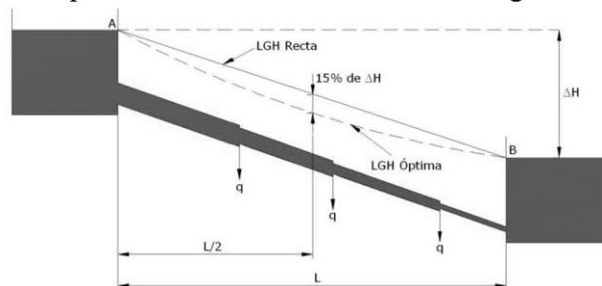


Figura 1. Criterio de I-pai Wu., 1975.

El criterio propuesto por Wu es solo válido para tuberías en serie con demandas uniformes, es decir, de igual magnitud e igualmente espaciadas. En contraste, a continuación se presenta un criterio que es aplicable a tuberías en serie con demandas no uniformes y espaciadas no uniformemente. Consecuentemente, se presenta un análisis estadístico con un muestreo aceptable de 120 series de tuberías con diferente distribución y magnitud de la demanda, con topografía variable, con diferente presión en la fuente de abastecimiento y con diferentes longitudes de los tramos de tubería, para así determinar la forma de la LGH óptima para series de tuberías con demandas no uniformes. Para cada una de las 120 series generadas se obtiene un diseño de mínimo costo (mediante algoritmos genéticos). En este análisis se observa que la LGH los diseños se ajustan siempre a una curva cuadrática (los errores cuadráticos medios obtenidos al ajustar las líneas de gradiente hidráulico obtenidas con GA a curvas cuadráticas son siempre superiores al 98% e.g., en la Figura 2 se presenta la LGH del diseño obtenida con GA de dos series de tuberías con demandas no uniformes). Se puede observar que las LGH de mínimo costo pueden ser aproximadas a curvas cuadráticas; sin embargo, para cada serie de tuberías se obtiene una curva diferente (figuras izquierda y derecha respectivamente).



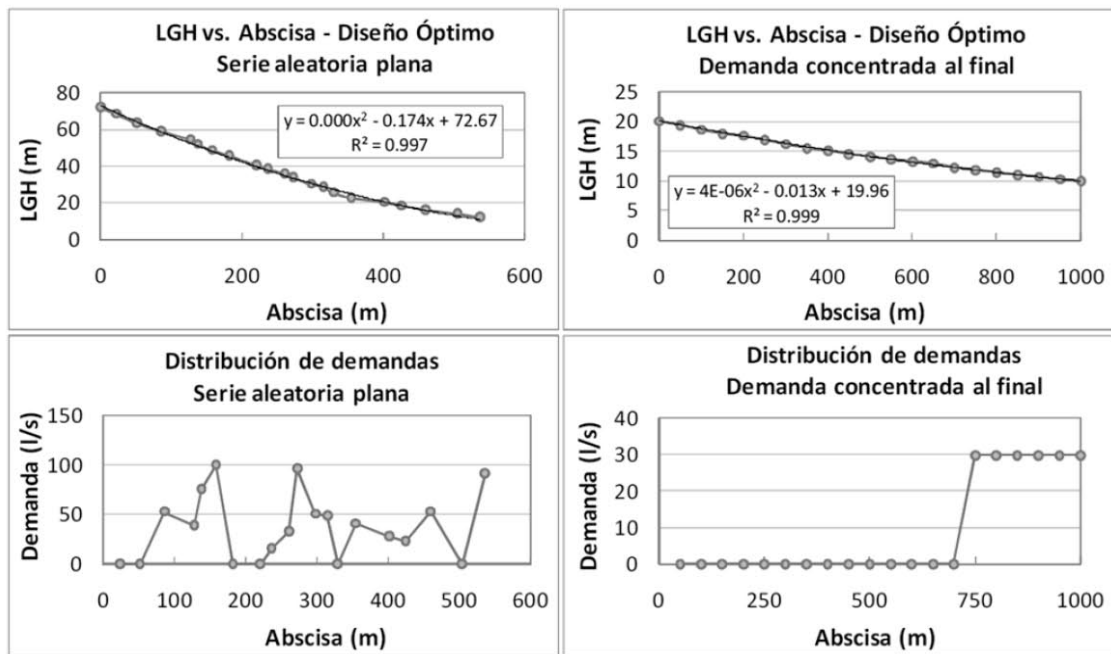


Figura 2. LGH óptima y distribución de demandas de una serie de tuberías con demandas aleatoriamente distribuidas (izquierda superior e inferior) y con demandas concentradas al final (derecha superior e inferior)

Estadísticamente la forma de la LGH óptima\* (en donde óptima\* hace referencia al mejor diseño obtenido mediante GA) de una serie de tuberías depende principalmente de tres factores:

- Distribución de demandas.
- Relación entre el caudal total demandado y la longitud total de la serie de tuberías.
- Exponente de la función de costos.

Adicionalmente, se observa que la presión total disponible del sistema ( $\Delta H$ ) no afecta significativamente la curvatura de la LGH óptima. A continuación se presenta el análisis estadístico para cada uno de los factores anteriormente mencionados, finalmente se hace un resumen del procedimiento para la estimación de la forma de la LGH óptima\* para una serie de tuberías.

### 1. Efecto de la Distribución de Demandas Sobre la Flecha Máxima de la LGH Óptima\*

Para este propósito se generaron 50 series de tuberías con igual longitud total (1000m), igual presión a la entrada (50m) e igual demanda total (1m<sup>3</sup>/seg). Además se tienen en cuenta diferentes patrones de demanda. Manteniendo todas las demás variables fijas, excepto la distribución de demandas, es posible analizar el efecto de esta última en la magnitud de la flecha óptima\*.

Para medir la distribución de demandas de una serie de tuberías se proponen dos indicadores: i) el *Centroide de Demandas* ( $\bar{x}$ ) y ii) el *Coefficiente de Uniformidad* (CU). i) es una medida de la centro de masa de las demandas a lo largo de la serie de tuberías y ii) es una medida de la dispersión de las demandas con respecto al *Centroide de Demandas*.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=0}^{NN} q_i d_i}{QL}, \quad (2)$$

$$CU = \bar{x}_1 \left( \frac{L_1}{L} \right) + \bar{x}_2 \left( \frac{L_2}{L} \right), \quad (3)$$

Donde,  $NN$  es número de nudos de consumo del sistema,  $q_i$  es el caudal demandado en el nudo  $i$ ,  $d_i$  es la distancia del nudo  $i$  a la fuente de abastecimiento,  $Q$  es el caudal total demandado y  $L$  es la longitud total de la serie de tuberías. De la misma manera, donde,  $\bar{x}_j$  es el centroide de demandas del tramo  $j$ ,  $L_j$  es la longitud del tramo  $j$ . El centroide de cada tramo se calcula como:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{NN_j} q_i d_{n_j}}{L \sum_{i=1}^{NN_i} q_i} \quad (4)$$

donde,  $NN_j$  corresponde al número de nudos del tramo  $j$  y  $d_{n_j}$  es la distancia del nudo  $i$  al centroide general de demandas  $\bar{x}$ .

Mediante un ajuste a una función polinomial, se obtuvo la siguiente expresión para estimar la flecha óptima en función de  $\bar{x}$  y el  $CU$ . Cabe mencionar que el error medio cuadrático es de 88.4%, lo cual se considera aceptable.

$$Flecha = a + b\bar{x} + cCU + dCU^2 \quad (5)$$

Los resultados obtenidos para los parámetros de la ecuación se muestran en la Tabla 1.

Regression Variable Results				
Variable	Value	Standard Error	t-ratio	Prob(t)
a	0.435521465	3.64E-02	11.96423962	0
b	0.176612805	2.08E-02	-8.49833046	0
c	-0.977366227	0.252627675	-3.868801108	0.00034
d	0.906254447	0.459064981	1.974131079	0.05439

Tabla 1. Valores de los coeficientes de la Ecuación (5)

### 2. Efecto de la relación entre el caudal total y longitud total sobre la flecha máxima de la LGH óptima\*

Para analizar el efecto que tiene sobre la flecha máxima de la LGH la relación entre el caudal total demandado y la longitud total de la serie de tuberías, se analizaron 5 patrones de demanda diferentes, para cada uno de los cuales se generaron 24 series de tuberías con igual LGH en la fuente de abastecimiento (50m), igual exponente de la función de costos (1.46) e igual distribución de demandas, pero con diferente magnitud de las mismas y de las longitudes de los tramos de tuberías (Manteniendo iguales el patrón de demandas,  $\bar{x}$  y  $CU$ , a pesar de la diferencia en la magnitud de las demandas y en la longitud total). Mediante análisis estadísticos se determinó que la función del caudal (Q) y la longitud total (L) que establece la flecha de la LGH es similar a:

$$f(Q, L) = \frac{Q^2}{L^3} \quad (6)$$

Es importante aclarar que esta ecuación solo es válida para  $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9} m^3/s^2$ , para poder expandir esta metodología a otros valores de nuevo se hace una aproximación a una función, esta vez es una función logarítmica. La aproximación de la función  $f(Q, L)$  para la flecha óptima\* obtenida se puede ver en la Figura 3.

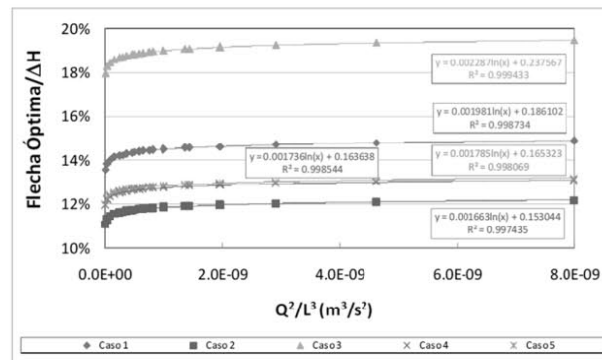
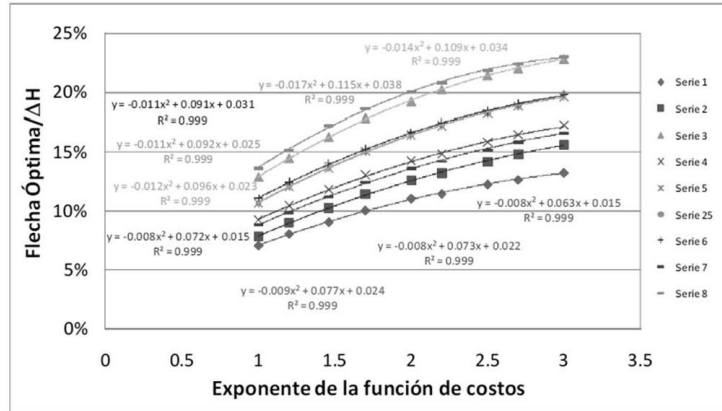


Figura 3. Efecto conjunto de la longitud y demanda total en la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa.

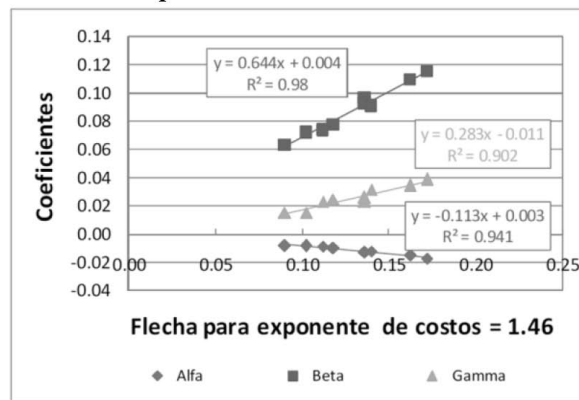
### 3. Efecto del exponente de la función de costos sobre la flecha máxima de la LGH óptima\*

Los costos de las series de tuberías en los análisis previos se calcularon con la función de costos de la Ecuación 1, dado un exponente de costos de 1.46 y un coeficiente de 0.015. No obstante, el diseño óptimo\* y, en consecuencia, la flecha óptima de una serie de tuberías pueden variar cuando el exponente de la función de costos cambia. Para analizar el efecto del exponente de la función de costos en la flecha óptima de la LGH se analizan 9 series de tuberías; para cada una de éstas se determina la flecha óptima para valores del exponente de la función de costos variando entre 1 y 3. En la Figura 4 se puede observar los resultados obtenidos.



**Figura 4.** Análisis del efecto del exponente de la función de costos en la flecha óptima\* de la LGH.

Se puede observar que, en todos los casos, la relación entre la flecha óptima y el exponente de la función de costos se ajusta a una parábola. Además, se puede notar que los coeficientes de las funciones crecen cuando crece el valor de la flecha para un exponente de costos dado. Para mostrar esto, en la Figura 5 se muestra la flecha óptima para un exponente de costos dado contra los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  de las ecuaciones cuadráticas ajustadas a los datos anteriores. Se muestran los resultados obtenidos para un valor del exponente de costos de 1.46.



**Figura 5.** Coeficientes de las ecuaciones cuadráticas de la Figura 4 Vs. Flecha óptima para un exponente de costos = 1.46

Se puede observar que la relación entre la flecha óptima (para un exponente de costos fijo) y el valor de los coeficientes de las ecuaciones cuadráticas ajustadas en la Figura 5 es aproximadamente lineal. Así, si se conoce la flecha óptima para un exponente de costos de 1.46, es posible utilizar las ecuaciones obtenidas a partir de la Figura 4 y de la Figura 5 para determinar la flecha óptima para cualquier otro valor del exponente de la función de costos. A partir del análisis previo, se ha definido el siguiente procedimiento para estimar la flecha óptima\* en un sistema de tuberías en serie con cualquier conjunto de características topológicas, hidráulicas y comerciales:

#### 4. Procedimiento para la estimación de la flecha óptima de la curva LGH Vs. Abscisa

Los pasos que se deben seguir para estimar la magnitud de la flecha óptima son los siguientes:

- i. Calcular el *Centroide de Demandas*  $\bar{x}$  mediante la Ecuación 5.
- ii. Calcular el *Coefficiente de Uniformidad CU* mediante la Ecuación 4.
- iii. Utilizar la Ecuación 5 para estimar la magnitud de la flecha óptima en función de  $\bar{x}$  y *CU*. La flecha calculada con esta ecuación corresponde a la relación  $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9} m^3/s^2$  y a un exponente de la función de costos de 1.46.
- iv. A partir de la flecha obtenida en el Paso *iii*, estimar la flecha óptima para el exponente de la función de costos ( $n$ ) que se tenga, utilizando la siguiente expresión:  $Flecha = \alpha n^2 + \beta n + \gamma$  donde,  $n$ : exponente de la función de costos  $\alpha = -0.1134F_{1.46} + 0.0032$ ,  $\beta = 0.6443F_{1.46} - 0.0043$ ,  $\gamma = 0.2835F_{1.46} + 0.0111$  y  $F_{1.46}$  es la flecha óptima para un exponente de 1.46 (obtenida en el Paso *iii*).
- v. A partir de la flecha obtenida en el Paso *iv*, válida para  $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9} m^3/s^2$ , calcular la flecha para la relación actual de  $Q^2/L^3$ . Para esto se utiliza la siguiente expresión:

$$Flecha = a \ln \frac{Q^2}{L^3} + b$$

Donde,  $a = 0.00868F_{1x10^{-9}} + 0.00066$ ,  $b = 1.18069F_{1x10^{-9}} + 0.01345$  y  $F_{1x10^{-9}}$  es la flecha óptima para una relación  $Q^2/L^3 = 1 \times 10^{-9} m^3/s^2$  (obtenida en el Paso *iv*).

Mediante estos 5 pasos es posible estimar la flecha óptima de la LGH de una serie de tuberías con cualquier patrón de distribución de demandas, con cualquier valor de la relación  $Q^2/L^3$ . Al conocer la magnitud de la flecha máxima de la LGH óptima, se conoce el tercer punto de esta curva y es posible determinar la ecuación cuadrática que describe su trayectoria.

$$LGH(x) = \mu x^2 + \nu x + \rho \quad (7)$$

A continuación se describe el procedimiento que se debe seguir para diseñar una serie de tuberías conociendo la forma de la LGH óptima.

#### 5. Metodología para el diseño optimizado de tuberías en serie con base en la curva LGH Vs. Abcisa

Los pasos que se deben seguir para diseñar una serie de tuberías con base en la curva LGH vs. Abcisa son los siguientes:

- i. Fijar los parámetros de diseño y características topológicas e hidráulicas de la serie de tuberías (i.e. presión mínima requerida, longitud de cada tramo de tubería, rugosidad de las tuberías, LGH en la fuente de abastecimiento, demandas, función de costos).
- ii. Estimar la flecha óptima de la curva LGH vs. Abcisa mediante el procedimiento establecido en el ítem 4.
- iii. Calcular la LGH ideal en cada nudo de la serie de tuberías utilizando la Ecuación 7.
- iv. A cada tramo de tubería se le asigna una pérdida objetivo igual a la diferencia de las LGH ideales de sus nudos inicial y final (estimadas en el Paso *iii*):  
 $P_{ij} = LGH_{ideal_i} - LGH_{ideal_j}$   
donde  $i$  es el nudo inicial del tramo y  $j$  es el nudo final.
- v. Con las pérdidas objetivo y el caudal de cada tramo de tubería, se calcula el diámetro óptimo para dicho tramo utilizando la ecuación de Darcy- Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook- White.

### METODOLOGÍA DE SUPERFICIE ÓPTIMA DE GRADIENTE HIDRÁULICO (SOGH) PARA EL DISEÑO DE RDAP

Esta metodología expande el concepto de LGH óptima de un sistema de distribución y haciendo uso de esta metodología calcula los diámetros de las tuberías que generan la LGH y que conforman un

diseño cercano al de mínimo costo. La metodología Superficie Óptima de Gradiente Hidráulico (SOGH) está programada en el software de simulación hidráulica y diseño REDES (CIACUA, 2008). Es importante anotar que antes de aplicar esta metodología se deben fijar los parámetros de diseño tales como: presión mínima requerida ( $P_{\min}$ ), función de costos, base de diámetros comerciales disponibles, ecuación de pérdidas de energía por fricción (Darcy-Weisbach o Hazen-Williams), número máximo de iteraciones y error admisible en el cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico. Las etapas que conforman la metodología SOGH se describen a continuación:

1. Asignación inicial de diámetros proporcionales a la distancia topológica.
2. Estimación de la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa. En el caso de redes de distribución, el Centroide de Demandas se estima utilizando la distancia topológica de cada nudo a las fuentes de abastecimiento y la longitud total corresponde a la sumatoria de las longitudes de los tubos que conforman la red. La distancia topológica de un nudo se define como el mínimo recorrido del agua desde cualquiera de las fuentes de abastecimiento hasta el nudo en cuestión. A partir de esta definición se puede notar que la distancia topológica depende del sentido de flujo en las tuberías, el cual, a su vez, depende de la asignación de diámetros que tenga la red.
3. Con la asignación de diámetros, calcular las distancias topológicas de los nudos a las fuentes de abastecimiento.
4. Cálculo de la superficie óptima de gradiente hidráulico; es decir, estimación de la LGH ideal de cada nudo de la red. Este cálculo se hace con base en las distancias topológicas calculadas previamente. Esta es la etapa más importante de la metodología SOGH y está compuesta por varios pasos, los cuales se describen a continuación:
  - a. Inicializar la LGH ideal de todos los nudos de la red en cero.
  - b. Determinar y asignar la fuente principal de abastecimiento de cada nudo de la red. Esto se hace inyectando un trazador en cada fuente de alimentación y calculando su trayectoria a través de la red; de esta manera es posible determinar los nudos que son alimentados por cada fuente. Si un nudo recibe agua de más de una fuente, se le asignará como fuente principal aquella con mayor LGH.
  - c. Detectar los sumideros de la red; es decir, aquellos nudos que constituyen el final de una o varias rutas del agua en la red.
  - d. Ordenar los sumideros de manera descendente según su distancia topológica (i.e. de mayor a menor distancia topológica).
  - e. Iniciar contador del ciclo de cálculo de sumideros:  $i = 1$ .
  - f. Asignar al sumidero  $i$  una LGH ideal igual a su cota o elevación ( $Z_{\text{sumidero } i}$ ) más la presión mínima de diseño (generalmente establecida por una norma local)
 
$$LGH_{\text{ideal sumidero } i} = Z_{\text{sumidero } i} - P_{\min} \quad (8)$$
  - g. Ajustar los coeficientes de la ecuación cuadrática que se utilizará para calcular la LGH óptima. La ecuación cuadrática es la misma derivada para el caso de tuberías en serie (Ecuación 7), pero con algunas consideraciones especiales. En el caso de redes de distribución, la abscisa ( $x$ ) de la Ecuación 7 corresponde a la distancia topológica de cada nudo. Además, los parámetros que determinan los coeficientes de la Ecuación 15 son los siguientes:
    - $LGH_{\max}$ : corresponde a la LGH del embalse principal del sumidero  $i$  obtenida en el paso b.
    - $LGH_{\min}$ : corresponde a la LGH ideal asignada al sumidero  $i$  en el Paso f.
    - $d_{\max}$ : corresponde a la distancia al nudo más alejado para el que se va a calcular la LGH. En este caso, el nudo más alejado es el sumidero, el cual constituye el



final de una de las rutas del agua en la RDAP. Donde  $d_{\max}$  corresponde a la distancia topológica del sumidero  $i$ .

- F: corresponde a la magnitud de la flecha máxima de la curva LGH vs. Abscisa (estimada en la Etapa 2 de la metodología SOGH).
5. Asignación de las pérdidas de energía objetivo a cada tramo de tubería, las cuales corresponden a la diferencia de las alturas piezométricas o LGH ideales de sus nudos inicial y final (estimadas en la Etapa 4).
  6. Cálculo del diámetro ideal de cada tubería para las pérdidas objetivo fijadas en la Etapa 5 y para los caudales obtenidos mediante el modelo del Paso 3
  7. Usando el modelo de simulación estimar las pérdidas reales de energía que tienen lugar en cada tubería para los nuevos diámetros calculados en la Etapa 6.
  8. Cálculo del error entre las pérdidas de energía objetivo (Etapa 5) y las calculadas con el modelo (Etapa 7).
  9. Si el error entre las pérdidas de energía calculadas y las objetivo es menor que el error admisible o si el número de iteraciones realizadas es superior al número máximo de iteraciones fijado al comienzo del proceso de diseño, se continúa con la Etapa 10; de lo contrario, se debe regresar a la Etapa 3.
  10. Realizar una simulación del modelo para la configuración de diámetros que se tiene al final de la Etapa 9.
  11. Si en al menos un nudo de la red la presión es inferior a la presión mínima, se debe realizar la corrección de las prominencias o nudos muy elevados, de lo contrario se continúa con la Etapa 12.
  12. Aproximación de todos los diámetros al siguiente diámetro comercial (los diámetros obtenidos al final de la Etapa 11 son continuos, no comerciales).
  13. Aplicación de programación por restricciones para aumentar diámetros hasta que se satisfaga el requisito de mínima presión en todos los nudos.
  14. Haciendo uso de la programación por restricciones disminuir los diámetros de algunas tuberías sin violar el requisito de mínima presión. Al final de la etapa anterior (Etapa 13) se tiene un diseño con diámetros comerciales que satisface esta restricción. Lo que se pretende hacer ahora mediante la aplicación de otro algoritmo de programación por restricciones es disminuir el diámetro algunas tuberías de la red, para así lograr una disminución en el costo constructivo, pero sin llegar a violar la restricción de presión mínima.

## APLICACIONES Y RESULTADOS

Para las redes de Hanoi y Two-loop, las pérdidas de energía por fricción se calcularon con la fórmula de Hazen-Williams, adoptando los siguientes valores para los parámetros de dicha ecuación: coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams,  $C_{HW} = 130$ ;  $\alpha = 1,852$ ;  $\beta = 4,871$ ; factor de conversión de unidades,  $\omega = 10.6668$  (para diámetro en metros y caudal en metros cúbicos por segundo). Para la red de Balerna, las pérdidas por fricción son calculadas con la ecuación de Darcy-Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook White, utilizando una densidad relativa y viscosidad relativa iguales a 1. La red de dos circuitos o Two-loop, está conformada por ocho tubos, dos circuitos, seis nudos de demandas y un embalse con LGH fija de 210 m que alimenta la red por gravedad. Todas las tuberías tienen una longitud de 1000 m y un coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams ( $C_{HW}$ ) de 130 y la presión mínima requerida en todos los nudos es de 30 m. c. a. Para el diseño de esta red se cuenta con 14 diámetros comerciales por lo que el espacio de búsqueda del problema (i.e. el número de posibles diseños) es  $14^8 = 1.14 \times 10^9$ .

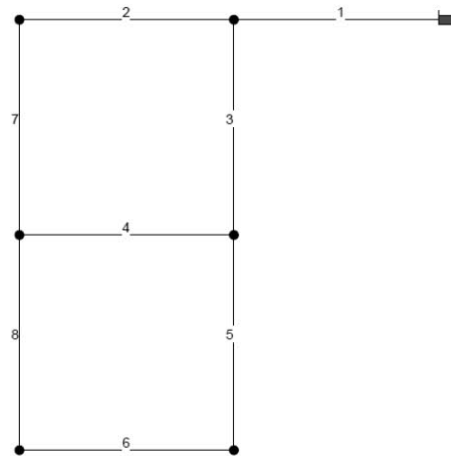


Figura 6.- Trazado de la red Two-loop.

Antes de realizar el diseño con la metodología SOGH, es necesario definir la flecha de la curva LGH vs. Abscisa que se utilizará para modelar la caída de altura piezométrica a lo largo de la red estudiada. Para la red *Two-loop*, el *Centroide de Demandas* es 0.7009 y el *Coefficiente de Uniformidad* es 0.2289; sin embargo, dado que los costos unitarios de esta red no se ajustan a una función potencial (lo cual es atípico), la metodología desarrollada para estimar la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa no puede ser directamente aplicada a esta red.

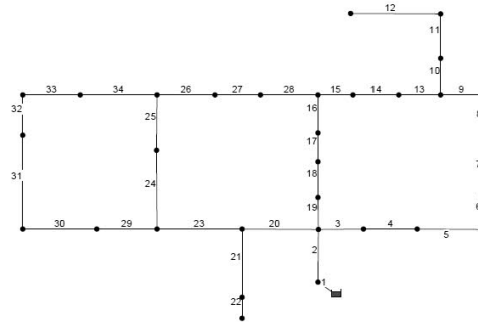
Para evaluar el desempeño de la metodología implementada, los resultados obtenidos con ésta se deben comparar con los obtenidos con otros algoritmos de optimización; esta comparación se presenta en la Tabla 2. Se puede ver que el mejor diseño encontrado corresponde a una flecha cercana al 35%, tiene un costo de 419,000 unidades monetarias. Y el diseño óptimo se logra en 48 simulaciones hidráulicas y mediante la metodología SOGH se llegó al mismo diseño óptimo obtenido con otros algoritmos, pero en un número considerablemente menor de simulaciones hidráulicas, esta metodología no se basa en procesos aleatorios, sino en las características hidráulicas y topológicas del sistema, es decir es un proceso explícito y determinístico.

Algoritmo	Factor $\omega$ (H-W)	Costo (\$)	NMS*
Algoritmos genéticos (Savic & Walters 1997)	10.5088	419,000	65,000
Recocido simulado (Cunha & Sousa 1999)	10.5088	419,000	25,000
Algoritmos genéticos (Wu et al. 2001)	10.5088	419,000	7,467
Salto mezclado de la rana (Eusuff & Lansey 2003)	10.6668	419,000	11,155
Evolución compleja mezclada (Tiong & Atiquzzaman 2004)	10.6668	419,000	1,091
Algoritmos genéticos (Reca y Martínez, 2006)	10.6668	419,000	10,000
Búsqueda de armonía (Geem, 2006)	10.6668	419,000	1,121
Entropía cruzada (Perelman & Ostfeld, 2007)	10.6668	419,000	35,000
Búsqueda dispersa (Lin et al. 2007)	10.6668	419,000	3,215
Búsqueda de armonía con en- jambre de partículas (Geem 2009)	10.6668	419,000	204
Superficie óptima de gradien- te hidráulico (Este estudio)	10.6668	419,000	48

NMS –Número mínimo de simulaciones hidráulicas

Tabla 2.- Comparación de resultados para la red Two-loop.

La red de Hanoi (Figura 7) está conformada por 24 tubos, tres circuitos, 31 nudos de consumo y un embalse, el cual tiene una altura piezométrica fija de 100 m y alimenta el sistema por gravedad. El coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams de todas las tuberías es 130, todos los nudos tienen cota cero (i.e. es una red plana) y la presión mínima requerida en todos los nudos de consumo es de 30 mca.



**Figura 7.-** Trazado de la red de Hanoi.

Para la red de Hanoi el *Centroide de Demandas* es de 0.4553; y el *Coficiente de Uniformidad* es de 0.1853; exponente de la función de costos es de 1.5. Con estos valores y con la relación entre el caudal total y la longitud total de tuberías de esta red, es posible calcular la flecha óptima de la curva LGH vs. Abscisa. Al aplicar este procedimiento, para la red de Hanoi se obtuvo una flecha óptima de 18.3748%. Para verificar si la flecha óptima calculada es realmente “óptima” y para evaluar el desempeño general de la metodología SOGH, la red de Hanoi fue diseñada utilizando diferentes valores de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa (se utilizaron valores de la flecha desde 0% hasta 50).

En la Tabla 3 se presentan los resultados obtenidos para la red de Hanoi con la metodología propuesta y con otros algoritmos ampliamente utilizados. En esta tabla se puede ver que el diseño obtenido mediante la metodología SOGH no es el óptimo global (i.e. 6.081 millones de dólares), pero tiene un costo bajo y es cercano a los reportados en la literatura. Sin embargo, lo que realmente diferencia a la metodología SOGH de las demás es el número de simulaciones hidráulicas requeridas, el cual llega a ser incluso la milésima parte de las simulaciones requeridas en otros algoritmos.

Algoritmo	Factor $\omega$ (H-W)	Costo (millones dólares)	NMS*
Evolución compleja mezclada (Liong & Atiqzaman 2004)	10.6668	6.220	25,402
Colonia de hormigas (Zecchin et al. 2006)	10.6668	6.134	35,433
Algoritmos genéticos (Reca & Martínez 2006)	10.6668	6.081	50,000
Algoritmos genéticos (Reca et al. 2007)	10.6668	6.173	26,457
Recocido simulado (Reca et al. 2007)	10.6668	6.333	26,457
Recocido simulado con búsqueda tabú (Reca et al. 2007)	10.6668	6.353	26,457
Búsqueda local con recocido simulado (Reca et al. 2007)	10.6668	6.308	26,457
Búsqueda de armonía (Geem 2006)	10.6668	6.081	27,721
Entropía cruzada (Perelman & Ostfeld 2007)	10.6668	6.081	97,000
Búsqueda dispersa (Lin et al. 2007)	10.6668	6.081	43,149
Búsqueda de armonía con enjambre de partículas (Geem 2009)	10.6668	6.081	17,980
Superficie óptima de gradiente hidráulico (Este estudio)	10.6668	6.337	94

NMS =Número mínimo de simulaciones hidráulicas

**Tabla 3.-** Comparación de resultados para la red Hanoi.

La red de Balerna mostrada en la Figura 8 (es de riego a escala real) está conformada por 454 tubos, ocho circuitos, 443 nudos de consumo y cuatro embalses. Para su diseño se cuenta con 10 diámetros comerciales disponibles; por lo tanto, el espacio de búsqueda del problema es de  $1.00 \times 10^{454}$ . Los tubos que se pueden emplear en el diseño son de PVC y tienen un coeficiente de rugosidad absoluta ( $k_s$ ) de 0.0025 mm. La presión mínima requerida en todos los nudos de consumo es de 20 mca.



**Figura 8.-** Trazado de la red de Balerna.

Para la red de Balerna el *Centroide de Demandas* es de 0.4926, el *Coefficiente de Uniformidad* es de 0.1669 y el exponente de la función de costos es de 2.06. Con estos valores y con la relación entre el caudal total y la longitud total de tuberías de esta red, se obtuvo una flecha óptima de 20.3246%. Para verificar la eficacia de la flecha óptima calculada y evaluar el desempeño general de la metodología SOGH, la red de Balerna fue diseñada utilizando diferentes valores de la flecha de la curva LGH vs. Abscisa (se utilizaron valores de la flecha desde 0% hasta 50%). El mejor diseño encontrado



corresponde a una flecha entre el 20.3% y el 20.6%, tiene un costo de 2'099,921 euros y se alcanzó con un mínimo de 1779 simulaciones hidráulicas. Se puede notar que la flecha óptima estimada inicialmente (20.3246%) se encuentra dentro del rango de valores para los que se obtiene el mejor diseño con la metodología SOGH; esto corrobora la eficacia del procedimiento establecido para la estimación de la flecha óptima.

En la Tabla 4 se presentan los resultados obtenidos para la red de Balerna con la metodología SOGH y con otros algoritmos reportados en la literatura.

Algoritmo	Costo (Millones €)	NMS
Algoritmos genéticos (Reca & Martínez 2006)	2.302	10,000,000
Algoritmos genéticos (Reca et al. 2007)	3.738	45,400
Recocido simulado (Reca et al. 2007)	3.476	45,400
Recocido simulado con búsqueda tabú (Reca et al. 2007)	3.298	45,400
Búsqueda local con recocido simulado (Reca et al. 2007)	4.310	45,400
Búsqueda de armonía (Geem 2006)	2.601	45,400
Búsqueda de armonía (Geem 2006)	2.018	10,000,000
Búsqueda de armonía con enjambre de partículas (Geem 2009)	2.633	45,400
Superficie óptima de gradiente hidráulico (Este estudio)	2.100	1.779

\*NMS =Número mínimo de simulaciones hidráulicas

**Tabla 3.- Comparación de resultados para la red Balerna.**

En esta tabla se puede observar que el diseño obtenido con la metodología SOGH es el segundo mejor diseño que se tiene para la red de Balerna, después del obtenido por Geem (2006). Sin embargo, el número de simulaciones hidráulicas requeridas para llegar a este diseño con la metodología SOGH es 5600 veces inferior al número de simulaciones requeridas en el algoritmo de búsqueda de armonía propuesto por Geem (2006).

## CONCLUSIONES

Mediante este trabajo se comprueba que es posible llegar al diseño de mínimo costo de una RDAP si se conoce previamente la forma de la superficie óptima de gradiente hidráulico del sistema. La forma de esta superficie se ajusta a una función cuadrática cuya curvatura depende de las siguientes características hidráulicas, topológicas, comerciales del sistema; distribución espacial de las demandas, relación entre el caudal total demandado y la longitud total de tuberías y el exponente de la función potencial de costos.

Se presenta la línea de gradiente hidráulico en función de estas características y finalmente se establece un procedimiento para estimar la forma de la superficie óptima de gradiente hidráulico (SOGH) de cada red de distribución. Con base en la SOGH se obtiene una pre-configuración de la red que cumple con las restricciones hidráulicas del problema del diseño de RDAP, pero no con las restricciones comerciales, dado que los diámetros de las tuberías de esta pre-configuración son continuos.

Para redondear dichos diámetros a valores discretos contenidos dentro del conjunto de diámetros comerciales disponibles, se implementaron procedimientos de programación por restricciones que son de baja complejidad y requieren un número pequeño de simulaciones hidráulicas, lo cual constituye una gran ventaja para el diseño de RDAP grandes. La metodología desarrollada fue aplicada a tres redes de prueba ampliamente estudiadas: *Two-loop*, Hanoi y Balerna. Para estas redes se encontraron



diseños óptimos o muy cercanos al óptimo en un número muy pequeño de simulaciones hidráulicas en comparación con el número de simulaciones requeridas por los algoritmos metaheurísticos comúnmente usados.

La metodología propuesta es eficaz y eficiente para encontrar diseños óptimos de RDAP. La baja complejidad y la eficiencia de la metodología SOGH constituyen una gran ventaja especialmente en el caso de diseño de RDAP grandes, a diferencia de los algoritmos metaheurísticos, que tienen un componente aleatorio importante, los cuales requieren de millones de simulaciones para explorar el espacio de búsqueda y llegar a diseños cercanos al óptimo. Además, dado su componente aleatorio, los resultados obtenidos al aplicar estos algoritmos son siempre diferentes, por lo que se deben realizar cientos de corridas (en cada una de las cuales se realizan miles de simulaciones hidráulicas) hasta obtener un buen resultado, que es el que finalmente reportan los autores en las publicaciones. Contrario a estos algoritmos, la metodología SOGH no tiene ningún componente aleatorio ni depende de la configuración inicial de diámetros que se tenga: al aplicarla siempre se obtiene el mismo resultado, el cual, como se demostró en las pruebas realizadas con las redes de Hanoi, *Two-loop* y Balerna, se acerca siempre al diseño de mínimo costo. Adicional a lo anterior, la metodología SOGH permite comprender la hidráulica de los diseños óptimos, lo cual podría convertirse en una herramienta útil para la optimización de redes existentes.

## BIBLIOGRAFÍA

**Afshar, M.H. 2006.** Application of a max–min ant system to joint layout and size optimization of pipe networks. *Engineering Optimization*, 38(3): 299 - 317.

**Alperovits, E. & Shamir, U. 1977.** Design of Optimal Water Distribution Systems. *Water Resources Research*, 13 (6): 885 - 900.

**CIACUA, 2008.** Programa REDES. Universidad de Los Andes. Bogotá D.C., Colombia.

**Cunha, M. & Sousa, J. 1999.** Water distribution network design optimization: Simulated annealing approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125 (4): 215 - 221.

**Cunha, M. & Ribeiro, L. 2004.** Tabu search algorithms for water network optimization. *European Journal of Operational Research*, 157 (3): 746 - 758.

**Chu, C.-W., Lin, M.-D., Liu, G.-F. & Sung, Y.-H. 2008.** Application of immune algorithms on solving minimum-cost problem of water distribution network. *Mathematical and Computer Modeling*, 48 (11-12): 1888 - 1900.

**Dandy, G.C., Simpson, A.R. & Murphy, L.J. 1996.** An improved genetic algorithm for pipe network optimization. *Water Resources Research*, 32 (2): 449 - 458.

**Djebedjian, B., Yaseen, A., Rayan, M.A. 2006.** Optimization of large-scale water distribution system design using genetic algorithms. *Proceedings of the Tenth International Water Technology Conference, IWTC10 2006, Alexandria, Egypt*, 447 – 477.

**Eusuff, M.M. & Lansey, K.E. 2003.** Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129 (3): 210 – 225.

**Fujiwara, O. & Khang, D.B. 1990.** A two-phase decomposition method for optimal design of looped

water distribution networks. *Water Resources Research*, 26(4): 539 - 549.

**Geem, Z.W., Kim, J.H. & Loganathan, G.V. 2002.** Harmony search optimization: application to pipe network design. *International Journal of Modelling and Simulation*, 22 (2):125 - 133.

**Goldberg, D.E. & Kuo, C.H. 1987.** Genetic algorithm in pipeline optimization. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1 (2): 128–141.

**Keedwell, E. & Khu, S.-T. 2006.** Novel cellular automata approach to optimal water distribution network design. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 20(1): 49 - 56.

**Lin, M.-D., Liu, Y.-H., Liu, G.-F. & Chu, C.-W. 2007.** Scatter search heuristic for least-cost design of water distribution networks. *Engineering Optimization*, 39(7): 857 - 876.

**Liong, S.Y. & Atiquzzaman, M. 2004.** Optimal design of water distribution network using shuffled complex evolution. *Journal of the Institution of Engineers (Singapore)*, 44 (1): 93 - 107.

**Montalvo, I., Izquierdo, J., Pérez, R. & Tung, M.M. 2008.** Particle swarm optimization applied to the design of water supply systems. *Computers & Mathematics with Applications*: 56, 769 - 776.

**Morgan, G.R. & Goulter, I.C. 1985.** Optimal urban water distribution design. *Water Resources Research*, 21(5): 642 - 652.

**Perelman, L. & Ostfeld, A. 2007.** An adaptive heuristic crossentropy algorithm for optimal design of water distribution systems. *Engineering Optimization*, 39(4): 413 - 428.

**Reca, J., Martínez, J., Gil, C. & Baños, R. 2007.** Application of several meta-heuristic techniques to the optimization of real looped water distribution networks. *Water Resources Management*, 22: 1367 - 1379.

**Quindry, G.E., Brill, E.D. & Liebman, J.C. 1981.** Optimization of looped water distribution systems. *Journal of the Environmental Engineering Division*. 107 (4): 665 – 679.

**Saldarriaga, J.G. 2007.** *Hidráulica de Tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos*. Bogotá: Editorial Alfaomega. ISBN978-958-682-680-8.

**Todini, E. 2000.** Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach. *Urban Water*, 2 (3): 115 - 122.

**Tricarico, C., Gargano, R., Kapelan, Z., Savic, D.A., & de Marinis, G. et al. 2006.** Economic level of reliability for the rehabilitation of hydraulic networks. *Journal of Civil Engineering and Environmental Systems*, 23 (3): 191 - 207.

**Varma, K.V.K., Narasimhan, S. & Bhallamudi, S.M. 1997.** Optimal design of water distribution systems using an NLP method. *Journal of Environmental Engineering*, 123(4): 381 - 388.

**Walters, G.A., Halhal, D., Savic, D. & Ouazar, D. 1999.** Improved design of ‘Anytown’ distribution network using structured messy genetic algorithms. *Urban Water*, 1(1): 23 - 38.

**Wu, I.-p. 1975.** Design of drip irrigation main lines. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 101 (4): 265 - 278.

**Zecchin, A.C., Simpson, A.R., Maier, H.R., Leonard, M., Roberts, A.J. & Berrisford, M.J. 2006.** Application of two ant colony optimisation algorithms to water distribution system optimisation. *Mathematical and Computer Modelling*, 44: 451–468